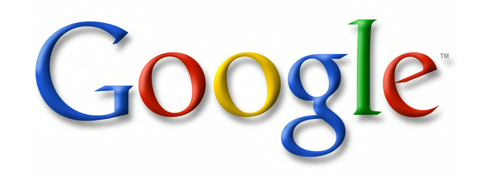
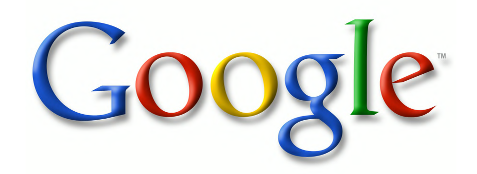










Lehrbuch der Physik

für die

oberen Klassen der höheren Schulen.

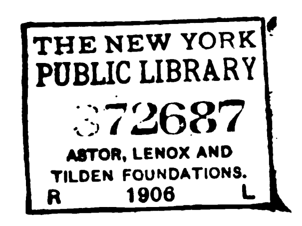
Von

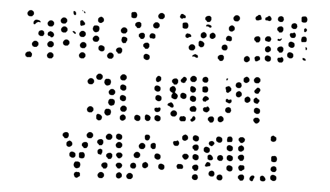
PROF. D[R] KARL ROSENBERG.

Mit 615 in den Text gedruckten Figuren und einer farbigen Spektraltafel.

Ausgabe für Gymnasien.

WIEN UND LEIPZIG, 1906.
ALFRED HÖLDER,
k. u. k. Hof- und Universitäts-Buchhändler.





Druck von Christoph Reisser's Söhne, Wien V.

Vorwort.

Das vorliegende Lehrbuch der Physik, welches zunächst für die Oberstufe der österreichischen Mittelschulen abgefaßt wurde, hatte sich seitens der in Deutschland erscheinenden Fachzeitschriften einer äußerst schmeichelhaften und anerkennenden Kritik zu erfreuen. Da in den betreffenden Besprechungen mehrfach der Wunsch ausgesprochen wurde, daß eine Ausgabe für die höheren Schulen des Deutschen Reiches veranstaltet werden möge, unterzog sich der Verfasser gerne der Mühe, die hierbei naturgemäß notwendigen kleinen Änderungen durchzuführen. Diese Mühe wurde wesentlich durch eine Fülle sehr wertvoller Winke und Anregungen erleichtert, welche Herr Oberlehrer H. Bohn des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin in der liebenswürdigsten Weise dem Verfasser zu teil werden ließ. Der Verfasser hält es für eine angenehme Pflicht, hierfür öffentlich seinen tiefgefühlten Dank zum gebührenden Ausdruck zu bringen.

Der Verfasser hofft, daß es ihm gelungen ist, mit dem vorliegenden Lehrbuche einen Unterrichtsbehelf zu schaffen, bei dessen Benützung einerseits die wünschenswerte Sicherheit und Gründlichkeit des anzustrebenden physikalischen Wissens erreicht werden könnte, während anderseits dem Schüler in mehrfacher Hinsicht das schwierige Studium dieses Faches nicht unwesentlich erleichtert werden dürfte. Beide Ziele glaubt der Verfasser dadurch erreicht zu haben, daß dem Buche eine große Zahl erläuternder Figuren beigegeben ist und daß der Text insbesondere dort, wo es sich um die Gewinnung schwieriger Begriffe und Schlußreihen handelt, möglichst ausführlich gehalten ist. Durch diese beiden Einrichtungen des Buches sowie durch die Beigabe einer Aufgabensammlung erklärt sich der auf den ersten Blick etwas befremdende Umfang des Buches; eine etwas genauere Durchsicht desselben wird jedoch deutlich erkennen lassen, daß nur die wichtigsten und notwendigsten Teile des Lehrstoffes behandelt sind, daß sogar auf mancherlei, was sich in weniger umfangreichen Lehrbüchern findet, das aber dem Verfasser entbehrlich erschien, Verzicht geleistet wurde.

Abgesehen davon, daß durch die Aufgaben **23** Seiten ausgefüllt werden und die Figuren für sich allein **67** Druckseiten einnehmen würden, ist auch das übrige keineswegs alles als Lernstoff zu betrachten. Der gedächtnismäßig festzuhaltende Teil des Stoffes ist schon äußerlich durch den größten, in den Gesetzen gesperrten Druck gekennzeichnet. In etwas kleinerer Schriftgröße folgen die begründenden Entwicklungen und die ergänzenden Erklärungen, also dasjenige, was in erster Linie verstanden werden muß. Im Kleindrucke schließen sich weitere Anwendungen des Gelernten an, und zwar teils in der Anführung verwandter Erscheinungen und praktischer Verwertungen, teils in Form sogenannter Denkaufgaben; der größte Teil dieser Anwendungen könnte beim Wiederholen und Prüfen zur Belebung und Aufrechthaltung des Interesses dem Rahmen des Gelernten eingefügt werden. So dürfte das Lehrbuch trotz seiner Seitenzahl den Schüler nicht in unbilliger Weise belasten; insbesondere wird ein vorurteilsfreier Vergleich mit den Lehrbüchern anderer Disziplinen nicht zu ungunsten des physikalischen Lehrbuches ausfallen können, umsomehr als die Verlagsbuchhandlung dafür einen im Hinblick auf die Ausstattung des Buches sehr niedrigen Preis festgesetzt hat. Man vergesse nicht, daß gerade die Physik sowohl durch die Schwierigkeit des Stoffes wie der sprachlichen Ausdrucksweise an den Schüler die allergrößten Anforderungen stellt und auch von Seite des Lehrers ein ungewöhnlich hohes Lehrgeschick verlangt. Es ist daher dringend notwendig, daß gerade in diesem Lehrfache das Lehrbuch beide Teile in ihrer schweren Aufgabe unterstütze; ein knapp gefaßtes Lehrbuch, welches — wie man zuweilen den Wunsch aussprechen hörte — „nur Tatsächliches und nichts Methodisches enthält", wird weder zur Hebung des Verständnisses noch zur Förderung der Ausdrucksweise einen Beitrag liefern, sondern nur eine neue und unbillige Erschwerung des physikalischen Unterrichtes, niemals aber eine Erleichterung desselben bedeuten. Und eine Hebung und Förderung in jeder Hinsicht verdient der physikalische Unterricht; denn in der reizvollen Mannigfaltigkeit der Mittel, mit welchen dieser Gegenstand seine Tatsachen und Gesetze ableitet, begründet und verwendet, sowie in dem mächtigen Einflusse, den diese Wissenschaft auf das Leben der Gegenwart, ja geradezu auf die kulturgeschichtliche Entwicklung der Menschheit, sowie auf den Werdegang einer ganzen Reihe jüngerer verwandter Wissenschaften — man denke nur an die Chemie, die Physiologie, die medizinischen und technischen Fächer — genommen hat, in allem diesen liegt der ungewöhnlich hohe Bildungswert dieser Unterrichtsdisziplin, ein Bildungswert, der teilweise schon heute ziemlich allgemein anerkannt ist, der aber sicherlich im Laufe der Zukunft fortgesetzt wachsende Bedeutung erlangen wird.

Allerdings ist der Umfang des physikalischen Lehrgebietes unter den obwaltenden Verhältnissen heute kaum mehr zu bewältigen. Vor allem ist

der Fortschritt der Wissenschaft in den letzten Dezennien ein derartig gewaltiger gewesen, daß der Umfang des Stoffes und seine Dichtigkeit stetig zugenommen hat. Es kann daher das Ausmaß des Lehrstoffes heute nicht als ein minimales, unter allen Umständen zu absolvierendes Pensum aufgefaßt werden; es erscheint vielmehr dadurch nur eine obere Grenze gesteckt, unter welcher sich die Anforderungen in der Regel werden bewegen müssen und welche nur unter besonders günstigen Verhältnissen erreichbar sein kann. Es ist selbstverständlich, daß ein Lehrbuch nach Möglichkeit dem vollen Umfange des Lehrgebietes wird Rechnung tragen müssen; die Einschränkung bald dieser, bald jener Partie muß dem Ermessen des Lehrers allein freistehen.

Dem möglicherweise zu stellenden Einwande, daß die Methode des physikalischen Unterrichtes noch nicht durchwegs eine gefestigte sei und daher gerade in betreff der Ableitung der Naturgesetze — und zwar sowohl der induktiven wie der deduktiven Ableitung — der Lehrer freie Beweglichkeit behalten müsse und deshalb durch den Lehrgang des Buches in keiner Weise sich beengt fühlen dürfe, glaubt der Verfasser durch den Hinweis wirksam begegnen zu können, daß Abweichungen vom Lehrbuche auf der Oberstufe in keiner Weise den Unterricht schädigen, sondern ihn vielmehr nur wertvoller gestalten werden, wenn dieselben nicht allzu häufig stattfinden. Auch hat der Verfasser sich, soweit es in seinen Kräften stand, redlich bemüht, den Fortschritten der Methode, wie sie in den zahlreichen Lehrbüchern und Aufsätzen der Fachzeitschriften zum Ausdrucke kamen, soweit diese Fortschritte ziemlich allgemein anerkannt wurden, in gebührender Weise Rechnung zu tragen. Dieser Umstand berechtigt den Verfasser zu der Hoffnung, daß die im Lehramte bereits seit längerer Zeit tätigen Fachgenossen in seinem Lehrbuche zumeist nur Bekanntes, wiederholt Benütztes und Erprobtes vorfinden dürften und daß den jüngeren Fachkollegen durch das Lehrbuch das Auffinden der Methode erleichtert und somit Gelegenheit geboten sein dürfte, sich der schwierigsten Seite der Einarbeitung in das Lehramt der Physik mit voller Kraft zuzuwenden, nämlich der Gewinnung der Experimentaltechnik.

Was die Behandlung und Durchführung der einzelnen Abschnitte des Buches anbelangt, glaubt der Verfasser, es unterlassen zu können, in Einzelheiten einzugehen; in erster Linie möge hier das Buch für sich selber sprechen. Nur die einzige Bemerkung möge gestattet sein daß der Verfasser bemüht war, einer schlichten Darstellung des Stoffes treu zu bleiben; deshalb ist gewissen Schwierigkeiten, die mitunter in den physikalischen Unterricht hineinzutragen versucht wurden, wie z. B. erkenntnistheoretischen Untersuchungen, grundsätzlich aus dem Wege gegangen worden. Es kann unmöglich Aufgabe der auf das Hochschulstudium vorbereitenden Lehranstalten sein, wissenschaftlich durchgebildete

Physiker zu liefern; dies bleibt immer nur das Ziel der Hochschule, welche sicherlich vollauf befriedigt ist, wenn ihr die vorerwähnten Lehranstalten den elementaren Rohstoff zur weiteren Verarbeitung, diesen aber in gefestigter Weise, zu liefern im stande sind. Dieselben prinzipiellen Gründe waren es, die den Verfasser bewogen haben, die mathematische Behandlung des Stoffes nur insoweit Platz greifen zu lassen, als es ohne Schädigung des eigentlichen Lehrzieles erreichbar ist; dagegen ist auf Erlangung eines mathematischen Ausdruckes der Gesetze überall, wo es irgendwie durchführbar schien, eingegangen worden.

Die dem Lehrtexte beigegebenen Aufgaben, unter denen sich viele bekannte, aber auch ziemlich viele neue vorfinden, sind zumeist ohne größeren Rechenapparat durchführbar. In einer verhältnismäßig kleinen Anzahl derselben kann eine etwas weitläufigere Zifferrechnung freilich nicht ganz entbehrt werden; der Lehrer wird solche Aufgaben selbstverständlich hauptsächlich für Hausübungen verwenden. Die Resultate der Aufgaben sind in einem besonderen Heftchen erhältlich.

Die möglichste Freiheit sichert das Lehrbuch dem Lehrer hinsichtlich der anzuwendenden Apparate und Versuchsanordnungen. Es sind fast durchwegs einfache, oft erprobte und zweckmäßig befundene Mittel, mit denen gearbeitet werden kann; wenn die beigegebenen Figuren Bilder des Apparates liefern, so betrifft dies immer nur Lehrmittel, die sich bereits allgemein eingebürgert haben oder zweifellos allgemein einbürgern werden. Die textliche Beschreibung der Versuche ist auf das für den Schüler Wissenswerte eingeschränkt, Winke zur Durchführung des Versuches sind nur höchst selten gegeben. Der Verfasser konnte von solchen umsomehr Umgang nehmen, als er die Technik vieler Experimente in seinem „Experimentierbuche für den Elementarunterricht in der Naturlehre" (Wien, A. Hölder) ausführlich behandelt hat und die demnächst nötig werdende Neuauflage desselben derartig zu erweitern gedenkt, daß sie auch das Experiment auf der Oberstufe der höheren Schulen voll umfassen wird.

Die sehr zahlreichen, dem Buche beigefügten Figuren, welche fast ausschließlich nach eigenen Zeichnungen des Verfassers auf dem Wege photochemigraphischer Ätzung neu hergestellt wurden, sind zum allergrößten Teile nur schematisch gehalten. Für jeden Apparat ein „Bild" zu bringen, könnte höchstens für Lehrbücher, die zum Selbstunterrichte dienen, von Bedeutung sein. In der Schule muß der Schüler den Apparat, das Experiment selbst gesehen haben; die Summe der wesentlichen, unbedingt vom Schüler festzuhaltenden Merkmale findet sich in der schematischen Figur vereinigt. Daß der Verfasser bemüht war, auf eine geschmackvolle Darstellung derselben zu achten, wird gewiß nicht ohne Wert für den Schüler sein. Die schwierigeren dieser Figuren kann der Schüler natürlich nicht nachzeichnen; sollte das Lehrbuch den Beifall der verehrten Fach-

genossen finden, so würde der Verfasser eine Sammlung physikalischer Wandtafeln herausgeben, welche in dieser Hinsicht bei Wiederholungen Erleichterung und Zeitersparnis gewähren dürften.

Dem wiederholt und von berufenster Seite ausgesprochenen Wunsche nach Berücksichtigung des historischen Momentes im physikalischen Unterrichte ist der Verfasser sowohl durch textliche Notizen als durch kurze Biographien berühmter Forscher nachgekommen. Daß dieselben keinen Merkstoff bilden sollen, ist dadurch zum Ausdrucke gebracht, daß diese Notizen in Form von Fußnoten gegeben sind.

Der Verfasser bittet seine verehrten Fachgenossen um eingehende, wohlwollende und vorurteilslose Prüfung des von ihm unternommenen Versuches, ein zweckmäßiges und zeitgemäßes Schulbuch der Physik zu schaffen; denn nur als ein Versuch, als ein erster Entwurf ist jedes derartige, heutzutage neu erscheinende Lehrbuch zu betrachten. Der Verfasser hofft aber auch zuversichtlich, daß es ihm mit diesem Versuche wenigstens in den Hauptlinien gelungen sei, den berechtigten Wünschen seiner verehrten Fachgenossen nachzukommen.

Wien, im Oktober 1905.

Prof. Dr. Karl Rosenberg.

Inhaltsverzeichnis.

(Die eingeklammerten Zahlen geben die Seitenzahl an.)

Einleitung (Seite 1—6).

I. Mechanik (Seite 6—88).

II. Wirkungen der Molekularkräfte (Seite 88—99).

III. Mechanik der tropfbarflüssigen Körper (Hydromechanik) (Seite 99—124).

IV. Mechanik der gasförmigen Körper (Aëromechanik) (Seite 124—140).

V. Wärme (Seite 140—184).

IX. Magnetismus (Seite 261—278).

X. Elektrizität (Seite 278—374).

a) Erscheinungen der ruhenden (statischen) Elektrizität.

b) Erscheinungen der strömenden (dynamischen) Elektrizität.

XI. Optik (Seite 374—456).

Anhang.

Die Grundlehren der Chemie.

EINLEITUNG.

1. Aufgabe der Physik. Durch seine Sinnesorgane erlangt der Mensch Kenntnis von den ihn umgebenden Körpern, deren Gesamtheit er als Körperwelt oder Natur bezeichnet. In der Natur vollziehen sich im Laufe der Zeit unausgesetzt verschiedene Veränderungen, welche Naturerscheinungen heißen. Die fast unerschöpfliche Mannigfaltigkeit der Naturkörper sowie der bunte Wechsel der an ihnen wahrnehmbaren Naturerscheinungen reizt den menschlichen Geist zunächst zur Beobachtung und darauf zur näheren Erforschung der Beobachtungsergebnisse. Letztere läßt nun bald erkennen, daß zwischen den einzelnen Naturerscheinungen gewisse unwandelbare Beziehungen und Gesetze bestehen. welche das scheinbare Chaos beherrschen.

Insbesondere läßt sich jede Veränderung auf gewisse ihr zu Grunde liegende Bedingungen zurückführen, welche bald offen zu Tage liegen, bald mehr oder weniger versteckt sind. Ob wir dieselben auffinden, oder ob wir ihre Art nur vermuten, immer müssen solche Bedingungen vorhanden sein; immer muß zur „Wirkung“ eine „Ursache“ gehören.

Die Erforschung der Natur und ihrer Erscheinungen bildet den Inhalt der Naturwissenschaften. Ein Zweig derselben, welcher zunächst darauf ausgeht, die äußeren Merkmale sowie die Entstehung der Naturkörper anzugeben, und sie danach in Gruppen einteilt, wird als Naturbeschreibung oder Naturgeschichte bezeichnet.

Die Naturgeschichte teilt die Naturkörper in lebende, organische oder Organismen und in leblose oder anorganische. Mit der ersteren Gruppe beschäftigen sich Zoologie und Botanik, mit der letzteren die Mineralogie und ihre Zweigwissenschaften.

Der andere Zweig der Naturwissenschaften — die Naturlehre — stellt sich hingegen die Aufgabe, die Darstellung der Naturerscheinungen sowie die Entwicklung der ihnen zu Grunde liegenden Beziehungen oder Gesetze in eine wissenschaftliche Anordnung oder in ein System zu bringen. Auch hier nötigt aber die Fülle des Stoffes zu einer Arbeitsteilung. Alle Erscheinungen, die in dem Gebiete der organischen Natur das ausmachen, was wir „Leben“ nennen, fallen der Biologie und Physiologie zu, alle außerhalb der Erde im Himmelsraume sich vollziehenden Erscheinungen der Astronomie. Die Vorgänge, welche sich in der unorganischen Erden-

welt abspielen, bilden endlich das Gebiet der Physik und Chemie; während aber die letztere Wissenschaft jenen Erscheinungen nachgeht, bei welchen die stoffliche Beschaffenheit der Naturkörper sich verändert, betrachtet die Physik diejenigen Erscheinungen, bei denen der Stoff unverändert bleibt.

Physik und Chemie greifen übrigens — sowie alle Naturwissenschaften — vielfach ineinander, so daß sogar das Grenzgebiet beider heutzutage unter dem Namen der physikalischen Chemie einen besonderen Zweig beider Wissenschaften bildet.

Wird Schwefel geschmolzen, so hat er nur eine Änderung seiner Gestalt erfahren, denn der flüssige Schwefel besteht aus demselben Stoffe wie der feste. Wird dagegen Schwefel verbrannt, so vereinigt er sich mit dem Sauerstoff der Luft zu einem — vom festen Schwefel wie vom Sauerstoff — völlig verschiedenen Gase (Schwefeldioxyd); seine stoffliche Beschaffenheit ist also in letzterem Falle geändert worden. Die Beschreibung und Erklärung der ersten Erscheinung gehört daher in das Gebiet der Physik, jene der zweiten in das Gebiet der Chemie. — Suche ähnliche Beispiele auf

2. Methode der Physik. Die Physik beginnt ihre Tätigkeit mit einer aufmerksamen und häufig wiederholten sinnlichen Beobachtung der in ihr Gebiet gehörigen Erscheinungen; das Ergebnis dieser Beobachtungen läßt die Regel oder das Naturgesetz erkennen, nach dem die Erscheinung verläuft. Läßt sich dabei die Erscheinung auf bereits bekannte Gesetze zurückführen, so ist damit ihre Erklärung gefunden. Der so gekennzeichnete Forschungsgang gelangte zu bedeutenden Erfolgen erst dann, als die Menschen lernten, durch gewisse Eingriffe in den Verlauf der Naturvorgänge die letzteren willkürlich abzuändern und nicht selten miteinander zu verknüpfen; hierdurch gelang es sogar, eine große Zahl neuer Erscheinungen hervorzurufen, welche die Natur ohne Zutun des Menschen niemals geboten hätte. Wir bezeichnen diese künstlich hervorgerufenen Naturerscheinungen als Experimente. Geht die Physik unmittelbar von der Beobachtung an Naturerscheinung und Experiment (also von der Erfahrung oder Empirie) aus und gewinnt auf diesem Wege ihre Lehren, so bedient sie sich der empirischen oder der induktiven Methode im Gegensatze zu der theoretischen oder der deduktiven Methode, welche aus wenigen an die Spitze gestellten Erfahrungsgrundsätzen oder Prinzipien und wissenschaftlichen Vermutungen oder Hypothesen ihr Gebäude durch bloße Denkprozesse (am schärfsten durch mathematische Untersuchungen) immer weiter und weiter ausbaut, bis sie zu Ergebnissen kommt, welche mit den Tatsachen der Erfahrung im Einklange stehen.

Der Nutzen, welchen die Physik dem Menschen gewährt, ist ein zweifacher. Sie befriedigt einerseits den ihm angeborenen Forschungsdrang und läßt ihn dabei die Herrlichkeit und Weisheit der Natureinrichtungen bewundern; sie lehrt aber auch, aus diesen Erscheinungen vielfältigen Nutzen zu ziehen und sich dieselben dienstbar zu machen.

3. Räumlichkeit (Ausdehnung). Einheit der Länge. An allen Naturkörpern nehmen wir wahr, daß sie mit ihrem Stoffe (ihrer Materie) einen allseitig begrenzten Raum ausfüllen. Wir sagen deshalb: Alle Naturkörper sind räumlich, sie besitzen die Eigenschaft der Räumlichkeit.

Auch die geometrischen Körper besitzen die Eigenschaft der Räumlichkeit; diese Körper sind jedoch stofflos, während die Naturkörper stets mit gewissen Stoffen ausgefüllt sind.

Die Größe des Raumes, welchen ein Naturkörper einnimmt, heißt sein Rauminhalt oder Volumen; durch die Art der Begrenzung erscheint die Form oder Gestalt der Naturkörper bestimmt. Die Raummessung oder Ausmessung des Volumens läßt sich — wie die Geometrie lehrt — stets auf Längenmessungen zurückführen.

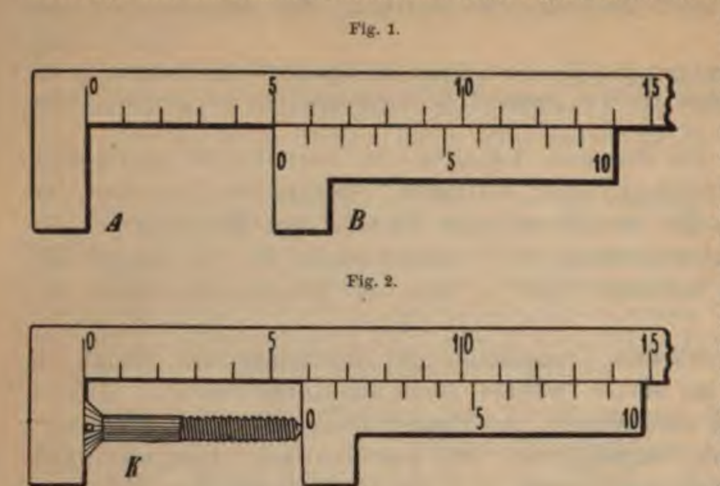
Durch internationale Übereinkunft gilt heutzutage fast überall als Längeneinheit das Meter, welches durch die Länge eines im Archive zu Sèvres bei Paris aufbewahrten, aus Platin-Iridium gefertigten „Urmeter“ (mètre des archives) festgestellt ist. Als physikalische Längeneinheit gilt immer das Zentimeter (*cm*), d. i. der 100. Teil der eben definierten Länge des Meters.

Eine im Jahre 1790 auf Beschluß der französischen Nationalversammlung eingesetzte Kommission setzte als Naturmaß (d. h. als Maß, welches keinen Veränderungen unterworfen, somit stets wieder auffindbar sein sollte) den zehnmillionsten Teil eines Erdmeridianquadranten fest, zu welchem Zwecke eine Meridianmessung von Barcelona bis Dünkirchen unternommen wurde. Da sich aber diese Meridianmessung später als ungenau erwies, ist das „Urmeter“ nicht $^1/_{40\,000\,000}$ des Erdumfanges, sondern nur $^1/_{40\,000\,856}$ desselben. Da zudem durch spätere Meridianmessungen gefunden wurde, daß die Erde nicht längs allen Meridianen gleiche Krümmungsverhältnisse besitzt, wurde wohl die ursprüngliche Absicht, ein Naturmaß zu schaffen, vereitelt. Immerhin aber bietet das Metermaß durch das Prinzip seiner dezimalen Einteilung sowie durch die Bequemlichkeit, aus demselben andere Maße (Flächenmaß, Raummaß) ableiten zu können, den älteren Maßsystemen gegenüber außerordentliche Vorteile. — Die Herstellung, Prüfung und Verbreitung von Kopien des Normalmeters für wissenschaftliche und technische Zwecke ist Aufgabe der Normaleichämter. — Die Einteilung des Meters sowie die Ableitung der Flächen- und Raum(Hohl)maße wird als bekannt vorausgesetzt. Erwähnt sei nur, daß die Physik zur Messung sehr kleiner Strecken bisweilen den 1000. Teil des Millimeters — das Mikron (μ) — sowie den 1000. Teil des Mikrons — das Millimikron ($\mu\mu$) — verwendet.

Die zu Längenmessungen verwendeten Maßstäbe sind entweder Endmaßstäbe, welche die gewählte Längeneinheit zwischen beiden Endflächen einschließen, oder — was als genauer vorzuziehen ist — Strichmaßstäbe, bei welchen die Längeneinheit durch zwei in der Nähe der Enden auf der Fläche des Stabes gezogene feine Striche begrenzt ist. Zum Zwecke der praktischen Ausführung von Messungen versieht man den Maßstab mit einer fortlaufenden Teilung.

Ist ein Maßstab in Millimeter geteilt, so kann man mit demselben die Länge einer zu messenden Strecke unmittelbar bis auf eine gewisse Anzahl von Millimetern bestimmen.

wobei man beispielsweise finden wird, daß die gemessene Strecke länger als (a) *mm* und kürzer als ($a + 1$) *mm* ist. Den noch fehlenden Bruchteil eines Millimeters kann man entweder nach dem Augenmaße schätzen oder mittels einer sinnreichen Hilfsvorrichtung messen, welche den Namen Nonius oder Vernier*) führt und in der messenden Physik eine große Rolle spielt. Das Prinzip eines Nonius und seiner Verwendung (zugleich das Schema einer Schieblehre, wie sie unter anderem zum Messen der Dicke von Drähten etc. vielfach verwendet wird) stellen die Fig. 1 und 2 vor, auf denen die Teilungen aber der Deutlichkeit halber nicht in *mm*, sondern in bedeutend vergrößertem Maßstabe ausgeführt sind. Der Nonius B ist ein kleiner, am Hauptmaßstabe A verschiebbarer Maßstab, der beispielsweise so geteilt sein kann, daß 9 Teile von A auf B in 10 gleiche Teile geteilt sind. Es ist somit klar, daß jeder Noniusteil nur $^9/_{10}$ der Größe eines Hauptmaßstabteiles beträgt. Wäre also der Hauptmaßstab in *mm* geteilt, so würde ein Noniusteil 0,9 *mm* betragen. Verschiebt man also B aus der in Fig. 1 gezeichneten Stellung solange, bis der darauf befindliche Teilstrich 1 mit dem Teilstriche 6 an A zusammenfällt, so wurde B um $^1/_{10}$ *mm* verschoben ebenso um $^2/_{10}$, $^3/_{10}$ ... *mm*, wenn beziehungsweise 2 mit 7, 3 mit 8 ... zusammenfällt. Zeigt sich daher beispielsweise (Fig. 2), daß bei Abmessung der Länge des Körpers K Teilstrich 8 des Nonius mit einem Hauptmaßstabteilstriche (in der Figur mit 13) zusammenfällt, so beträgt die gemessene Länge, die augenscheinlich zwischen 5 und 6 Längeneinheiten liegt, 5,8 Längeneinheiten des Hauptmaßstabes.



Aufgaben. 1. Schneide Hauptmaßstab und Nonius, wie sie Fig. 1 darstellt, auf Kartenpapier aus, wobei die Teilung auf A in *cm* ausgeführt werden möge, und miß damit verschiedene Gegenstände auf *mm* genau! — **2.** Verfertige eine ähnliche Vorrichtung wie in Nr. **1**, wobei jedoch **11** *cm* von A auf B in 10 gleiche Teile zu teilen sind, aber die Bezifferung des Nonius nicht wie oben von links nach rechts, sondern von rechts nach links durchzuführen ist! Zeige, daß auch mit diesem Nonius — dem rückwärtsgehenden (nachtragenden) im Gegensatze zum oben beschriebenen vorwärtsgehenden (vortragenden) — dieselben Messungsresultate erhalten werden! — **3.** Wenn bei einem vortragenden Nonius ($n—1$) Teile des Hauptmaßstabes am Nonius in n Teile geteilt sind, wie groß ist die Genauigkeit des Nonius? Wie groß wäre also die Genauigkeit, wenn ein 29 *mm* langer Nonius in 30 Teile geteilt wäre? Wie beschaffen müßte der Nonius an einem Millimeterstabe sein, damit man noch 0,01 *mm* ablesen könnte? — **4.** Auch Winkelmeßinstrumente können mit Nonien versehen werden. Der Kreis, welcher die Hauptteilung trägt, heißt dann Limbus

*) Den Namen Nonius führt die Vorrichtung nach ihrem angeblichen Erfinder, dem Portugiesen Pedro Nunez (1542), den Namen Vernier nach ihrem wirklichen Erfinder, dem Niederländer Pierre Vernier (1631).

(= Streiten); der Nonius (ein Ringsektor) führt den Namen Alhidade (= Zähler). Sind z. B. 9° des Limbus auf der Alhidade in 10 gleiche Teile geteilt, wie groß ist die Genauigkeit? — **5.** Welche Genauigkeit hat ein Instrument, bei dem der Limbus in Drittelgrade geteilt ist und 20 Teile an der Alhidade = 19 Teilen des Limbus sind? — **6.** Wie müßte ein vortragender Kreisnonius beschaffen sein, wenn der Limbus von 10 zu 10 Minuten geteilt ist und der Nonius direkte Ablesung von 20 zu 20 Sekunden gestatten soll?

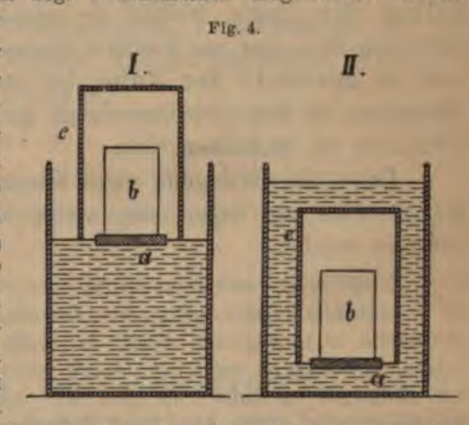
4. Raumerfüllung oder Undurchdringlichkeit. Soll ein Körper an dieselbe Stelle gebracht werden, an der sich ein anderer Körper befindet, so muß der letztere vorher entfernt oder verdrängt werden.

Einschlagen eines Nagels in die Wand, Herausfallen der Mörtelteile; Einbohren des Bohrers in Holz, Herausdrängung von Holzspänen. — Bestimmung des Volumens unregelmäßiger Körper durch Einsenken in ein teilweise mit Wasser gefülltes Meßglas (Mensur) (Fig. 3). — Prinzip der Taucherglocke durch den in Fig. 4 schematisch dargestellten Versuch: a = Korkscheibe mit eingeklemmtem Papierblättchen b; c = umgestürztes Trinkglas. — Caissons bei Wasserbauten. — Tauche ein Trinkglas mit der Mündung nach abwärts in Wasser und neige es sodann! Was geschieht? — Stelle auf den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes ein größeres Gewichtstück und stülpe dann — ähnlich wie in Fig. 4, II. — ein leeres Trinkglas darüber! Was geschieht, wenn das Gewichtstück in den lufterfüllten Hohlraum des Trinkglases eindringt? — Flasche mit am Halse dicht anliegendem Trichter. — Windpfeifen an Gußformen etc.

Fig. 3.



Fig. 4.



Aus den eben angedeuteten und vielen anderen Versuchen entnehmen wir, daß der Stoff eines Körpers seinen Raum derartig ausfüllt, daß an einem und demselben Ort zu gleicher Zeit sich niemals zwei verschiedene Körper befinden können. Diese allen Naturkörpern ausnahmslos zukommende Eigenschaft bezeichnet man als Raumerfüllung oder Undurchdringlichkeit. Es setzt somit jeder Körper dem Eindringen eines anderen Körpers in seine eigene Materie einen gewissen Widerstand entgegen; ist der Druck des eindringenden Körpers hinlänglich groß, so verdrängt er den ersten Körper, aber er durchdringt ihn nicht.

5. Aggregatzustände. Versucht man an einem Körper, den Rauminhalt (das Volumen) oder die Form (die Gestalt) oder beides zu ändern, so zeigt sich ein Widerstand, welcher indessen bei verschiedenen Naturkörpern verschiedene Größe besitzt. Man pflegt in dieser Hinsicht die Körper

in drei Klassen, welche man als Aggregatzustände bezeichnet, einzuordnen, wie folgt: 1. Feste Körper, welche großen Widerstand gegen Form- und Volumänderung zeigen. 2. Flüssige Körper, welche jeder Volumänderung großen Widerstand, dagegen einer Formänderung nur geringen Widerstand entgegensetzen. 3. Gasförmige Körper, welche sowohl einer Formänderung wie einer Volumänderung nur geringen Widerstand darbieten.

Genaueres über die Aggregatzustände im Art. 60.

I. Mechanik.

6. Ruhe und Bewegung. Die Naturkörper unserer Umgebung behalten die Lage, welche sie gerade einnehmen, im Verlaufe der Zeit entweder bei oder sie ändern dieselbe. Im ersteren Falle befinden sie sich im Zustande der Ruhe, im zweiten Falle sind sie in Bewegung. Bewegung ist also gleichbedeutend mit Ortsveränderung, Ruhe dagegen mit Verharren an demselben Orte.

Ruhe und Bewegung eines Körpers kann immer nur relativ, d. h. im Vergleiche zur enger oder weiter ausgedehnten Umgebung des Körpers beurteilt werden.

Liegt z. B. auf dem Boden eines rollenden Eisenbahnwaggons ein Stein, so ist derselbe relativ gegen den Eisenbahnzug in Ruhe, relativ gegen die Erdoberfläche in Bewegung. Steht der Zug in der Station stille, so ist der früher betrachtete Waggon samt dem Steine relativ gegen den Stationsort, ja sogar relativ zur Erdkugel in Ruhe; da aber alle irdischen Körper die Bewegung der Erde im Weltraume mitmachen, sind Waggon und Stein relativ gegen die Himmelskörper in Bewegung. Und da schließlich auch die Himmelskörper in Bewegung sind, müssen wir es aufgeben, nach einer absolut festen Umgebung (nach einem absolut festen Bezugssysteme) zu suchen. Wir sehen daher bereits von der Bewegung der Erde ab und sagen, daß ein Körper ruht, wenn er relativ zur Erde am selben Orte verharrt, und daß er sich bewegt, wenn er relativ zur Erde seine Lage verändert.

Als „Bewegliches" betrachtet die Mechanik Naturkörper; in vielen Fällen repräsentiert dieselben aber ein materieller Punkt, d. i. ein Naturkörper von unendlich kleinen Abmessungen.

7. Bahn. Geradlinige und krummlinige Bewegung. Bewegen wir die Kreide derartig, daß ihre Spitze die Schultafel berührt, so hinterläßt sie auf derselben eine Spur. Dieselbe ist nichts anderes als die Gesamtheit der Lagen, welche das Bewegliche während der Bewegung eingenommen hat; wir bezeichnen diese Gesamtheit der Lagen als Bahn des Beweglichen. Die Bahn des Körpers kann geradlinig sein (Kreide bewegt längs eines Lineales) oder krummlinig (Kreide bewegt in einer geschwungenen Linie).

8. Gleichförmige Bewegung. Begriff der Geschwindigkeit. Einheit der Zeit. Beobachten wir, daß ein in Bewegung befindlicher Körper in aufeinanderfolgenden, beliebig klein gewählten, gleichen Zeitabschnitten gleich lange Stücke seiner Bahn oder gleich lange Wege zurücklegt, so sagen wir: die Bewegung des Körpers ist eine gleichförmige. Wir bezeichnen dabei die in der Zeiteinheit zurückgelegte Weglänge als Geschwindigkeit.

Unsere Beobachtung muß in diesem Falle zwei Größen der Messung unterwerfen: 1. die Länge des zurückgelegten Weges, 2. die Dauer der verflossenen Zeit. Für die erstere Messung wurde die Einheit des Längenmaßes bereits festgestellt (Art. 3). Für die Messung der Zeit gilt als Einheit die Sekunde, d. i. der 86 400ste Teil eines Tages (des mittleren Sonnentages oder des Tages der bürgerlichen Zeit).

Bedeutet c die Maßzahl der Geschwindigkeit, t die Maßzahl der verflossenen Zeit und endlich s*) die Maßzahl des zurückgelegten Weges, so gilt nach der obigen Definition die Beziehung

$$s = c \, . \, t, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

welche aus zweien dieser Zahlen stets die dritte finden läßt.

Ein ruhender Körper besitzt die Geschwindigkeit „Null“; für denselben gilt also $c = 0$.

Die Geschwindigkeit eines Körpers ist nur dann vollständig bestimmt, wenn außer ihrer Größe auch die Richtung, d. h. der Sinn, in welchem die Bewegung in der Bahn erfolgt, bekannt ist.

9. Veränderliche Bewegung. Verallgemeinerung des Begriffes der Geschwindigkeit. Mittlere Geschwindigkeit und Geschwindigkeit in einem gegebenen Momente. Beobachten wir, daß ein in Bewegung befindlicher Körper in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitabschnitten ungleiche Wege zurücklegt, so nennen wir die Bewegung des Körpers eine veränderliche. Während es nun bei der gleichförmigen Bewegung möglich ist, die Größe der Geschwindigkeit dadurch zu bestimmen, daß man den in t Sekunden durchlaufenen Weg s abmißt und den Quotienten der Maßzahlen von s und t (also $s:t$) ermittelt, würde die Verwendung dieses Verfahrens bei einer veränderlichen Bewegung unbrauchbar werden, weil dasselbe je nach der Wahl verschiedener Wegstücke und Zeitabschnitte die verschiedensten Werte des Quotienten $(s:t)$ ergeben könnte. Um zu finden, wie wir den Begriff der Geschwindigkeit in diesem Falle festzustellen haben, betrachten wir zunächst ein einfaches Beispiel einer veränderlichen Bewegung.

---

*) Die Wahl der allgemeinen Zahlzeichen c, t und s erklärt sich aus den Anfangsbuchstaben der lateinischen Worte celeritas = Geschwindigkeit (zugleich konstante = gleichbleibende Geschwindigkeit), tempus = Zeit, spatium = Weg. — Für „Tag“ und „Stunde“ werden zumeist die Abkürzungszeichen d und h gebraucht (vom lat. dies = Tag, hora = Stunde).

Zwei Eisenbahnstationen *A* und *B* sind voneinander 4,5 ***km*** weit entfernt. Von *A* fährt ein Zug ab und erreicht *B* in 5 Minuten. Würden wir die Wege zu messen im stande sein, welche der Zug in den einzelnen aufeinanderfolgenden Sekunden zurücklegt, so würde sich ergeben, daß dieselben bei der Ausfahrt aus der Station *A* eine Zeitlang zunahmen, auf offener Strecke vielleicht längere Zeit gleich blieben und bei der Einfahrt in die Station *B* wieder abnahmen. Im ganzen betrachtet, war also die Bewegung des Zuges jedenfalls eine veränderliche. Es ist nun, wenn nach der Geschwindigkeit der Fahrt gefragt wird, das Nächstliegende, eine mittlere Geschwindigkeit dadurch zu bestimmen, daß man die Länge des gesamten zurückgelegten Weges (4500 ***m***) und die Dauer der ganzen verflossenen Zeit (300 Sekunden) dazu verwendet, den Quotienten (4500 : 300) zu bilden; man würde somit als Geschwindigkeit des Zuges 15 ***m*** pro Sekunde angeben. Diese Angabe hätte dann die Bedeutung, daß mit dieser mittleren Geschwindigkeit von 15 ***m*** sich ein zweiter Zug auf einem Parallelgeleise gleichförmig bewegen müßte, damit er den Weg *A B* in derselben Zeit zurücklege wie der erste Zug.

Man könnte aber auch für jeden bestimmten Augenblick, beispielsweise für den ganz bestimmten Zeitpunkt, als das vorderste Rad der Lokomotive eine gewisse Marke auf den Schienen passiert, die Geschwindigkeit des Zuges folgendermaßen bestimmen. Man mißt den sehr kleinen Weg, welchen der Zug in jener hundertstel Sekunde zurücklegt, welche dem ins Auge gefaßten Zeitmomente unmittelbar folgt.*) Ergibt sich derselbe mit 0,12 ***m***, so ist man gewiß berechtigt anzunehmen, daß während des sehr kurzen Zeitraumes von $^1/_{100}$ Sekunde die Bewegung des Zuges eine gleichförmige war.**) Bildet man hieraus den Quotienten $(s:t)$, so ergibt sich derselbe mit $0{,}12:0{,}01 = 12$. Man würde somit als Geschwindigkeit des Zuges in diesem bestimmten Momente 12 ***m*** erhalten; es würde dies offenbar jene Wegstrecke sein, welche der Zug in einer ganzen Sekunde zurückgelegt hätte, wenn auch in den 99 folgenden hundertstel Sekunden immer je 0,12 ***m*** zurückgelegt würden.

Verallgemeinern wir die eben durchgeführte Betrachtung, so gelangen wir zu folgenden Definitionen: Als mittlere Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung, bei welcher der in t Sekunden durchlaufene Weg s Meter beträgt, bezeichnen wir den Quotienten $(s:t)$, der uns die Größe jener Geschwindigkeit angibt, mit welcher sich das Bewegliche gleichförmig bewegen müßte, um in derselben Zeit von t Sekunden die gleiche Weglänge von s Metern zu durchlaufen. Wir finden ferner die Maßzahl der Geschwindigkeit in einem bestimmten Momente durch den Quotienten $(\sigma:\tau)$, wobei σ die Maßzahl der Länge eines sehr kleinen Wegteilchens ist, das vom betrachteten Moment ab während der (natürlich gleichfalls sehr kleinen) Zeitdauer τ durchlaufen wird. Diese Maßzahl bestimmt offenbar jene Wegstrecke, welche in einer Zeiteinheit (Sekunde) zurückgelegt würde, wenn in allen folgenden mit τ gleichen Zeitelementen derselbe Weg σ zurückgelegt würde wie in dem betrachteten Elemente τ.

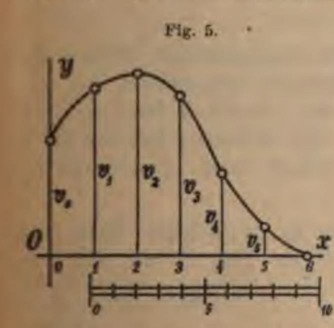
---

*) Mit Hilfe elektrischer Registrierapparate wäre eine solche Messung sogar tatsächlich ausführbar.

**) Würde eine noch feinere Messung das Gegenteil dieser unserer Annahme beweisen, so müßte statt $^1/_{100}$ Sekunde eine noch kleinere Zeitdauer (z. B. $^1/_{1000}$ Sekunde) gewählt werden.

10. Graphische Veranschaulichung von Geschwindigkeitsänderungen (Geschwindigkeitskurve). Sowie man die Schwankungen von Temperatur und Luftdruck, die verschiedenartigsten statistischen Verhältnisse (Schwankungen in der Bevölkerung von Staaten und Städten, in der Produktion der Landwirtschaft und Industrie) u. dgl. durch graphische Darstellungen (Diagramme) in sehr übersichtlicher Weise veranschaulicht, so lassen sich auch die Änderungen der Geschwindigkeit bei einer beliebig veränderlichen Bewegung sehr auffällig durch die sogenannte Geschwindigkeitskurve zum Ausdrucke bringen. Man erhält dieselbe, wenn man (Fig. 5) auf einer horizontalen Geraden Ox (Abszissenachse) gleich lange Strecken aufträgt, welche den Maßzahlen der verflossenen Zeiten proportional sind, und in allen den erhaltenen Punkten Normalen errichtet, deren Längen den Maßzahlen der jeweilig erlangten Geschwindigkeiten (v_0, v_1, v_2 . . .) entsprechen.*)

Fig. 5.



Bei der Bewegung, deren Geschwindigkeitsverhältnisse Fig. 5 darstellt, war nach dieser Figur zu Beginn der Bewegung die Geschwindigkeit 5 *m* (vgl. den kleinen Längenmaßstab!); sie wuchs dann — anfänglich stärker, dann minder stark — bis sie nach der 2. Sekunde einen größten Wert (8 *m*) besaß, nahm hierauf — anfänglich ziemlich rasch, dann weniger stark — ab und war nach Verlauf von 6 Sekunden gleich Null. — Man hüte sich, die Geschwindigkeitskurve und die Bahn des Körpers zu verwechseln!

Es läßt sich nun leicht beweisen, daß die Fläche, welche zwischen der Geschwindigkeitskurve, der Abszissenachse und den beiden Normalen liegt, welche Anfangs- und Endgeschwindigkeit darstellen, oder, wie wir kürzer immer sagen wollen: daß die Fläche der Geschwindigkeitskurve der Maßzahl nach (numerisch) den bei der Bewegung zurückgelegten Weg angibt. Bei der gleichförmigen Bewegung, für welche die Geschwindigkeitskurve eine im Abstande c zur Abszissenachse parallele Gerade ist (Fig. 6), ergibt sich die Fläche der Geschwindigkeitskurve mit (ct) Flächeneinheiten; sie stimmt also der Maßzahl nach mit dem zurückgelegten Wege $s = ct$ überein. Wie immer aber auch die Geschwindigkeit sich ändern mag (die Geschwindigkeitskurve gestaltet sein mag), kann man doch die ganze Bewegungsdauer in hinlänglich kurze Intervalle τ auflösen (Fig. 7), die so klein zu wählen sind, daß die Bewegung während jedes solchen Intervalles als eine gleichförmige

Fig. 6.

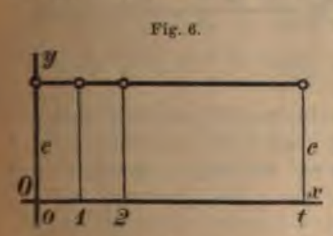
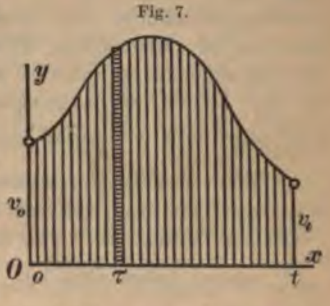


Fig. 7.



*) Veränderliche Geschwindigkeiten werden mit v bezeichnet vom lateinischen velocitas = Geschwindigkeit, zugleich variable = veränderliche Geschwindigkeit.

angesehen werden kann. Jeder so erhaltene Flächenstreifen gibt dann nach dem vorigen den während τ zurückgelegten Weg an; ihre Summe — also die Fläche der Geschwindigkeitskurve — ist daher der Maßzahl nach wieder gleich dem ganzen zurückgelegten Wege.

11. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung als Beispiel einer veränderlichen Bewegung. Begriff der Beschleunigung. Wir nehmen an, daß bei einer veränderlichen Bewegung die Geschwindigkeit stets proportional der verflossenen Zeit zunehmen möge. Es möge also der Wert der Geschwindigkeit nach Ablauf der Zeit t, welchen wir durch v_t bezeichnen wollen, ausgedrückt sein durch

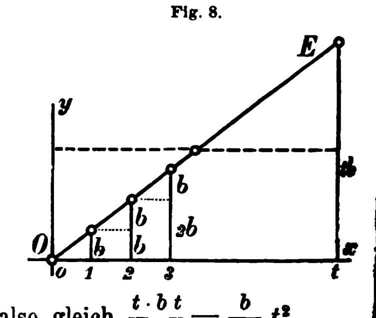
$$v_t = b \cdot t \text{ . . . . (2),}$$

worin b vorläufig nur einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Unbekümmert darum, ob die Natur uns überhaupt solche Bewegungen darbiete, wollen wir eine derartige Bewegung als eine gleichförmig beschleunigte bezeichnen.

Die Bezeichnung „beschleunigt" ist zunächst dadurch gerechtfertigt, daß die Geschwindigkeit zunimmt. Da aber die Geschwindigkeitszunahme proportional der verflossenen Zeit ist, wird die Geschwindigkeit den 2-, 3-, 4-... n-fachen Wert von der zur Zeit 1 vorhandenen Geschwindigkeit annehmen, wenn die verflossene Zeit das 2-, 3-, 4-... n-fache der Zeiteinheit ist: die Geschwindigkeit nimmt somit „gleichmäßig" oder „gleichförmig" zu.

Die Geschwindigkeitskurve erläutert uns wieder in deutlichster Weise die Geschwindigkeitsverhältnisse. Die Bewegung beginnt zur Zeit 0 mit der Geschwindigkeit $v_0 = 0$; am Schlusse der 1. Sekunde ist dieselbe $v_1 = b$; am Schlusse der 2, 3, 4, ..., t^{ten} Sekunde ist $v_2 = 2b$, $v_3 = 3b$, $v_4 = 4b \ldots, v_t = tb$; werden nun diese Werte b, $2b$, $3b$, ... tb auf den in den Punkten 1, 2, 3 ... t der Abszissenachse errichteten Normalen aufgetragen (Fig. 8), so ergibt sich als Geschwindigkeitskurve eine schräg gegen die Abszissenachse aufsteigende Gerade. Nach dem im Art. **10** abgeleiteten Satze ist also die Maßzahl des in der Zeit t zurückgelegten Weges s_t ausgedrückt durch den Inhalt des Dreieckes OtE, also gleich $\frac{t \cdot bt}{2} = \frac{b}{2} t^2$.

Fig. 8.



Hätte sich der Körper mit der mittleren Geschwindigkeit zwischen dem Anfangswerte 0 und dem Endwerte bt der Geschwindigkeit, d. i. mit $\frac{1}{2} bt$, gleichförmig durch t Sekunden bewegt, so würde sich (nach Art. 8 und **10**) für den Weg s_t derselbe Wert $\frac{b}{2} t^2$ ergeben haben. (Fig. 8.)

Wir gelangen also zu dem Ergebnisse, daß für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, bei welcher $v_t = bt$ sein soll, der in der Zeit t zurückgelegte Weg gegeben ist durch

$$s_t = \frac{b}{2} t^2 \text{ . . . . (3).}$$

Die Formel (2) sowie die Fig. 8 zeigen uns dabei, daß bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung die Geschwindigkeit in jeder Sekunde um die Größe b wächst; wir nennen diesen in der Zeiteinheit erfolgenden Geschwindigkeitszuwachs die Beschleunigung. Ihre Maßzahl wird nach Formel (2) gefunden durch $b = \frac{v_t}{t}$, indem man also die Maßzahl der Geschwindigkeit durch die Maßzahl der Zeitdauer der Bewegung dividiert. Ferner erkennen wir (aus Formel [3] sowie aus Fig. 8), daß der in der ersten Sekunde zurückgelegte Weg numerisch gleich ist der halben Beschleunigung und daß die in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wege immer um die Größe b wachsen.*)

Eliminiert man aus den Formeln (2) und (3) die Größe t, so ergibt sich

$$v_t = \sqrt{2\,b\,s_t} \;\ldots\ldots\; (4) \text{ und } s_t = \frac{v_t^2}{2\,b} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (4\,a),$$

welche Formeln uns Relationen zwischen der erlangten Endgeschwindigkeit und dem durchlaufenen Wege angeben.

Bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung ergibt sich die Größe der Beschleunigung offenbar auch, wenn t und t' zwei verschiedene Zeitmomente des Bewegungsaktes vorstellen, durch Subtraktion der beiden Gleichungen $v_t = bt$ und $v_t' = bt'$ mit dem Werte

$$b = \frac{v_t - v_t'}{t - t'} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (5)$$

wonach man also die Beschleunigung bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung auch findet, wenn man die Änderung der Geschwindigkeit durch die Zeit dividiert, in welcher die Änderung erfolgte. Für $t' = 0$ und (daher) $v_t' = 0$ ergibt Formel (5) den früher angegebenen Wert $b = \frac{v_t}{t}$.

Auch für den Fall einer ungleichförmig beschleunigten Bewegung, d. h. einer Bewegung, bei welcher wohl die Geschwindigkeit zunimmt, jedoch nicht proportional der verflossenen Zeit zunimmt, läßt sich durch ähnliche Überlegungen, wie sie im Art. 9 hinsichtlich der Geschwindigkeit angestellt wurden, sowohl die mittlere Beschleunigung (nach Formel [5] als Quotient aus der Differenz zwischen Anfangs- und Endgeschwindigkeit durch die Dauer der Bewegung) als auch die Beschleunigung, welche für einen bestimmten Moment der Bewegung gilt, angeben. Unter der letzteren versteht man den (gleichfalls aus Formel [5] abgeleiteten) Quotienten aus der Maßzahl jener Änderung φ der Geschwindigkeit, welche während des sehr kleinen Zeitintervalles τ erfolgte, das sich dem betrachteten Zeitmomente unmittelbar anschloß, durch die Maßzahl von τ. Die so gewonnene Größe ($\varphi : \tau$) würde jenen Geschwindigkeitszuwachs vorstellen, welcher in einer vollen Zeiteinheit (Sekunde) vorhanden sein würde, wenn auf jedes folgende gleiche Zeitelement τ derselbe Zuwachs entfiele wie auf das betrachtete Element τ.

Dieselben Betrachtungen ließen sich nun auch ausführen unter Zugrundelegung der Annahme $v_t = -b \cdot t$; die sich ergebende Bewegung wäre eine

*) Denn es ist

$$\left[s_{t+1} - s_t\right] - \left[s_t - s_{t-1}\right] = \frac{b}{2}\left\{(t+1)^2 - t^2 - t^2 + (t-1)^2\right\} = b.$$

gleichförmig verzögerte zu nennen; die Größe — b, also eine negative Beschleunigung, würde den auf die Zeiteinheit entfallenden Geschwindigkeitsverlust vorstellen, den man als Verzögerung bezeichnen müßte. Da bei dieser Bewegung aber sowohl die Geschwindigkeit als der Weg als negative Größen erscheinen würden, vermögen wir uns die erlangten Resultate vorläufig nicht zu deuten. Sie gelangen indessen zu greifbarer Bedeutung in den Art. **22**, **25** u. s. w.

12. Das Galilei Newtonsche Prinzip der Trägheit. Der Begriff der Kraft. Um veränderliche Bewegungen, d. h. solche, bei denen die Geschwindigkeit sich ändert, genauer zu studieren, fassen wir zunächst einige Erfahrungstatsachen ins Auge.

Wir schleudern eine Kugel derartig mit der Hand, daß sie über einen rauhen, aber dabei horizontalen Kiesboden dahinrollt. Wir bemerken zweierlei: erstens, daß die Kugel eine veränderliche Bewegung ausführt, indem nämlich ihre Geschwindigkeit abnimmt (also sich ändert) und zweitens, daß die Kugel längs einer geradlinigen Bahn fortrollt, wenn nicht eine gröbere Unregelmäßigkeit der Unterlage (Stein, Vertiefung u. dgl.) auffälligere Abweichungen hiervon veranlaßt. Stellen wir denselben Versuch auf einer horizontalen Eisfläche an, so wird die Geschwindigkeit der Kugel weit weniger rasch abnehmen; aber auch hier wird (die früher erwähnten Fälle ausgenommen) die Bahn der Kugel eine geradlinige sein.

Der Vergleich beider Experimente bringt uns zur Überzeugung, daß die Abnahme der Geschwindigkeit sowie jede Änderung ihrer Richtung durch eine vom Kiesboden, beziehungsweise von der Eisfläche, also kurz: von der Unterlage auf die Kugel ausgeübte Einwirkung veranlaßt ist, welche Einwirkung von der Eisfläche weit weniger ausgeübt wird als von der Kiesfläche. Es drängt sich uns daher die Überzeugung auf, daß die Geschwindigkeit der Kugel sich gar nicht, d. h. weder der Größe noch der Richtung nach, geändert haben würde, wenn es möglich wäre, die störende Einwirkung der Unterlage ganz zu beseitigen. Jede derartige Einwirkung anderer Körper auf den betrachteten pflegt man durch das Wort Kraft zu bezeichnen. Kraft ist also die Ursache einer Änderung, welche eine Bewegung entweder in der Größe der Geschwindigkeit oder in der Bewegungsrichtung oder in beiden zugleich erfährt.

Das oben ausgesprochene Gesetz, welches bereits Galilei*) auffand (vgl. Art. 35), erhielt durch Newton**) folgende präzise Fassung: Jeder Körper

*) Galileo **Galilei**, geb. 1564 zu Pisa, gest. 1642 zu Arcetri, lebte als Professor der Mathematik zu Pisa, Padua und Florenz. Seine bedeutsamsten Erfindungen und Studien erstrecken sich über die meisten Kapitel der Physik; geradezu epochemachend war aber seine Behandlung gewisser Probleme der Mechanik, bei welchen sein Name wiederholt genannt werden wird. Aus seiner gereiften Einsicht in die Mechanik ging das Trägheitsgesetz hervor.

) Isaac **Newton, geb. 25. Dezember 1642 zu Woolsthorpe in der englischen Grafschaft Lincoln, gest. 20. März 1727 zu Kensington bei London, war einer der hervorragendsten Gelehrten auf dem Gebiete der Mathematik und Physik; besonders bedeutungsvoll wurden seine Entdeckungen auf dem Gebiete der Mechanik (Gravitationsgesetz, Kräfteparallelogramm etc.) sowie der Optik.

verharrt in seinem Zustande der Ruhe*) oder der gleichförmigen Bewegung in geradliniger Bahn, solange er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern. Man pflegt diesen wichtigen Satz als das Gesetz der Trägheit oder als das Galileische Prinzip der Trägheit zu bezeichnen.

Man nennt das Gesetz ein Prinzip, d. h. ein „erstes oder grundlegendes" Gesetz oder einen Grundsatz, weil dasselbe keines anderen Gesetzes zu seiner Begründung bedarf, vielmehr umgekehrt andere Gesetze des genannten Prinzipes zu ihrer Begründung bedürfen. Seine Richtigkeit wird zunächst durch Verstandesschlüsse (vgl. auch Art. **35**) einleuchten. Die Überzeugung von seiner Richtigkeit wird aber noch eine weit festere dadurch werden, daß alle später zu betrachtenden Bewegungserscheinungen als Folgen (Konsequenzen) dieses Gesetzes erscheinen.

Im täglichen Leben begegnet man zahlreichen Äußerungen des Trägheitsgesetzes. Personen, die in einem Wagen sitzen, fallen mit dem Oberkörper nach rückwärts, wenn die Pferde (Lokomotive) den Wagen plötzlich nach vorwärts in Bewegung setzen. Wie verhält es sich, wenn der schnellbewegte Wagen plötzlich angehalten wird? Ein rasch Laufender kann nicht plötzlich stille stehen. Stolpert er, so fällt er stets nach vorwärts. Warum stürzt der Reiter über den Kopf des Pferdes, wenn dasselbe plötzlich seinen schnellen Lauf unterbricht? Warum wird eine Person, welche aus einem mit großer Geschwindigkeit fahrenden Wagen springt, zu Boden geschleudert? Nach welcher Richtung muß man mindestens abspringen? Wie verhält es sich beim Aufspringen? Nach welcher Seite geschieht dies? Wie kommt es, daß ein loser Hammer durch Aufstoßen seines Stieles an diesem befestigt wird? Worauf beruhen das Ausspritzen der Tinte aus der Feder, das Abschütteln des Obstes von den Bäumen? Wodurch erklären sich die verheerenden Wirkungen bei einem Eisenbahnzusammenstoße?

13. Die Fallbewegung. Legen wir einen etwas größeren Stein auf unsere flache Hand oder binden wir denselben an eine Schnur, deren anderes Ende wir in der erhobenen Hand halten (Lot, Senkel), so fühlen wir das erstemal einen Druck, das zweitemal einen Zug, welchen der Stein jedesmal auf unsere Hand nach abwärts ausübt. In jedem Falle fühlt unsere Hand, daß der Körper das Bestreben hat, sich nach unten zu bewegen. Gibt die Hand den Stein frei, so tritt tatsächlich eine Abwärtsbewegung ein, welche längs eines freihängenden Lotes (in „lotrechter" Richtung oder auch in der Richtung gegen den Erdmittelpunkt) erfolgt.

Wir nennen das Bestreben jedes**) Naturkörpers, zur Erde zu fallen, die Schwere; ist der Naturkörper frei, so tritt infolge dieses Bestrebens die oben angedeutete Bewegung ein, welche wir als Fallbewegung oder als freien Fall bezeichnen.

Da der frei fallende Körper seinen anfänglichen Zustand der Ruhe (Geschwindigkeit = Null) aufgibt und in Bewegung kommt, ist eine Einwirkung von außen auf den Körper, also eine Kraft vorhanden. Wir nennen sie Schwerkraft.

---

*) Ruhe ist gleichbedeutend mit Bewegung mit der Geschwindigkeit „Null". Dieser Nullwert muß daher auch nach dem obigen Gesetze erhalten bleiben.

**) Daß die Schwere eine allen festen und flüssigen Körpern zukommende Eigenschaft ist, braucht wohl keines Nachweises. Die Schwere gasförmiger Körper wird später (Art. 78) experimentell bewiesen werden.

Schon oberflächliche Betrachtungen nötigen zu der Erkenntnis, daß di Fallbewegung eine beschleunigte ist. So verfolgt man den Stein um so schwere mit den Augen, je tiefer er bereits gefallen ist. Ebenso wird auch der Schla auf die untergehaltene Hand, der Schall beim Aufschlagen auf den Boden dan ein stärkerer. Galilei hat nun die Vermutung ausgesprochen, daß die Fall bewegung eine gleichförmig beschleunigte ist, und hat diese Vermutun durch Versuche bestätigt (Art. **35**). Die experimentellen Nachweise dieser Tat sache gestalten sich aber etwas schwierig, da die Fallbewegung sehr rasch er folgt. So würde beispielsweise die Höhe eines Zimmers in weniger als eine Sekunde durchfallen werden. Auch ist es nicht gut möglich, durch das Experimen nachzuweisen, daß die Geschwindigkeit proportional der Zeit wachse; leichte ist es, experimentell Fallräume (durch Längenmessung) und Fallzeiten (durc Zeitmessung) zu bestimmen. Ist nun die Fallbewegung tatsächlich eine gleich förmig beschleunigte, so müßten nach Formel (3) des Art. **11** die in 1, 2 3 ... Sekunden zurückgelegten Fallräume sich verhalten wie die Quadrat der Fallzeiten, also wie 1 : 4 : 9 : 16 ...

Dies bestätigt in der Tat das folgende Experiment. An einer längeren Schnur (Fig. 9 a) sind Bleikugeln so befestigt, daß ihre Abstände von der untersten, beziehungsweise sind *a*, 4 *a*, 9 *a*, 16 *a*, 25 *a* u. s. w., wobei *a* den Abstand der beiden untersten Kugeln bezeichnet. Wird die Schnur am oberen Ende so gehalten, daß die unterste Kugel dicht oberhalb des Fußbodens hängt und dann das obere Ende freigelassen, so schlagen die Kugeln in gleichem Rhythmus auf den Fußboden. Werden dagegen einzelne Kugeln gegen die frühere Lage etwas verschoben (Fig. 9 b) oder auch die Kugeln in gleiche Abstände voneinander gebracht, so ist die Gleichheit des Rhythmus beim Aufschlagen gestört.

Fig. 9.

a b

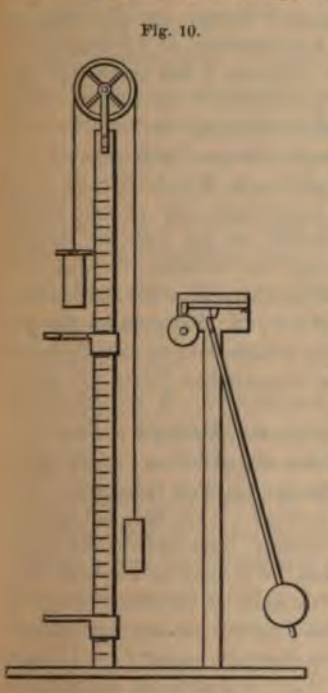
Zur genaueren Beobachtung der Fallbewegung bedarf man entweder einer feineren Methode der Zeitmessung (Chronoskope und Chronographen [Art. **206**]) oder man muß trachten, die Fallbewegung ohne Änderung ihres Gesetzes so zu verlangsamen, daß dieselbe unmittelbar beobachtet werden kann. Einen von Galilei hierfür ersonnenen Weg werden wir später (Art. **35**) kennen lernen. In sinnreicher Weise ist die Verlangsamung erreicht bei der Atwoodschen Fallmaschine (Fig. 10). Auf einer mit Maßstab versehenen vertikalen Tragsäule befindet sich ein sehr leichtes und leicht bewegliches, am Rande mit einer Rinne versehenes Rädchen (Rolle), über welches ein dünner Faden gelegt ist, an dessen Enden sich gleich große Gewichte befinden; beide suchen die Rolle gleich stark in entgegengesetztem Sinne zu drehen, so daß sie in Ruhe bleibt. Wird jedoch auf das eine der Gewichte ein kleines Übergewicht (längliches Metallplättchen) gelegt, so tritt auf dieser Seite Abwärtsbewegung ein, die aber im Vergleiche zum freien Fall um so langsamer vor sich geht, je kleiner das Übergewicht im Verhältnisse zu den beiden Hauptgewichten ist.

Ein einfacher Vergleich bietet uns eine vorläufig hierfür genügende Erklärung. E Lastträger wird unbelastet weit rascher laufen können, als wenn er einen sehr schwer Gegenstand zu tragen hat; denn das einemal hat seine Muskelkraft nur die Last e eigenen Körpers in Bewegung zu setzen, das anderemal aber außerdem die Last d schweren Gegenstandes. Ähnlich hat das kleine Übergewicht, das frei fallend sich all

abwärtsbewegen würde, nun bei der Fallmaschine die Last der beiden größeren Gewichte zu schieben und zu ziehen und außerdem noch die Rolle zu drehen.*) So erklärt sich die Verlangsamung seines Falles.

Durch Probieren können wir nun ein Übergewicht finden, welches eine Abwärtsbewegung hervorbringt, bei der beispielsweise in der ersten Sekunde (bestimmbar durch die Glockenschläge eines beigegebenen Sekundenpendels, Fig. 10) ein Weg von 5 *cm* zurückgelegt wird. Während 2, 3, 4 ... Sekunden werden dann Wege von beziehungsweise 4 · 5 *cm*, 9 · 5 *cm*, 16 · 5 *cm* . . . zurückgelegt. Wird durch ein kreisförmig durchlochtes Tischchen (Fig. 10) veranlaßt, daß das treibende Übergewicht z. B. nach der 2. Sekunde abgehoben wird, so bewegen sich dann die großen Gewichte nur zufolge des Trägheitsgesetzes gleichförmig mit der Endgeschwindigkeit am Schlusse der 2. Sekunde (vgl. Art. **9**), in unserem speziellen Falle also mit 20 *cm* Geschwindigkeit, weiter. Durch diese Versuche ergeben sich folgende Fallgesetze, welche mit den Gesetzen übereinstimmen, welche die Formeln (2) und (3) des Art. **11** für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung zum Ausdrucke brachten:

Fig. 10.



1. Die Geschwindigkeiten verhalten sich wie die verflossenen Zeiten, oder die Geschwindigkeit ist der Fallzeit proportional.

2. Die Fallräume, gerechnet vom Anfangspunkte der Fallbewegung, verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

3. Die Fallräume in den einzelnen Sekunden verhalten sich wie die entsprechenden ungeraden Zahlen.

Das 3. Fallgesetz bildet gegenüber dem 2. keine neue physikalische Tatsache; es ist vielmehr lediglich eine Konsequenz des arithmetischen Satzes, daß die Summe der ersten n ungeraden Zahlen, also $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 3) + (2n - 1)$, gleich n^2 ist, was sich durch Zuzammenziehung je zweier Glieder ergibt, welche von den Enden gleichweit abstehen.

4. Die Geschwindigkeit am Ende der 1. Sekunde ist numerisch ebenso groß wie der Geschwindigkeitszuwachs oder die Beschleunigung. Letztere beträgt beim freien Falle für Berlin nahezu 981 *cm* pro Sekunde, variiert aber mit der geographischen Breite sowie mit der Seehöhe des Beobachtungsortes (vgl. Art. **16** und **18**).

5. Der Fallraum der ersten Sekunde ist numerisch gleich der halben Beschleunigung beim freien Falle.

*) Der Umstand, daß das Übergewicht auch die Rolle zu drehen hat, kommt einer Vermehrung der zu bewegenden Gesamtlast gleich; dieselbe ziffermäßig festzustellen, überschreitet die Grenzen dieses Lehrbuches.

6. Die Zunahme der Fallräume in den einzelnen Sekunden ist numerisch gleich der Fallbeschleunigung.

Wird die Beschleunigung beim freien Falle mit g*) bezeichnet, so erhalten wir nach Art. **11** folgende Gruppe von Formeln für den freien Fall:

$$\left.\begin{array}{ll} v_t = gt; & s_t = \frac{g}{2}\cdot t^2; \\ v_t = \sqrt{2gs_t}; & s_t = \frac{v_t^2}{2g}; \\ v_1 = g; & s_1 = \frac{g}{2}. \end{array}\right\} \quad (6).$$

Aufgaben. 1. Welchen Weg legt ein Eisenbahnzug in 4 Stunden zurück, wenn er in der Sekunde 16 ***m*** macht? — **2.** Wie weit fliegt eine Kanonenkugel in 4,8 Sekunden? ($c = 450$ ***m*** pro Sekunde.) — **3.** Wenn ein Fußgänger in 12 Minuten 1 ***km*** zurücklegt, wie groß ist seine Geschwindigkeit? — **4.** Wie groß ist die Geschwindigkeit des Lichtes, wenn dasselbe in $^1/_{100}$ Sekunde 3000 ***km*** zurücklegt? — **5.** Man bestimme die mittlere Geschwindigkeit des Orient-Expreßzuges, welcher (Fahrtunterbrechungen abgerechnet) die Distanz Wien—Paris (1351 ***km***) in 24 Stunden zurücklegt? — **6.** Ein Beobachter sieht eine Granate in demselben Momente in die Zielscheibe einschlagen, als er den Schuß hört. Er steht 1000 ***m*** hinter dem Geschütze und dieses 1500 ***m*** vor der Scheibe. Welche Anfangsgeschwindigkeit besaß das Geschoß? (Geschwindigkeit des Schalles = $^1/_3$ ***km*** pro Sekunde.)**) — **7.** Welche Geschwindigkeit besitzt ein Punkt des Umfanges eines Mühlsteines, der bei 1 ***m*** Durchmesser 200 Touren in der Minute macht? — **8.** Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Ortes des Äquators, wenn man nur die Achsendrehung der Erde ins Auge faßt? Wie groß diejenige eines Punktes von der geographischen Breite φ? (Erdumfang am Äquator 40070,4 ***km***; speziell für Berlin $\varphi = 52^0\,30'\,16{,}7''$.) — **9.** Wie lange und wie hoch fiel***) ein Körper, der mit 120 ***m*** pro Sekunde Endgeschwindigkeit auf der Erde ankam? — **10.** Wie lange würde ein Körper von der Spitze des 300 ***m*** hohen Pariser Eiffelturmes zur Erde fallen? — **11.** In welcher Zeit legt ein Körper bei 4 ***m*** (konstanter) Beschleunigung (pro Sekunde) einen Gesamtweg von 5 ***km*** zurück? — **12.** Eine Lokomotive erlangt beim Anlaufe eine Beschleunigung von 20 ***cm*** pro Sekunde. Nach wie viel Sekunden besitzt sie ihre volle Geschwindigkeit von 12 ***m*** pro Sekunde? Wie weit ist sie dann vom Ausgangspunkte? — **13.** Ein Kanonenrohr ist 2 ***m*** lang; wie groß ist die Beschleunigung durch die explodierenden Pulvergase und wie lange ist das Projektil im Rohre, wenn die Endgeschwindigkeit beim Verlassen der Bohrung 700 ***m*** pro Sekunde beträgt? — **14.** Der Anlauf eines Kurierzuges dauert 25 Sekunden auf 200 ***m*** Weg. Wie groß ist die erlangte Endgeschwindigkeit? — **15.** Ein frei fallender Körper hat in einem Punkte v ***m***, in einem tieferen v' ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit. Wie weit sind beide Punkte voneinander entfernt? ($v = 40$ ***m***, $v' = 150$ ***m*** pro Sekunde.) — **16.** Ein Stein fällt aus einer gewissen Höhe frei herab. t Sekunden später läßt man von einem a ***m*** tiefer gelegenen Punkte aus einen zweiten Körper fallen. Beide erreichen gleichzeitig den Boden. Wie lange hat der erste Körper zu seinem Falle gebraucht und wie hoch lag sein Ausgangspunkt über dem Boden? — **17.** Wie tief ist ein Brunnen, wenn man einen frei hinabfallenden Stein nach t Sekunden aufschlagen hört? (Die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalles sei c Meter pro Sekunde.) — **18.** Ein Meteorstein kommt t [3] Sekunden später, als man das Meteor in der Luft zerplatzen gehört hatte, auf die Erde. In welcher Höhe zersprang es, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles c [333] ***m*** pro Sekunde ist?

*) g vom lateinischen gravitas = Schwere.

**) Die Zeit, welche das Licht für die kurze Strecke von 1 *km* braucht, ist zu vernachlässigen.

) g ist immer, wenn nicht ausdrücklich anders bemerkt, abgerundet, mit 10 ***m pro Sekunde anzunehmen.

14. Bestimmungsstücke einer Kraft. Statische Wirkung einer Kraft. Zur vollständigen Bestimmung einer Kraft gehören vier Angaben: 1. ihr Angriffspunkt, das ist derjenige Punkt des Körpers, den die Kraft unmittelbar in Bewegung zu setzen sucht; 2. ihre Richtung, das ist der Sinn der Bewegung, in welchem die Kraft den Angriffspunkt längs einer unbegrenzten Geraden — der Wirkungslinie der Kraft — zu verschieben sucht; 3. ihre Größe (Stärke oder Intensität) und 4. die Zeitdauer ihrer Wirkung. Um einzusehen, was man sich unter der Größe einer Kraft zu denken hat, betrachten wir zwei verschieden große Stücke aus einem und demselben Material, z. B. einen Eisennagel und einen vom Stiele herabgenommenen Hammer. Legen wir abwechselnd Nagel und Hammer auf die horizontal ausgestreckte Hand, so spüren wir jedesmal deutlich einen Druck, der auf die Handfläche, und zwar nach abwärts gerichtet ist. Dieser Druck ist insofern als Kraft zu bezeichnen, als er die Ursache der bei Freigebung der Körper eintretenden Abwärtsbewegung ist. Da dieser Druck uns nun bei Verwendung des Hammers größer erscheint wie bei Benützung des Nagels, belehrt uns unser Muskelgefühl unmittelbar darüber, daß die vom Hammer auf die Handfläche ausgeübte Kraft größer ist als die vom Nagel ausgeübte. Beurteilt wurde dabei die Größe der Kraft nach ihrer im Zustande der Ruhe ausgeübten Wirkung oder, wie man kürzer sagt: nach ihrer statischen Wirkung.

15. Definition gleicher Kräfte. Das Prinzip der gleichen Wirkung und Gegenwirkung (Aktion und Reaktion). Bei dem zuletzt besprochenen Beispiele fielen die verwendeten Körper nicht nach abwärts, weil die Muskelkraft unseres Armes bestrebt war, sie beständig nach aufwärts zu heben. Auf den auf der Hand liegenden Körper waren also zwei äußere Einwirkungen (Kräfte) als Bewegungsursachen tätig; er bewegte sich trotzdem nicht oder verblieb im Gleichgewichte, weil sich beide Kräfte in ihrer Wirkung aufhoben. Wir definieren daher: Zwei oder mehrere Kräfte halten sich an einem Körper Gleichgewicht, wenn sie sich in ihrer Wirkung auf den Körper aufheben. Ferner sollen zwei Kräfte dann als gleich gelten, wenn sie an einem Punkte eines Körpers in entgegengesetzten Richtungen wirkend sich das Gleichgewicht halten.

Damit nun auf einen Körper A eine Kraft, also eine Ursache, einwirke, welche den Bewegungszustand desselben ändere, ist nach unserer Erfahrung immer ein zweiter Körper B nötig, welcher diese Ursache ausübt. Die Erfahrung zeigt nun in jedem Falle, daß diese Wirkung nie einseitig von B auf A, sondern gleichzeitig in derselben Stärke auch von A auf B ausgeübt wird. Es spricht sich dies in dem von Newton aufgestellten Prinzip der gleichen Wirkung und Gegenwirkung (Aktion und Reaktion) aus, welches lautet: Übt ein Körper B auf

den Körper A eine Kraft aus, so übt A auf B eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft aus.

Fig. 11a.

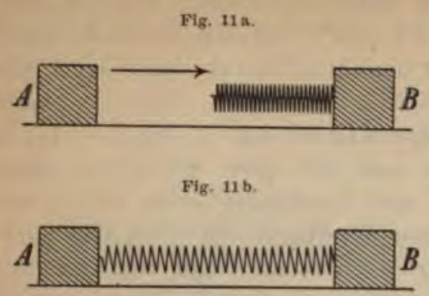


Fig. 11b.

Um zu erreichen, daß der auf einer Tischplatte liegende Körper A (Fig. 11 a) sich in der Richtung des Pfeiles bewege, hängen wir an demselben eine Spiralfeder an, die an einem zweiten Körper B befestigt ist, wobei wir B auf der Tischplatte festhalten. Dadurch ist die Spiralfeder auf eine größere Länge ausgezogen worden (Fig. 11 b). Wird nun A losgelassen, so bewegt sich A gegen B unter Einfluß der von B auf A ausgeübten Kraft. Ebenso wird aber auch, wenn wir bei der Stellung der beiden Körper (Fig. 11 b) den Körper A festhalten und B loslassen, sich B gegen A bewegen; somit ist auch eine von A auf B ausgeübte Einwirkung (Kraft) vorhanden. Beide müssen gleich groß, aber entgegengesetzt sein; denn verbindet man A und B durch einen festen Stab, so kann man ebensowohl A als B loslassen, ohne daß eine Bewegung nach der einen oder nach der anderen Richtung eintritt. — Liegt auf zwei Unterlagen A und B ein längeres, recht biegsames Brettchen (Fig. 12 a) und wird auf dasselbe ein schwerer Gegenstand C gelegt (Fig. 12 b), so übt derselbe auf das Brettchen einen Abwärtsdruck aus, infolgedessen sich dasselbe biegt. Genau denselben Druck übt aber infolge der Durchbiegung das Brettchen nach aufwärts aus, wie wir sofort fühlen, wenn wir C entfernen und nun durch Niederdrücken der Mitte des Brettchens dieselbe Durchbiegung wie früher erzielen wollen. — Kleiner Magnet und ebensogroßes Eisenstückchen mittels Korkscheiben auf Wasser schwimmend. Gegenseitige Anziehung. — Rückstoß der Feuerwaffen. — Fortschleudern eines Nachens beim Ausspringen aus demselben.

Fig. 12a.

Fig. 12b.

16. Gewicht. Einheit des Gewichtes. Veränderlichkeit derselben mit dem Beobachtungsorte. Jeder Körper übt — wie schon im Eingange des Art. **13** angedeutet wurde —, wenn er am Fallen gehindert wird, vermöge seiner Schwere einen Druck auf seine ruhende horizontale Unterlage oder einen Zug auf seine Aufhängevorrichtung aus, welchen wir das Gewicht des Körpers nennen. Als Einheit des Gewichtes dient das Kilogrammgewicht, d. h. der Druck, welchen das Pariser „Urkilogramm" (Kilogramm des archives) in Paris auf die ruhende horizontale Unterlage ausübt. Als physikalische Gewichtseinheit dient — wenn nichts anderes gesagt wird — der tausendste Teil der obigen Einheit, das Grammgewicht.

Das Pariser „Urkilogramm", welches aus Platin-Iridium gefertigt ist, übt in Paris nahezu denselben Gewichtsdruck aus wie 1 dm^3 chemisch reinen Wassers von $+ 4^{\circ}$ C.

Würden wir das Pariser Kilogramm an einen anderen Ort der Erde bringen, der mit Paris in der geographischen Breite sowie in der Höhenlage über dem

Meeresspiegel übereinstimmt, so würde auch der daselbst ausgeübte Gewichtsdruck derselbe wie in Paris sein. In diesem Sinne könnte daher als Einheit des Gewichtes auch der an einem Orte von (rund) 45° geographischer Breite und von 0 *m* Seehöhe von dem Pariser Urkilogramm oder von einer hiermit vollkommen übereinstimmenden Kopie auf eine ruhende, horizontale Unterlage ausgeübte Gewichtsdruck gelten. Würde aber dieses Normalkilogramm an einen Ort der Erde gebracht, der in seiner geographischen Breite sowie in der Seehöhe von den obigen Angaben abweicht, so würde der daselbst vorhandene Gewichtsdruck nicht mehr die früher angegebene Größe haben; er würde vielmehr mit wachsender geographischer Breite sowie mit abnehmender Höhenlage zunehmen, dagegen mit abnehmender geographischer Breite sowie mit zunehmender Seehöhe abnehmen. Die Erklärung hierfür kann erst später (Art. **144** u. **152**) gegeben werden.

17. Statische Messung einer Kraft. Da die Einheit des Gewichtes — das Kilogrammgewicht — durch den Druck auf eine ruhende horizontale Unterlage an einem und demselben Orte der Erde eine Kraft von unveränderlicher statischer Wirkung vorstellt, ist es möglich, andere Kräfte mit dieser Krafteinheit zu vergleichen, beziehungsweise zu messen. In diesem Sinne stellt also der Gewichtsdruck des Kilogrammgewichtes die Einheit der Kraft, gemessen im sogenannten Gravitationsmaße vor. Die Kraft von *n* solchen Krafteinheiten würde daher durch den Gewichtsdruck von *n* vereinigten Kilogrammgewichtsstücken hervorgebracht.

Die in Rede stehende Kraftmessung geschieht statisch, d. h. durch Herstellung des Gleichgewichtes zwischen der zu messenden Kraft und der durch Kilogrammgewichtsstücke geleisteten Vergleichskraft. Dabei kann man, wenn nötig, eine Rolle (Art. **43**) zur Abänderung der Richtung des Zuges anwenden. Oder man kann eine Federwage (Art. **61**), deren Hauptbestandteil eine starke elastische Feder ist, die entweder auseinandergezogen oder zusammengedrückt wird, durch allmähliches Belasten mit 1, 2, 3 . . . Kilogrammgewichtsstücken eichen, indem man z. B. die jeweilig hervorgebrachten Verlängerungen der Feder an einer Skala markiert. Dehnt dann irgend eine zu messende Kraft die Spiralfeder dieser Wage bis zu jenem Teilstriche aus, bei dem beim Eichen die Belastung der Wage *n* ***kg*** betrug, so ist die zu messende Kraft gleich *n* Krafteinheiten im Gravitationsmaße (Feder-Kraftmesser oder Feder-Dynamometer.)

Würden drei gleichartige Federwagen, und zwar eine in Paris, die zweite am Äquator, die dritte im hohen Norden nach dem „Urkilogramm" geeicht, so würde eine und dieselbe Kraft, mit den drei Apparaten gemessen, verschiedene Stärke zu besitzen scheinen. Da sich eben die Gewichtseinheit mit dem Orte ändert, ist auch die statische Messung der Kraft vom Beobachtungsorte abhängig. Warum würde aber die in Paris mit dem „Urkilogramme" geeichte Wage überall ein richtige Resultate liefernder Kraftmesser sein?

18. Dynamische Wirkung einer Kraft. Dynamische Messung einer Kraft. Wenn ein Körper aus mäßiger Höhe*) frei herabfällt, so führt er eine Bewegung aus, welche wir im Art. **13** als eine gleichförmig beschleunigte erkannt haben. Die Ursache dieser Bewegung, nämlich das fort-

*) Vgl. Art. 152.

während oder kontinuierlich während der ganzen Dauer des Falles wirksame Gewicht des Körpers bewirkt wie jede Kraft eine Änderung der Bewegungsverhältnisse, und zwar hier in Hinsicht auf die Geschwindigkeit; würde daher diese Kraft — das Gewicht — plötzlich zu wirken aufhören, so würde von demselben Augenblicke an die Bewegung eine gleichförmige werden (Versuche mit der Fallmaschine, Abheben des treibenden Übergewichtes); es würde dann keine Beschleunigung mehr vorhanden sein. Wir sehen also ein, daß die von der Kraft an dem bewegten Körper hervorgebrachte Wirkung oder, wie wir sagen, die dynamische Wirkung eben die Beschleunigung ist, und sind deshalb zu dem Schlusse berechtigt, daß an einem und demselben Körper eine 2-, 3-, 4-, ... n-fache Beschleunigung nur durch eine 2-, 3-, 4-, ... n-fache Kraft hervorgerufen sein kann. Wir setzen also die Größe der Kraft proportional der von ihr erzeugten Beschleunigung. Es ist daher auch möglich, Kräfte dadurch dynamisch zu messen, daß man die durch dieselben an einem und demselben Körper hervorgerufenen Beschleunigungen vergleicht.

Für einen aus mäßiger Höhe frei herabfallenden Körper besitzt die Beschleunigung an einem bestimmten Orte während der ganzen Falldauer einen konstanten Wert (die Fallbewegung ist ja eine gleichförmig beschleunigte!). Wir können daraus schließen, daß auch die den Fall hervorbringende Kraft eine konstante sein muß. Da aber diese Kraft (der Gewichtsdruck) nach Art. **16** an verschiedenen Orten verschiedene Stärke besitzt, muß auch die durch den Gewichtsdruck an verschiedenen Orten an einem und demselben Körper hervorgerufene Beschleunigung g verschiedene Werte besitzen (vgl. Art. **13**, **57** und **144**).

Läßt man bei der Fallmaschine bei gleicher Gesamtbelastung ($2P + r + p$), welche sich zusammensetzt aus den beiden Hauptgewichten $= 2P$, aus der Vermehrung der zu treibenden Last durch den Einfluß der Rolle $= r$*) und aus dem treibenden Übergewichte $= p$, verschiedene Übergewichte einwirken, wobei demnach bei einer Verdopplung von p jedes der Gewichte P um $\frac{p}{2}$ zu verkleinern ist u. s. w., so findet man, daß sich die hervorgerufenen Beschleunigungen verhalten wie die Übergewichte, also wie die einwirkenden Kräfte. Wenn wir demnach die Größe der Kraft proportional setzen der von ihr hervorgerufenen Beschleunigung, bleiben wir mit der Erfahrung im Einklang.

Man kann daher die an der Fallmaschine auftretende Beschleunigung vorausbestimmen. Erhält nämlich die Gesamtbelastung ($2P + r + p$), durch das Übergewicht p getrieben, die Beschleunigung b, dagegen frei fallend, also durch die Kraft ($2P + r + p$) getrieben, die Beschleunigung g, so muß nach obigem $g : b = (2P + r + p) : p$ sein, woraus $b = \frac{p}{2P + r + p} \cdot g$ ist.

19. Masse der Körper. Einheit der Masse. Bei einer Federkanone wird die beim Laden immer gleich stark zusammengepreßte Spiralfeder auf ein Projektil beim Losschießen immer die gleiche Kraft ausüben. Wir

*) Vgl. Art. **13**.

machen nun bei Verwendung verschiedener Projektile die Wahrnehmung, daß beispielsweise eine Erbse durch die Spiralfeder eine weit größere Anfangsgeschwindigkeit erlangt als eine gleich große Bleikugel. Als Ursache hiervon geben wir an, daß die beiden Körper der bewegenden Kraft ein verschieden großes Beharrungsvermögen entgegensetzen. Die Ursache des verschieden großen Beharrungsvermögens nennen wir die Masse des Körpers. Wir würden daher sagen, daß zwei Körper, z. B. die Erbse und eine kleine Holzkugel, dann gleiche Massen besitzen, wenn sie durch dieselbe Kraft (hier die zusammengepreßte Spiralfeder) gleich große Beschleunigungen erhalten.

In diesem Sinne definieren wir: Ein Körper besitzt im Vergleiche zu einem anderen die m-fache Masse, wenn er das m-fache Beharrungsvermögen besitzt oder wenn ihm die m-fache Kraft dieselbe Beschleunigung erteilt wie die einfache Kraft dem ursprünglich betrachteten Körper. Soll also der 2-, 3-, 4-, ... m-fachen Masse dieselbe Beschleunigung erteilt werden, welche die einfache Kraft der einfachen Masse erteilt, so muß die angewendete Kraft 2-, 3-, 4-, m-mal so groß genommen werden. Wir sehen also, daß die Kraft auch direkt proportional ist der Masse.

Auch hiermit stehen Versuche an der Fallmaschine im Einklange. Lassen wir nämlich das gleiche Übergewicht p auf verschiedene Gesamtbelastungen*) wirken, so zeigt es sich, daß die erzeugten Beschleunigungen sich umgekehrt verhalten wie die Gesamtbelastungen. Soll also bei 2-, 3-, 4- ... facher Gesamtbelastung doch die gleiche Beschleunigung erzielt werden, so muß das verwendete Übergewicht auch das 2-, 3-, 4- ... fache sein.

Als Einheit der Masse gilt die Gramm-Masse, d. h. die Masse des 1000. Teiles vom Pariser Kilogramm des archives (Art. **16**).

20. Absolutes Maß der Kraft. Das Zentimeter-Gramm-Sekunden-System. In den beiden letzten Artikeln wurde gezeigt, daß wir mit der Erfahrung im Einklang bleiben, wenn wir erklären, daß die Kraft proportional ist der Masse des Körpers und der an ihm durch die Kraft hervorgerufenen Beschleunigung. Bezeichnen mir mit p, m und b beziehungsweise die Maßzahl der Kraft, der Masse, der Beschleunigung, so erhalten wir für den eben ausgesprochenen Satz den mathematischen Ausdruck

$$p = C \cdot m \cdot b,$$

worin C eine Konstante (Proportionalitätsfaktor) vorstellt. Diese Konstante wird offenbar den Wert „Eins" annehmen, wenn wir als Krafteinheit jene Kraft festsetzen, welche der Masse 1 die Beschleunigung 1 erteilt; denn dann ist $1 = C \cdot 1 \cdot 1$, daher $C = 1$.

---

*) Um z. B. die Gesamtbelastung $(2P + r + p)$ zu verdoppeln, hat man die neuen Hauptgewichte P' so zu wählen, daß sie der Gleichung $2P' + r + p = 2\ (2P + r + p)$ entsprechen, wonach $P' = 2P + \frac{r + p}{2}$ sein muß etc.

Bei Festhaltung der eben genannten Krafteinheit gewinnen wir somit die äußerst wichtige Formel

$$p = m \cdot b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

in Worten: Kraft = Masse × Beschleunigung.

Diese Formel bringt auch zum Ausdrucke, daß nur durch eine konstant wirkende Kraft einer bestimmten Masse eine konstant bleibende Beschleunigung, also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, erteilt werden kann.

Die oben festgestellte Krafteinheit hängt nur von den drei bisher fixierten Einheiten der Länge (Art. 3), der Masse (Art. **19**) und der Zeit (Art. 8) ab; läßt sich eine Größe auf diese drei unabänderlich festgestellten Grundmaße zurückführen, so sagt man, sie sei im absoluten Maße ausgedrückt. Da als obige Einheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde gewählt werden, heißt das so aufgebaute Maßsystem auch das Zentimeter-Gramm-Sekunden-System oder abgekürzt das C.-G.-S.-System.

Die Einheit der Kraft im C.-G.-S.-System heißt Dyne; es ist dies nach dem früher Gesagten jene Kraft, welche der Gramm-Masse die Beschleunigung von 1 ***cm*** in der Sekunde erteilt.

Es ist nun auch möglich, die Krafteinheit des Gravitationsmaßes, also das Kilogrammgewicht (beziehungsweise das Grammgewicht), im absoluten Maße auszudrücken. Da nämlich ein Grammgewicht einer Gramm-Masse die Beschleunigung von g ***cm*** in der Sekunde erteilt, ist 1 Grammgewicht = g Dynen. Für die mittlere geographische Breite von 45° und für 0 ***m*** Seehöhe ist also 1 Grammgewicht = 981 Dynen und daher 1 Dyne = $^1/_{981}$ Grammgewicht, also ungefähr gleich dem Gewichtsdrucke eines Milligrammes. Wir erkennen also, daß die Gewichtseinheit eine von Ort zu Ort verschiedene Anzahl von Dynen bedeutet. Dagegen ist die absolute Krafteinheit — wie aus dem nächsten Artikel noch deutlicher einleuchten wird — eine von dem Beobachtungsorte vollständig unabhängige, unveränderliche Größe.

Trotzdem, daß das Gravitationsmaß der Kraft auf eine von Ort zu Ort veränderliche Größe — das Kilogrammgewicht — aufgebaut ist, findet dasselbe für praktische Zwecke doch häufige Verwendung, weil es in der Praxis meistens gestattet ist, den Gewichtsdruck eines Kilogrammgewichtstückes als eine an allen Orten der Erde unveränderliche Größe anzunehmen. Man bezeichnet das so zustande kommende Maßsystem, dem also die Krafteinheit „Kilogrammgewicht", ferner (meistens) die Längeneinheit „Meter" und die Zeiteinheit „Sekunde" zu Grunde liegen, als das praktische oder irdische Maßsystem im Gegensatze zum absoluten.

21. Masse und Gewicht. Masse und Gewicht eines Körpers müssen wohl voneinander unterschieden werden.

Geht z. B. über eine sehr leichte Rolle eine Schnur, an deren einem Ende ein Kilogrammgewichtstück hängt, so fühlen wir, wenn wir an dem anderen Ende der Schnur ziehen, den Gewichtszug, also das Gewicht des Kilogrammstückes. Hängt jedoch an jedem Ende der Schnur je ein Gewichtstück von $^1/_2$ ***kg*** und versuchen wir nun, die Schnur mit den Gewichten in Bewegung zu setzen, indem wir etwa eines der Gewichtstücke durch die darunter gebrachte flache

Hand nach oben drücken, so fühlen wir gleichfalls einen Widerstand. Er rührt jetzt aber nicht von dem Gewichtsdrucke her, denn die beiden Gewichtszüge von je $^1/_2$ ***kg*** halten sich Gleichgewicht; es macht sich vielmehr hier das Beharrungsvermögen, also die Masse von 1 ***kg*** geltend. — Ebenso fühlen wir beim Drehen eines gut konstruierten Schwungrades nicht sein Gewicht (denn dieses haben die Achsenlager zu tragen), wohl aber sein Beharrungsvermögen, seine Masse. — Ein in der Atmosphäre schwebender Luftballon verhält sich wie ein Körper ohne Gewicht; er besitzt jedoch eine Masse, denn jede Änderung seiner Geschwindigkeit wird eine gewisse Kraft beanspruchen.

Der wichtigste Unterschied zwischen Gewicht und Masse liegt, wie aus der Bestimmung beider Begriffe (Art. **16** und **19**) unmittelbar hervorgeht, darin, daß das Gewicht der Körper von dem Orte, an dem sie sich befinden, abhängt, wogegen seine Masse überall dieselbe Größe bleibt.

Würden wir eine Kanonenkugel von 3,6 ***kg*** irdischem Gewichte (bestimmt unter 45° geographischer Breite und 0 ***m*** Seehöhe) in die Entfernung des Mondes von der Erde bringen können, so würde ihr Gewicht auf $^1/_{3600}$ des irdischen Wertes, also auf 1 ***g*** herabsinken. Ihr Beharrungsvermögen und daher auch ihre Masse würden jedoch dieselbe Größe behalten haben; es würde der Kugel z. B. in einer Kanone durch die Explosion einer bestimmten Pulverpatrone genau dieselbe Anfangsgeschwindigkeit wie an der Oberfläche der Erde erteilt werden, denn der chemische Prozeß der Pulververbrennung, die Spannkraft der Pulvergase etc. würden ja aller Orten dieselben bleiben. Infolgedessen würde auch, wie Art. **28** genauer erklärt, die Kugel an dem bezeichneten Orte dieselben zerstörenden Wirkungen auf getroffene Körper ausüben wie im Vollbesitze ihres irdischen Gewichtes.

Wenn nun auch Masse und Gewicht eines Körpers begrifflich völlig verschieden sind, so läßt sich doch leicht einsehen, daß die Massen verschiedener Körper proportional sind den an einem und demselben Ort der Erde ermittelten Gewichten dieser Körper. Da nämlich in einer luftleer gemachten, hinlänglich weiten Röhre (Fallröhre) Körper von dem verschiedensten Gewichte (Bleikugel, Holzstückchen, Flaumfeder) genau gleich rasch fallen, ist durch ihre verschiedenen Gewichte $p_1, p_2, p_3 \ldots$, ihren verschiedenen Massen $m_1, m_2, m_3 \ldots$ doch eine und dieselbe Beschleunigung g erteilt worden. Es ist also nach Formel (7) $m_1\, g = p_1$, $m_2\, g = p_2$, $m_3\, g = p_3 \ldots$, daher $m_1 : m_2 : m_3 : \ldots = p_1 : p_2 : p_3 : \ldots$, womit die obige Behauptung gerechtfertigt ist.

Mit einer Federwage würden wir tatsächlich das Gewicht (nämlich den Gewichtsdruck) einer Ware bestimmen. Da derselbe an verschiedenen Orten der Erde, ganz besonders aber an verschiedenen Orten des Weltraumes, verschieden groß wäre, würde an verschiedenen Orten beispielsweise eine größere oder eine kleinere Menge Kaffeekörner als „1 Kilogramm Kaffee" gelten müssen. Ganz anders stellen sich die Verhältnisse bei Verwendung einer Krämerwage. Man müßte mit derselben in Paris wie auf Spitzbergen, ja sogar auf dem Monde als „1 ***kg*** Kaffee" genau dieselbe Menge von Kaffeekörnern erhalten. Würde nämlich an allen diesen Orten das „Urkilogramm" zur Wägung verwendet werden, so würde an den Bewegungen der Wage eigentlich nur erkannt,

ob das Beharrungsvermögen der Ware mit jenem des „Urkilogrammes“ übereinstimme; da aber das Beharrungsvermögen und somit auch die Masse des „Urkilogrammes“ an allen Orten dieselben bleiben, würde man durch die Wägung an allen Orten dieselbe Kaffeemenge erhalten. Und diese allein und nicht etwa der Gewichtsdruck bestimmen den Wert der Ware. Es ist also unsere gewöhnliche Wägung keine Gewichtsdruckvergleichung, sondern vielmehr eine Massenvergleichung; man sollte daher auch statt des Wortes Gewichtssatz das Wort Massensatz gebrauchen. Ein in Paris erzeugter genauer Gewichtssatz ist nur daselbst ein richtiger Gewichtssatz, überall aber ein richtiger Massensatz. —

Aristoteles*) folgerte in irriger Weise, daß ein schwererer Körper, weil sein „Streben zum Erdzentrum“ größer ist als dasjenige eines leichteren Körpers, rascher fallen müsse als der leichtere, beispielsweise also ein 100pfündiges Eisenstück 100mal so schnell fallen müsse als ein 1pfündiges. Es ist bezeichnend, daß die Menschheit bis Galilei — also fast zwei Jahrtausende hindurch — bei diesem verhängnisvollen Irrtume verblieb, trotzdem ja der einfachste Versuch unbedingt Aufklärung hätte geben müssen. —

Durch Wägung überzeugt man sich, daß 1 cm^3 Gußeisen 7,2 g, 1 cm^3 Zink 6,8 g, 1 cm^3 Blei 11,4 g, 1 cm^3 Silber 10,5 g, 1 cm^3 Gold 19,4 g, 1 cm^3 Platin 21,5 g, 1 cm^3 Aluminium 2,6 g, 1 cm^3 Quecksilber 13,6 g etc. wiegt. Man sagt daher: das dem Silber eigentümliche oder spezifische Gewicht beträgt 10,5 Gewichtseinheiten, d. h. 1 cm^3 Silber wiegt 10,5 g, 1 dm^3 Silber 10,5 kg, 1 m^3 Silber 10,5 t, 1 mm^3 Silber 10,5 mg u. s. w.

Das Gewicht der Volumeinheit eines Körpers heißt sein spezifisches Gewicht zum Unterschiede vom absoluten Gewichte, d. h. vom Gewichte des Körpers selbst.

Die Masse der Volumeinheit eines Körpers nennt man die spezifische Masse oder — was gebräuchlicher ist — Dichte des Körpers. Gilt die Masse eines Kubikzentimeters reinen Wassers (bei $+ 4^0$ C.) als Masseneinheit — wie dies im absoluten Maßsysteme der Fall ist — so bedeuten die obigen Zahlen auch die Massen je eines Kubikzentimeters der betreffenden Substanz oder ihre Dichten; denn ein Körper von der Masse 1 g besitzt (unter mittlerer Breite und 0 m Seehöhe) auch das Gewicht von 1 Grammgewicht. Es enthält also beispielsweise 1 cm^3 Silber 10,5 Gramm-Massen.

Da nun an einem und demselben Orte sich die Gewichte verhalten wie die Massen, wird beispielsweise ein Körper aus Silber überall 10·5mal so viel Masse und auch 10,5mal so viel Gewicht haben als ein gleich großer Wasserkörper von $+ 4^0$ C. In diesem Sinne kann man die Dichte auch auffassen als eine unbenannte Zahl, welche anzeigt, wie oftmal so viel Masse und wie oftmal soviel Gewicht ein Körper besitzt als ein gleich großes Volumen reinen Wassers von $+ 4^0$ C.

---

*) **Aristoteles** (384—322 v. Chr.), berühmter griechischer Philosoph. War Schüler **Platos**, wurde später Lehrer des königlichen Prinzen Alexander von Makedonien. Er umfaßte das ganze Wissen seiner Zeit und gilt insbesondere als Schöpfer der Logik, Psychologie, Rhetorik und Poetik; im gewissen Sinne kann er auch als Begründer der Naturwissenschaften gelten, zu deren Erforschung ihm Alexander 800 Talente (etwa 3 Millionen Mark) zur Verfügung gestellt haben soll. Er lenkte die naturwissenschaftliche Forschung auf das Gebiet der bloßen Spekulation und leider nicht auf das der Empirie.

Sowie das absolute Gewicht ist auch das spezifische Gewicht eigentlich eine vom Orte der Beobachtung abhängige Größe; überall aber ist die Dichte eine und dieselbe Zahl.

22. Luftwiderstand. Der Umstand, daß im lufterfüllten Raume eine Korkkugel und eine ebenso große Bleikugel nicht gleich rasch fallen, daß vielmehr die Korkkugel hinter der Bleikugel zurückbleibt, erklärt sich durch eine der Bewegung entgegenwirkende, sie also verlangsamende oder verzögernde Kraft, welche wir als den Luftwiderstand bezeichnen. Dieser Widerstand rührt davon her, daß die Luftteilchen von dem bewegten Körper verdrängt werden müssen (Art. **4** und **52**), ferner auch von der Reibung (Art. **35**) einerseits des Körpers an den Luftteilchen, anderseits der Luftteilchen aneinander. Daraus schon ist zu folgern — was übrigens durch messende Versuche bestätigt wird —, daß der Luftwiderstand wohl von der Geschwindigkeit und der Gestalt des Körpers, nicht aber von seiner Masse abhängt (Versuche mit einem mehr oder weniger geöffneten, rascher oder langsamer bewegten Fächer). Auf die beiden oben betrachteten Kugeln muß somit der gleiche Luftwiderstand wirken. Da jedoch die Bleikugel fast die 50fache Masse der Korkkugel besitzt, würde eine und dieselbe Kraft (von der Größe des Luftwiderstandes) der Bleikugel nur $^1/_{50}$ jener Beschleunigung erteilen, welche die Korkkugel erhält. Weil aber der Luftwiderstand in einer der Bewegung der fallenden Kugeln gerade entgegengesetzten Richtung wirkt, entsteht eine Verlangsamung (Verzögerung) der Fallbewegung, so zwar, daß die Korkkugel immer weiter und weiter hinter der Bleikugel zurückbleibt.

Für nicht allzu rasche Bewegungen ist der Luftwiderstand dem Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers proportional. (Verschiedene Größe des Luftwiderstandes beim Gehen, Laufen, Reiten im Trabe, im Karriere.) Fällt also ein Körper immer rascher zur Erde, so wächst dabei der Luftwiderstand; er kann dann sogar dem Gewichte des Körpers gleich werden, so daß der Körper nun gleichförmig fällt. Offenbar muß dann $mg = Av^2$ sein, wobei A eine von der Form, aber nicht von der Geschwindigkeit des Körpers abhängige Konstante vorstellt. Daraus folgt die Geschwindigkeit des gleichförmig gewordenen Falles $v = \sqrt{\frac{mg}{A}}$.

Da bei Kugeln verschiedener Größe die Konstanten A sich wie die gegen den Luftwiderstand ankämpfenden Querschnittsflächen, also wie die Quadrate der Radien, die Massen bei gleichem Material der Kugeln wie die Kuben der Radien verhalten, zeigt uns die obige Formel, daß die erreichbare Endgeschwindigkeit proportional ist der Quadratwurzel aus dem Kugelradius. Es werden also Nebel- und Regentropfen um so langsamer fallen, je kleiner ihr Radius ist. — Andere hierher gehörige Beispiele: Langsamer Fall von Flaumfedern, Seifenblasen, von Fallschirmen etc. Windflügelhemmung (Windfang) bei den Schlag- und Spielwerken der Uhren.

Ähnlich dem Luftwiderstande wirkt der Widerstand des Wassers — allgemein der Widerstand des Mittels. Um denselben leichter zu überwinden, gibt man dem Schiffe eine sich nach vorn eigentümlich verjüngende Form; der große gegen die Seiten-

flächen wirkende Widerstand des Mittels hindert die seitliche Abtreibung (Abtrift) des Schiffes. Körperbau der Fische, der Vögel. Form der „lenkbaren" Luftballons.

Aufgaben.*) **1.** Wie viel Masseneinheiten besitzt im C.-G.-S.-System ein Körper von q ***kg*** Gewicht? — **2.** Welche Masse hat ein Bewegliches, dem 240 Dynen eine Beschleunigung von 1·6 ***m*** pro Sekunde erteilen? — **3.** Wie groß ist das Gewicht eines Körpers, der unter Einwirkung einer Kraft von p Dynen eine Beschleunigung von b Dezimeter pro Sekunde annimmt? — **4.** Wie viel Dynen repräsentiert in Berlin der Druck von 1 ***kg*** (1 q) [p ***kg***]? — **5.** Ein Körper wiegt in Paris 100 ***kg***. Auf den Mond gebracht würde sein Gewicht nur 16 ***kg*** betragen. Wie groß wäre hiernach die Fallbeschleunigung auf dem Monde? — **6.** Auf den Planeten Venus und Mars beträgt die Fallbeschleunigung in der Nähe der Oberfläche beziehungsweise 10 ***m*** und 4·9 ***m*** pro Sekunde. Welches Gewicht würde auf jedem dieser Weltkörper 1 ***l*** reinen Wassers von + 4° C. auf einer in Paris hergestellten Federwage mit Kilogrammskala anzeigen? Wie viel Dynen würden die beiden Gewichtsdrucke entsprechen? — **7.** Eine 15 ***g*** schwere Gewehrkugel verläßt das 0·8 ***m*** lange Rohr mit 600 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit. Man berechne ihre Beschleunigung, ihre Masse und die Kraft der Pulvergase im praktischen Maßsysteme! — **8.** Um einen p ***kg*** schweren Körper A auf einer horizontalen Ebene (ohne Reibung) zu bewegen, hat man an demselben eine leichte Schnur befestigt, dieselbe über eine Rolle geführt und nun daran ein Gewicht von P ***kg*** gehängt. Welche Beschleunigung b erhält der Körper A? Wie groß ist P zu wählen, damit b nur $\frac{1}{n}$ von g beträgt? —

23. Das Unabhängigkeitsprinzip. Wenn man in einem Waggon ein Bleilot vertikal hält und in der Nähe desselben einen Körper herabfallen läßt, so ist seine Bahn immer die Richtung des Lotes, ob der Zug in Ruhe oder in Bewegung ist. Es beeinflußt also die eine Bewegung (jene des Zuges) nicht die andere (jene des fallenden Körpers). Ebenso werden die Kugeln auf einem Billard, das in einem Innenraum eines Dampfers steht, bei einer Vorwärtsbewegung (natürlich ohne Schaukeln des Schiffes) durch die auf sie wirkenden Kräfte genau so bewegt, als ob das Schiff ruhen würde. Diese Beispiele zeigen das von Newton aufgestellte Unabhängigkeitsprinzip. Es lautet: Die von einer Kraft an einer Masse hervorgerufene Beschleunigung findet in der Richtung der Geraden statt, in welcher die Kraft wirkt, und zwar unabhängig von dem Umstande, ob die Masse in Ruhe ist oder sich in irgend einer Bewegung befindet.

Die Formel $b = \frac{p}{m}$ steht insofern mit dem Unabhängigkeitsprinzip im Einklange, als sie die Beschleunigung wohl von der Kraft und der Masse abhängig zeigt, dagegen keine Größe enthält, welche sich auf „Ruhe" oder „Bewegung" der beweglichen Masse bezieht. — Welche drei Grundprinzipien der Mechanik haben wir kennen gelernt?

24. Stoß. Um einen Körper, z. B. einen Stein, recht weit oder hoch zu schleudern, holen wir mit der Hand aus und bewegen sie sodann in möglichst kurzer Zeit um ein Stück Weges in der gewünschten Richtung, worauf wir die Hand öffnen. Nun ist der Stein — nach dem Trägheitsprinzip — bestrebt, mit jener Geschwindigkeit geradlinig fortzufliegen, welche Hand und Stein in jenem Momente besaßen, als die erstere geöffnet

*) g = 9·81 ***m*** pro Sekunde.

wurde. Wenn — wie in diesem Beispiele — eine Kraft (unsere Muskelkraft) durch kurze Zeit auf einen Körper gewirkt hat, hat die Kraft auf den Körper einen Stoß ausgeübt.

Ist durch die Kraft p in der Zeit τ die Geschwindigkeit eines Körpers, dessen Masse m ist, von dem Werte v (zu Beginn des Stoßes) auf den Wert v' (am Ende des Stoßes) erhöht worden, so ist die Größe der erzielten Beschleunigung (nach Art. **11**, Formel 5) durch $\frac{v'-v}{\tau}$ bestimmt. Die Formel $p = m \cdot b$ ergibt also $p = m \cdot \frac{v'-v}{\tau}$ und daher die Größe der Geschwindigkeitsänderung durch $v' - v = \frac{p\tau}{m}$. Dieses letztgewonnene Resultat läßt erkennen, daß die erzielte Geschwindigkeitsänderung sehr klein ist, wenn eine nicht allzu große Kraft während einer sehr kurzen Zeit auf eine nicht allzu kleine Masse gewirkt hat.

Hieraus erklärbare Versuche: Auf einem Trinkglas liegt ein glattes Kartenblatt, darauf eine nicht zu leichte Münze. Beim raschen Wegschnellen des Kartenblattes fällt die Münze in das Glas. Die Reibung zwischen dem glatten Kartenblatte und der Münze bildet die kleine Kraft p, die während der kurzen Zeit τ auf die nicht zu kleine Masse m der Münze gewirkt hat. Letztere erfuhr somit eine sehr geringe Änderung ihrer Nullgeschwindigkeit; sie fiel daher fast vertikal in das Glas. — Herausschlagen eines Damesteines aus einer Säule von solchen. — Durchlöchern einer Glastafel durch eine dagegen abgeschossene Gewehrkugel. — Zerschlagen eines spröden Holzstabes, der auf zwei Trinkgläsern liegt (in zwei Roßhaarschlingen hängt) durch einen wuchtigen Schlag auf die Stabmitte.

25. Der vertikale Wurf nach aufwärts. Die gleichförmig verzögerte Bewegung. Wird ein Körper vertikal nach aufwärts geworfen (ihm also im Sinne des vorigen Artikels durch eine kurze Zeit wirkende Kraft ein Stoß versetzt), so ist er nach dem Trägheitsgesetze bestrebt, mit der ihm erteilten Geschwindigkeit c sich gleichförmig vertikal nach aufwärts zu bewegen. Anderseits muß ihm die Schwerkraft — unabhängig von dem Umstande, daß er in Bewegung ist (Art. **23**) — eine vertikal nach abwärts gerichtete, konstante Beschleunigung von der Größe g erteilen, die hier der Bewegungsrichtung entgegengesetzt erfolgt, also gleichsam als negative Beschleunigung oder als Verzögerung aufzufassen ist (vgl. Art. **11**). Das Ergebnis der beiden Bewegungen ist somit eine gleichförmig verzögerte Bewegung, bei welcher die jeweilige Geschwindigkeit v_t gegeben ist durch die Formel

$$v_t = c - gt \quad \ldots\ldots \quad (8).$$

Leicht ist die Frage zu entscheiden, ob und wann die nach Formel (8) mit wachsender Zeit abnehmende Geschwindigkeit auch den Wert „Null" annehmen könne. Es tritt dies offenbar nach jenem Werte T der Zeit ein, für welchen nach (8) $0 = c - gT$ ist, also für

$$T = \frac{c}{g} \quad \ldots\ldots \quad (9).$$

Wir nennen diese Zeit T die Steigdauer.

Zu dem Ergebnisse $T = \frac{c}{g}$ führt auch der folgende einfache Schluß: In jeder Sekunde verliert der Körper von seiner ursprünglichen Geschwindigkeit c den Betrag von g; seine anfängliche Geschwindigkeit wird daher nach so viel Sekunden aufgezehrt sein, als g in c enthalten ist.

Der in t Sekunden zurückgelegte Weg s_t ist, wenn man in Rücksicht auf das Unabhängigkeitsprinzip beide Bewegungen, nämlich die gleichförmige Aufwärtsbewegung und die gleichförmig beschleunigte Abwärtsbewegung (Fallbewegung), hintereinander vollzogen denkt, gleich dem Wegunterschiede beider Bewegungen, also

$$s_t = ct - \frac{g}{2} t^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Zu diesem Ergebnisse führt auch die Verwendung der Geschwindigkeitskurve. Konstruiere dieselbe und weise mit ihrer Hilfe die Richtigkeit der Formel (10) nach! — Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit des aufsteigenden Körpers? Benütze sie gleichfalls zur Ableitung der Formel (10)! — Man versuche, s durch c, v_t und g auszudrücken. Erhebt man hierzu Gleichung (8) beiderseits zum Quadrate, so findet sich leicht eine zweite Form der Gleichung (10), nämlich

$$s_t = \frac{c^2 - v_t^2}{2g} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10\,a).$$

Nun kann auch die Frage beantwortet werden, wie hoch der Körper steigen kann. Der betreffende Weg heißt die Steighöhe H; es ist dies jener Wert von s_t, welchen man aus Formel (10) erhält, wenn man hierin für t den besonderen Wert T aus Formel (9) einsetzt. Daher ist

$$H = c \cdot \frac{c}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{c^2}{g^2} \text{ oder } H = \frac{c^2}{2g} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Wie ergibt sich diese Formel aus Formel (10 a), wie mit Hilfe der Geschwindigkeitskurve, wie durch Benützung der mittleren Geschwindigkeit?

Fällt der Körper von der erreichten Höhe $H = \frac{c^2}{2g}$ frei herab, so ist die Endgeschwindigkeit v'_t, mit welcher er an der Erdoberfläche ankommt, sowie die Dauer T' seiner Abwärtsbewegung nach den Formeln (6) des Art. **13** zu finden, und zwar ist

$$v'_t = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2\,g \cdot \frac{c^2}{2g}} = c,$$

$$T' = \sqrt{\frac{2\,H}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \frac{c^2}{2g}} = \frac{c}{g} = T,$$

das heißt in Worten: Der Körper braucht zum Abwärtsfallen dieselbe Zeit wie zum Aufstiege und langt auch am Ausgangspunkte wieder mit derselben Geschwindigkeit an, mit der er den Aufstieg begann. (Vom Luftwiderstande wurde hierbei überall abgesehen.)

Setzt man in den Gleichungen (8)—(11) statt g die durch eine beliebige konstante Kraft hervorgerufene Verzögerung b, so ergeben diese

Formeln die Gesetze einer gleichförmig verzögerten Bewegung im allgemeinen. Dieselben lauten also

$$\left.\begin{array}{l} v_t = c - bt;\ s_t = ct - \frac{b}{2}t^2 = \frac{c^2 - v_t^2}{2b} \\ T = \frac{c}{b};\ s_T = \frac{c^2}{2b} \end{array}\right\} \ldots \text{(VIII)—(XI)}.$$

Aufgaben. 1. Was ergeben die Gleichungen (8) und (10), wenn man für t den Wert $2\,T$ setzt? Deute die Resultate! — **2.** Ein Zug hat 12 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit und verliert beim Endlaufe alle Sekunden 3 ***dm***. Wann und wo kommt er zur Ruhe? — **3.** Die Geschwindigkeit einer Kanonenkugel ist 720 ***m*** pro Sekunde. Wie lange und wie hoch steigt sie, wenn sie vertikal nach aufwärts geschossen wird? (Die Resultate würden infolge des Luftwiderstandes wesentlich abgeänderte!) — **4.** Ein Körper wird mit 120 ***m*** (160 ***m***) Anfangsgeschwindigkeit pro Sekunde vertikal in die Höhe geworfen. Wie lange und wie hoch steigt er? Wie hoch ist er in dem Augenblicke, da sich seine Geschwindigkeit auf die Hälfte (auf ein Viertel) vermindert hat? Wie groß ist seine Geschwindigkeit in der Hälfte (im vierten Teile) der Steighöhe? — **5.** Wann erreicht eine mit 195 ***m*** pro Sekunde vertikal aufwärts geschossene Kugel eine Höhe von 1120 ***m***? **6.** Ein vertikal nach aufwärts geworfener Körper befindet sich nach einer gewissen Zeit in einer Höhe von 175 ***m***; nach wie viel Sekunden (nach Beginn der Bewegung) ist dies der Fall, wenn er zum Aufsteigen und darauffolgenden Zurückfallen im ganzen 12 Sekunden brauchte? Wie viele Meter legt er in der 2. Sekunde des Aufsteigens und wie viele in der 2. Sekunde des Herabfallens zurück? — **7.** Ein vertikal nach aufwärts geworfener Körper befindet sich in 200 ***m*** Höhe und hat daselbst 30 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit. Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit ist er ausgegangen und nach wie viel Sekunden ist er in 200 ***m*** Höhe? Wie viele Meter legt er in der 3. Sekunde des Aufsteigens und wie viele in der 3. Sekunde des Herabfallens zurück? — **8.** Stelle die Formeln für einen mit der Geschwindigkeit c vertikal abwärts geworfenen Körper auf! — **9.** Eine Lokomotive bewegt sich eine Zeitlang mit 2 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit gleichförmig. Dann erfährt sie durch vermehrten Dampfzufluß 55 ***cm*** Beschleunigung pro Sekunde. In welcher Zeit (vom Beginne der beschleunigten Bewegung ab gerechnet) legt die Maschine 150 ***m*** Weg zurück? — **10.** Ein Körper fällt von 195 ***m*** Höhe frei herab, ein zweiter wird ihm gleichzeitig mit 65 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit vertikal nach oben entgegengeworfen. Nach wie viel Sekunden und in welcher Höhe begegnen sie sich? — **11.** Nach wie viel Sekunden erreicht ein mit 20 ***m*** pro Sekunde abwärts geworfener Körper eine Tiefe von 300 ***m***? — **12.** Mit welcher Geschwindigkeit wird ein Körper vertikal abwärts geworfen, der in einer Tiefe von 455 ***m*** eine Geschwindigkeit von 100 ***m*** pro Sekunde hat? — **13.** Am Äquator der Erde, des Mondes, des Jupiter erfahren freifallende Körper beziehungsweise die Beschleunigungen 9,78 ***m***, 1,65 ***m***, 21,17 ***m***; wie hoch muß auf jedem dieser Himmelskörper ein Bewegliches gelangen, das sich mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 5 ***m*** pro Sekunde über dem Boden erhebt? (Sprung eines Turners.)

26. Arbeit einer Kraft. Einheit der Arbeit. Wenn eine Kraft, auf einen Körper wirkend, denselben in Bewegung setzt und dieser Bewegung beständig eine Gegenkraft (ein Widerstand) entgegenwirkt, so sagen wir, die Kraft arbeitet oder sie leistet eine Arbeit. Heben wir z. B. irgend eine Last vertikal in die Höhe, so überwinden wir ihren Gewichtsdruck oder -zug auf der ganzen Wegstrecke. Unsere Muskelstärke bildet dabei die Bewegungsursache, die Kraft. Nach dem Prinzip der gleichen Aktion und Reaktion wirkt aber dieser Kraft der Gewichtsdruck (-zug) der Last in gleicher Stärke, aber nach entgegengesetzter Richtung

entgegen; er stellt also einen von der Kraft auf dem bestimmten Wege zu überwindenden Widerstand vor. Die von der Bewegung erzeugenden Kraft geleistete Arbeit ist direkt proportional 1. der Größe des zu überwindenden Widerstandes, also auch der Größe der (ihm gleichen) bewegenden Kraft, und 2. der Größe der Wegstrecke, auf welcher der Widerstand überwunden wird. In diesem Sinne ist also die Arbeit A der Kraft p auf der Wegstrecke s gegeben durch $A = C \cdot p \cdot s$, wobei C eine Konstante (einen Proportionalitätsfaktor) vorstellt. Definieren wir nun als Einheit der Arbeit jene, welche von der Krafteinheit auf einem Wege von der Längeneinheit geleistet wird, so ist die Konstante $C = 1$ (vgl. Art. **20**). Es ergibt sich also für die Größe der Arbeit der Ausdruck

$$A = p \cdot s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Im praktischen Maßsysteme nehmen wir somit als Einheit der Arbeit das Kilogrammeter (***kgm***) an, d. i. die Arbeit, welche von der im Gravitationsmaße gemessenen Krafteinheit, also vom Kilogrammgewicht, auf einem Wege von der Länge 1 ***m*** geleistet wird (Art. **17** und **20**). Im absoluten Maßsysteme, und zwar im C.-G.-S.-Systeme wird dagegen als Einheit der Arbeit jene zu bezeichnen sein, welche die Krafteinheit, also die Dyne, auf dem Wege von der Längeneinheit, also von 1 ***cm***, leistet; sie führt den Namen Erg. Eine Arbeit von (10^7) Erg heißt ein Joule*).

Die Größe der Arbeit erscheint (in Formel 12) ausgedrückt durch das Produkt aus der Kraft (oder aus dem ebenso großen überwundenen Widerstande) mit dem Wege, längs dessen sie wirkt. Dabei ist aber vorausgesetzt, daß die Kraft in ihrer eigenen Wirkungslinie die Bewegung hervorrufe (vgl. Art. **34**).

Wir leisten die Arbeit von 1 ***kgm***, wenn wir ein Kilogrammgewicht in vertikaler Richtung 1 ***m*** hoch heben; also wird die Arbeit von 6 ***kgm*** geleistet, wenn 6 Kilogrammgewichte 1 ***m*** hoch oder 1 Kilogrammgewicht 6 ***m*** hoch oder 3 Kilogrammgewichte 2 ***m*** hoch etc. gehoben werden.

Ist die Größe einer Arbeit im praktischen Maßsysteme (in ***kgm***) gegeben, so ist es nicht schwierig, sie in das absolute Maßsystem (in Erg oder in Joule) umzurechnen. Da nämlich (für 45° geographischer Breite und für 0 ***m*** Seehöhe) 1 ***kg*** = 1000 ***g*** = (1000 × 981) Dynen und 1 ***m*** = 100 ***cm*** ist, ergibt sich 1 ***kgm*** = (1000 × 981) × 100 Erg = ($9{,}81 \cdot 10^7$) Erg = 9,81 Joule.

Die Arbeit einer Bewegung erzeugenden Kraft ist, da die Bewegung im Sinne der Kraft erfolgt, als eine positive oder geleistete zu betrachten. Weil aber in diesem Falle die Richtung der Bewegung jener des überwundenen Widerstandes (welcher doch gleichfalls eine Kraft vorstellt) gerade entgegengesetzt ist, kann die Arbeit des Widerstandes als eine negative oder verbrauchte gelten. Der Größe nach ist natürlich die geleistete Arbeit gleich der verbrauchten Arbeit. Heben wir z. B. eine Last auf einen erhöhten Punkt, so wurde die Arbeit von unserer Muskelkraft geleistet, dagegen die Arbeit der Schwerkraft verbraucht. Stürzt aber diese Last, der Schwerkraft folgend, herab und suchen wir durch unsere Muskelkraft ihren Fall zu hemmen, so leistet die Schwerkraft Arbeit, wogegen die Arbeit unserer Muskelkraft verbraucht wird.

*) Im C.-G.-S.-Systeme hat man gewisse abgeleitete Einheiten nach berühmten Physikern benannt.

27. Effekt einer Kraft. Einheit des Effektes. Die im vorigen Artikel definierte „Arbeit einer Kraft“ ist eine von der Zeitdauer der Kraftwirkung unabhängige Größe.

Auch das, was wir im täglichen Leben als „Arbeit“ bezeichnen, ist von der Zeit unabhängig. Lassen wir z. B. eine Last von einem Orte A nach einem Orte B tragen (oder ein Brett abhobeln), so bemessen wir die Entlohnung für die Arbeit, indem wir die Schwere der Last (die Härte des Holzes) und die Länge des Weges (die Größe des Brettes) in Rechnung ziehen. In welcher Zeit die Arbeit vom Arbeiter geleistet werden konnte, kommt, wenn man nur die Größe der Arbeit entlohnt, nicht in Betracht. Für die raschere Ausführung der Arbeit wird vielmehr ein flinkerer Arbeiter dadurch Entschädigung finden, daß er in derselben Zeit eine größere Anzahl von Aufträgen erledigen kann.

Da es aber bei Verwendung von Kräften zu praktischen Arbeiten häufig nicht bloß darauf ankommt, daß eine Arbeit geleistet werde, sondern auch darauf, daß dies in einer bestimmten Zeit geschehe, faßt man in solchen Fällen die von einer Kraft in der Zeiteinheit geleistete Arbeit ins Auge und bezeichnet dieselbe als Leistung oder Effekt der Kraft. Nach dieser Definition ist also, wenn eine Arbeit A in t Sekunden geleistet wird, der Effekt der Kraft gegeben durch

$$E = \frac{A}{t} = \frac{ps}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

Einheit des Effektes ist im praktischen Maßsysteme das „Sekunden-Kilogrammeter“, als größere Einheit die Pferdekraft (Pferdestärke P. S.) = 75 Sekunden-Kilogrammeter, d. i. eine (ideale) Durchschnittsleistung eines Pferdes von mittlerer Stärke.*) Im C.-G.-S.-Systeme bildet die Einheit des Effektes das „Sekunden-Erg“ und als größere Einheit das Sekunden-Joule; für letzteres gebraucht man jedoch den Ausdruck „ein Watt“. Es ist also 1 Watt = 10^7 Sekunden-Erg. 100 Watt heißen ein Hektowatt, 1000 Watt ein Kilowatt.

Da (für 45° geographischer Breite und $0\,m$ Seehöhe) $1\,kgm = (9{,}81 \cdot 10^7)$ Erg, so ist 1 P. S. = $(75 \cdot 9{,}81 \cdot 10^7)$ Sekunden-Erg = 736 Watt. Daher ist ein Kilowatt = $\frac{1000}{736}$ P. S., also ungefähr $1^1/_3$ P. S. oder 100 Sekunden-Kilogrammeter.

28. Wucht. (Lebendige Kraft.) Multipliziert man die im Art. **11** abgeleitete Formel $s = \frac{v^2}{2b}$ **) links mit p und rechts mit der gleichwertigen Größe mb, so erhält man die Gleichung

$$ps = \frac{mv^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

Diese Gleichung sagt folgendes aus: „Bewegt sich eine Masse m vom Zustande der Ruhe ausgehend unter Einfluß einer konstanten Kraft p auf dem Wege s

*) Die wirkliche Durchschnittsleistung eines Pferdes von mittlerer Stärke beträgt bei länger dauernder Beanspruchung beträchtlich weniger als 75 Sekunden-Kilogrammeter.

**) In Fällen, wo die Abhängigkeit des Weges und der Geschwindigkeit von der Zeit nebensächlich ist, schreiben wir statt s_t und v_t kürzer s und v.

und erlangt dieselbe dabei am Ende des Weges s die Geschwindigkeit v, so ist die hierbei von der Kraft geleistete Arbeit (ps) gleich dem halben Produkte aus der Masse mit dem Quadrate der erlangten Geschwindigkeit $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$."

Es läßt sich beweisen, daß diese mit der Geschwindigkeit v in Bewegung befindliche Masse nun im stande ist, einen Widerstand p' auf einem Wege s' zu überwinden, d. h. Arbeit zu leisten, wobei $(p's')$ immer gleich (ps) ist. Wirkt nämlich der mit der Geschwindigkeit v in Bewegung befindlichen Masse m ein konstanter Widerstand von der Größe p' entgegen, so erleidet die Masse eine konstante Verzögerung von der Größe $b' = \frac{p'}{m}$; es kommt eine gleichförmig verzögerte Bewegung zu stande, bei welcher bis zur Aufzehrung der Geschwindigkeit ein Weg s' zurückgelegt wird, dessen Größe nach der Formel (XI) des Art. **25** gegeben ist durch $s' = \frac{v^2}{2b'}$; setzen wir hierin für b' den obigen Wert, so ergibt sich $p's' = \frac{mv^2}{2}$. Es ist also die gegen den Widerstand p' auf dem Wege s' geleistete Arbeit $(p's')$, da sie gleichfalls $\frac{mv^2}{2}$ beträgt, genau so groß wie die nach Formel (14) bestimmte Arbeit (ps).

Wir sehen also, daß die Arbeit, welche eine konstante Kraft leisten muß, um eine ruhende Masse auf eine bestimmte Endgeschwindigkeit zu beschleunigen, ebenso groß ist wie die Arbeit, welche diese Masse vermöge der ihr innewohnenden Geschwindigkeit bei der Überwindung eines Widerstandes wieder leisten kann, bis sie zur Ruhe kommt. Die Größe dieser Arbeit, welche durch $\frac{mv^2}{2}$ gegeben ist, bezeichnen wir als Wucht oder Arbeitsfähigkeit (oder auch als lebendige Kraft) der bewegten Masse.

Der gewonnene Satz ist davon unabhängig, daß die Masse m anfänglich im Zustande der Ruhe war. Denn besaß sie, als die Kraft p zu wirken begann, bereits die Geschwindigkeit c, so folgt aus den Gleichungen

$$v = c + bt \text{ und } s = ct + \frac{b}{2}t^2$$

durch Quadrieren der ersten Gleichung $v^2 = c^2 + 2cbt + b^2t^2$ oder $v^2 - c^2 = 2b(ct + \frac{b}{2}t^2)$; somit ist, wenn wir die zweite Gleichung berücksichtigen, $v^2 - c^2 = 2bs$; multiplizieren wie hier beiderseits mit $\frac{m}{2}$, so folgt $\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = ps$, d. h. der Zuwachs an Wucht ist gleich dem Zuwachs an Arbeit.

Desgleichen gilt unser, hier nur für eine konstante Kraft p und einen konstanten Widerstand p' bewiesener Satz auch für beliebig veränderliche Kräfte; denn jede solche Kraft kann während hinlänglich kleiner Zeitintervalle auf kleinen Wegstückchen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \ldots$ als konstant wirkend angesehen werden. Auch dann wird aber die Summe der kleinen Produkte $p_1\sigma_1 + p_2\sigma_2 + p_3\sigma_3 + \ldots$ schließlich gleich dem Zuwachs an Wucht sein.

Fassen wir das Hauptergebnis der angestellten Betrachtungen zusammen, so gipfelt es in der Erkenntnis, daß jeder in Bewegung mit der Geschwindigkeit v befindlichen Masse m die Fähigkeit innewohnt, selbst (gleichsam mit Aufopferung ihrer Geschwindigkeit) Arbeit zu leisten, deren Größe durch die Wucht $\frac{m v^2}{2}$ gegeben ist, ferner daß diese Arbeit gleich groß ist mit jener, welche aufgewendet werden mußte, um die bewegliche Masse auf die Geschwindigkeit v zu bringen.

Sind somit m und v von bedeutender Größe, so ist die Wucht oder Arbeitsfähigkeit der bewegten Masse eine große. So erklärt sich die Wirkung „wuchtiger" Hammerschläge, die zerstörende Wirkung von Gegenständen, die aus großer Höhe herabstürzen (Ramme, Lawinen), die Durchschlagskraft von Geschossen (insbesondere von Schiffs- und Küstengeschützen), die unglaublichen Arbeitsleistungen von großen Schwungrädern, von Wasserfällen und Wildbächen, von entgleisenden Eisenbahnzügen etc.

29. Energie. Die im vorigen Artikel angestellten Betrachtungen erfordern noch in einer Hinsicht eine Ergänzung. Wenn wir eine Last, z. B. einen großen Stein, in vertikaler Richtung auf den Dachrand eines Hauses heben würden, hätten wir sicher eine gewisse Arbeit geleistet. Während nun in den im vorigen Artikel besprochenen Fällen die anfänglich geleistete Arbeit sich in Wucht oder Arbeitsfähigkeit umwandelte, scheint in unserem jetzigen Falle auf den ersten Blick die von uns geleistete Arbeit unwiderbringlich verloren. Und doch ist dies nicht der Fall. Denn lassen wir den Stein von der erreichten Höhe frei herabfallen, so wird er im Niederstürzen und Auftreffen auf den Boden genau jene Menge von Arbeitseinheiten leisten, die zu seiner Hinaufbeförderung nötig waren.

Ist m die Masse des Steines, p sein Gewicht in Kilogrammen (also im praktischen Maßsysteme) und h die Höhe des Dachrandes in Metern, so ist zur vertikalen Hebung des Steines eine Arbeit von $(p h)$ oder von $(m g h)$ Kilogrammetern nötig. Von der Höhe h frei herabstürzend, würde aber der Stein eine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 g h}$ erlangen; seine Wucht $\frac{m v^2}{2}$ im Momente des Auftreffens wäre also $\frac{m (\sqrt{2 g h})^2}{2} = (m g h)$ Kilogrammeter, also genau ebensoviel, wie früher aufgewendet werden mußte.

Wenn wir also im vorigen Artikel erkannt haben, daß ein bewegter Körper Wucht oder Arbeitsfähigkeit besitzt, so ersehen wir aus dem jetzigen Beispiele, daß auch ruhenden Körpern in gewissen Fällen Arbeitsfähigkeit innewohnen kann; war sie früher eine Folge des Umstandes, daß der Körper in Bewegung war, so ist sie jetzt durch die erhöhte Lage des Körpers bedingt. In jedem der beiden Fälle besitzt aber der Körper Arbeitsfähigkeit oder Energie. Das einemal nennen wir sie — da sie gleichsam in der Bewegung der Masse wurzelt — Energie der Bewegung oder kinetische Energie; sie fällt mit jener Größe zusammen, die wir im vorigen Artikel als Wucht bezeichneten. Das anderemal soll die Arbeitsfähigkeit, da nun die Lage gegenüber dem Erdboden ihre Grundbedingung bildet, Energie

der Lage oder potentielle Energie heißen. Potentielle Energie kann durch „Auslösung" (im früheren Beispiele das Vorschieben des Steines, bis er sich vom Dachrand gleichsam loslöst) in kinetische verwandelt werden und umgekehrt (Umsetzung oder Verwandlung von Energie).

Versuche, in folgenden Beispielen Energie der Bewegung und der Lage herauszufinden und ihre Umwandlung und Auslösung anzugeben: Aufziehen und Ablaufen einer (Gewichts- oder Feder-) Uhr. — Einschlagen von Pfählen mit einem „Rammbär". — Spannen der Armbrust und Abschießen eines Pfeiles. — Druckluftanlagen. — Der Kreislauf des Wassers. — Warum ist statt Energie der Lage auch die Bezeichnung „Spannungsenergie" oder „Spannung" berechtigt?

Betrachten wir nun nochmals die Bewegung eines vertikal nach aufwärts geworfenen Steines. Derselbe besaß anfänglich nur Energie der Bewegung, und zwar von der Größe $\frac{mc^2}{2}$. Beim Aufsteigen verlor er hiervon immer mehr, da v immer kleiner wurde, gewann dagegen fortwährend an Energie der Lage, da die erreichte Höhe h immer mehr zunahm. Im höchsten Punkte der Bahn war endlich nur mehr Energie der Lage vorhanden. Im darauffolgenden Herabstürzen nahm dieselbe immer mehr ab, wogegen fortwährend an Energie der Bewegung gewonnen wurde. Es ist leicht zu zeigen, daß in jedem Momente der Bewegung die Summe beider Energien konstant blieb.

Die anfänglich vorhandene kinetische Energie war $E_k = \frac{mc^2}{2}$. In der Höhe h war die noch vorhandene kinetische Energie $\frac{mv^2}{2}$, weil daselbst die Geschwindigkeit den Wert v besaß; nach dem Satze $\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = ps$, Art. 28, ist, da nun die Arbeit der Schwerkraft negativ ist, $\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = -mgh$ oder $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mc^2}{2} - mgh$. Die in der Höhe h erlangte potentielle Energie ist dagegen $E_p = \frac{m(\sqrt{2gh})^2}{2} = mgh$; denn würde der Körper von der Höhe h frei herabfallen, so würde er die Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ erlangen.

Es ist also $E_k + E_p = \frac{mc^2}{2} - mgh + mgh = \frac{mc^2}{2}$ u. s. w.

Auch im Momente des Auftreffens auf den Boden wird die Energie des Steines nicht spurlos verschwinden; sie wird vielmehr teilweise zur Erzeugung einer Vertiefung im Boden verwendet, teilweise aber — wie wir später hören werden — in Form von Schall und Wärme wieder zu Tage treten.

Unser Beispiel verfolgte hier nur einen einzigen Fall eines für die gesamte Naturwissenschaft hochwichtigen Gesetzes, welches man als das Gesetz der Erhaltung der Energie oder als das Energieprinzip bezeichnet. Es sagt aus, daß die in der Natur im ganzen vorhandene Energie der Größe nach unveränderlich, jedoch Veränderungen insofern unterworfen ist, als Energie von einem Körper auf

den anderen übergehen und auch die Form der Energie mannigfache Umwandlungen erfahren kann.

Das Gesetz der Erhaltung der Energie beweist, daß es unmöglich ist, ein sogenanntes Perpetuum mobile zu konstruieren. Denn ein solches sollte von selbst in Bewegung bleiben und Arbeit abgeben. Dies widerspricht aber unserem Gesetze. Denn wird irgendwo Arbeit gewonnen, so muß anderswo ein gleich großes Quantum von Arbeit verloren gehen. Arbeit kann nicht aus dem Nichts erschaffen werden.

Das Gesetz der Erhaltung der Energie wurde zuerst in allgemeinster Fassung für alle Naturkräfte ausgesprochen von dem deutschen Physiker und Physiologen H. v. Helmholtz*) (in der Schrift „Über die Erhaltung der Kraft"). Vor ihm haben bereits Newton, Bernouilli und Joule für beschränkte Gebiete von Naturerscheinungen das Gesetz erkannt. Die Möglichkeit seiner allgemeinen Gültigkeit hat zuerst der deutsche Arzt Jul. Rob. v. Mayer**) dargelegt.

Aufgaben. 1. Welche Arbeit leistet ein Grammgewicht, wenn es 1 ***cm*** tief herabfällt?***) — **2.** Wie viel Erg sind erforderlich, um ein Gewicht von 8 ***g*** 3 ***cm*** hoch zu heben?***) — **3.** Wie viel Arbeitseinheiten (im praktischen Maßsysteme) leistet gegenüber der Schwerkraft ein Mensch von 70 ***kg*** Körpergewicht, der von Brannenburg (507 ***m***) aus den Wendelstein (1849 ***m***) besteigt und dabei einen 10 ***kg*** schweren Tornister trägt? Wieviel beträgt der Effekt pro Sekunde, wenn die Besteigung $4^1/_2$ Stunden dauert? — **4.** Wie groß ist der Effekt bei einem Wasserfalle, wenn in jeder Sekunde 750 ***kg*** 9 ***m*** hoch herabfallen? (Im praktischen Maßsysteme). — **5.** 8000 ***kg*** Wasser fließen pro Sekunde durch den Querschnitt eines Flusses mit einer mittleren Geschwindigkeit von 2 ***m***. Wie groß ist die Arbeitsfähigkeit des Flusses? (Im praktischen Maßsysteme). — **6.** Wie groß ist in „Metertonnen" sowie auch im C.-G.-S.-Systeme die Wucht einer Kruppschen 30,5 ***cm*** Panzergranate, wenn dieselbe 455 ***kg*** wiegt und 610 ***m*** pro Sekunde Anfangsgeschwindigkeit besitzt?***). — **7.** Wie verhält sich die Wucht einer 12 ***kg*** schweren Kanonenkugel mit 500 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit zur Wucht eines 300 ***t*** schweren Eisenbahnzuges von 15 ***m*** Geschwindigkeit und einer Eisscholle von 3 ***t*** Gewicht und 2 ***m*** pro Sekunde Geschwindigkeit? — **8.** Wie groß ist der Effekt eines Pferdes, das einen 1,1 ***t*** schweren Wagen in einer Stunde 10 ***km*** weit zieht, wenn der Widerstand gegen die Fortbewegung durchschnittlich zu $^1/_{40}$ vom Gewichte des Wagens angenommen werden darf? (Praktisches Maßsystem). — **9.** Ein Rammbär hat ein Gewicht von 120 ***kg*** und wird aus einer Höhe von 8 ***m*** auf einen Pfahl frei fallen gelassen. Wie groß ist seine Wucht beim Auftreffen? Wie groß ist der Widerstand der Erde gegen das Eindringen des Pfahles, wenn der letztere 0,5 ***m*** tief eindringt? Wenn der Rammklotz in der Minute 5mal gehoben werden soll und ein Mann auf einen Effekt von 10 Sekunden-Kilogrammeter beansprucht werden soll, wie viel Mann müssen die Vorrichtung bedienen? — **10.** Welches Gewicht hat ein Körper, der durch eine Kraft P (10) ***kg*** in t (10) Sekunden durch einen Weg s (800) Meter bewegt wird?***) — **11.** Eine Kraft P (25) ***kg*** wirkt t (9) Sekunden lang auf einen Körper von Q (25) ***kg*** Gewicht. Auf welche Strecke vermag derselbe vermöge der erlangten Energie einen Widerstand von P_1 (1000) ***kg*** zu überwinden?***). — **12.** Ein Körper von Q (1) ***kg*** Gewicht fällt aus der Höhe h (347) Meter

---

*) Hermann v. **Helmholtz,** geb. 31. August 1821 zu Potsdam, gest. 8. September 1894 zu Charlottenburg. Zuerst Militärarzt, wirkte er später an mehreren deutschen Universitäten, zuletzt in Berlin, als Professor der Physiologie und Physik sowie (in seinen letzten Lebensjahren) als Präsident der physikalischen Reichsanstalt. Von seinen epochemachenden physikalischen und physiologischen Arbeiten seien genannt: Energiegesetz (1847), Physiologische Optik, Erfindung des Augenspiegels, Resonatoren, Konsonanz, Dissonanz, Klangfarbe u. a.

) Julius Robert v. **Mayer, geb. 24. November 1814 zu Heilbronn, gest. 20. März 1878 als Oberamtswundarzt daselbst. Urheber der mechanischen Wärmetheorie. — Äquivalenz zwischen Wärme und Arbeit (1842).

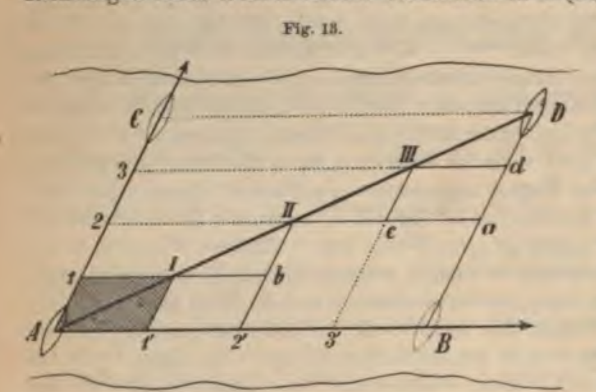
) $g = 9{,}81$ ***m pro Sekunde.

mit einer Anfangsgeschwindigkeit c (7) Meter pro Sekunde herab und dringt s (0,65) Meter tief in den Erdboden ein. Wie groß ist die Widerstandskraft des Bodens?*) (Mit Außerachtlassung des Luftwiderstandes). — **13.** Eine Lokomotive von Q (30) Tonnen Gewicht hat eine Geschwindigkeit v (12) Meter pro Sekunde erlangt. Wie weit würde sie nach abgestelltem Dampf auf vollkommen glatten, horizontalen Schienen noch laufen können, wenn der zu überwindende Widerstand K (32) ***kg*** ist?*) — **14.** Welche Kraft ist erforderlich, um einen Eisenbahnzug von 30 ***t*** Lokomotivgewicht und 27 Waggons à 10 ***t*** auf einer wagrechten, vollkommen glatten Schienenbahn binnen $t = 4$ Minuten aus einer Geschwindigkeit $v_1 = 7\ m$ in die von $v_2 = 14\ m$ zu bringen?*)

30. Zusammensetzung von Bewegungen. Wenn ein Bewegliches gleichzeitig zwei oder mehreren Bewegungsursachen folgen soll, so führt es eine Bewegung aus, welche von den durch jede Bewegungsursache für sich veranlaßten Einzelbewegungen abweicht und als zusammengesetzte Bewegung bezeichnet werden soll. Durch dieselbe muß das Bewegliche, da die einzelnen Bewegungen sich nach dem Unabhängigkeitsprinzipe (Art. 23) nicht beeinflussen, nach Ablauf einer gewissen Zeit genau an jene Stelle geführt werden, an welche es in derselben Zeit käme, wenn die Einzelbewegungen nicht gleichzeitig, sondern hintereinander erfolgen würden.

Wie die Aufgabe der Zusammensetzung zweier oder mehrerer Einzelbewegungen auszuführen sei, darauf führt die Betrachtung eines besonderen Falles. Es mögen nämlich zunächst beide Einzelbewegungen gleichförmige sein und ihre Richtungen einen Winkel bilden. Wäre z. B. in A (Fig. 13) ein Segelboot, das durch die Strömung eines Flusses in der Richtung AB gleichförmig stromabwärts getrieben wird und nach 1, 2, 3, 4 Minuten beziehungsweise in den Punkten $1'$, $2'$, $3'$, B anlangen soll, und würde dasselbe gleichzeitig durch einen in der Richtung AC wehenden Wind ebenfalls gleichförmig in der Richtung AC bewegt, so daß es nach 1, 2, 3, 4 Minuten beziehungsweise in den Punkten 1, 2, 3, C eintreffen sollte, so muß es sich zufolge beider Bewegungsursachen, wie leicht einzusehen ist, in der Richtung AD, welche die Diagonale des über AB und AC errichteten Parallelogrammes ist, und zwar ebenfalls gleichförmig, bewegen. Denken wir uns nämlich die beiden Einzelbewegungen hintereinander erfolgend, so ergibt sich sofort der Endpunkt D der Bewegung und durch Teilung des ganzen Bewegungsaktes in zwei gleiche Teile der Punkt II; durch weitere Teilung jedes solchen Intervalles in zwei gleiche Teile ergeben sich die Punkte I und III u. s. w. Alle diese Punkte müssen wegen der Proportionalität der Strecken $\overline{A1'} : \overline{A2'} : \overline{A3'} : \overline{AB} = \overline{1'I} : \overline{2'II} : 3'III : \overline{BD} = 1 : 2 : 3 : 4$ mit A und D auf einer geraden Linie liegen.

Fig. 13.



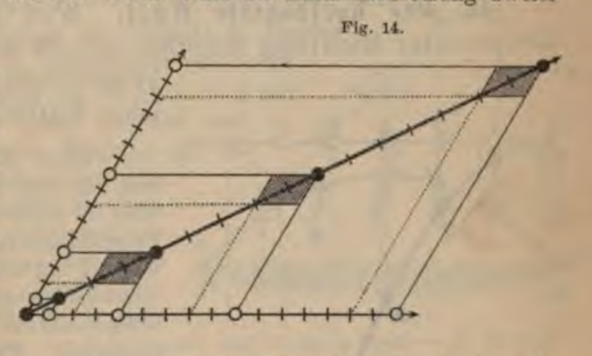
*) $g = 9{,}81\ m$ pro Sekunde.

Man beweise allgemein, daß die Punkte X und Y, welche nach Verlauf der Zeit t_1, beziehungsweise t_2 erreicht werden, mit A in einer geraden Linie liegen.

Man findet somit die Bahn der *zusammengesetzten Bewegung*, welche, da sie gleichsam das wirkliche Bewegungsergebnis oder *Resultat* vorstellt, auch als *resultierende Bewegung* (*Resultierende*) bezeichnet wird, aus den gegebenen *einfachen, komponierenden Bewegungen* oder *Komponenten* für den Fall, als diese Bewegungen gleichförmige sind und ihre Richtungen einen Winkel bilden, durch die *Konstruktion eines sogenannten Bewegungsparallelogrammes* (*Parallelogramm der Wege*).

Vereinfachung der Konstruktion, indem man, statt das ganze Parallelogramm zu zeichnen, nur das Dreieck ABD feststellt. — Da $\overline{A1}$ und $\overline{A1'}$ in Fig. 13 die Größe der beiden Geschwindigkeiten vorstellen, bildet der schraffierte Teil der Figur ein *Parallelogramm der Geschwindigkeiten*. Da ferner — wie ein Blick auf Fig. 14 lehrt — auf dieselbe Weise auch die Zusammensetzung zweier gleichförmig beschleunigter Bewegungen als Resultierende wieder eine gleichförmig beschleunigte Bewegung ergibt*) und da bei diesen Bewegungen die Beschleunigung auch gemessen wird durch den Wegzuwachs pro Zeiteinheit (Art. **11**), ist unmittelbar ersichtlich, daß die schraffierten Teile der Fig. 14 *Parallelogramme der Beschleunigungen* vorstellen müssen. Da endlich beliebig veränderliche Bewegungen immer in hinlänglich kleine, gleichförmig beschleunigte Bewegungsakte zerlegt werden können, ergibt sich der allgemein gültige Satz:

Fig. 14.



Wege (Geschwindigkeiten, Beschleunigungen), deren Richtungen einen Winkel bilden, sind nach der Parallelogrammregel zusammenzusetzen.

Welche Fälle ergeben sich aus den vorigen Betrachtungen, wenn der Winkel bei A entweder 0° oder 180° ist? Wo haben wir diese Fälle, die ja, wie die Zusammensetzung der Bewegungen überhaupt, nur eine Folge des *Unabhängigkeitsprinzipes* sind, bereits verwendet? — Experimenteller Nachweis der „Parallelogrammregel" durch Parallelverschiebung einer Rinne (Glasröhre), in welcher eine Kugel rollt.

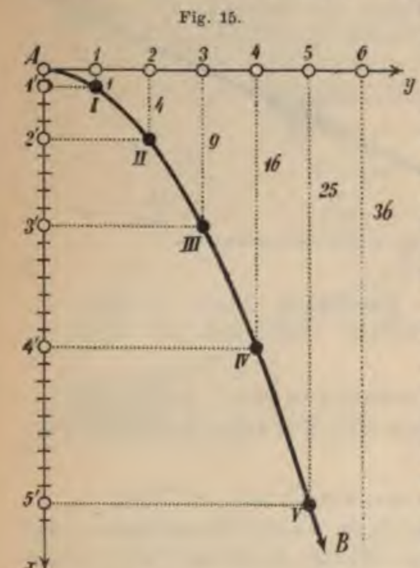
Wenn mehr als zwei Einzelbewegungen zusammenzusetzen wären, erhält man das Schlußresultat durch Zusammensetzung der beiden ersten Bewegungen zu einer resultierenden Bewegung, hierauf Zusammensetzung der letzteren mit der dritten Bewegung etc. Die Vereinfachung der Konstruktion führt hier auf ein *Bewegungspolygon*.

*) Der Beweis ist dem früher angedeuteten analog, nur ist hier zu bedenken, daß die in jeder Einzelbewegung zurückgelegten Wege sich nicht wie früher die Zeiten, sondern wie die Quadrate der Zeiten verhalten müssen.

31. Zerlegung einer Bewegung. So wie es möglich ist, zwei (oder auch mehr) der Größe und Richtung nach gegebene Bewegungen (Wege, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen) nach der Parallelogrammregel zu einer resultierenden Bewegung zusammenzusetzen, wie also aus gegebenen Seiten und Winkeln des Parallelogrammes das Parallelogramm selbst und somit auch die in demselben gesuchte Diagonale konstruierbar ist, so läßt sich auch umgekehrt eine gegebene Bewegung nach der Parallelogrammregel in Einzelbewegungen auflösen, als deren Resultierende gleichsam die gegebene Bewegung aufgefaßt werden kann. Damit aber in diesem Falle die Aufgabe zu einer bestimmten werde, müssen außer der bekannten Diagonale noch zwei weitere Bestimmungsstücke des Parallelogrammes gegeben sein. (Welche Fälle wären hier möglich?) Diese Umkehrungsaufgabe führt den Namen der Zerlegung der Bewegungen (Wege, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen).

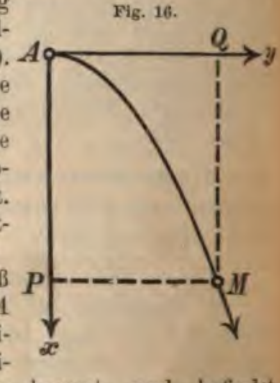
32. Der horizontale Wurf. Wird ein Körper A (Fig. 15) in horizontaler Richtung geworfen (Art. **24** und **25**), so beschreibt er eine krummlinige Bahn, welche als Wurflinie bezeichnet wird.

Fig. 15.



Diese krummlinige Bewegung ergibt sich als das Resultat der Zusammensetzung einer in horizontaler Richtung Ay nach dem Trägheitsgesetze erfolgenden gleichförmigen Bewegung mit einer in vertikaler Richtung Ax erfolgenden gleichförmig beschleunigten Fallbewegung (Fig. 15).

Fig. 16.



Die Wurflinie ist die eine Hälfte einer Parabel, wie die analytische Geometrie erkennen läßt. [Legen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem so, daß der Ursprung nach A (Fig. 16), die Ordinatenachse in die horizontale, die Abszissenachse in die vertikale Richtung kommt, und befindet sich der geworfene Körper nach Ablauf der Zeit t im Punkte M, so ist $MP = y = ct$ und $AP = x = \frac{g}{2} t^2$. Eliminiert man aus diesen Gleichungen t, so ergibt sich als Gleichung der Bahn $y^2 = 2 \cdot \frac{c^2}{g} \cdot x$, also die Scheitelgleichung einer Parabel.]

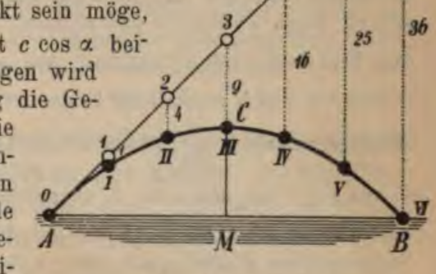
Experimenteller Nachweis mit Hilfe eines aus horizontaler Röhre ausfließenden Wasserstrahles (Art. **76**). — Wirft man von A aus einen Körper horizontal nach vorwärts

und läßt gleichzeitig einen zweiten vertikal frei herabfallen, so befinden sich beide in jedem Momente in dem gleichen horizontalen Niveau (Fig. 15). Experimenteller Nachweis mit einer kleinen Federkanone, welche eine Messingkugel horizontal vorwärts schleudert, während eine zweite Kugel gleichzeitig frei herabfällt. — Wie groß sind in Wirklichkeit die Strecken $\overline{1\,I}$, $\overline{2\,II}$, $\overline{3\,III}$ etc. in Fig. 15?

33. Der schiefe Wurf. Auch wenn ein Körper in einer Richtung geworfen wird, welche mit einer horizontalen Ebene einen beliebigen Winkel α (Erhebungs- oder Elevationswinkel) bildet, findet man seine Bahn zunächst punktweise durch Anwendung der Parallelogrammregel (Fig. 17).

Inwiefern enthält Fig. 17 gegenüber der Fig. 15 eine Vereinfachung? Wie groß sind in Wirklichkeit die Abstände $\overline{1\,I}$, $\overline{2\,II}$, $\overline{3\,III}$ etc.?

Fig. 17.



Zum genaueren Studium des schiefen Wurfes zerlegen wir die Anfangsgeschwindigkeit $AM = c$ (Fig. 18) des unter dem Elevationswinkel α schief nach aufwärts geworfenen Körpers in eine horizontale Geschwindigkeitskomponente $AP = c_x = c \cos \alpha$ und in eine vertikale Geschwindigkeitskomponente $AQ = c_y = c \sin \alpha$. Nach Ablauf von t Sekunden wird die Geschwindigkeit des Körpers in horizontaler Richtung, welche durch v_x ausgedrückt sein möge, unverändert den Wert $c \cos \alpha$ beibehalten haben. Dagegen wird in vertikaler Richtung die Geschwindigkeit durch die Schwerkraft eine konstante Verzögerung von der Größe g pro Sekunde erfahren, so daß die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung (v_y) nach Ablauf von t Sekunden nur mehr $c \sin \alpha - g t$ beträgt. Wir erhalten auf diese Weise die Formeln

Fig. 18.

$$v_x = c \cos \alpha \quad \ldots\ldots (15),$$

$$v_y = c \sin \alpha - g t \quad \ldots\ldots (16).$$

Entsprechend sind auch die Wege nach beiden Richtungen ausgedrückt durch die Formeln

$$x = c t \cos \alpha \quad \ldots\ldots (17),$$

$$y = c t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 \quad \ldots\ldots (18).$$

Mit Hilfe der Formeln (15)—(18) kann man nun die folgende Reihe von Fragen über den schiefen Wurf beantworten. 1. Wie lange steigt der Körper in seiner Bahn? Solange, bis $v_y = 0$ wird. Nach Formel (16) erfolgt dies nach $T_1 = \frac{c \sin \alpha}{g}$ (Steigdauer). 2. Wie weit steht der höchste Punkt der Bahn (C in Fig. 17) in horizontaler wie in vertikaler Richtung vom Ausgangspunkte A ab? Die gesuchten Abstände AM und CM (Fig. 17) ergeben sich als die Werte von x und y aus den Gleichungen (17) und (18) durch Einführung des Wertes T_1 für die Größe t. Es ist $AM = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{2g} = W_1$ und $MC = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} = H$ (Steighöhe oder Wurfhöhe). 3. Wie lange dauert es, bis der Körper den Horizont erreicht? Offenbar solange, bis y

den Wert 0 annimmt. Nach Gleichung (18) ist dies der Fall, wenn t entweder den Wert 0 (was heißt dies?) oder den Wert $\frac{2c \sin \alpha}{g} = T$ (Wurfdauer) annimmt. Man sieht, daß $T = 2\,T_1$ ist; der Abstieg des Körpers dauert also ebenso lang wie der Aufstieg. 4. In welcher Entfernung vom Ausgangspunkte erreicht der Körper zum zweitenmale den Horizont? Es ist dies der Wert von x, welchen Gleichung (17) ergibt, wenn für t der Wert T eingeführt wird. Die Rechnung gibt hierfür $\frac{c^2 \sin 2\alpha}{g} = W$ (Wurfweite). Man bemerkt, daß $W = 2\,W_1$ ist; es ist also $\overline{AM} = \overline{MB}$. 5. Wie groß sind die Abstände h_1 und h_2 des geworfenen Körpers vom Horizonte zur Zeit $(T_1 - \tau)$ und zur Zeit $(T_1 + \tau)$? Beide ergeben sich nach Formel (18) mit $h_1 = h_2 = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} - \frac{g}{2}\tau^2$. 6. Wie groß sind die Abstände d_1 und d_2 des geworfenen Körpers von der Vertikalen CM zur Zeit $(T_1 - \tau)$ und zur Zeit $(T_1 + \tau)$? Mit Benützung des Wertes W_1 und der Formel (17) ergibt sich für beide $d_1 = d_2 = c\,\tau \cos \alpha$. — Das Ergebnis der Fragen 5 und 6 läßt sich in dem Satze aussprechen: Die Wurfbahn ist eine hinsichtlich CM symmetrische Kurve. Der aufsteigende Ast AC läßt sich durch Drehung um CM und um einen Winkel von 180° mit dem absteigenden Aste CB zur Deckung bringen. Da nun dieser nichts anderes ist als die Bahn eines horizontal geworfenen Körpers (denn in C existiert nur mehr $v_x = c \cos \alpha$, während $v_y = 0$ ist!) und da letztere nach Art. 32 eine halbe Parabel ist, so ist bewiesen, daß die Bahn eines schief nach aufwärts geworfenen Körpers eine Parabel ist. 7. Wovon ist die Wurfhöhe H abhängig? Aus dem unter 2. gefundenen Werte $H = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ersehen wir, daß H proportional ist der Größe c^2 und auch mit dem Winkel α wächst, ferner ein Maximum, nämlich $\frac{c^2}{2g}$, ist für $\alpha = 90^0$. (In Worten?) 8. Wovon ist die Wurfweite W abhängig? Aus dem unter 4. gefundenen Werte $W = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$ sieht man, daß W proportional ist der Größe c^2, ferner daß W ein Maximum ist für $\alpha = 45^0$, endlich daß für komplementäre Winkel α und $(90 - \alpha)$ sich dieselbe Wurfweite ergibt. (In Worten?)

Bedeutung der Wurfgesetze für die Ballistik. Gebrauch der Handfeuerwaffen und Geschütze. Schießen gegen freistehende Ziele durch den Flachschuß, gegen gedeckte Ziele durch den Bogenschuß (Bombenwerfen).

Wegen des Luftwiderstandes beschreibt der geworfene Körper (das Projektil) keine vollkommene Parabel, sondern eine „ballistische Kurve“, deren absteigender Ast stärker gekrümmt ist wie der aufsteigende.

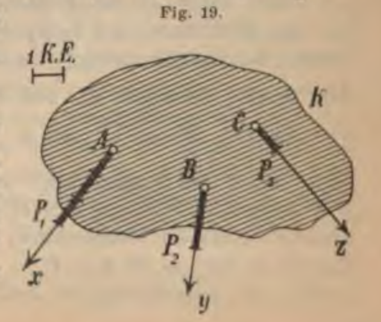
Experimenteller Nachweis der Wurfgesetze durch Wasserstrahlen.

Aufgaben. 1. Um wie viel ist eine in horizontaler Richtung abgeschossene Kugel nach 2 Sekunden, nach $^1/_2$ Sekunde, nach $1^1/_2$ Sekunden gesunken? — **2.** Wie weit kann von einem 45 ***m*** hohen Punkte in horizontaler Richtung geschossen werden, wenn die Wurfgeschwindigkeit 250 ***m*** pro Sekunde beträgt? — **3.** Ein Gewehr, welches dem Projektile eine Geschwindigkeit von 500 ***m*** pro Sekunde erteilt, ist horizontal eingespannt und gegen das Zielschwarze einer Scheibe gerichtet. Wie weit ist die Scheibe entfernt, wenn der Treffer 125 ***cm*** unter dem Zielschwarzen erfolgt? — **4.** Mit welcher Geschwindigkeit müßte vom oberen Rande einer 125 ***m*** hohen Felswand ein Körper horizontal geschleudert werden, damit er in einer Entfernung von 100 ***m*** vom Fußpunkte der Wand den Boden treffe? Wie groß ist die Geschwindigkeit beim Auftreffen? — **5.** Von einem h (5) ***m*** hohen Standpunkte aus wird eine Kugel wagrecht abgeschossen und erreicht im Horizonte angelangt eine Wurfweite w (7,5) ***m***. Welchen Winkel bildet die Bewegungsrichtung der Kugel im Momente des

Auftreffens mit dem Horizonte und wie groß ist dann ihre Geschwindigkeit? — **6.** Welche größte Wurfweite sollte man — vom Luftwiderstande abgesehen — mit einem 9 *cm* Feldgeschütze (mit der 24 *cm* Kruppschen Schiffskanone) erreichen können, wenn die Anfangsgeschwindigkeit 450 (610) *m* pro Sekunde beträgt? — **7.** Unter welchem Winkel und mit welcher Geschwindigkeit trifft ein schief geworfener Körper (c und α gegeben) den Horizont? — **8.** Warum ist in Fig. 17 C der Mittelpunkt der Strecke $\overline{3\,M}$? Zeige, daß dies allgemein gilt! — **9.** In welcher Beziehung stehen Wurfhöhe und Wurfweite der Flugbahnparabel für $\alpha = 45^0$. Wo liegt somit der Brennpunkt dieser Parabel? — **10.** Welche Elevation müßte man einer Kanone geben, welche dem Projektile eine Anfangsgeschwindigkeit von 500 *m* pro Sekunde erteilt, um ein 5000 *m* entferntes Ziel zu erreichen? — **11.** Welchen Energieverlust erleidet eine mit der Geschwindigkeit c unter einer Elevation α schief nach aufwärts geworfene Masse, bis sie den höchsten Punkt ihrer Bahn erreicht hat? — **12.** In wie viel Sekunden erreicht eine schief unter 30° Elevation mit $c = 80$ *m* pro Sekunde abgeschossene Kugel die Höhe 75 *m*? Wie groß ist die Wurfhöhe im höchsten Punkte der Bahn? — **13.** Nach wie viel Sekunden erreicht eine mit $c = 7$ *m* pro Sekunde Geschwindigkeit unter einer Elevation von 30° abgeschossene Kugel eine Geschwindigkeit von $(7\sqrt{43})$ *m* pro Sekunde? ($g = 9{,}8$ *m* pro Sekunde.) — **14.** Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit einer Kugel, die, unter 45° Elevation abgeschossen, in einer horizontalen Entfernung von 390 *m* eine Höhe von 370 *m* erreicht? — **15.** Unter welchem Winkel muß ein Körper abgeschossen werden, damit Wurfweite und Wurfhöhe gleich werden? — **16.** Wo wird ein unter 30° Elevation mit 160 *m* Anfangsgeschwindigkeit geworfener Körper eine horizontale Ebene treffen, welche um 180 *m* tiefer als der Ausgangspunkt der Bewegung liegt? —

34. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, die in einem Punkte angreifen. Graphische Darstellung der Kräfte. Die Tatsache, daß Kräfte unter sonst gleichen Umständen sich ihrer Intensität nach verhalten wie die durch sie hervorgebrachten Beschleunigungen (Art. **18**), führt in Verbindung mit der für die Zusammensetzung von Beschleunigungen bereits bekannten „Parallelogrammregel" (Art. **30**), auf ein Verfahren, gegebene Kräfte, welche an einem gemeinsamen Angriffspunkte wirken, zu einer einzigen, resultierenden Kraft (Resultierenden) zu vereinigen, d. h. zu einer Kraft, welche dasselbe leistet wie die gegebenen Einzelkräfte (Komponenten), wenn es gelingt, für Kräfte eine ähnliche zeichnerische (graphische) Darstellung zu ermitteln, wie wir eine solche bei Wegen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen angewendet haben. Es können dabei freilich „Kräfte" nicht durch Strecken, also durch „Längen" ersetzt werden. Wohl aber kann die Maßzahl einer Kraft übereinstimmend gemacht werden mit der Maßzahl einer sie darstellenden Strecke.

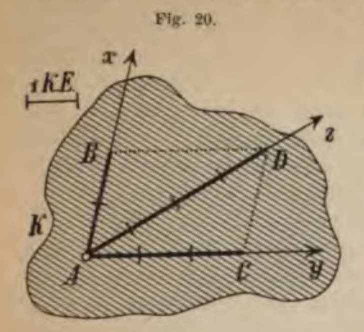
Fig. 19.



In diesem Sinne betrachtet, zeigt z. B. Fig. 19 drei an einem Körper K in den Angriffspunkten A, B und C nach den Richtungen Ax, By und Cz wirkende Kräfte P_1, P_2 und P_3, deren Intensitäten beziehungsweise 3, 2 und 1 Krafteinheit (entweder „Kilogrammgewichte" im praktischen Maßsysteme oder „Dynen" im C.-G.-S.-Systeme) betragen.

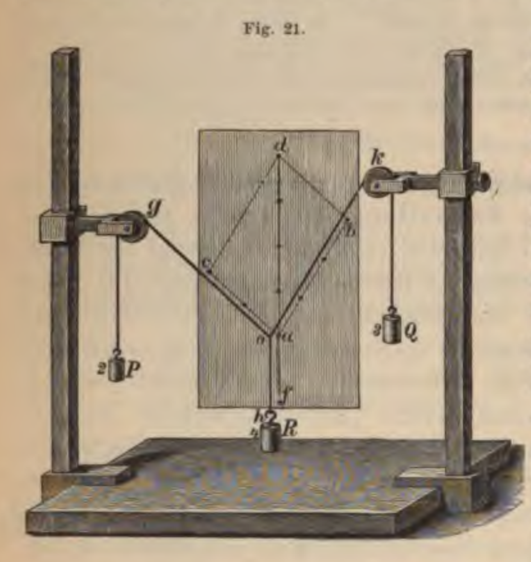
Nach dem Gesagten ist also die **Zusammensetzung** von zwei gegebenen Kräften, welche in dem Punkte A (Fig. 20) eines Körpers angreifen und nach den Richtungen Ax und Ay mit Intensitäten wirken, welche sich verhalten wie die Strecken AB und AC, so auszuführen, daß man über AB und AC ein Parallelogramm (das **Kräfteparallelogramm**) konstruiert und in demselben die vom Punkte A ausgehende Diagonale AD bestimmt. Hierdurch ist die **Resultierende** ebensowohl der Richtung wie der Intensität nach ermittelt.

Fig. 20.



Daß die Schlußkette: „Kräfte verhalten sich wie die durch sie an einer bestimmten Masse hervorgerufenen Beschleunigungen, Beschleunigungen werden nach der Parallelogrammregel zusammengesetzt, folglich lassen sich auch Kräfte nach der Parallelogrammregel zusammensetzen", eine berechtigte ist, bestätigt das Experiment. An den Enden einer Schnur (Fig. 21) wirken Zugkräfte von 2 und 3 Krafteinheiten. Würden diese Zugkräfte einen Winkel von der Größe des Winkels CAB (Fig. 20) einschließen, so würden sie bei der in Fig. 21 dargestellten Anordnung einen vertikal nach aufwärts wirkenden Zug von 4 Krafteinheiten geben. Bringen wir daher in der Mitte der Schnur einen vertikal nach abwärts wirkenden Zug von 4 Krafteinheiten an, so stellen sich in der Tat die Schnurteile so ein, daß sie sich mit den Seiten eines (auf eine Pappscheibe nach Fig. 20 vorgezeichneten) Parallelogrammes decken, dessen Seiten und Diagonale, beziehungsweise 2, 3 und 4 Längeneinheiten betragen und dessen Diagonale in vertikale Stellung gebracht wird.

Fig. 21.



Die Größe R der Resultierenden sowie die Winkel, welche ihre Richtung mit den Richtungen der Komponenten P_1 und P_2 bildet, bestimmen sich nach den Sätzen der Trigonometrie. Es ist $R^2 = P_1{}^2 + P_2{}^2 + 2\,P_1\,P_2 \cos\alpha$, worin α den Winkel zwischen P_1 und P_2 bezeichnet. Ferner ist $\sin(P_1\,R) = \frac{P_2}{R}\cdot\sin\alpha$ und $\sin(P_2\,R) = \frac{P_1}{R}\cdot\sin\alpha$.

Aus diesen Formeln sowie auch aus Fig. 20 erkennt man noch folgende Tatsachen: 1. Es ist $R < P_1 + P_2$ und $R > P_1 - P_2$. 2. Mit abnehmendem Winkel α wächst (bei unveränderter Stärke der Komponenten) die Resultierende R. 3. Für $\alpha = 0$ ist $R = P_1 + P_2$. 4. Ist $\alpha = 180^\circ$, so ist $R = P_1 - P_2$. 5. Ist $\alpha = 180^\circ$ und $P_1 = P_2$, so herrscht Gleichgewicht; die Resultierende ist „Null".

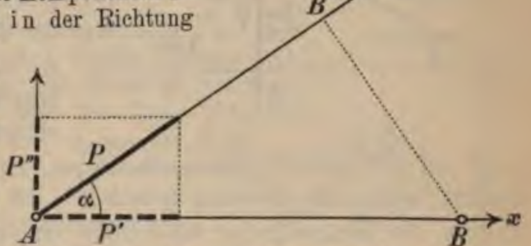
Um mehrere in einem Punkte angreifende Kräfte P_1, P_2, P_3 ... zu einer Resultierenden zu vereinigen, ersetzt man zuerst P_1 und P_2 durch eine Resultierende R_1, verbindet dann R_1 mit P_3 u. s. w. (Kräftepolygon).

Sowie es möglich ist, eine Bewegung in zwei (oder mehrere) andere zu zerlegen (Art. **31**), so ist es auch möglich, eine Kraft durch zwei (oder mehrere) Kräfte zu ersetzen oder in dieselben zu zerlegen. Da man jedoch über der Strecke, welche die zu zerlegende Kraft darstellt, unendlich viele Parallelogramme konstruieren kann, welche alle die gegebene Strecke als Diagonale besitzen, so ist die Zerlegung einer Kraft in Komponenten nur dann als eine bestimmte Aufgabe anzusehen, wenn außer der zu zerlegenden Kraft noch zwei weitere Bestimmungsstücke des Kräfteparallelogrammes gegeben sind.

Am wichtigsten von allen hier möglichen Fällen ist die Aufgabe, aus der vollständig (der Stärke und Richtung nach) bekannten Resultierenden AD (Fig. 20) sowie aus den gegebenen Richtungen der Komponenten Ax und Ay die Stärke der Komponenten (also AB und AC) zu bestimmen. Sie wird gelöst, wenn wir durch den Punkt D zu Ax und Ay die Parallelen DC und DB ziehen. —

Wollen wir die Größe der Arbeit bestimmen, welche durch eine Kraft P bei der Verschiebung auf dem Wege $AB = s$ (Fig. 22) geleistet wird, wobei aber die Wegrichtung mit der Kraftrichtung einen Winkel α bildet (nicht mit ihr zusammenfällt wie im Art. **26**), so zerlegt man P in die Komponenten P' und P'', welche beziehungsweise in der Richtung der Verschiebung und normal auf dieselbe wirken. Bei einer Verschiebung des Beweglichen leistet dann offenbar nur $P' = P \cos\alpha$ Arbeit.*) Die Größe der geleisteten Arbeit ist dann $A = P \cos\alpha \cdot s$, d. h. gleich dem Produkte aus der auf die Wegrichtung projizierten Kraft mit dem Wege, oder auch $A = P \cdot s \cos\alpha$ d. h. gleich dem Produkte aus der Kraft mit dem auf die Kraftrichtung projizierten Wege (Fig. 22). Erfolgt die Verschiebung normal zur Kraftrichtung, so ist die Arbeit der Kraft gleich Null. (Welche Werte ergibt die Formel $A = Ps \cdot \cos\alpha$ für $\alpha = 0^0$, für $\alpha = 90^0$, für $\alpha = 180^0$?)

Fig. 22.



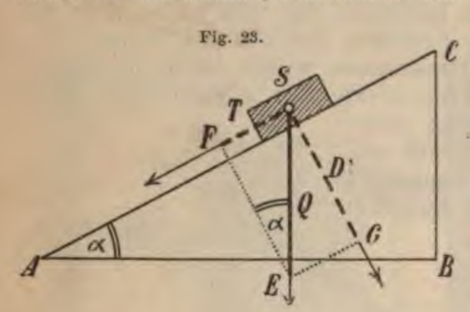
Aufgaben. 1. Man bestimme die Größe und Richtung derjenigen Kraft, welche den unter einem Winkel von 90° auf einen Punkt einwirkenden Kräften $P_1 = 2{,}8\,kg$ und $P_2 = 4{,}5\,kg$ das Gleichgewicht hält. — **2.** Eine Kraft von 70 *kg* in zwei andere Kräfte zu zerlegen, welche unter einem Winkel von 60° gegeneinander geneigt sind, so daß die Richtung der ursprünglichen Kraft mit der einen Komponente einen Winkel von 18° bildet. — **3.** Ein zwischen zwei Haken wagrecht ausgespanntes Seil von 8 *m* Länge wird in der Mitte durch ein Gewicht von 80 *kg* belastet, wodurch die Seilmitte um 40 *cm* tiefer gezogen wird. Wie groß ist der Gewichtszug an jedem der beiden Haken? (Prinzip der Kniehebelpresse.) — **4.** Welchen Winkel müssen zwei gleich große Kräfte bilden, damit ihre

*) P'' leistet bei der Verschiebung von A nach B keine Arbeit, weil der zu überwindende Widerstand in der zu Ax entgegengesetzten Richtung wirkt, also P'' zu seiner Überwindung keinen Beitrag leistet.

Resultierende halb so groß (ebenso groß) [doppelt so groß] werde wie jede Komponente? — 5. Wenn beim Schiffziehen das Seil mit der Kielrichtung einen Winkel von 30° bildet, wie groß ist bei einem Zuge von 430 *kg* Stärke die aufwärtsziehende Komponente und wie groß die seitwärtsziehende? — 6. An einer Mauer ist unter dem Winkel 60° eine Leiter angelehnt, auf welcher eine 70 *kg* schwere Person steht. Wie groß ist die Kraft, mit der das untere Ende der Leiter sich von der Mauer zu entfernen strebt, und wie groß ist jene, mit welcher das untere Ende der Leiter gegen den Boden drückt? (Das Gewicht der Leiter darf vernachlässigt werden.)

35. Bewegung längs einer schiefen Ebene. Reibung. Liegt ein Körper auf einer schiefen, d. h. gegen eine Horizontalebene unter einem Winkel α (Neigungswinkel der schiefen Ebene) geneigten Ebene, so tritt erfahrungsgemäß ein Herabgleiten des Körpers längs der schiefen Ebene ein. Um diese Abwärtsbewegung zu erklären, denken wir uns die schiefe Ebene mit einer horizontalen Ebene zum Schnitte gebracht und ihre Schnittlinie normal auf die Zeichenfläche gestellt. Beide Ebenen, die schiefe sowie die horizontale, erscheinen dann als Schenkel des Winkels α (Fig. 23).

Fig. 23.



Fällen wir noch von einem in der Zeichenfläche gelegenen Punkte C der schiefen Ebene auf die horizontale ein Lot, so ergibt sich ein rechtwinkliges Dreieck ABC, welches gewissermaßen einen Vertikalschnitt der schiefen Ebene vorstellt und in welchem AC als Länge l, AB als Basis b und CB als Höhe h der schiefen Ebene bezeichnet werden soll. Liegt auf der schiefen Ebene ein Körper, so zerlegen wir sein vertikal nach abwärts wirkendes Gewicht $Q = SE$*) in zwei Komponenten, von denen eine in der Richtung der tatsächlich eintretenden Bewegung (also parallel zur Länge AC der schiefen Ebene) wirken soll, während die andere normal auf die Länge der schiefen Ebene gerichtet sein möge. Die erstere kann, da sie den Körper abwärts treibt, die treibende Komponente T genannt werden, während die andere Komponente, die sich nur durch den Druck auf die schiefe Ebene äußert, welcher Druck natürlich durch den Gegendruck einer hinlänglich widerstandsfähigen, schiefen Ebene aufgehoben wird, als drückende Komponente D bezeichnet werden soll.

Die Intensität beider Komponenten ergibt sich durch Betrachtung der ähnlichen Dreiecke ABC und EFS mit

$$\left.\begin{matrix} T : Q = h : l \\ D : Q = b : l \end{matrix}\right\} \ldots\ldots\ldots (19) \text{ oder auch } \left\{\begin{matrix} T = Q \sin\alpha \\ D = Q \cos\alpha \end{matrix}\right\} \ldots\ldots\ldots (20).$$

Das Verhältnis $h : l$ oder $\sin\alpha$ nennt man auch die Steigung der schiefen Ebene. Was sagen also die Angaben, daß die „Steigung" bei einer Bergbahn z. B. 1 : 40, an einer Stelle einer Zahnradbahn 20% ist?

*) Der Angriffspunkt der Kraft Q ist der — später (Art. 39) genauer zu bestimmende — Schwerpunkt S des Körpers.

Da die Größe der Komponente T für eine und dieselbe schiefe Ebene sich, an allen Stellen der Länge AC gemessen, gleich groß ergibt, wird die Abwärtsbewegung eines jeden Körpers durch eine konstante Kraft veranlaßt; das Ergebnis ist also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung (Art. **20**).

Die Größe der wirksamen Beschleunigung γ findet man aus der Relation: „Kraft = Masse × Beschleunigung." Besitzt nämlich der Körper die Masse m, so ist nach Formel (20) $T = m\gamma = mg \sin \alpha$ und somit

$$\gamma = g \sin \alpha = g \cdot \frac{h}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21).$$

Es wird somit die Beschleunigung γ der Abwärtsbewegung um so kleiner, je kleiner der Neigungswinkel α ist. Dies benützte Galilei zum experimentellen Nachweise der Fallgesetze, indem er kleine Kugeln in sanft geneigten Rinnen (Fallrinnen) abwärts rollen ließ. Dabei zeigte sich auch, daß die auftretende Beschleunigung für eine und dieselbe Neigung vom Material und Gewichte der Kugel unabhängig ist, wenn von Widerständen der Bewegung abgesehen wird.

Die Bewegung auf der schiefen Ebene ist, ebenso wie der freie Fall, durch die Schwerkraft veranlaßt. Doch ist sie eben kein freier Fall, sondern ein Fallen auf vorgeschriebener Bahn.

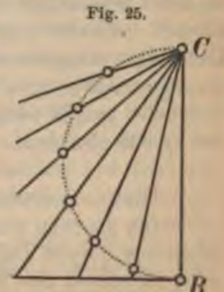
Lassen wir einen Körper auf der schiefen Ebene herabgleiten, einen zweiten gleichzeitig frei längs der Höhe der schiefen Ebene herabfallen, so müssen die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege (weil der erstere $\frac{\gamma}{2}t^2$, der letztere $\frac{g}{2}t^2$ beträgt) sich verhalten wie die Beschleunigungen; da aber letztere in dem Verhältnisse von $h:l$ stehen (Formel 21), müssen auch die betrachteten Wege sich verhalten wie $h:l$. Beschreiben wir somit (Fig. 24) über der Höhe BC der schiefen Ebene einen Halbkreis, so gibt er uns das Wegstück CX an, welches der Körper in derselben Zeit durchläuft, als er die Höhe CB frei durchfällt (Fall durch Sehne und Durchmesser; experimenteller Nachweis hierfür). Was sagt Fig. 25 aus?

Fig. 24.

Zeige, daß auch eine schiefe Ebene XB (Fig. 24) in derselben Zeit durchlaufen wird wie der Durchmesser CB beim freien Fall!

Um die Endgeschwindigkeit v zu finden, mit welcher der herabrollende Körper in A (Fig. 24) anlangt, benützen wir Formel (4) des Art. **11.** Es ist $v = \sqrt{2\gamma l} = \sqrt{2(g \sin \alpha)\,l} = \sqrt{2g\,(l \sin \alpha)} = \sqrt{2\,gh}$, also genau so groß als die von einem längs der Höhe h frei herabfallenden Körper im Punkte B erlangte Endgeschwindigkeit. Es erlangt demnach beim Herabfallen längs einer beliebigen schiefen Ebene ein Körper dieselbe Geschwindigkeit und somit auch dieselbe Wucht, als wenn er bis zu derselben Tiefe vertikal herabgefallen wäre.

Fig. 25.



Stellen $N_1 N_1'$ und $N_2 N_2'$ (Fig. 26) zwei horizontale Ebenen (Niveaus) vor und fallen teils frei längs 1 T, teils auf verschieden

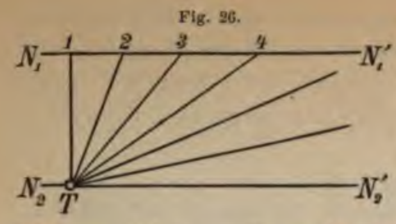
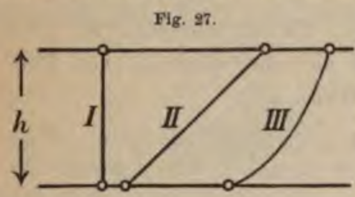


Fig. 26.

stark geneigten, schiefen Ebenen Körper aus der Höhe des ersteren Niveaus bis in die Höhe des zweiten, so kommen sie in T alle (von Bewegungshindernissen abgesehen) mit derselben Endgeschwindigkeit an, wobei aber die erlangte Beschleunigung längs $1\,T$ die größte, nämlich g ist, während sie längs jeder anderen Richtung nur $g \sin \alpha$ beträgt, also um so kleiner wird, je kleiner α ist. Läßt man daher umgekehrt von T aus längs $\overline{T1}$, $\overline{T2}$, $\overline{T3}$... Körper mit derselben Anfangsgeschwindigkeit aufsteigen, so gelangen sie alle, bis ihre Geschwindigkeit v aufgezehrt ist, in dasselbe obere Niveau $N_1 N_1'$; dabei wird aber jede Bewegung umsoweniger verzögert werden, je kleiner α ist. Ist daher $\alpha = O$, so müßte sich der von T mit der Geschwindigkeit v ausgehende Körper ohne jede Verzögerung, d. h. gleichförmig fortbewegen. Durch diese sinnreiche Überlegung fand Galilei das Trägheitsgesetz (vgl. Art. **12**).

Wenn ein Körper, der nach einem um h tiefer gelegenen Punkte (Fig. 27) entweder frei (I) oder auf schiefer Ebene (II) hinabfällt, daselbst, wie wir eben gesehen haben, mit derselben Endgeschwindigkeit, also auch mit derselben Wucht anlangt, so ist auch klar, daß er auf jeder beliebig gekrümmten Bahn (III), die ihn um eine Falltiefe von h tiefer bringt, dieselbe Endgeschwindigkeit v erlangen müsse. Denn die ganze Bahn kann in ein System unendlich kurzer schiefer Ebenen zerlegt gedacht werden. Die Zu- und Abnahme der Wucht beim Herabgleiten, beziehungsweise Aufsteigen hängt aber dann nur von der Summe aller durchfallenen Höhen, d. h. von der gesamten Falltiefe ab. Wird also ein Körper aus einem Niveau in ein höher gelegenes gehoben, so ist die gegenüber der Schwerkraft zu leistende Arbeit nur von dem Niveauunterschiede, nicht aber von der Gestalt des Weges abhängig, auf welchem die Hebung geschah (vgl. Art. **56**). —

Fig. 27.



Legen wir auf ein horizontales, rauhes Brett einen unten ebenen Gegenstand (z. B. ein Gewichtstück) und neigen dann das Brett immer stärker, so wird der Körper erst bei einem gewissen Neigungswinkel herabgleiten. Wiederholen wir den Versuch mit verschieden glatten Brettern und Körpern, so werden wir wahrnehmen, daß der Neigungswinkel, bei welchem das Gleiten eben beginnt, ein verschiedener ist. Da dieser Neigungswinkel auch die äußerste Grenze vorstellt, bei welcher der Körper noch in Ruhe bleibt, heißt er der Ruhewinkel. Er ergibt sich um so größer, je rauher die sich berührenden Flächen des Körpers und der Unterlage sind. Es dringen nämlich die Erhabenheiten des einen Körpers in die Vertiefungen des anderen ein; es müssen also die Unebenheiten der beiden Körper entweder abgerissen oder die Unebenheiten des Körpers über diejenigen der Unterlage weggehoben werden. Der hierdurch entstehende Widerstand bildet ein Bewegungshindernis, welches man als gleitende Reibung bezeichnet. Durch Versuche wurde festgestellt, daß die Größe der gleitenden Reibung proportional ist der Größe des beide Körper gegeneinander pressenden Normaldruckes N, also

$$R = f \cdot N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22).$$

Hierin bedeutet f eine unbenannte Zahl, welche von der Natur der sich reibenden Flächen abhängt und der Reibungskoëffizient genannt wird. Er stellt in jedem besonderen Falle die Größe der Reibung für den Normaldruck „1“ vor oder auch jenen Bruchteil des Normaldruckes, welcher zur Überwindung der Reibung nötig ist.

Der Reibungskoëffizient beträgt z. B. für Eisen auf Eisen 0,16 oder 16%, für Eisen auf Bronze 0,15, für Bronze auf Bronze 0,20; er ist also größer zwischen gleichartigen Körpern als zwischen ungleichartigen.

Der Reibungskoëffizient ergibt sich sehr leicht aus dem Ruhewinkel; denn unter Zuhilfenahme der Formeln (20) folgt als Gleichgewichtsbedingung $Q \sin \varphi = f Q \cos \varphi$, also $f = \tang \varphi$. Der Böschungswinkel, welchen lockere Massen (Sand, Kies etc.) beim Aufschütten bilden, ist dem Ruhewinkel (z. B. bei der Reibung von Sand auf Sand) gleich.

Als wälzende oder rollende Reibung bezeichnet man den — im Vergleich zur gleitenden Reibung wesentlich geringeren*) — Bewegungswiderstand, welchen runde Körper (Räder, Walzen etc.) beim Rollen über eine Unterlage erfahren, bei welchem während einer jeden Umdrehung immer neue Punkte des Körpers mit der Unterlage zur Berührung kommen, während bei der gleitenden Reibung stets dieselbe Fläche des gleitenden Körpers die Unterlage berührt. Die rollende Reibung ist dem Drucke direkt, dem Radius des Rades (der Welle) umgekehrt proportional.

Vorteile der Walzen und Räder zum Transportieren von Lasten. Kugellager. Benützung von Schmiermitteln, um die Reibung zu verringern. Vorteile der Reibung: Ohne Reibung könnten wir nicht stehen und gehen (Unsicherheit beim Gehen auf polierten Marmorböden oder auf Eisflächen); das Fahren auf der Straße, auf Eisenbahnen wäre unmöglich. Wir könnten nichts festhalten, nichts binden, nähen, nageln u. s. w. — Welche Art von Reibung kommt bei Wagenrädern *a)* in der Nabenbüchse, *b)* am Randumfange vor? Wie ändern sich die Verhältnisse bei Benützung der Bremse oder des Radschuhes? Welchen Vorteil bieten Schienenbahnen, z. B. Förderbahnen in Bergwerken, Pferdebahnen? (Erste Eisenbahn in Europa 1825 eine Pferdebahn zwischen Linz und Budweis.) Welche Rolle spielt die Reibung zwischen den Rädern der Lokomotive und den Schienen? Warum macht man die Lokomotiven so ungemein (30—50 *t* und darüber) schwer? Welchen Zweck haben die Bremsvorrichtungen, welchen die Sandstreuapparate eines Eisenbahnzuges?

Aufgaben. **1.** Wie groß ist — abgesehen von der Reibung — auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° die Endgeschwindigkeit nach 8 Sekunden und der bis dahin zurückgelegte Weg? — **2.** In einer 40 *m* langen Fallrinne rollen kleine Elfenbeinkugeln in 8 Sekunden herab. Wie groß war die Beschleunigung und wie groß der Neigungswinkel der schiefen Ebene? — **3.** In welcher Zeit wird eine schiefe Ebene mit $l = 10 m$, $h = 1 m$, durchfallen und mit welcher Endgeschwindigkeit langt das Bewegliche unten an? — **4.** Auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30°$ wird ein Körper vom tiefsten Punkt mit einer Geschwindigkeit $v = 20 m$ pro Sekunde gegen den höchsten Punkt aufwärts geschleudert. Wenn nun im höchsten Punkte die Geschwindigkeit gerade aufgezehrt ist, wie lang ist die schiefe Ebene und wie lange dauert die Aufwärtsbewegung? — **5.** Fällt ein Körper durch die Höhe oder durch die Länge einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α, so benötigt er hierzu t_1 und t_2 Sekunden. Welche Beziehung besteht zwischen t_1 und t_2? — **6.** Ein n *kg* schwerer Eisenbahnzug fährt auf Schienen, die um $\alpha°$ gegen den Horizont geneigt sind, d Meter weit herab. Wie groß sind die Beschleunigung und die Endgeschwindigkeit, wenn der Reibungskoeffizient r ist? — **7.** Welche Neigung muß eine schiefe Ebene haben, damit ein Körper in derselben Zeit auf ihr herabfällt, als wenn er zuerst in der Richtung der Höhe frei herabfiele und dann mit der erlangten Endgeschwindigkeit ihre Basis durchliefe? Und wie verhalten sich Länge,

*) Bei Rollen werden wohl auch die Erhabenheiten des einen Körpers in die Vertiefungen des anderen eingreifen, sich aber von ihnen gleichsam losmachen wie die Zähne eines Zahnrades von jenen einer Zahnstange.

Basis und Höhe dieser schiefen Ebene zueinander? — 8. Welche Neigung müssen Dächer haben, damit das Wasser auf ihnen am schnellsten herabfließe?

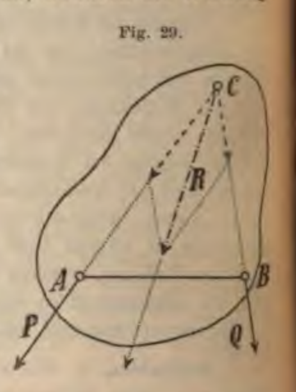
36. Zusammensetzung von Kräften, welche in mehreren Punkten eines starren Körpers angreifen und in einer Ebene liegen. Moment der Kraft. Als einen starren Körper bezeichnen wir einen (idealen) Körper, welcher unter der Einwirkung von Kräften seine Gestalt nicht ändert. Für praktische Zwecke können daher Körper aus Holz, Stein, Metall etc. als starr bezeichnet werden.

In einem starren Körper kann der Angriffspunkt einer an demselben wirkenden Kraft ohne Änderung ihrer Wirkung längs der Wirkungslinie der Kraft (Art. **14**) beliebig verschoben werden.

Um beispielsweise den Angriffspunkt A (Fig. 28*) der Kraft P in den Punkt X ihrer Wirkungslinie zu verlegen, bringt man in X zwei mit P gleich große Kräfte P_1 und P_2 $(=-P_1)$ an, wodurch die Wirkung von P nicht geändert wird. Es heben sich dann — wegen der Starrheit des Materials zwischen A und X — die Kräfte P und P_2 auf und es erübrigt nur die Kraft P_1, welche somit dieselbe Wirkung hervorbringt wie die früher im Punkte A wirkende Kraft P.

Fig. 28.

Fig. 29.



Unter Benützung des eben gewonnenen Hilfssatzes läßt sich nun die wichtige Aufgabe lösen, zwei in einer und derselben Ebene liegende Kräfte P und Q (Fig. 29), deren Angriffspunkte A und B einem starren Körper angehören, durch eine einzige Kraft — Resultierende — zu ersetzen, welche dieselbe Wirkung hervorbringt wie die Komponenten P und Q.

Verlegt man die Angriffspunkte beider Kräfte in den gemeinsamen Schnittpunkt C ihrer Wirkungslinien, so ist damit die Aufgabe auf die in Art. **34** behandelte Zusammensetzung zweier in einem Punkte angreifenden Kräfte zurückgeführt.

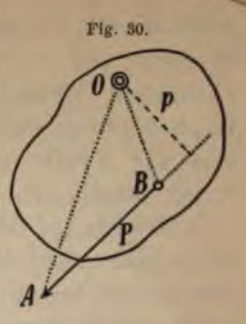
Als statisches Moment einer Kraft P in Bezug auf einen Punkt O bezeichnet man das Produkt aus der Maßzahl der Kraft P mit der Maßzahl des Normalabstandes p des Punktes O von der Wirkungslinie der Kraft P. Den Abstand p nennt man den Arm der Kraft.

Abgekürzt gesprochen ist also das „statische Moment einer Kraft“ = „Kraft $\times$ Arm der Kraft“. In Fig. 30 würde die Größe $(P \cdot p)$ das statische

*) In Fig. 28 und den folgenden möge der Einfachheit halber die Strecke zwischen Angriffspunkt A und Pfeilspitze (der sogenannte Kraftvektor) gleichzeitig die Richtung wie auch (durch die Länge der Strecke) die Intensität der Kraft versinnlichen.

Moment der Kraft in Bezug auf den Punkt O vorstellen. Es müßte also der Maßzahl nach übereinstimmen mit dem doppelten Flächeninhalte des Dreieckes, das $P = AB$ als Basis und O als Spitze (also p als Höhe) besitzt.

Fig. 30.



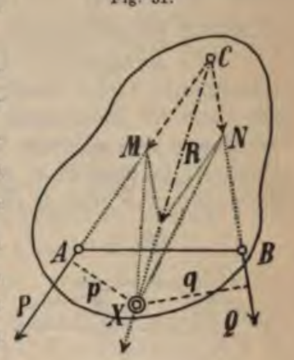
Ist insbesondere der Körper um eine durch O gehende Achse drehbar, welche auf der durch den Punkt O und die Gerade P bestimmten Ebene normal steht, so wird das statische Moment auch als das Drehungsmoment der Kraft P bezüglich der Achse O bezeichnet.

Die in Fig. 29 behandelte Zusammensetzung der Kräfte P und Q ergibt nun den folgenden Momentensatz: Die statischen Momente zweier in einer Ebene liegenden Kräfte sind hinsichtlich jedes Punktes, welcher der Wirkungslinie der Resultierenden angehört, einander gleich und entgegengesetzt; es ist $Pp = Qq$.

Fällt man nämlich von einem beliebigen Punkte X (Fig. 31) der Resultierenden auf die Wirkungslinien von P und Q die Perpendikel p und q, so ist $\triangle\ CMX = CNX$ (Grundlinie CX gemeinsam, Abstände der Punkte M und N von CX gleich groß). Wegen $\frac{1}{2}\ Pp = \frac{1}{2}\ Qq$ ist daher

$$Pp = Qq \text{ oder } P : Q = q : p \quad \ldots\ldots. (23).$$

Fig. 31.



Würde durch X eine Drehungsachse normal zur Ebene der Kräfte P und Q geführt, so wären hinsichtlich dieser Achse auch die Drehungsmomente beider Kräfte gleich groß. An dem Körper könnte dabei keine Bewegung eintreten, da die Kraft R, welche P und Q hinsichtlich der Wirkung ersetzt, durch die Festigkeit der durch X gehenden Achse aufgehoben wird. Die beiden Kräfte P und Q, welche bestrebt sind, den Körper nach entgegengesetzten Richtungen um die Achse X zu drehen, würden sich also in diesem Falle Gleichgewicht halten. — Bemerken wir daher umgekehrt, daß an einem um eine Achse drehbaren Körper durch zwei in einer Normalebene zur Achse liegende Kräfte keine Bewegung (Drehung) hervorgebracht wird, daß also Gleichgewicht besteht, so sind wir nach dem vorigen zur Annahme berechtigt, daß die Drehungsmomente der beiden Kräfte hinsichtlich der Achse gleich groß sein müssen und daß die Kräfte bestrebt sind, den Körper in entgegengesetztem Sinne zu drehen. Wir können daher auch das Drehungsmoment als das Maß des durch eine Kraft an einem Körper hervorgerufenen Drehungsbestrebens ansehen.

Man bezeichnet jeden um eine feste Achse drehbaren starren Körper, der durch mindestens zwei in einer Normalebene zur Achse liegenden Kräfte in entgegengesetzten Richtungen gedreht

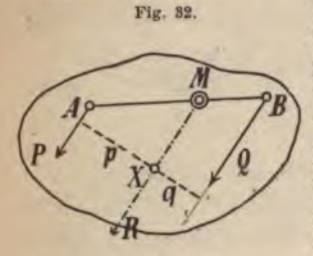
wird, als Hebel und nennt den eben gewonnenen Satz das Hebelgesetz. Es lautet: An einem Hebel halten sich zwei in einer zur Hebelachse normalen Ebene liegende Kräfte Gleichgewicht, wenn ihre Drehungsmomente hinsichtlich dieser Achse gleich groß sind und die Kräfte bestrebt sind, den Hebel in entgegengesetztem Sinne zn drehen.

Wirken auf den starren Körper mehr als zwei Kräfte, so kann man durch stufenweise Vereinigung von je zwei Kräften auch hier zum Schlusse eine einzige Resultierende finden. Auch hier bleibt für eine Achse, welche durch irgend einen Punkt der Wirkungslinie dieser Resultierenden geht, das Hebelgesetz aufrecht erhalten; nur muß dann die Summe der Drehungsmomente, welche den Hebel in dem einen Drehungssinne zu bewegen suchen, gleich sein der Summe der Drehungsmomente, welche die entgegengesetzte Drehung hervorrufen.

37. Fortsetzung. Gleichstimmig parallele Kräfte. Die im vorigen Artikel behandelte Bestimmung der Resultierenden von Kräften, die in verschiedenen Punkten eines starren Körpers angreifen, würde in dem Falle nicht unmittelbar anwendbar bleiben, wenn die gegebenen Kräfte gleichstimmig parallel sind.

Wir gelangen zur Lösung dieser Aufgabe, wenn wir uns in Fig. 31 den Schnittpunkt C der Kraftrichtungen immer weiter fortrückend denken. Es nähern sich dann die Richtungen der Kräfte P und Q dem Parallelismus, wogegen die Strecken p und q einen Winkel bilden, der sich immer mehr einem gestreckten annähert. Ist endlich C unendlich ferne, also $P \parallel Q$, so liegen p und q in einer Normalen zu P und Q (Fig. 32); das frühere Gesetz wird aber trotzdem erhalten bleiben, also hinsichtlich eines jeden Punktes der Wirkungslinie der Resultierenden wieder $Pp = Qq$ sein und zugleich die Größe der Resultierenden (in Hinblick auf Art. 34) durch $R = P + Q$ bestimmt sein. Verlegen wir den Angriffspunkt dieser Resultierenden in den Schnittpunkt M ihrer Wirkungslinie mit der geradlinigen Verbindung der Angriffspunkte A und B, so ist die Lage dieses Punktes — wir nennen ihn den Mittelpunkt der parallelen Kräfte — durch $AM : MB = p : q = Q : P$ vollkommen bestimmt; seine Lage ist jedoch von der Richtung der parallelen Kräfte, d. i. von ihrer Neigung gegen AB unabhängig.

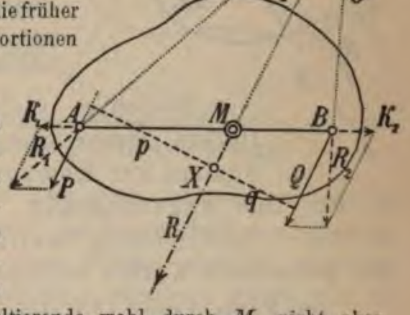
Fig. 32.



Der Wichtigkeit dieser Aufgabe wegen möge hier noch eine direkte Lösung, die Resultierende von zwei gleichstimmig parallelen Kräften zu bestimmen, in den Hauptpunkten angedeutet werden. In den Angriffspunkten A und B der beiden zusammenzusetzenden Kräfte P und Q (Fig. 33) bringen wir zwei Hilfskräfte $K_1 = K_2$ so an, daß sie in der Verlängerung von AB nach entgegengesetzten Seiten wirken, wodurch die Wirkung von P und Q (der Starrheit des zwischen A und B befindlichen Stoffes wegen) nicht geändert wird. Die Resultierende R_1 der beiden in A angreifenden Kräfte P und K_1 und ebenso die Resultierende R_2 der in B angreifenden Kräfte Q und K_2 kann nach Art. 36 in den Schnittpunkt C ihrer Wirkungslinien verschoben und daselbst wieder in Komponenten zerlegt werden, welche mit den in A und B angreifenden der Größe wie der Richtung

nach übereinstimmen. Da sich aber auch dann die in C angreifenden Kräfte K_1 und K_2 aufheben, ist ersichtlich, daß die Resultierende R der Kräfte P und Q durch $P + Q$ gegeben ist. Der Angriffspunkt X desselben kann in ihrer Wirkungslinie beliebig verschoben werden. Verlegen wir ihn in die geradlinige Verbindung von AB, also nach M, so folgt

Fig. 33.



aus $\triangle AMC \sim DEC \ldots\ldots\ldots \overline{AM} : \overline{MC} = \overline{DE} : \overline{EC}$,
aus $\triangle BMC \sim GFC \ldots\ldots\ldots \overline{MC} : \overline{MB} = \overline{FC} : \overline{FG}$.

Setzt man für die hier vorkommenden Strecken die früher benützten Maßzahlen, so lauten die erlangten Proportionen

$$\overline{AM} : \overline{MC} = K_1 : P,$$
$$\overline{MC} : \overline{MB} := Q : K_2.$$

Durch gliedweise Multiplikation ergibt sich also die neue Proportion $AM : MB = Q : P$. Durch dieselbe wird die Lage des Punktes M — d. i. des Mittelpunktes der parallelen Kräfte — vollkommen bestimmt. Von der Richtung der Kräfte P und Q gegen AB ist sie jedoch unabhängig. Würden wir nämlich P und Q um A und B so drehen, daß $P \parallel Q$ bleibt, so würde die Resultierende wohl durch M, nicht aber durch X gehen, da sie ja ebenfalls parallel zu P und Q bleiben muß. Es ist also der Mittelpunkt der parallelen Kräfte der einzige Punkt in der Wirkungslinie, welcher von der Neigung der Komponenten gegen AB unabhängig ist. Natürlich gilt aber für jeden Punkt X, welcher in der Wirkungslinie der Resultierenden liegt, die Relation

$$p : q = (AM : MB =)\ Q : P.$$

Wir gelangen somit zu dem folgenden Satze über die Zusammensetzung gleichstimmig paralleler Kräfte: Zwei gleichstimmig parallele Kräfte, die in miteinander starr verbundenen Punkten A und B wirken, können durch eine Resultierende ersetzt werden, welche gleich ist der Summe der Komponenten, welche ferner zu denselben parallel ist und in einem Punkte — dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte — angreift, der die Verbindungsstrecke AB der Angriffspunkte im umgekehrten Verhältnisse der Komponenten teilt. Die Lage dieses Mittelpunktes der parallelen Kräfte ist von der Richtung der parallelen Kräfte unabhängig.

Nimmt man einen beliebigen Punkt X in der Ebene von P und Q an und bezeichnet seine Abstände von P, Q und R der Reihe nach mit p, q und r, so gilt bezüglich des Fußpunktes des aus X auf R gefällten Perpendikels je nach der Lage von X eine der vier Gleichungen $P(p \pm r) = Q\ (q \mp r)$. $\pm P(p - r) = \mp Q\ (q - r)$, wobei die Vorzeichen nie gekreuzt zu verwenden sind. Alle Gleichungen geben als Resultat $Pp \pm Qq = Rr$ oder $- Pp + Qq = Rr$, d. h. in Worten: Die algebraische Summe der statischen Momente gleichstimmig paralleler Kräfte ist bezüglich jedes Punktes ihrer Ebene gleich dem Momente der Resultierenden (Momentensatz). Als positives Moment mag dabei jenes bezeichnet werden, das den Körper im $+$ Sinne der Winkelzählung (entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung) zu drehen bestrebt ist.

Dieselben Betrachtungen können nun auch hinsichtlich beliebig vieler gleichstimmig parallelen Kräfte angestellt werden. Werden zunächst drei Kräfte

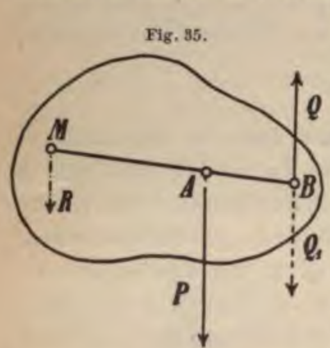
Fig. 34.

$P_1 \parallel P_2 \parallel P_3$ (Fig. 34) angenommen, so geben P_1 und P_2 die Resultierende $R_1 = P_1 + P_2$, deren Angriffspunkt M_1 von der Richtung von P_1 und P_2 unabhängig, jedoch der Lage nach vollkommen bestimmt ist. Ebenso lassen sich nun aber auch R_1 und P_3 zur Resultierenden $R = P_1 + P_2 + P_3$ vereinigen, deren Angriffspunkt M — der Mittelpunkt der parallelen Kräfte P_1, P_2 und P_3 — eindeutig bestimmt, aber von der Richtung der parallelen Kräfte unabhängig ist. Es gilt daher ganz allgemein der Satz:

Beliebig viele gleichstimmig parallele Kräfte liefern immer eine Resultierende, welche gleich ist der Summe der Komponenten und zu den letzteren parallel wirkt. Ihr Angriffspunkt — der Mittelpunkt der parallelen Kräfte — ist eindeutig bestimmt und seine Lage von der Richtung der parallelen Kräfte unabhängig.

38. Fortsetzung. Ungleichstimmig parallele Kräfte. Kräftepaar. Wirken in zwei starr verbundenen Punkten A und B (Fig. 35) zwei ungleichstimmig parallele Kräfte P und Q, wobei $P > Q$ sein soll, so zerlegt man die größere von beiden (in Fig. 35 also P) in zwei Komponenten, indem man das Verfahren des Art. 37 gleichsam umkehrt. Dabei wählt man die in B angreifende Komponente Q_1 so, daß $Q_1 = Q$ ist. Es muß dann die zweite Komponente $R = P - Q$ und $\overline{MA} : \overline{AB} = Q : (P - Q)$ oder $\overline{MA} = \frac{Q}{P-Q} \cdot \overline{AB}$ sein. Da nun P durch R und Q_1 ersetzt ist, Q_1 aber durch Q aufgehoben wird, bleibt nur die Kraft R übrig, welche somit P und Q ersetzt. Ihre Größe und ihr Angriffspunkt sind bestimmt durch die Gleichungen: $R = P - Q$ (wenn $P > Q$) und $\overline{MA} = \frac{Q}{P-Q} \cdot \overline{AB}$.

Fig. 35.

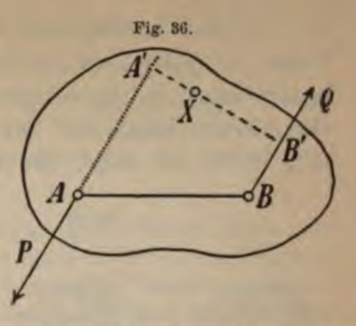


Versuche, zu demselben Resultate auf einem direkten Wege (ähnlich dem in Art. 37, Fig. 33, verwendeten) zu gelangen! — Man zeige, daß auch hier (wie in Art. 37) gilt: $\overline{AM} : \overline{MB} = Q : P$. Auch soll die Gültigkeit des S. 51 für gleichstimmig parallele Kräfte nachgewiesenen Momentensatzes bewiesen werden.

Ist in dem vorliegenden Falle $P = Q$, so ergeben obige Formeln die Werte $R = O$, $\overline{MA} = \infty$, d. h. es gibt in diesem Falle keine Kraft, welche die gleich großen und ungleichstimmig parallelen Kräfte zu ersetzen im stande wäre. Zwei derartige Kräfte bilden, wie man sagt, ein Kräftepaar. Dasselbe erteilt dem Körper eine Drehung; nimmt man eine zur Ebene von P und Q normale Achse X (Fig. 36) an, so ist die Größe des auftretenden Drehungsmomentes durch $P \cdot A'X + Q \cdot XB'$, also durch $(P \cdot a)$

gegeben, wobei $\overline{A'B'} = a$ gesetzt wurde. Dabei ergibt sich stets dieselbe Größe des Drehungsmomentes $(P \cdot a)$, wo immer der Punkt X in der Ebene der Kräfte P und Q angenommen werden mag. Als Moment eines Kräftepaares gilt daher das Produkt aus einer der beiden Kräfte mit dem Abstande der Wirkungslinien beider Kräfte oder mit dem Arm des Kräftepaares.

Fig. 36.



Die von einem Kräftepaare hervorgerufene Drehung soll rechtläufig heißen, wenn sie im + Sinne der Winkelzählung erfolgt; andernfalls nennen wir sie rückläufig.

39. Schwerpunkt. Sowie ein starrer Körper als Ganzes, so besitzen auch seine (beliebig klein gedachten) Teilchen die Eigenschaft der Schwere. Das Gewicht jedes Körperteilchens stellt eine vertikal abwärts wirkende Kraft vor. Für alle diese unter sich gleichstimmig parallelen Kräfte gibt es nach Art. 37 eine Resultierende, welche gleich der Summe der Einzelgewichte, d. h. gleich dem Gesamtgewichte des Körpers ist. Den eindeutig bestimmten Mittelpunkt aller parallelen Kräfte nennt man den Schwerpunkt des Körpers. Er bleibt derselbe, wie immer man den starren Körper drehen mag; immer kann die Wirkung der Schwere auf den Körper ersetzt werden durch sein im Schwerpunkte angreifendes Gesamtgewicht. Man kann diesen Punkt auch insofern als Massenmittelpunkt bezeichnen, als man in demselben auch die Gesamtmasse des Körpers vereinigt denken kann.

Bei stofflich durchaus gleichartigen Körpern mit einem geometrischen Mittelpunkte ist derselbe zugleich auch der Schwerpunkt (Kugel, Ellipsoid, Walze, Parallelepiped — also auch zylindrischer und prismatischer Stab). Schwerpunkt einer dreieckigen Platte als Schnittpunkt der geometrischen Mittellinien; Erklärung dieser Tatsache im physikalischen Sinne durch Zerlegung des Dreieckes in sehr schmale Stäbe. — Experimentelle Bestimmung des Schwerpunktes eines beliebigen Körpers durch Aufhängung, wobei der Faden an zwei verschiedenen Stellen des Körpers befestigt wird; jedesmal muß dabei die vertikale Fadenrichtung (Direktionslinie) durch den Schwerpunkt des Körpers gehen. Wann versagt das Verfahren?

40. Gleichgewicht unterstützter Körper. Indifferentes, stabiles und labiles Gleichgewicht. Wird ein Körper an einem bestimmten Punkte festgehalten, sei es, daß dieser Punkt unterstützt wird oder durch ihn eine Achse hindurchgeht, so ist der Körper hinsichtlich der Schwerkraft im Gleichgewichte, wenn die durch den Schwerpunkt hindurchgelegte Vertikale oder Direktionslinie durch den festgehaltenen Punkt geht.

Denn in diesem Falle wird die Schwerkraft durch die Festigkeit der Unterstützung (Achse) aufgehoben. In jedem anderen Falle wird sie jedoch dem Körper eine Drehung erteilen.

Ist der Schwerpunkt eines Körpers selbst festgehalten, so bleibt der Körper in jeder Lage in Ruhe: das Gleichgewicht ist „gleichgültig" oder indifferent (z. B. bei der im Mittelpunkte unterstützten Kreisscheibe) (Fig. 37 a). Liegt der Schwerpunkt unterhalb des Unterstützungspunktes (Fig. 37 b), so kehrt der Körper, wenn man ihn etwas aus der Gleichgewichtslage bringt, wieder in dieselbe zurück: das Gleichgewicht heißt sicher, beständig oder stabil. Liegt dagegen der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes (Fig. 37 c), so verläßt der Körper, wenn man ihn etwas aus der Gleichgewichtslage bringt, dieselbe und bewegt sich der stabilen Lage zu: das Gleichgewicht ist unsicher, unbeständig oder labil.

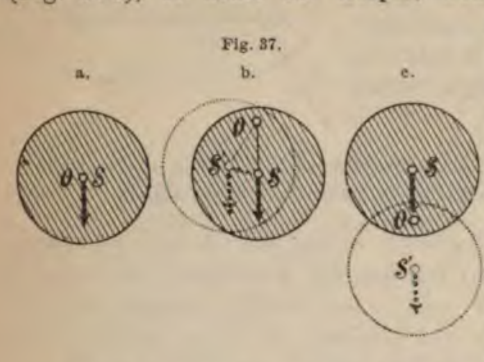


Fig. 37.

Um also die Art des Gleichgewichtes zu erkennen, ist es nur nötig, dem Körper eine kleine Verschiebung zu erteilen. — Zerlege in den Fällen Fig. 37 *b* und *c* das Gewicht in Komponenten, von welchen eine — die treibende — die oben beschriebenen Bewegungen veranlaßt.

41. Standfestigkeit (Stabilität). Wenn ein Körper in mehreren (mindestens aber in drei) Punkten unterstützt ist, bezeichnet man das Vieleck, das man durch die geradlinige Verbindung der äußersten Stützpunkte erhält, als die Unterstützungsfläche des Körpers. Fällt die Direktionslinie des Körpers noch innerhalb der Unterstützungsfläche, so ist der Körper bezüglich der Schwere im stabilen Gleichgewichte; trifft die Direktionslinie den Umfang der Unterstützungsfläche, so ist das Gleichgewicht labil.

Unterstützungsfläche von Zimmer-Einrichtungsgegenständen, des Menschen beim Stehen. Stehen mit ausgespreizten Beinen. Beugen des Körpers beim Tragen von Lasten, beim Gehen etc.

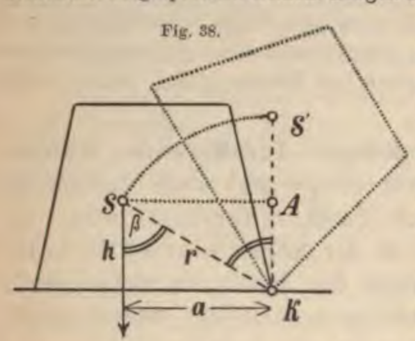


Fig. 38.

Ist ein unterstützter Körper im stabilen Gleichgewichte, so ist, um ihn umzuwerfen, immer gegenüber dem Widerstand der Schwere eine bestimmte Arbeit zu leisten. Die Größe derselben gibt ein Maß für die Standfestigkeit oder Stabilität des Körpers.

Um den in Fig. 38 gezeichneten Körper umzuwerfen, muß zur Erreichung der labilen Grenzlage der Schwerpunkt S des Körpers vertikal über die Umwerfungskante K kommen, also der Körper um einen Winkel β gedreht werden. Die gegenüber der Schwerkraft zu leistende Arbeit ist — im Hinblicke auf Art. 34 — bestimmt durch $A = Q \cdot \overline{S'A} = Q(r - h) = Q\left(\frac{a}{\sin\beta} - a \cdot \text{cotang}\,\beta\right) =$

$Q a \cdot \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = Q a \cdot \operatorname{tang} \frac{\beta}{2}$. Von welchen Größen hängt also die Stabilität ab? Wann ist A daher ein Maximum?

Beim Balanzieren eines Körpers sucht man den Schwerpunkt des Körpers vertikal über der kleinen Unterstützungsfläche zu erhalten. Wie erreicht man dies beim Balanzieren eines Stockes auf der Fingerspitze, wie beim Gehen auf dem Schwebebaum oder auf einem gespannten Seile?

Aufgaben. 1. An den beiden Enden einer Strecke $\overline{AB} = 80\,cm$ wirken zwei Kräfte $P_1 = 1600$ Dynen, $P_2 = 800$ Dynen, unter Winkeln von $\alpha_1 = 150^0$, $\alpha_2 = 90^0$ (ähnlich wie in Fig. 29 anzunehmen). Man bestimme Größe und Richtung der Resultierenden sowie ihren Angriffspunkt auf AB! — **2.** Man bestimme die Resultierende und den Mittelpunkt der gleichstimmig parallelen Kräfte $P_1 = 30\,kg$, $P_2 = 20\,kg$, $P_3 = 50\,kg$; $\overline{AC} = 22\,cm$, $\overline{AB} = 5\,cm$ (B zwischen A und C). (Verwendung des Momentensatzes S. 51.) — **3.** An den Enden A und B eines $40\,cm$ langen Stabes wirken gleichstimmig parallele Kräfte $P_1 = 20\,g$ und $P_2 = 60\,g$; in einem Punkte C des Stabes, welcher von A $8\,cm$, von B $32\,cm$ entfernt ist, wirkt die zu P_1 und P_2 gleichstimmig parallele Kraft $P_3 = 40\,g$. Wo ist eine vierte Kraft $P_4 = 32\,g$ anzubringen, damit die Resultierende aller vier Kräfte durch die Stabmitte geht, wenn *a*) P_4 gleichstimmig, *b*) ungleichstimmig parallel zu P_1, P_2 und P_3 anzunehmen ist? — **4.** Ein Stab ist an zwei Stellen, welche $24\,cm$ voneinander entfernt sind, an Schnüren aufgehängt; in dem Abstande von $9\,cm$ von dem einen Aufhängungspunkte sind 72 Dekagramm an den Stab angehängt; wie verteilt sich diese Last auf beide Schnüre? — **5.** An einer starren Geraden seien in den Entfernungen 1, 2, 3, $4\,dm$ von dem Ende A der Reihe nach die parallelen Kräfte $+7\,kg$, $-5\,kg$, $-3\,kg$, $+9\,kg$ angebracht. Wie groß ist die Resultierende und wo greift sie an? — **6.** Man bestimme den Schwerpunkt zweier unter rechtem Winkel zusammenstoßenden Stäbe von je a Meter Länge! Wie ändert sich die Lage des Schwerpunktes mit der Änderung des Winkels? — **7.** Man zeige, daß der Schwerpunkt eines Dreieckumfanges zusammenfällt mit dem Mittelpunkte eines Kreises, den man dem durch die Seitenmittelpunkte bestimmten Dreiecke einbeschreiben kann? — **8.** Welche Arbeit ist zu leisten, um eine rechtwinklige Säule von den Kantenlängen a, b und c Meter und dem Gewichte G um jede ihrer Kanten umzuwerfen? — **9.** Ein aus Pappe gefertigter Mantel eines schiefen dreiseitigen Prismas bleibt, auf die eine Basis aufgestellt, stehen, während er, auf die andere Basis gestellt, sofort umfällt. Wie ist dies möglich? — **10.** Eine gerade quadratische Bleipyramide mit der Höhe $h = 36\,cm$ und der Basiskante $30\,cm$ hat ein Gewicht von $123{,}12\,kg$; ihr Schwerpunkt liegt — wie bei jeder Pyramide — in $^1/_4$ der Höhe von der Basis aus gerechnet. Wie groß ist, im C.-G.-S.-Systeme ausgedrückt, die Umwerfungsarbeit und um welchen Winkel ist die Pyramide zu drehen?

42. Der Hebel als Maschine. Allgemeines über Maschinen. Im Art. **36** haben wir jeden starren Körper, welcher um eine feste Achse drehbar ist und durch mindestens zwei in einer Normalebene zur Achse liegende Kräfte in entgegengesetzten Richtungen gedreht wird, als Hebel bezeichnet. Wir erkannten daselbst auch bereits das Hebelgesetz, welches (zunächst für zwei Kräfte) dahin lautete, daß am Hebel Gleichgewicht herrscht, wenn die Momente beider Kräfte gleich sind; den mathematischen Ausdruck für dieses Gesetz gaben die Formeln (23), welche lauteten $Pp = Qq$ oder $P : Q = q : p$.

In Fig. 39 soll ein starrer Körper um eine Achse X drehbar sein, so zwar, daß die Resultierende von P und Q durch X hindurchgehe. An

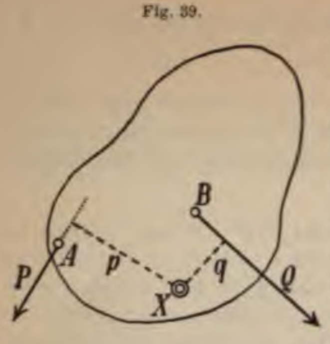


Fig. 39.

diesem „Hebel“ möge nun als eine der beiden Kräfte, z. B. als Kraft P, unsere Muskelkraft wirken, während die zweite Kraft Q irgend ein zu bewältigender Widerstand sein soll, welchen wir die Last nennen wollen. Wir sehen dann ein, daß es möglich ist, diesem Widerstand Q durch eine Kraft P Gleichgewicht zu halten, obwohl diese Kraft nicht an demselben Angriffspunkte B wirkt wie die Last und obwohl P weder in der Wirkungslinie noch in der Größe mit Q übereinstimmt (Art. **15**). Jede derartige Vorrichtung, mit Hilfe welcher wir im stande sind, Angriffspunkt, Wirkungslinie und Stärke einer verfügbaren Kraft (Muskelkraft des Menschen und der Tiere, Kraft des Wassers, des Windes u. s. w.) beliebig zu verändern und dadurch einen Widerstand (die Last) zu bewältigen, nennt man eine Maschine. Der Hebel ist daher eine Maschine.

Denken wir uns den Hebel gewichtlos, so ist er ein (natürlich nur idealer) mathematischer Hebel. Ist er jedoch ein physikalischer Körper, so bezeichnen wir ihn als physischen Hebel; einem solchen kommt natürlich ein gewisses Gewicht zu, das in seinem Schwerpunkte angreift und somit eine bei allen Bestimmungen in Rücksicht zu ziehende Kraft vorstellt. Die Gestalt des (gewichtlos gedachten) Hebels ist von untergeordneter Bedeutung. So stellen die Fig. 39, 40 und 41 Hebel von verschiedener Gestalt vor, für welche die Größen P, Q, p und q dieselben sind. Die am häufigsten vorkommende Form (Fig. 40) führt den Namen des geradlinigen Hebels; die Form Fig. 41 heißt Winkelhebel.

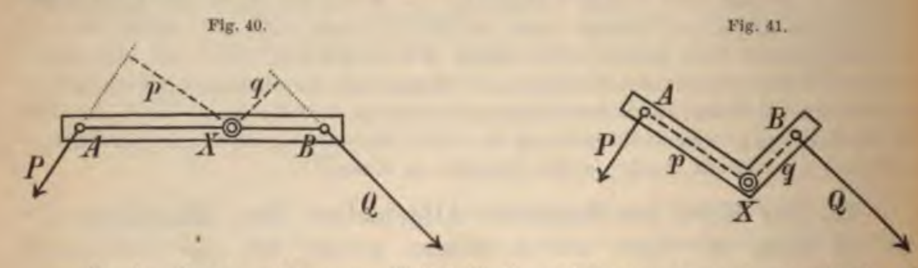


Fig. 40. Fig. 41.

In der Praxis wirken am Hebel Kraft und Last zumeist parallel und normal auf der geradlinigen Verbindung ihrer Angriffspunkte (Fig. 42). In diesem Falle sind die Teile des Hebels, welche rechts und links vom Drehungspunkte liegen, also gleichsam die physischen Arme des Hebels, gleich lang mit den vom Drehungspunkte auf die Kraftrichtungen gefällten geometrischen Armen (Arm der Kraft und Arm der Last, Art. **36**). Es drückt sich dann das Hebelgesetz in der einfachen Form aus: Die

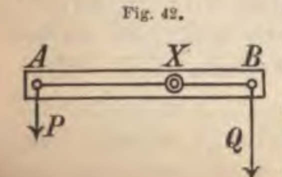
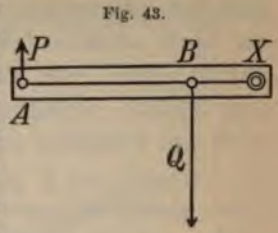


Fig. 42.

Kraft verhält sich für den Fall des Gleichgewichtes zur Last wie der Lastarm zum Kraftarm. Genau dasselbe Gesetz finden wir gültig für einen Hebel, wie Fig. 43 andeutet, bei welchem Kraft und Last ungleichstimmig parallel sind. Derselbe ist auf die im Art. **38** besprochene Zusammensetzung ungleichstimmig paralleler Kräfte zurückzuführen. (Wie?) Da bei demselben der Drehungspunkt X außerhalb der Strecke $\overline{AB}$ liegt, sind die Arme p und q auf einer und derselben Seite vom Drehungspunkte, während sie beim Hebel, Fig. 42, auf verschiedenen Seiten liegen. Wir bezeichnen deshalb die letztere Art von Hebeln als zweiseitige (Fig. 42), die andere (Fig. 43) als einseitige.

Fig. 43.



Die angeführten Betrachtungen gelten auch, wenn am Hebel mehr als zwei Kräfte angreifen. Für den Fall des Gleichgewichtes muß die Summe der Drehungsmomente aller Kräfte, welche den Hebel im positiven Sinne zu drehen bestrebt sind, gleich sein der Summe der Drehungsmomente aller Kräfte, welche die entgegengesetzte, negative Drehung hervorbringen (vgl. Art. **36** und **37**). Betrachtet man die ersteren Drehungsmomente als positive, die letzteren als negative Größen, so spricht sich die Gleichgewichtsbedingung in der allgemeinsten Form in dem Satze aus: Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe aller hervorgerufenen Drehungsmomente gleich Null ist.

Der Vorteil, welchen man aus der Anwendung von Hebeln (wie überhaupt von Maschinen) im täglichen Leben zieht, ist der folgende. Ist mittels des Hebels eine gegebene Last Q zu überwinden, so kann dies je nach der Wahl der Arme p und q entweder durch eine Kraft P geschehen, welche kleiner, oder durch eine, welche größer als Q ist; im ersten Falle ist $p > q$, im zweiten $p < q$ zu wählen. Ruht dabei der Hebel, so stehen beide Kräfte im Gleichgewichte. Bewegt sich dagegen der Hebel im Drehungssinne der Kraft P, so wird P Arbeit leisten, Q Arbeit verbrauchen. Wie überhaupt (Art. **26**) läßt sich auch für den Hebel (und ebenso für alle anderen Maschinen) beweisen, daß die geleistete Arbeit ebenso groß ist wie die verbrauchte, oder daß die Arbeit der Kraft gleich der Arbeit der Last ist [Satz von der Erhaltung der Arbeit bei Maschinen; er bildet nur eine Folge des Energieprinzipes (Art. **29**)].

Die Richtigkeit dieses Satzes kann bei Maschinen nachgewiesen werden, wenn man der Maschine im Geiste eine unendlich kleine Verschiebung (virtuelle Verschiebung) erteilt. Wird z. B. der Hebel AB (Fig. 44) um den unendlich kleinen Winkel α in die Lage $A'B'$ gedreht, so ist die Arbeit der Kraft $A_P = P \cdot \widehat{AA'}$, die Arbeit der Last $A_Q = Q \cdot \widehat{BB'}$, weil die unendlich kleinen Bogenelemente $\widehat{AA'}$ und $\widehat{BB'}$, beziehungsweise mit den Richtungen von P und Q zusammenfallen. Da aber aus geometrischen Gründen $\widehat{AA'} : \widehat{BB'} = p : q$ und

Fig. 44.

aus statischen Gründen $P:Q = q:p$ ist, folgt durch gliedweise Multiplikation beider Proportionen $P \cdot \widehat{AA'} : Q \cdot \widehat{BB'} = 1$ oder $A_P = A_Q$.

Wenn es nun auch bei einer Maschine unmöglich ist, Arbeit zu gewinnen oder zu erzeugen, so kann man doch in dem die Größe der Arbeit der Kraft vorstellenden Produkte „Kraft × Weg" nach Belieben den einen Faktor größer oder kleiner wählen; natürlich wird dann der andere derartig kleiner, beziehungsweise größer, als es nötig ist, um den konstanten Wert des Produktes zu erhalten.

Wählen wir z. B. die Kraft P, mit der wir eine gegebene Last Q auf einem gleichfalls vorgegebenen Wege s_q überwinden wollen, kleiner als Q — erzielen wir also ein Kraftersparnis — so wird der Weg s_p, auf welchem P wirken muß, größer als s_q sein müssen, weshalb ein Wegverlust eintritt. Wählen wir umgekehrt $P > Q$ — was also einen Kraftverlust bedeutet — so ist $s_p < s_q$ — es tritt demnach ein Weggewinn ein. Da s_p und s_q in derselben Zeit zurückgelegt werden, wird im ersten Falle auch die Geschwindigkeit, mit welcher die Last bewegt wird, kleiner als die bei der Kraft aufgewendete Geschwindigkeit sein, während im zweiten Falle das Umgekehrte der Fall sein muß. Da im ersten Falle Kraft gewonnen wird, könnte man die Maschine als Kraftmaschine bezeichnen; im zweiten Falle könnte die Maschine, da nun Geschwindigkeit gewonnen wird, als Geschwindigkeitsmaschine bezeichnet werden. („Was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit verloren". Goldene Regel der alten Mechanik.)

Den Hebel als Kraftmaschine finden wir beim Nußknacker (Fig. 45); dagegen bildet das Trittbrett des Schleifsteines (Spinnrades), welches Fig. 46 schematisch darstellt, eine Anwendung des Hebels als Geschwindigkeitsmaschine; hier wird zwar die Kraft P des niedertretenden Fußes größer sein müssen als der an der Pleuelstange Pl sich äußernde Widerstand der Last Q; es wird dafür aber durch kleine Fußbewegungen eine ausgiebigere Geschwindigkeit der Pleuelstange und damit der ganzen Vorrichtung erzielt.

Fig. 45.

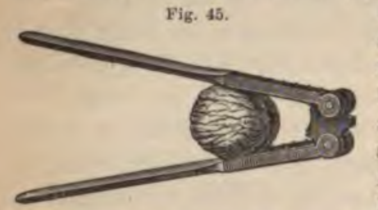


Fig. 46.

Für die im folgenden schlagwörtlich angeführten Anwendungen des Hebels mögen Kraft und Last aufgesucht, die Art des Hebels bezeichnet und angegeben werden, in welcher Weise in jedem einzelnen Falle ein mechanischer Vorteil erzielt wird: Krämerwage (Art. 48), Schere und Zange, Schlagbaum, Klaviertaste, Pumpenschwengel, Schaukelbrett, Hebestangen, Nußknacker (Fig. 45), Schiebkarren, Stange an einem Sicherheitsventile (Fig. 204 in Art. 104), Türklinke, Zuckermesser, ähnliche Vorrichtungen zum Schneiden von Grünfutter und Stroh (Häcksel), die Bewegungshebel an Weichenstellapparaten auf Eisenbahnen, die Ruder von Booten, deren Stützpunkt (Drehungspunkt) als im Wasser befindlich anzunehmen ist, der menschliche Unterarm sowie überhaupt alle Gliedmaßen und ihre Teile bei Menschen und Tieren, der Unterkiefer, Sense, Dreschflegel, Heugabel, Trittbretter an Spinnrädern, Drehbänken und Schleifsteinen (Fig. 46), Feuerzange, Pinzette, Feder und Bleistift beim Schreiben und Zeichnen etc.

Die Erfindung des Hebelgesetzes wird Archimedes*) zugeschrieben, er nützte dasselbe auch bei Wurfmaschinen (Katapulten) aus. — Experimentelle Bestätigung des Hebelgesetzes an Hebelapparaten (Fig. 47).

Fig. 47.

43. Rolle. Flaschenzüge. Die Rolle (Fig. 48 und 49) ist eine kreisrunde, an der Peripherie mit einer rinnenförmigen Vertiefung versehene Scheibe, welche um eine durch den Mittelpunkt normal zur Ebene der Scheibe verlaufende Achse drehbar ist. Die Achsenlager befinden sich zumeist in einer Schere (Kloben). Je nachdem die letztere fest (Fig. 48) oder frei (lose, beweglich) ist (Fig. 49), bezeichnet man die Rolle als feste (fixe) oder als bewegliche (lose) Rolle.

Legt man über die feste Rolle ein Seil, an dessen Enden die Kräfte P und Q (Gewichte) wirken, so wird Gleichgewicht herrschen, wenn die Kraft gleich der Last ist.

Fig. 48.



Fig. 49.

Inwiefern ist die feste Rolle auf eine besondere Art von Hebel zurückzuführen? Auf welche? Gilt das obige Gesetz auch für nicht parallele Seile? Welchen Druck hat die Achse der Rolle in jedem der beiden Fälle auszuhalten? Warum gilt auch für die Rolle der Satz von der Erhaltung der Arbeit? Warum wendet man die feste Rolle an, da man weder an Kraft noch an Geschwindigkeit Gewinn erzielen kann? Warum ist bei einer festen Rolle die Spannung des Seiles an allen Stellen dieselbe? Beispiele für die Anwendung fester Rollen.

Bei einer beweglichen Rolle (Fig. 49) herrscht für den Fall, als beide Seile parallel sind, Gleichgewicht, wenn die Kraft gleich ist der Hälfte der Last.

Wieso folgt dies wieder aus dem Hebelgesetze? Würde man beide Seilenden (Fig. 49) in je einer Hand halten, wie groß müßte die an jedem Ende

*) **Archimedes**, geb. um 287 v. Chr. zu Syrakus, war der größte Mathematiker des Altertums. Er fand das Verhältnis des Kreisumfanges zum Durchmesser zwischen $3\frac{1}{7}$ und $3\frac{10}{71}$ liegend, sowie die Berechnung der Kugel. Bedeutendes leistete er in der Mechanik; unter anderem wird ihm die Entdeckung des Hebelgesetzes, eines Flaschenzuges sowie diejenige von Wurfmaschinen zugeschrieben. Durch letztere trug er zur Verteidigung seiner Stadt gegen die Römer unter Marcellus bei; er fand bei der Überrumpelung der Stadt, eben mit geometrischen Figuren im Sande beschäftigt, den Tod durch das Schwert eines römischen Soldaten, dem er „Verdirb meine Kreise nicht!" zugerufen hatte (212 v. Chr.) (vgl. auch Art. 71).

nach aufwärts wirkende Kraft sein? Folgere daraus das Gesetz! Experimenteller Nachweis mit Zuhilfenahme einer festen Rolle (Fig. 50). Warum muß dabei zu Q das Gewicht der beweglichen Rolle einbezogen werden? Weise auch hier das Gesetz der Erhaltung der Arbeit nach! Warum ist bei der in Fig. 49 angedeuteten Verwendung der losen Rolle dieselbe als „Kraftmaschine" zu bezeichnen? Die Gewichte einer Pendeluhr hängen gleichfalls an losen Rollen. Warum können die letzteren in diesem Falle als „Geschwindigkeitsmaschinen" gelten? — Sind die Seile an der losen Rolle nicht parallel und bezeichnet α die Größe des von ihnen gebildeten Winkels, so kann man die Last Q in zwei Komponenten P zerlegen, die in der Richtung der Seile wirken; wird das eine der Seilenden befestigt, so genügt dann eine einzige Kraft P am zweiten Seilende, um der Last Q Gleichgewicht zu halten. Nach Art. **34** ist $Q^2 = P^2 + P^2 + 2\,P^2 \cos\alpha$, woraus leicht folgt $P : Q = 1 : 2 \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$ (Diskussion). Da die vom Seile umspannte Sehne s mit dem nach einem ihrer Endpunkte gezogenen Rollenhalbmesser r gleichfalls den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ bildet, ergibt sich für das Verhältnis $1 : 2 \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$ der Wert $r : s$, so daß bei nicht parallelen Seilen an der losen Rolle Gleichgewicht besteht, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie der Radius der Rolle zu der vom Seile umspannten Sehne. Auch aus der Gleichsetzung der Drehungsmomente $Q \cdot \frac{s}{2} = P \cdot s \cos\frac{\alpha}{2}$ läßt sich diese Bedingung leicht ableiten.

Fig. 50.

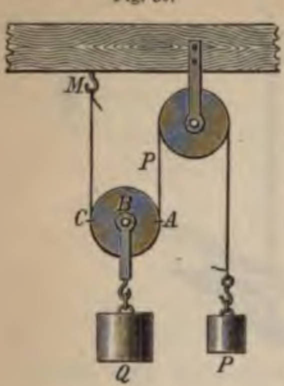


Fig. 51.

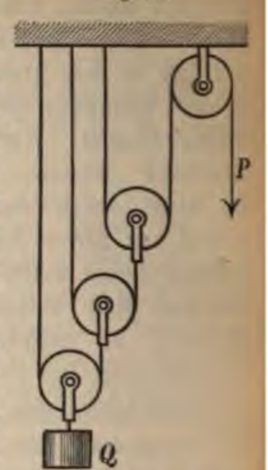
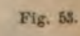


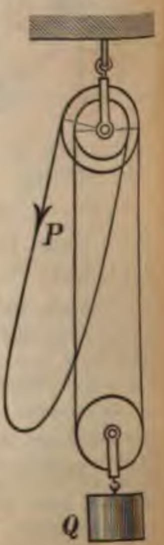
Fig. 52.



Flaschenzüge sind Vereinigungen von festen und beweglichen Rollen, bei denen ein bedeutendes Ersparnis an Kraft erzielt werden kann, die daher insbesondere zum Aufziehen schwerer Lasten benützt werden.

Den einfachsten Flaschenzug stellt Fig. 50 vor. Eine wiederholte Verwertung der beweglichen Rolle führt zum **Potenzflaschenzuge** (Fig. 51). Warum ist hier $P = \frac{Q}{2^n}$? — Das Prinzip des am häufigsten verwendeten **gewöhnlichen Flaschenzuges** zeigt Fig. 52. Warum würde es bei demselben, um der Last Q


Fig. 53.



Gleichgewicht zu halten, genügen, an dem in der Figur zu äußerst rechts liegenden Seile nach aufwärts die Kraft $Q/_4$ wirken zu lassen! Welches ist also hier die Gleichgewichtsbedingung? Nachweis des Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit! In der Praxis bringt man die Rollen jeder Rollenvereinigung (Flasche) nicht untereinander, sondern nebeneinander an. Welchen Vorteil erreicht man damit?

Beim Differentialflaschenzuge (Fig. 53) sind an der oberen Flasche zwei fest aneinander sitzende Rollen mit verschiedenen Radien (R und r) sowie eine bewegliche Rolle in Verwendung. Das Gleiten der um die Rollen gelegten „endlosen" Kette wird durch Einkerbungen, in welche sich die Kettenglieder einlegen, verhindert. Die Gleichgewichtsbedingung geht aus der Gleichsetzung der Drehungsmomente $P \, . \, R + \frac{Q}{2} \, . \, r = \frac{Q}{2} R$ in der Form $P : Q = (R - r) : 2 R$ hervor (Diskussion).

Auch die Flaschenzüge werden bisweilen als „umgekehrte Maschinen" benützt, in welcher Weise sie Geschwindigkeitsmaschinen vorstellen. Es geschieht dies z. B. bei hydraulischen Kränen und Aufzügen, bei welchen man den hydraulischen Kolben (vgl. Art. 65) an dem Lastende des Flaschenzuges angreifen läßt, wodurch man eine den Hub vergrößernde Wirkung erreicht.

44. Wellrad. Räderwerke. Das Wellrad (Fig. 54, 55 und 56) besteht aus einer zylindrischen Walze (Welle), an deren Umfang durch ein

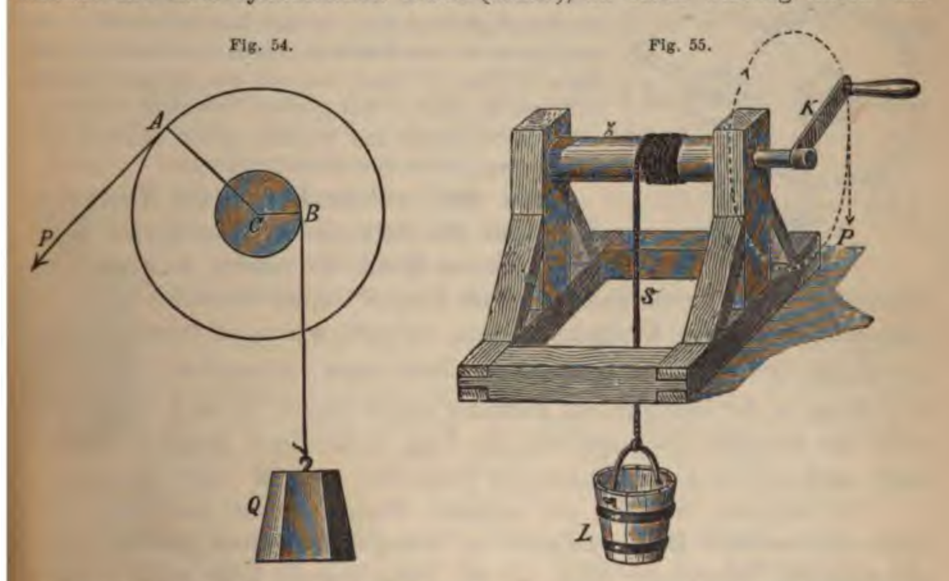
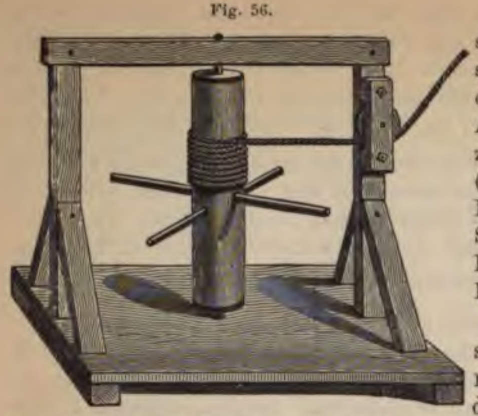


Fig. 54. Fig. 55.

aufgewickeltes Seil (zumeist) die Last wirkt, und aus einer damit fest verbundenen Scheibe (Rad), an deren Umfang die Kraft angreift. Das Rad kann auch durch eine Kurbel (Fig. 55) oder durch Speichen (Fig. 56) ersetzt sein.

Die Form mit vertikalstehender Welle heißt Winde oder Göpel (Fig. 56), jene mit horizontaler Welle führt den Namen Haspel. Inwiefern folgt auch hier aus dem Hebelgesetze die Gleichgewichtsbedingung $P : Q = r : R$? Zeige auch hier das Zutreffen des Satzes von der Erhaltung der Arbeit!

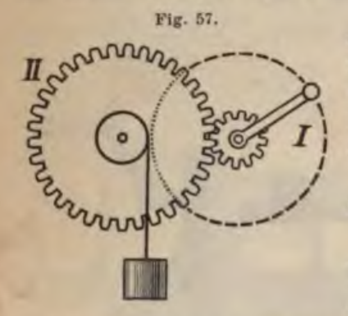
Fig. 56.



Auch das Wellrad läßt sich zur Geschwindigkeitsmaschine „umkehren". Untersuche diesbezüglich folgende Anwendungen des Wellrades: Gangspill zum Heben des Ankers auf Schiffen, Ziehbrunnen, Göpel zum Betriebe landwirtschaftlicher Maschinen (auch mit Pferdebetrieb), Wasserrad bei Mühlen, Schaufelräder der Raddampfer, Schleifstein, Wagenwinde, Triebräder der Lokomotive von Eilzügen, von Lastenzügen, Fahrrad (Bicycle), Treträder etc.

Man kann auch mehrere Wellräder so verbinden, daß die Welle des ersten mit dem Rade des zweiten (entweder durch Riementransmission oder durch Verzahnung) in Verbindung gesetzt ist. Wirkt dann an der Welle des zweiten Wellrades (Fig. 57) die Last, an dem Rade (der Kurbel) des ersten Wellrades die Kraft, so ergibt sich leicht $P : Q = r_1 \ r_2 : R_1 \ R_2$.

Fig. 57.



Ausnützung des Räderwerkes als Kraftmaschine zum Aufziehen sehr schwerer Lasten. Umkehrung zur Geschwindigkeitsmaschine in den Zahnradübersetzungen der Uhren, wo das treibende Gewicht an der Welle des Rades *II* (Fig. 57) hängt, wodurch eine geringe Fallhöhe desselben am Rade *I* weit raschere Bewegung bewirkt.

Hebel, Rolle und Wellrad bilden die drei einfachen Maschinen der Hebelgruppe.

45. Die schiefe Ebene als Maschine.

Will man das Herabgleiten eines Körper längs einer schiefen Ebene verhindern, so genügt es, parallel zur Länge der schiefen Ebene eine Kraft P von der Größe der in Art. 35 bestimmten treibenden Komponente nach aufwärts wirken zu lassen, welche also durch $P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \sin \alpha$ der Größe nach bestimmt ist. Läßt man diese Kraft in der bezeichneten Richtung Arbeit leisten, so wird der Widerstand der Schwere bewältigt und die Last Q hierdurch gehoben. Es ist daher auch die schiefe Ebene im Sinne des Art. 42 eine Maschine.

Die Aufgabe, eine auf der schiefen Ebene liegende Last längs der Länge der schiefen Ebene aufwärts zu bewegen, ist jedoch insofern einer allgemeineren Behandlung fähig, als die anzuwendende Kraft auch in einer anderen Richtung angenommen werden kann, wobei sie mit der Länge der schiefen Ebene den Winkel β bilden möge (Fig. 58).

Für den Fall des Gleichgewichtes muß dann $P \cos \beta = Q \sin \alpha$ sein, daher

$$P : Q = \sin \alpha : \cos \beta \ldots\ldots\ldots\ldots (24).$$

Der auf die Länge der schiefen Ebene wirkende Normaldruck wird dabei $N = Q \cos \alpha - P \sin \beta$ sein.*) Die Formel (24) liefert die beiden wichtigen Spezialfälle:

demselben Ergebnisse gelangt man, wenn man bedenkt, daß die Resultierende R von P und Q stehen muß, und wenn man auf das aus den Strecken P, Q und R begrenzte Dreieck den ıdet.

Fig. 58.

1. Winkel $\beta = 0$, d. h. die Kraft wirkt parallel zur Länge; es ergibt sich $P : Q = \sin\alpha = h : l$, also der bereits besprochene Fall. 2. Winkel $\beta = -\alpha$, d. h. die Kraft wirkt parallel zur Basis; es ergibt sich $P : Q = \operatorname{tang}\alpha = h : b$.

Im ersten Falle ist immer $P < Q$, also jederzeit Kraftersparnis vorhanden; im zweiten Falle ist $P \lesseqgtr Q$ für $\alpha \lesseqgtr 45^0$. (In Worten?) — Zeige, daß in allen Fällen der Satz von der Erhaltung der Arbeit zutrifft!

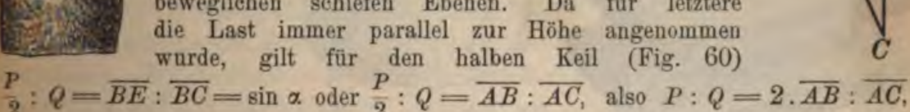
Die schiefe Ebene findet Anwendung als Schrotleiter beim Beladen von Wagen. Rampen, Bergstraßen, Bergeisenbahnen, Dachflächen, schräge Leitern, Laufbrücken bei Bauten, Stiegen u. dgl. sind gleichfalls als schiefe Ebenen zu betrachten. — Läßt der Maschinenführer einen Eisenbahnzug längs einer abfallenden Strecke herabrollen, so leistet die Schwere Arbeit auf dem im vertikalen Sinne gemessenen Wege des durchfallenen Niveauabstandes; die zu überwindenden Widerstände (Reibung, Luftwiderstand etc.) bilden die parallel zur Länge der schiefen Ebene wirkende Last. Die schiefe Ebene bildet in diesem Falle eine „Umkehrungs- oder Geschwindigkeitsmaschine", bei welcher ein „Weggewinn" (Lastweg > Kraftweg, weil Last < Kraft) eintritt.

46. Der Keil. Der Keil (Fig. 59) besteht aus einem dreiseitigen Prisma aus Metall oder Holz; er wird zumeist zum Spalten von Holz, Steinen u. dgl. verwendet. Dabei wirkt die Kraft gegen die Fläche AD — den Rücken des Keiles —, die Last beiderseits symmetrisch in gleicher Stärke gegen die Flächen AC und CD — die Seiten des Keiles.

Fig. 59.

Fig. 60.

Der Keil kann betrachtet werden als ein System von zwei in der Richtung BC vorwärts beweglichen schiefen Ebenen. Da für letztere die Last immer parallel zur Höhe angenommen wurde, gilt für den halben Keil (Fig. 60)



$\frac{P}{2} : Q = \overline{BE} : \overline{BC} = \sin\alpha$ oder $\frac{P}{2} : Q = \overline{AB} : \overline{AC}$, also $P : Q = 2 . \overline{AB} : \overline{AC}$, somit $P : Q = r : s$, wobei $2\,\overline{AB}$ mit r, $\overline{AC} = \overline{CD} = s$ bezeichnet wurde. (In Worten?) — Warum ist $P = 2\,Q \sin\alpha$? — Nachweis des Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit.

Weitere Anwendungen des Keiles zum Heben schwerer Lasten (z. B. Schiffe im Dock, unter deren Kiele man Keile eintreibt). Keilpresse. Alle spitzen und schneidenden Werkzeuge. Meßkeil. — Das Herausschnellen eines schlüpfrigen Apfelkernes zwischen den Fingern zeigt den Keil als Geschwindigkeitsmaschine.

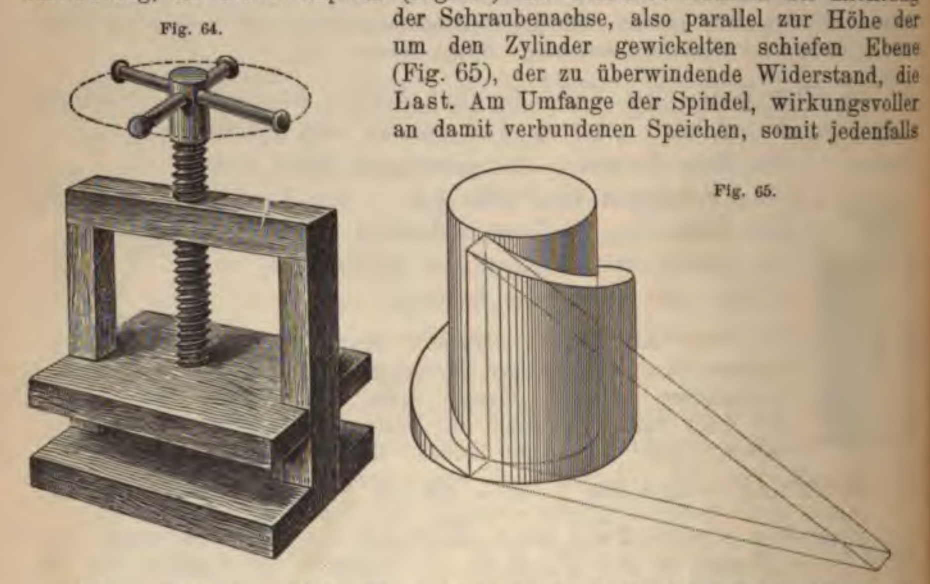
47. Die Schraube. Wird um einen geraden Zylinder ein rechtwinkliges Dreieck gewickelt, wobei eine Kathete längs einer Zylindererzeugenden festgehalten wird, so beschreibt die Hypotenuse auf der Mantel-

fläche des Zylinders eine Schraubenlinie oder Spirale. Der längs der Richtung der Erzeugenden gemessene (überall gleich große) Abstand zweier unmittelbar übereinanderliegenden Schraubenwindungen heißt die Ganghöhe der Schraube. Versieht man den Zylinder mit einem längs der Schraubenlinie fortgeführten scharfen oder flachen Grat, so erhält man beziehungsweise die Schraubenspindel mit scharfem (Fig. 61) und jene mit flachem Gewinde (Fig. 62). Beide können auch vertieft in einen hohlen Zylinder geschnitten werden, wodurch man die zur entsprechenden Schraubenspindel zugehörige Schraubenmutter erhält. (Fig. 63 zeigt die zur Schraube, Fig. 62 passende Schraubenmutter im Durchschnitte.)



Fig. 61. Fig. 62. Fig. 63.

Die Wirkung der Schraube versteht man leicht aus ihrer bekanntesten Anwendung, der Schraubenpresse (Fig. 64). Bei derselben wirkt in der Richtung der Schraubenachse, also parallel zur Höhe der um den Zylinder gewickelten schiefen Ebene (Fig. 65), der zu überwindende Widerstand, die Last. Am Umfange der Spindel, wirkungsvoller an damit verbundenen Speichen, somit jedenfalls parallel zur Basis der schiefen Ebene wirkt die Kraft. Bezeichnet h die Höhe eines Schraubenganges, r den Radius der Schraubenspindel, so gilt als Gleichgewichtsbedingung $P : Q = h : 2r\pi$. (In Worten?) Bei Verwendung von Speichen, also bei Kombination mit einem Wellrade vom Radius R, ergibt sich $P : Q = h : 2R\pi$. (In Worten?) — Nachweis der Satzes von der Erhaltung der Arbeit.


Fig. 64. Fig. 65.

Anwendungen der Schraube bei den Pressen der Lithographen und Buchbinder, als Spindelpressen zum Keltern des Weines, bei Kopier-, Servietten-, Kartenpressen etc., ferner beim Schraubenhebzeuge. Befestigungsschrauben, konische Holzschrauben (Kombination mit dem Keile). Zur Erzielung feiner Bewegungen, z. B. Stellschrauben an Apparaten, Richt-

schraube der Geschütze. Zu Meßzwecken dienen die Mikrometerschrauben. Fig. 66 erläutert die zum Messen der Dicke von Blechen, Drähten etc. angewendete Schraubenlehre.

Fig. 66.

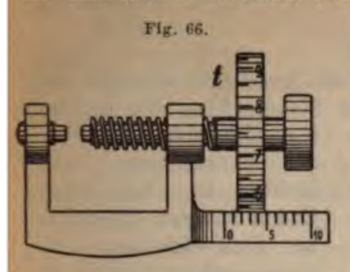
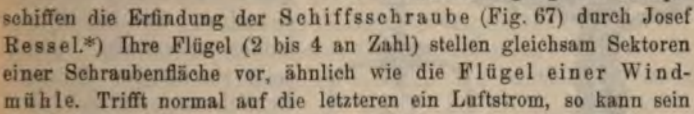


Fig. 67.



Ist die „Trommel" t in 100 gleiche Teile geteilt und beträgt die Höhe eines Schraubenganges 1 *mm*, so entspricht die Drehung der Trommel um einen Teilstrich einer Vorrückung der Schraubenspindel um 0·01 *mm*. Die Schraube als Geschwindigkeitsmaschine finden wir beim Drillbohrer.

Besonders wichtig wurde für die Vorwärtsbewegung von Dampf-



schiffen die Erfindung der Schiffsschraube (Fig. 67) durch Josef Ressel.*) Ihre Flügel (2 bis 4 an Zahl) stellen gleichsam Sektoren einer Schraubenfläche vor, ähnlich wie die Flügel einer Windmühle. Trifft normal auf die letzteren ein Luftstrom, so kann sein Druck in zwei Komponenten zerlegt werden, wovon eine parallel zur Schraubenfläche wirkt, also gleichsam an ihr abgleitet, während die andere das Flügelrad in Rotation versetzt. Wird dagegen umgekehrt ein ähnliches Flügelrad mechanisch in rasche Rotation versetzt, wie z. B. bei einem (elektrisch betriebenen) Ventilator, so setzt das Flügelrad die Luftmasse in Bewegung in der Richtung der Schraubenachse. Ist daher das Flügelrad in der letztgenannten Richtung beweglich, wie z. B. bei dem Spielzeuge, das unter dem Namen Schraubenflieger bekannt ist, so tritt infolge der Trägheit der zu verschiebenden Massen nach dem Prinzip der Aktion und Reaktion eine Abstoßung des Rades von denselben und daher eine Vorwärtsbewegung (Aufsteigen) des Flügelrades in der Luft ein. (Anwendung solcher „Luftschrauben" bei Luftschiffen; vgl. Art. 87.) In ähnlicher Weise würde die Wucht eines Wassergefälles das Flügelrad einer Schraubenturbine (vgl. Art. 77) in Rotation bringen und umgekehrt das gedrehte Rad die Wassermasse verschieben. Ist daher das drehbare Flügelrad selbst verschiebbar, wie es bei der Schiffsschraube der Fall ist, so muß es eine Vorwärtsbewegung im Wasser einschlagen. — Vorteile der Schraubenschiffe insbesondere bei Kriegsschiffen.

Schiefe Ebene, Keil und Schraube bilden die einfachen Maschinen der Gruppe der schiefen Ebene. Es gibt somit 6 einfache Maschinen, welche die Elemente für andere zusammengesetzte Maschinen bilden. —

Bei der Besprechung der Maschinen wurde von allen Widerständen der Bewegung, wie Reibung, Widerstand des Mittels, Steifheit der Seile etc. abgesehen. Treten diese, wie bei allen physischen Maschinen auf, so ist zu ihrer Überwindung ein gewisser Aufwand von Arbeit (Energie) nötig. Derselbe geht scheinbar verloren; in Wirklichkeit tritt jedoch eine Energieverwandlung (in Wärme, Schall etc.) ähnlich den in Art. 29 angedeuteten ein. Die „nützliche Arbeit" einer Maschine ist demnach um diese nutzlos verlorene Arbeit kleiner als die überhaupt aufgewendete. Als Nutzeffekt oder Wirkungsgrad einer Maschine bezeichnet man das Verhältnis der nützlichen Arbeit zur überhaupt aufgewendeten.

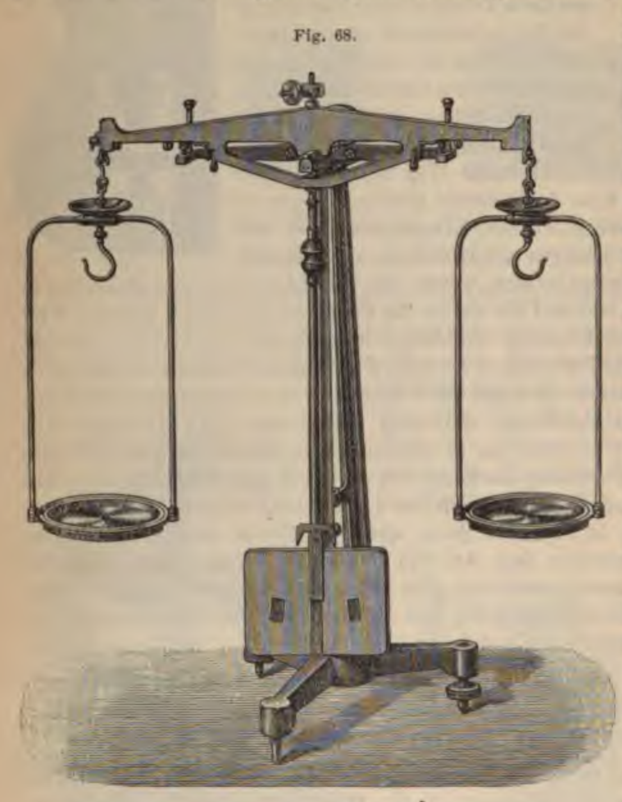
48. Die gleicharmige Wage. Der Zweck der Hebelwage, deren Einrichtung im wesentlichen als bekannt vorausgesetzt werden kann, ist

*) **Josef Ressel** (geb. 1793 in Chrudim, gest. 1857 zu Laibach) war österreichischer Forstbeamter, zuletzt Forstintendant bei der Kriegsmarine in Triest. Erfindung der Schiffsschraube (patentiert 1827).

— wie bereits im Art. **21** besprochen wurde — die Vergleichung von Massen; sie unterscheidet sich hierin von der Federwage, welche die Größe des Gewichtsdruckes mißt.

Der Wagebalken der Hebelwage ist ein zweiseitiger, gleicharmiger und in seinen Hälften möglichst symmetrisch gearbeiteter Hebel (Fig. 68), der um eine Mittelschneide (Stahl auf Achatlager etc.) leicht drehbar ist. An seinen Enden hängen, gleichfalls an Stahlschneiden, die gleich schweren Wageschalen. Ob der Wagebalken horizontal steht, zeigt ein Zeiger (Zunge). Der Schwerpunkt des Wagebalkens liegt, da der letztere auf jede Verschiebung hin in die Gleichgewichtslage zurückkehrt, der Zustand also stabil ist, unterhalb der Drehschneide.

Fig. 68.



Warum darf der Wagebalken nicht im indifferenten, warum nicht im labilen Gleichgewichte stehen?

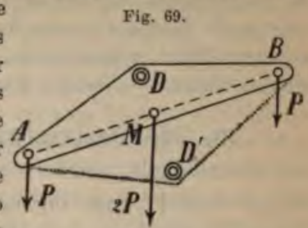
Ist der Wagebalken für sich und auch nach angehängten, vertauschten sowie auch durch gleiche Gewichte belasteten Schalen immer in horizontaler Lage im Gleichgewichte verblieben, so kann daraus geschlossen werden, daß die Wage tatsächlich gleicharmig ist. Sind nämlich $\overline{AM}$ und $\overline{MB}$ die Hebelarme der Wage und hält ein Gewicht P auf der einen Schale einer Last Q auf der anderen Gleichgewicht, welches auch nach Vertauschung von P mit Q fort bestehen bleibt, so folgt durch Multiplikation der beiden Momentengleichungen $P \cdot \overline{AM} = Q \cdot \overline{MB}$ und $Q \cdot \overline{AM} = P \cdot \overline{MB}$ unmittelbar, daß $\overline{AM} = \overline{MB}$ sein muß. Eine derartige Wage wird dann nur bei gleicher Schalenbelastung im Gleichgewichte stehen, also richtige Wägungsresultate ergeben.

Wird auf jede Wageschale ein Gewicht P und auf die eine von beiden außerdem ein Übergewicht p gelegt, so tritt eine Drehung der Wage um einen gewissen Winkel α ein. Je größer unter sonst gleichen Umständen dieser Winkel α ist, um so deutlicher bringt die Wage die Mehrbelastung der einen Seite zum Ausdrucke, um so empfindlicher ist sie. Die wichtigste Anforderung, welche an eine gute Wage gestellt werden muß, ist, daß sie bei jeder noch zulässigen Schalenbelastung gleich empfindlich bleibe. Dieser Anforderung kann nur

genügt werden, wenn die Drehschneide der Wage in der Mitte der geradlinigen Verbindung der beiden Schalenaufhängepunkte liegt.

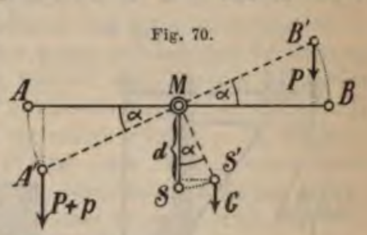
In diesem Falle bildet nämlich die mittlere Schneide den Mittelpunkt der parallelen Kräfte P und P (Fig. 69). Ihre Resultierende $2\,P$ geht durch diesen Punkt M, wird also durch den Widerstand des Lagers aufgehoben. Würde dagegen der Drehungspunkt D der Wage oberhalb des Punktes M liegen (Fig. 69), so würde bei einer Drehung der Wage das Gewicht $2\,P$ ein Drehungsmoment bilden, welches jenem eines aufgelegten Übergewichtes p entgegenwirkt. Je größer also $2\,P$ im Vergleiche zu p wäre, um so geringer müßte der durch p hervorgebrachte Ausschlag sein. Wäre hingegen der Drehungspunkt des Wagebalkens in D', also unterhalb von M, so würde der Zustand des Wagebalkens ein labiler. — Experimenteller Nachweis dieser Betrachtungen an Rueprechts Demonstrationswage (Fig. 68), welche Schneidenpaare unterhalb und oberhalb der richtigen Höhenlage besitzt.

Fig. 69.



Unter der besprochenen Bedingung (Drehungspunkt in M) kommen an einem Wagebalken AB (Fig. 70) von der Länge $2\,l$ nur zwei entgegengesetzte Drehmomente in Betracht, und zwar erstens das Drehmoment des Übergewichtes gleich ($pl \cos \alpha$) und zweitens jenes des Gewichtes G des Wagebalkens von der Größe ($Gd \sin \alpha$); aus der Gleichstellung beider folgt $\operatorname{tang} \alpha = \frac{l}{G\ \ d} \cdot p$. Die Empfindlichkeit der Wage ist demnach um so größer, je länger und je leichter der Wagebalken ist und je näher sein Schwerpunkt unterhalb der Mittelschneide liegt (Regulierung durch in vertikaler Richtung verschiebbare Laufgewichte; auch in Fig. 68). Da durch den letzteren Umstand die Schwingungsdauer vergrößert wird (Art. 58), wird durch die Steigerung der Empfindlichkeit die Dauer der Wägungsarbeit eine längere.

Fig. 70.



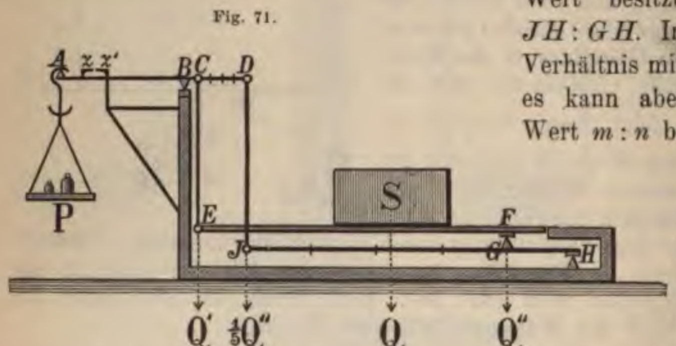
Die Schwingungsdauer (Zeit zwischen zwei Umkehrpunkten) soll selbst bei feinen Wagen zu chemischen Zwecken 10 Sekunden nicht übersteigen. Bei gleicher Schwingungsdauer sind Wagen mit kurzem Balken empfindlicher als solche mit langem Balken. Die Empfindlichkeit einer Wage wird durch das Verhältnis des kleinsten Übergewichtes, das noch einen merklichen Ausschlag erzeugt, zur größten noch zulässigen einseitigen Belastung ausgedrückt. Eine mittelgute chemische Wage zeigt noch 0,1 *mg* bei 100 *g* zulässiger einseitiger Belastung, besitzt also 1 Milliontel Genauigkeit.

Arretierung feiner Wagen zum Zwecke der Schonung der Schneiden. Auflegen der Gewichte bei arretiertem Wagebalken. Aufstellung solcher Wagen in einem Glaskasten, um die Wage vor störenden Luftströmungen zu sichern. Auflegung der Gewichte durch besondere mechanische Einrichtungen bei völlig geschlossenem Wagekasten. Durchbrochener Wagebalken; Anfertigung desselben aus Aluminium. Doppelwägung bei Wagen mit Hebelfehler (sehr empfindliche Wagen können hiervon nie frei sein!), wobei die Last hintereinander auf jede Schale gelegt wird und aus den verschiedenen Wägungsresultaten P_1 und P_2 das wahre Gewicht durch $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$ (eigentlich durch $P = \sqrt{P_1\,P_2}$) gefunden wird. Der Nachweis gelingt durch Einführung verschieden langer Hebelarme a und b und Multiplikation der Momentengleichungen $P \cdot b = P_1 \cdot a$ und $P \cdot a = P_2 \cdot b$. Substitutionsmethode durch Tarieren der Wage (Schrote, Granaten) und nachträgliches Ersetzen der zu wägenden Last durch Gewichtsstücke.

Im täglichen Leben verwendet man auch die römische oder Schnellwage, eine ungleicharmige Hebelwage, bei welcher die Herstellung des Gleichgewichtes durch Verschiebung eines Laufgewichtes längs einer Skala erfolgt, deren Teilung proportional der Zunahme der Last fortschreitet. Versuche, dies nachzuweisen! Verwendung des Prinzipes der Schnellwage bei der Reiterablesung an chemischen Wagen. — Viel verwendet sind auch die Tafel- oder Balanzierwagen, bei denen durch passende Kombination mehrerer Hebel erreicht wird, daß die Schalen oberhalb des Balkensystemes angebracht werden können. — Zeigerwagen zur raschen Abwägung von Briefen u. dgl.

49. Die Dezimalwage. Bei der Brückenwage liegt die Last nicht auf einer Schale, sondern auf einem wagerechten Brette — der Brücke. Diese Wage besteht aus einem zweiseitigen und zwei einseitigen Hebeln, die durch Zugstangen, wie Fig. 71 andeutet, in Verbindung gesetzt sind. Ist $\overline{AB} = 10 \cdot \overline{BC}$, so würde die Brückenwage zur Dezimalwage, d. h. zu einer Wage, bei welcher $P = \frac{1}{10} Q$ wäre, wenn die ganze Last Q im Punkte C wirken würde. Dies ist erreicht, wenn das Verhältnis $\overline{BD} : \overline{BC}$ denselben Wert besitzt wie jenes von $JH : GH$. In Fig. 71 ist dieses Verhältnis mit $5:1$ angenommen; es kann aber jeden beliebigen Wert $m:n$ besitzen.

Fig. 71.



Wo immer nämlich der zu wägende Körper S, dessen Gewicht Q sein möge, auf die Brücke gelegt wird, zerfällt Q in zwei Komponenten Q' und Q'', welche zusammen Q geben. Von diesen Komponenten wirkt Q' durch Vermittlung der starren Zugstange EC im Punkte C; Q'' erteilt, im Punkte G wirkend, dem einseitigen Hebel JH dasselbe Drehmoment wie eine in J oder in D angreifende Kraft von der Größe $X = \frac{n}{m} \cdot Q''$; diese letztere Kraft kann aber ersetzt werden durch eine in C wirkende Kraft von der Größe Y, wobei $Y = \frac{m}{n} \cdot X = \frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} Q'' = Q''$ ist. Drückt also die Last Q in irgend einem Punkte der Brücke, so bringt dies auf den Hebel AD dieselbe Wirkung hervor, als ob Q im Punkte C angreifen würde.

Zeige, daß bei allen Bewegungen des Hebelsystemes der Dezimalwage die Brücke sich immer parallel hebt oder senkt! Kombination des Prinzipes der Schnellwage mit dem der Dezimalwage bei Wagen zur raschen Bestimmung des Gewichtes von Gepäckstücken auf Bahnhöfen.

Aufgaben. 1. An den Enden eines zweiseitigen, gewichtlos gedachten Hebels von 90 *cm* Länge halten sich Gewichte von 0,7 *kg* und 1,1 *kg* das Gleichgewicht. Wo liegt der Unterstützungspunkt? — **2.** An dem einen Ende *A* einer 3 *m* langen, überall gleich dicken

Eisenstange von 27 *kg* Gewicht hängt eine Last von 243 *kg*. Wenn die Stange in einem Punkte B unterstützt ist, so daß $\overline{AB} = 3$ *dm* ist, welche Kraft ist zur Herstellung des Gleichgewichtes am zweiten Ende C der Stange anzubringen? — **3.** Das Sicherheitsventil eines Dampfkessels, in welchem die Dampfspannung auf 8 Atmosphären anwachsen soll, hängt an einem 5 *cm* langen Hebelarm und hat 4 cm^2 Querschnitt. Das Gewicht des Hebels beträgt 0,5 *kg* und sein Schwerpunkt ist 20 *cm* vom Drehungspunkt entfernt. Wo ist der Hebel mit einem Gewichte von 5 *kg* zu belasten? (Druck einer Atmosphäre = 1,03 *kg* auf 1 cm^2.) — **4.** Eine Last von 200 *kg* wird vermittels einer 20 *kg* schweren, beweglichen Rolle in die Höhe gezogen. Wie groß ist die hierzu nötige Kraft, *a)* wenn die Seile parallel bleiben, *b)* wenn sie einen Winkel von 60° bilden? — **5.** Bei einem Potenzflaschenzuge von 3 beweglichen Rollen beträgt die Last Q 170 *kg*; jede Rolle wiegt 10 *kg*. Welche Kraft ist nötig? — **6.** Die Radien eines Differentialflaschenzuges sind 16 *cm* und 13 *cm* lang, welche Last kann mit demselben durch eine Zugkraft von 45 *kg* bewältigt werden? — **7.** Ein Pferd dreht einen Göpel, wobei es in einer Kreisbahn von 16 *m* Umfang herumgeht und beständig 75 *kg* Zugkraft ausübt. Welche Last kann es überwinden, wenn der Umfang der Welle 80 *cm* beträgt? — **8.** Welche Kraft ist nötig, um einen 2000 *kg* schweren Wagen auf einer Straße von 3° Steigung am Hinabrollen zu hindern, wenn die Reibung $^1/_{40}$ der Last ausmacht? — **9.** Über ein dreieckig zugeschnittenes Brett, bei welchem die Basis horizontal liegt, ist eine in sich zurücklaufende Kette gelegt. Auf der längeren Dreiecksseite liegt somit ein Kettenstück l_1, auf der kürzeren ein solches l_2, wobei $l_1 > l_2$ ist. Warum kommt trotzdem (von der Reibung ganz abgesehen) die Kette nicht in ein unaufhörliches Gleiten? (Aus der von vornherein erkennbaren Tatsache, daß die Kette kein Perpetuum mobile sein kann, folgerte Stevin*) in sinnreicher Weise die Gleichgewichtsbedingung für die schiefe Ebene.) — **10.** Ein Beil, dessen Schärfe 20° beträgt, trifft mit einer Wucht von 10 *kgm* einen Pfahl, in den es 4 *cm* tief eindringt. Wie groß ist hierbei der im Mittel auf die Seitenflächen ausgeübte Druck? — **11.** Welche Last kann (abgesehen von der Reibung) mit einer Schraube durch eine Kraft von 1 *kg* gehoben werden, wenn die Ganghöhe der Schraube 10 *mm* ist und die Kraft an einem 1 *m* langen Schlüssel (Hebel) wirkt? — **12.** Weshalb stehen an der Teilung einer Schnellwage die Teilstriche gleich weit auseinander? — **13.** Warum muß bei einer Zeigerwage die Einteilung des für den Zeiger bestimmten Kreisbogens auf die Tangente des Ausschlagswinkels zurückgeführt werden? — **14.** Bei einer Dezimalwage (Fig. 71) ist der Arm $\overline{AB} = 30$ *cm*, der Abstand der beiden Zugstangen $\overline{CD} = 12$ *cm*. Nach welchem Verhältnis ist der Hebel JH unter der Brücke zu teilen?

50. Rotierende Bewegung. Krummlinige Bewegung. Wenn ein starrer Körper sich so bewegt, daß alle seine Punkte in einer und derselben Zeit gleich lange und parallele Bahnen beschreiben, so nennt man eine derartige Bewegung eine fortschreitende oder progressive. Die Arbeitsfähigkeit des in progressiver Bewegung befindlichen Körpers (seine kinetische Energie) ist in diesem Falle gleich der Summe der Energie aller Massenteilchen, also $W = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{m_3 v^2}{2} + \ldots = (m_1 + m_2 + m_3 + \ldots) \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{M v^2}{2}$, worin M die im Massenmittelpunkte (Art. 39) vereinigt gedachte Gesamtmasse des Körpers vorstellt.

Anders stehen die Verhältnisse, wenn ein starrer Körper sich dreht oder rotiert. Es gibt dann zunächst eine Gesamtheit von Punkten, welche

*) Simon Stevin, Niederländer, geb. 1548 in Brügge, gest. 1620 in Leiden (Haag?), war Baumeister; seine geistreichen Überlegungen auf dem Gebiete der Statik (insbesondere der Hydrostatik) sind wahrhaft bewunderungswürdig.

in Ruhe sind; sie bilden die geradlinige Achse der Drehung. Alle anderen Punkte des Körpers bewegen sich in Kreisen, deren Ebenen normal stehen auf der Drehungsachse, also — ebenso wie bei der fortschreitenden Bewegung — in parallelen Bahnen; die in einer und derselben Zeit von allen Punkten zurückgelegten Bahnen sind jedoch nicht gleich lang. Da nämlich bei einem starren Körper alle Kreisbahnen in derselben Zeit — der Umlaufszeit des rotierenden Körpers — durchlaufen werden, ist unmittelbar klar, daß jedes Massenteilchen seine Bahn mit um so größerer Geschwindigkeit durchläuft, je weiter es von der Drehungsachse entfernt ist. Bezeichnet ω die Geschwindigkeit eines Punktes, der den Abstand 1 von der Achse besitzt, oder die sogenannte Winkelgeschwindigkeit,*) so wird die Geschwindigkeit eines Punktes vom Abstande r bestimmt sein durch $v = r\omega$. Seine Bewegungsenergie wird daher, wenn seine Masse m ist, ausgedrückt sein durch $\frac{mr^2}{2} \cdot \omega^2$, also im quadratischen Verhältnisse mit seinem Abstande von der Drehungsachse wachsen.

Somit ist die Bewegungsenergie W des rotierenden Körpers gegeben durch die Summe $W = \frac{m_1 r_1^2}{2} \cdot \omega^2 + \frac{m_2 r_2^2}{2} \cdot \omega^2 + \frac{m_3 r_3^2}{2} \cdot \omega^2 + \ldots\ldots\ldots = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots) \cdot \frac{\omega^2}{2}$. Die in der Klammer befindliche Summe, die man abgekürzt in der Form $\Sigma\,(m r^2)$ zu schreiben pflegt, heißt das Trägheitsmoment K des rotierenden Körpers. Wir können uns darunter eine Masse K denken, welche in einem beliebigen Punkte mit der Entfernung 1 von der Drehungsachse rotierend, dieselbe Wucht $\frac{K\omega^2}{2}$ besitzt wie der rotierende Körper.

Die Größe des Trägheitsmomentes K hängt von der Anordnung (Konfiguration) der Massenteilchen des Körpers gegenüber der Drehungsachse, nicht aber von der Winkelgeschwindigkeit ab. Denken wir uns z. B. einen Zylinder zu einer kreisrunden Scheibe ausgewalzt und diese um eine normal zur Ebene der Scheibe durch deren Mittelpunkt angebrachte Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω gedreht, so wird für diese Scheibe, obzwar sie nur die Masse des früheren Zylinders enthält, das Trägheitsmoment K, und daher auch die Bewegungsenergie $\frac{K\omega^2}{2}$, größer sein, als sie für den früheren Zylinder war, wenn letzterer mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω um seine geometrische Achse rotierte. — Große Wucht der Schwungräder. Warum ist dieselbe von dem Radius, der massigen Ausführung des Radkranzes und der Schnelligkeit der Umdrehung abhängig?

Wirkt auf einen um eine Achse drehbaren Körper eine Kraft nur kurze Zeit ein, so wird durch den erfolgenden Stoß (Art. **24**) dem Körper eine Winkelgeschwindigkeit ω erteilt, welche derselbe, wenn keine Hindernisse der Bewegung entgegenwirken, nach dem Trägheitsgesetze beständig beibehalten müßte. Wirkt hingegen auf den rotierenden Körper eine Kraft dauernd ein, so wird seine Rotation eine beschleunigte werden, und zwar eine gleichförmig beschleunigte, wenn die wirksame Kraft eine konstante ist. In diesem Falle

*) Der Name „Winkelgeschwindigkeit“ rührt davon her, daß ω auch die im Bogenmaß gemessene Größe des bei der Drehung in der Zeiteinheit zurückgelegten Winkels angibt.

spricht man von einer Winkelbeschleunigung und versteht darunter die in der Zeiteinheit erfolgende Änderung der Winkelgeschwindigkeit.

Bei einem rotierenden Körper mögen an den einzelnen Massenteilchen $m_1, m_2, m_3 \ldots$, deren Achsenabstände beziehungsweise $r_1, r_2, r_3 \ldots$ sein mögen, Kräfte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ wirksam sein, welche alle dieselbe Winkelbeschleunigung β hervorrufen, wobei $p_1, p_2, p_3 \ldots$ in Normalebenen zur Drehungsachse liegen sollen und außerdem $p_1 \perp r_1$, $p_2 \perp r_2$, $p_3 \perp r_3 \ldots$ wirken möge. Für das Massenteilchen m_1 ist dann die wirksame Kraft $p_1 = m_1 \cdot r_1 \beta$ (weil β auf den Abstand 1 bezogen ist, also zum Abstande r_1 die Geschwindigkeitsänderung $r_1 \beta$ gehört); das durch p_1 hervorgerufene Drehmoment ist daher $p_1 r_1 = m_1 r_1^2 \beta$. Stellt man analog für alle anderen Massenteilchen $m_2, m_3 \ldots$ die Drehungsmomente auf und addiert dieselben (da alle Kräfte gleichstimmige Drehungen hervorrufen), so ergibt sich die Summe aller Drehungsmomente mit $(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots) \cdot \beta = K \cdot \beta$. Ersetzt man alle diese Kräfte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ durch eine einzige Kraft P, welche im Abstande a angreift, so ist — da deren Drehmoment gleich ist der Summe der obigen Drehungsmomente — auch $P \cdot a = K \cdot \beta$ oder $\beta = \frac{P \cdot a}{K}$, d. h. die Winkelbeschleunigung eines rotierenden Körpers ist gleich dem statischen Momente der Kraft dividiert durch das Trägheitsmoment des Körpers, beide bezogen auf die Drehungsachse. — Man beachte die Übereinstimmung der beiden Formeln $b = \frac{P}{M}$ und $\beta = \frac{Pa}{K}$! —

Bei der rotierenden Bewegung eines Körpers wird das Trägheitsbestreben der einzelnen Teilchen, wonach dieselben ihre Geschwindigkeit geradlinig und gleichförmig beibehalten sollten, gestört, da sie ja gezwungen werden, ihre Bewegungsrichtung fortgesetzt zu ändern. Dieselbe Störung tritt auch bereits bei der Bewegung eines einzigen materiellen Punktes in einer krummlinigen Bahn oder bei einer krummlinigen Bewegung ein. Im Hinblick auf das Trägheitsprinzip kann eine derartige Änderung nur auf eine äußere Einwirkung oder auf eine Kraft zurückgeführt werden, hinsichtlich welcher wir nun nähere Untersuchungen anstellen wollen.

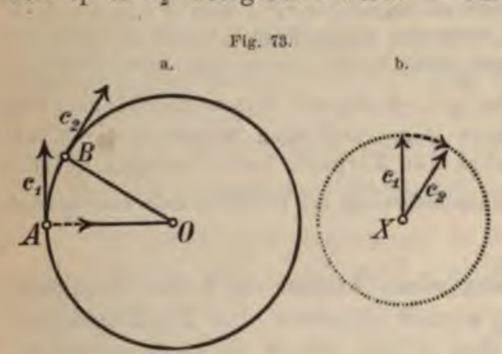
Ein materieller Punkt bewege sich gleichförmig in der Richtung von x nach y (Fig. 72). Er möge dabei in einer Sekunde den Weg AB zurückgelegt haben, also die Geschwindigkeit v besitzen. Findet nun im Punkte B eine Änderung der Bewegungsrichtung statt, so zwar, daß aber wieder in der nächsten Sekunde der Weg $\overline{BC} = \overline{AB} = v$ zurückgelegt werde, so muß die Änderung der Geschwindigkeitsrichtung auf das Hinzutreten einer neuen Geschwindigkeitskomponente zur bereits vorhandenen zurückgeführt werden; denn zerlegen wir $\overline{BC}$ in die Komponenten $BD = AB = v$ und $BE \# DC$, so wird der Punkt in B die Geschwindigkeit $BD = v$ nach dem Trägheitsgesetze bereits besitzen, während die neu auftretende Komponente BE die Änderung der Richtung veranlaßte. Dabei ist zu beachten, daß BE der Größe und Richtung nach durch die Verbindung der Punkte DC bestimmt wird. Das Auftreten der Komponente BE ist natürlich auf das Auftreten einer in der Richtung von B nach E wirksamen Kraft zurückzuführen. Die bei jeder krummlinigen Bewegung fortgesetzt stattfindenden Änderungen der Bewegungsrichtung sind somit auf die

Fig. 72.

andauernde Einwirkung einer Kraft zurückzuführen, deren Größe und Richtung zunächst in einem besonderen Falle der krummlinigen Bewegung im nächsten Artikel bestimmt werden soll.

51. Die kreisende Bewegung. Beschreibt ein materieller Punkt mit konstanter Geschwindigkeit eine Kreisbahn, so sagen wir: er führt eine kreisende Bewegung aus. Ist in zwei Punkten A und B (Fig. 73a) Richtung und Größe der Geschwindigkeit in der Kreisbahn durch c_1 und c_2 ausgedrückt, wobei $c_1 = c_2$ sein möge, so muß — damit die Geschwindigkeit c_1 in c_2 übergeführt werde — eine Geschwindigkeitskomponente aufgetreten sein, deren Größe und Richtung nach der durch Hamilton*) angegebenen Methode des Hodographen ermittelt werden kann. Man zeichnet nämlich von einem beliebig gewählten Punkte X der Kreisbahnebene (Fig. 73b) Strecken, welche parallel und gleich den Strecken sind, welche uns die Werte der Geschwindigkeit in A und B versinnlichen (Geschwindigkeitsvektoren). Liegt dann B sehr nahe an A, ist also die Zeit, in der $\widehat{AB}$ zurückgelegt wird, sehr klein, so ist unter Benützung der abgekürzten Konstruktionsweise, welche im vorigen Artikel erwähnt wurde, Größe und Richtung der neu auftretenden Geschwindigkeitskomponente durch das geradlinige Bogenelement zwischen den Pfeilspitzen der Vektoren c_1 und c_2 (Fig. 73b) bestimmt. Die Richtung dieser Geschwindigkeitskomponente ist normal auf der bereits vorhandenen Geschwindigkeit c_1, ist also gegen das Zentrum O der Kreisbahn (Fig. 73a) gerichtet. Denkt man sich dergestalt die Kreisbahn (Fig. 73a) in sehr viele kleine Bogenelemente AB zerlegt und immer die zugehörigen Geschwindigkeitsvektoren konstruiert, so stellt uns die mit dem Radius c um X beschriebene Kreislinie (Hodographenkurve) durch die Länge ihrer Peripherie die Summe aller jener Geschwindigkeitsänderungen vor, welche aufgetreten sind, während der materielle Punkt die Kreisbahn (Fig. 73a) durchlief. Da nun der Umfang $2r\pi$ der letzteren in der Umlaufszeit T gleichförmig durchlaufen wird, ist $c = \frac{2r\pi}{T}$. Die in der Zeit T erfolgte Änderung dieser Geschwindigkeit ist nach dem vorhin Gesagten $2c\pi = \frac{4r\pi^2}{T}$, somit die Geschwindigkeits-

Fig. 73.



*) Sir William Rowan **Hamilton** (geb. 1805 in Dublin, gest. 1865 in Dunsink) war Professor der Mathematik und Astronomie in Dublin.

änderung in der Zeiteinheit oder die gegen das Zentrum O gerichtete Beschleunigung oder Zentripetalbeschleunigung

$$b = \frac{4 r \pi^2}{T^2} = \frac{c^2}{r} \text{*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25).$$

Bezeichnet nun m die Masse des Beweglichen, so ist die Größe der den Körper gegen das Zentrum O der Kreisbahn hinziehenden Kraft oder der Zentripetalkraft gegeben durch

$$P = \frac{4 m r \pi^2}{T^2} = \frac{m c^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26).$$

Die angestellten Betrachtungen gelten nun auch für jede beliebige krummlinige Bewegung; denn stellt XX_1 (Fig. 74) ein Stück der beliebig gekrümmten Bahn vor, so läßt sich für jedes Bahnelement σ ein Kreis K — der sogenannte Krümmungskreis — finden, von welchem ein Bogenelement mit dem Bahnelement σ zusammenfällt. Dieses kleine Bahnelement σ wird dann gleichförmig mit der jeweiligen Bahngeschwindigkeit v durchlaufen. Ist nun ρ der Radius des Krümmungskreises oder kürzer gesagt, der Krümmungsradius, so ist die Zentripetalbeschleunigung φ und die Zentripetalkraft Π gegeben durch

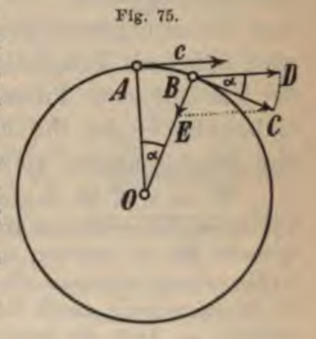
Fig. 74.



$$\varphi = \frac{v^2}{\rho} \text{ und } \Pi = \frac{m v^2}{\rho} \ldots\ldots \text{(25 a und 26 a).}$$

Der Wichtigkeit der erlangten Resultate wegen möge noch eine zweite Herleitung der obigen Formeln mitgeteilt werden. Wird das sehr klein zu denkende Bahnelement AB (Fig. 75) bei der kreisenden Bewegung in der Zeit τ durchlaufen, so tritt die nach dem Zentrum O gerichtete Komponente $BE \# DC$ zur bereits nach dem Trägheitsgesetze vorhandenen Komponente $BD \# c$ hinzu, um die Abänderung der Richtung nach BC hervorzurufen. Ist nun α die Größe des sehr kleinen Winkels AOB im Bogenmaße, so ist $\widehat{AB} = r\alpha$ und $\widehat{CD} = c\alpha$; somit ist die in der Zeiteinheit gegen das Zentrum O hervorgerufene Geschwindigkeitsänderung oder die Zentripetalbeschleunigung $b = \frac{c\,\alpha}{\tau}$ oder, weil $c = \frac{AB}{\tau} = \frac{r\,\alpha}{\tau}$ und daher $\tau = \frac{r\,\alpha}{c}$ ist, auch $b = c\,\alpha : \frac{r\,\alpha}{c} = \frac{c^2}{r}$. In Berücksichtigung von $c = \frac{2 r \pi}{T}$ ergeben sich daher auch die übrigen Formeln.

Fig. 75.



Fassen wir die in den Formeln (25) und (26) ausgedrückten Gesetze in Worte, so ergibt sich: Bei der kreisenden Bewegung eines materiellen Punktes ist eine gegen das Zentrum des Kreises gerichtete Kraft — die Zentripetalkraft — vorhanden. Die von ihr hervorgerufene Zentripetalbeschleunigung ist direkt dem Radius der Kreisbahn und umgekehrt dem Quadrate der Umlaufszeit proportional oder auch direkt proportional dem Quadrate der Bahn-

---

*) Zu der Division durch T ist man berechtigt, weil die Zentripetalbeschleunigung eine konstante ist; teilt man nämlich die Kreisbahn in gleiche Bogenelemente AB, so ist aus geometrischen Gründen klar, daß die zugehörigen Geschwindigkeitsvektoren auch auf dem Hodographenkreise gleich lange Bogenelemente herausschneiden.

geschwindigkeit und umgekehrt proportional dem Radius der Kreisbahn.

Warum widersprechen sich die beiden Teile dieses Satzes nicht, obwohl im ersten Teile b dem Radius r direkt, im zweiten Teile derselben Größe umgekehrt proportional ist? Man versinnliche den Satz auch, indem man die Fig. 73 für zwei Kreisbahnen mit den Radien 1 und 2 ausführt, wobei einmal in beiden Kreisen dieselbe Umlaufszeit, das anderemal dieselbe Bahngeschwindigkeit c angenommen wird.

Wird ein Stein an einen Faden gebunden und sodann gleichmäßig im Kreise geschwungen, so führt er eine kreisende Bewegung aus. Die Zentripetalkraft, welche fortwährend die Richtungsänderungen hervorruft, ist in diesem Falle durch die Festigkeit des Fadens gegeben.

52. Trägheitswiderstand im allgemeinen. Der zentrifugale Trägheitswiderstand oder die Fliehkraft im besonderen. Wenn man einen auf Schienen ruhenden, schweren Wagen vorwärts zu schieben, also zu beschleunigen versucht, fühlt man einen anfänglich bedeutenden, dann allmählich abnehmenden Widerstand, welcher, wenn der Wagen bis auf die gewünschte Geschwindigkeit gebracht ist, völlig geschwunden ist. Dieser Widerstand rührt nicht von dem Gewichtsdrucke des Wagens her, denn diesen nehmen die Schienen auf, ebensowenig von der Reibung, denn diese wird, wenn einmal der Wagen auf die gewünschte Geschwindigkeit gebracht ist, verhältnismäßig sehr leicht überwunden und der Wagen in gleichförmiger Bewegung erhalten. Der in Rede stehende Widerstand kann somit nur von dem Beharrungsvermögen oder der Trägheit des Körpers herrühren und wird daher als Trägheitswiderstand bezeichnet. Er ist der Größe nach — was aus dem Prinzipe der gleichen Aktion und Reaktion unmittelbar einleuchtet — der ihn überwindenden Kraft, also dem Produkte aus Masse und Beschleunigung gleich, der Richtung nach ihr entgegengesetzt.

So ist z. B. die Zugkraft der Pferde, welche einen Wagen aus der Ruhe bis zur verlangten Fahrgeschwindigkeit bringen, gleich dem Trägheitswiderstande des Wagens, vermehrt um die Reibung, also gleich (Masse des Wagens × Beschleunigung) + Reibung. Ist die verlangte Fahrgeschwindigkeit, welche schließlich erhalten werden soll, erzielt, ist also die Beschleunigung gleich Null, so reduziert sich die Zugkraft auf die Überwindung der Reibung. — Auch der Luftwiderstand (Art. 22) rührt bei größerer Geschwindigkeit vorzugsweise vom Trägheitswiderstande der Luftteilchen her, welche der bewegte Körper beschleunigen muß. — Schwimmen, Rudern, Schaufelräder und Schraube des Dampfschiffes etc. — Legt man auf ein Brett ein Gewichtsstück und erteilt dem Brette eine Beschleunigung g' vertikal nach abwärts oder aufwärts, so ist der Druck des Gewichtsstückes auf das Brett gleich: mg (Gewicht) $\mp mg'$ (Trägheitswiderstand); er wird also Null, wenn g' nach abwärts gerichtet und ebensogroß ist als g. Springt also jemand, der eine schwere Last am Kopfe trägt, von einem erhöhten Standpunkte auf den Boden, so spürt er während des Sprunges den Druck der Last nicht. Wir definieren daher: Gewicht = Druck auf die ruhende horizontale Unterlage. (Art. 16.)

Wird somit ein an einem Faden gebundener Stein im Kreise geschwungen, so wirkt, da er (nach Art. 51) gegen das Zentrum fortgesetzt eine Beschleunigung $\frac{c^2}{r}$ erfährt, der beschleunigenden Zentripetalkraft ein genau ebenso-

großer Trägheitswiderstand entgegen, welchen man, da er vom Zentrum weggerichtet ist, als **zentrifugalen Trägheitswiderstand** oder auch als **Zentrifugalkraft** oder **Fliehkraft** bezeichnet.

Bedient man sich der Bezeichnungen Zentrifugalkraft oder Fliehkraft, so ist stets im Auge zu behalten, daß dieselbe keine Bewegung erzeugende Kraft, sondern ein durch die (Bewegung erzeugende) Zentripetalkraft hervorgerufener Widerstand ist. Hört daher die Zentripetalkraft zu wirken auf, so verschwindet dieser Widerstand augenblicklich. Reißt z. B. bei dem an einem Faden im Kreise geschwungenen Steine der Faden, so ist die aus der geradlinigen Bewegung ablenkende Zentripetalkraft geschwunden, ebenso aber auch die Fliehkraft; denn sonst müßte der Stein in der Richtung des Radius fortfliegen; er fliegt jedoch — nach dem Trägheitsgesetze — in der Richtung der Tangente fort. Schleuder der Völker des Altertums.

Mit der Schwungmaschine (Fig. 76) lassen sich rotierende Bewegungen herstellen. Zwei meist horizontale, um vertikale Achsen drehbare Scheiben *b* und *a* von verschiedenem Durchmesser sind mit einem in sich geschlossenen Riemen (Transmissionsriemen) verbunden. Verhalten sich z. B. ihre Radien wie 5 : 1, so ist klar, daß das Rad *a* fünf Umläufe machen muß, während das Rad *b* einen einzigen Umlauf macht (vgl. Art. **44**). Man kann daher verschiedene auf die Achse *a* des kleinen Rades aufgesteckte Apparate in sehr rasche Rotation versetzen. Werden z. B. zwei an einem Drahte verschiebbare Zylinder (Fig. 77) oder Kugeln von verschiedener Masse m_1 und m_2, welche durch einen Faden verbunden sind, so gestellt, daß ihre Abstände von der Achse im umgekehrten Verhältnisse ihrer Massen stehen, also $m_1 : m_2 = r_2 : r_1$ oder $m_1 r_1 = m_2 r_2$ ist, so sind, da für beide die Umlaufszeit dieselbe ist, die zentrifugalen Trägheitswiderstände einander gleich; es herrscht somit Gleichgewicht. — Abplattung eines elastischen Kugelgerippes (Fig. 78) zu einem Sphäroide bei rascher Rotation um einen Durchmesser. (Erklärung?) — Schwungkugelregulator der Dampfmaschine (Fig. 79). — Zentrifugalpumpen und Zentrifugalgebläse. Zentrifugen bei der Zuckererzeugung, beim Trennen von Milch und Sahne (Separator), beim Trocknen von Wäsche, in Laboratorien zum raschen Sedimentieren von Niederschlägen etc.

Fig. 76.



Fig. 77.

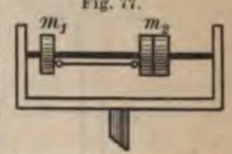
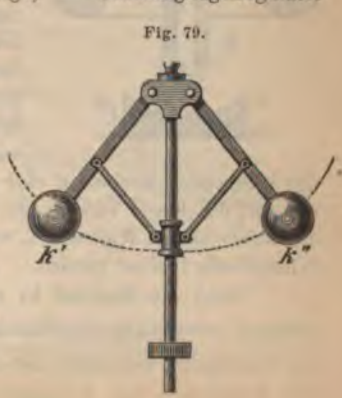


Fig. 78.



Fig. 79.



53. Freie Achsen. Kreiselbewegung. Wird eine Kugel um einen Durchmesser gedreht, so heben sich die Zentripetalkräfte und somit auch die zentrifugalen Trägheitswiderstände aller Massenteilchen, da dieselben symmetrisch zur Achse gelagert sind, auf; die Achse wird durch diese Kräfte nach keiner Seite hin stärker beansprucht; sie ist eine freie Achse.

Eine Kugel besitzt unendlich viele freie Achsen. Bei jedem wie immer geformten Körper, lassen sich immer drei zueinander normale freie Achsen auffinden. Gib die freien Achsen eines Zylinders, einer Kreisscheibe an! — Wird einem rasch gedrehten Körper die Auswahl zwischen seinen freien Achsen gegeben, so bevorzugt er jene freie Achse, hinsichtlich welcher die Fliehkräfte die größte Arbeit geleistet haben. Wird z. B. eine an einem Drahte hängende Kreisscheibe (oder auch ein Ring) (Fig. 80) dadurch um den Durchmesser dd' gedreht, daß der Aufhängedraht hinlänglich rasch um seine Längenachse gedreht wird, so verläßt der Körper die freie Achse dd' und rotiert um die im Zentrum normal auf der Scheibenebene errichtete freie Achse aa' (Fig. 81). Er kehrt sogar nach Störungen immer in diese Lage zurück; die freie Achse aa' heißt darum eine stabile freie Achse.

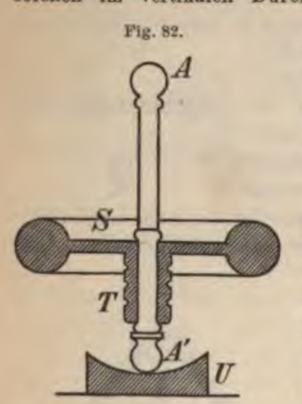
Fig. 80.

Fig. 81.

Rotiert ein Körper um eine freie Achse, so sind alle Teilchen desselben vermöge der Trägheit bestrebt, in ihren zur Achse normalen Drehungsebenen zu verharren. Infolgedessen zeigt auch die freie Achse das Bestreben, ihre Lage im Raume zu erhalten, und setzt daher jeder Änderung ihrer Richtung einen um so größeren Widerstand entgegen, je größer die Wucht der Drehungsbewegung ist.

Diese Tatsache zeigen sehr auffällig die physikalischen Kreisel. Fig. 82 zeigt einen solchen im vertikalen Durchschnitte. S ist eine genau abgedrehte Messingscheibe mit „wulstigem“ Rande und einem zylindrischen Ansatze — der „Trommel“ — T, welche auf der Stahlachse AA' leicht drehbar ist. Um den Kreisel in Rotation zu setzen, faßt man den Stiel A der Achse fest mit der Hand, wickelt um T einen starken Bindfaden und zieht denselben anfänglich langsam, dann immer stärker ab. Die Scheibe erlangt dadurch eine sehr große Winkelgeschwindigkeit. Stellt man nun den Kreisel mit dem unteren kugelförmig abgedrehten Ende der Achse bei vertikaler Lage der letzteren in einen Stahl- oder Glasuntersatz U, so nimmt die Scheibe sofort die Stahlachse bei der Drehung mit, so daß nunmehr nur zwischen A' und U Reibung erfolgt, welche somit sehr gering ist. Ein solcher Kreisel läuft daher je nach seiner Größe und Güte mehrere Minuten bis zu einer Stunde, wobei die freie Achse fortwährend in vertikaler Richtung erhalten bleibt. Legt man den rotierenden Kreisel in eine hohle Blechkugel, faßt dieselbe mit der Hand und führt nun mit der Kugel verschiedene Drehungen aus, so fühlt man bei Parallelverschiebungen der Achse keinen Widerstand, während bei gewissen Drehungen der Achse auffällig große Widerstände fühlbar werden.

Fig. 82.



Wird ein Kreisel in rasche Drehung versetzt und sodann schief in ein kleines, sorgfältig geglättetes Stahlschälchen gesetzt, so fällt er nicht um; es beschreibt vielmehr die Achse des Kreisels eine Kegelfläche, deren Spitze der Fußpunkt des Kreisels ist. Diese Kegelfläche wird dabei in demselben

Fig. 83.

Drehungssinne (von oben gesehen) durchlaufen, wie der Kreisel rotiert (Fig. 83). Diese merkwürdige Bewegung des Kreisels heißt **Präzessionsbewegung**; sie entsteht durch das **Zusammenwirken** der Schwerkraft, welche die freie Achse nach unten zu drehen strebt, mit dem Bestreben des Kreisels, diese freie Achse unverändert zu erhalten.

In Fig. 84 ist ein rotierender Kreisel schematisch dargestellt. Wird seine Achse stärker nach unten geneigt, wobei die Neigung um den Durchmesser AB geschehen möge (Fig. 85), so bleibt die Bewegungsrichtung nur für die Punkte des Durchmessers CD der Kreiselscheibe dieselbe. Da aber andere Punkte der Kreiselscheibe, z. B. A und B, nach dem Trägheitsgesetze ihre Bewegungsrichtung zu bewahren bestrebt sind (also Ax in Fig. 84 und 85 parallel), fällt von dieser Geschwindigkeit Ax nur eine Komponente Am in die Drehungsebene der Scheibe (leistet also zu ihrer Drehung einen Beitrag), wogegen in A nun eine Komponente Ap auftritt, die im Vereine mit der im Punkte B analog zu stande kommenden Komponente Bq durch ein Kräftepaar veranlaßt ist, welches das obere Ende der Kreiselachse vom Beschauer aus nach rückwärts zu bewegen strebt. Sowie diese Drehung (um CD als Achse) erfolgt, tritt ein anderer horizontaler Durchmesser der Scheibe auf, hinsichtlich dessen der Vorgang sich wiederholt.*) So kommt die Präzessionsbewegung, welche Fig. 83 schematisch andeutet, zu stande. Würde dagegen die Kreiselachse durch eine äußere Einwirkung aufgerichtet (Fig. 86), so müßte, wie aus der Figur leicht entnommen werden kann, die Präzessionsbewegung im entgegengesetzten Sinne erfolgen.

Fig. 84.

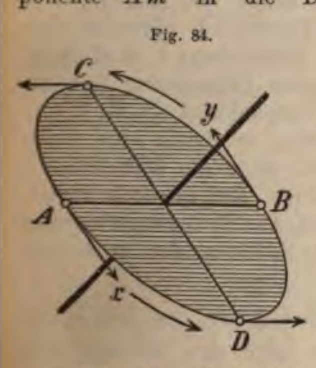


Fig. 85.

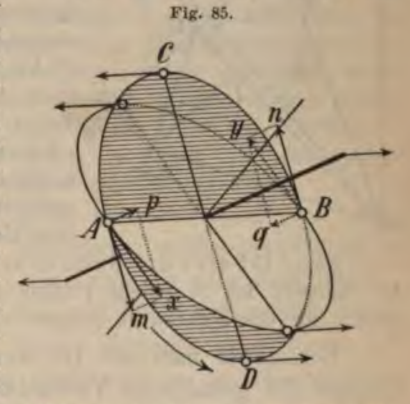
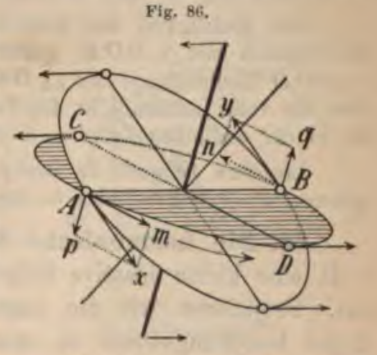


Fig. 86.



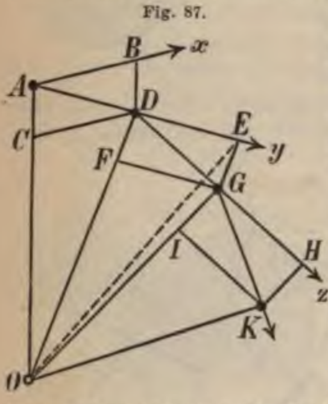
Schmidtsche Kreiselversuche. — Benützung der freien Achse eines Kreisels, um einen Fischtorpedo zu zwingen, die beim Abfeuern erteilte Anfangsrichtung einzuhalten. — Freie Achse von Langgeschossen, die aus im Drall gezogenen Feuerwaffen geschossen werden. — Über die Präzession der Erde Art. **155.**

*) In den Figuren 84—86 ist der Einfachheit halber angenommen, daß bei der Neigung der Kreiselachse der Mittelpunkt der Kreiselscheibe festgehalten werde. Dieselben Betrachtungen gelten aber auch, wenn das untere Ende der Achse festgehalten wird, wie in Fig. 83; die Präzessionsbewegung erfolgt dann um dieses feste Ende der Achse.

54. Zentralbewegung. Einem Körper wird eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt und derselbe sodann der Einwirkung einer Kraft überlassen, welche ihn kontinuierlich zu einem bestimmten Punkte (Zentrum) hinzubewegen strebt, wobei jedoch die Richtung der anfänglich erteilten Geschwindigkeit mit der Richtung zum Zentrum hin einen Winkel bilden möge. Dieser Körper führt dann eine krummlinige Bewegung aus, welche man als Zentralbewegung bezeichnet.

Dem Körper A (Fig. 87) werde in der Richtung Ax eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt, zufolge welcher er in einer bestimmten Zeit τ nach B gelangen würde.

Fig. 87.



Wenn nun gleichzeitig die den Körper kontinuierlich zum Zentrum O hinziehende Kraft denselben in der Zeit τ von A nach C bringen würde, so müßte sich der Körper nach Ablauf der Zeit τ in D befinden, wobei $CD \parallel AB$ und $BD \parallel AC$ ist. Während eines zweiten Zeitteilchens τ sollte der Körper in der Richtung Ay den Weg $DE = AD$ zurücklegen, dagegen in der Richtung gegen das Zentrum von D bis F bewegt werden. Tatsächlich würde er also nach Ablauf des zweiten Zeitteilchens τ in G sein. Führt man diese konstruktive Betrachtung fort, so erhält man eine durch die Eckpunkte A, D, G, K... bestimmte, gebrochene Linie, welche in eine stetig gekrümmte Linie übergeht, wenn die Zeitteilchen τ sehr klein angenommen werden. Bei einer Zentralbewegung ist also die Bahn eine gekrümmte Linie. Die Bewegungsrichtung des Körpers ist in jedem Punkte gegeben durch die Richtung der in diesem Punkte an die Bahnkurve gelegten Tangente.

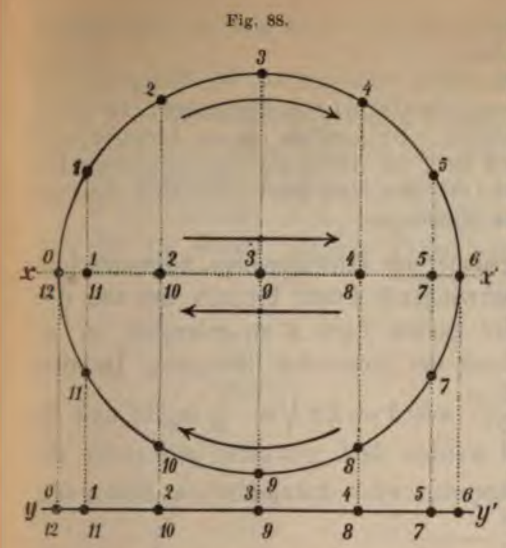
Bezeichnet man als Leitstrahl oder Radiusvektor des bewegten Körpers die geradlinige Verbindung der jeweiligen Lage des Körpers mit dem Zentrum, so gilt der wichtige Satz: Bei jeder Zentralbewegung überstreicht der Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume (Flächensatz).

Die Richtigkeit des Satzes erhellt aus Fig. 87. Denn es ist $\triangle AOD$ flächengleich mit $\triangle DOE$, letzteres aber flächengleich mit $\triangle DOG$, also auch $\triangle AOD$ flächengleich mit $\triangle DOG$. Jedes der beiden letzteren Dreiecke stellt aber die vom Leitstrahl in der Zeit τ überstrichene Fläche dar. Daher sind auch die in der endlichen Zeit $t = n \cdot \tau$ überstrichenen Flächenräume inhaltsgleich.

Inwiefern ist auch die Bewegung eines geworfenen Körpers als Zentralbewegung aufzufassen? — Weiteres über die Zentralbewegung in Art. **148, 150—152.**

55. Die harmonische Bewegung. Ein kleiner materieller Körper, z. B. eine kleine massive Kugel, führe eine kreisende Bewegung (Art. 51) aus. Projizieren wir die Lagen *0, 1, 2...12* (Fig. 88), welche diese Kugel beziehungsweise zu Anfang, nach $^1/_{12}$, $^2/_{12} \ldots ^{12}/_{12}$ der Umlaufszeit am Kreise einnimmt, auf den Durchmesser $\overline{06}$, indem wir z. B. in zu $\overline{06}$ normaler Richtung paralleles Licht einfallen lassen und den Schatten

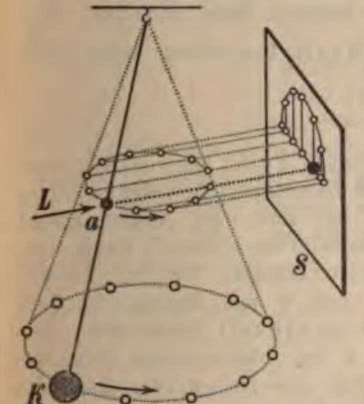
Fig. 88.



der Kugel auf einem normal zur Ebene der kreisenden Bewegung längs xx' (oder auch parallel hiezu längs yy') aufgestellten Schirme auffangen, so nennt man die hierdurch entstehende hin- und hergehende Bewegung der Kugelprojektion (des Schattenpunktes) eine **schwingende oder harmonische Bewegung.**

Fig. 89 gibt eine Skizze für die Durchführung eines derartigen Experimentes. Eine von der Zimmerdecke an einem Stahldrahte herabhängende Kanonenkugel K wird derartig in Bewegung gesetzt, daß der Aufhängedraht eine Kegelfläche beschreibt. Durch Lichtstrahlen, welche von einer möglichst entfernt aufgestellten, hellen Lichtquelle in der Richtung des Pfeiles L einfallen, wird der Schatten einer kleineren Holzkugel a, welche am Drahte befestigt ist, auf einen Schirm S, der eine der Fig. 88 ähnliche Zeichnung trägt, projiziert. Der Schattenpunkt führt dabei eine harmonische Bewegung aus.

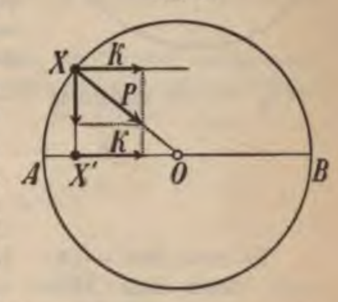
Fig. 89.



Es läßt sich nun beweisen, daß eine harmonische Bewegung auch hervorgerufen werden kann, wenn man an dem Beweglichen eine veränderliche Kraft K wirken läßt, deren Intensität in jedem Momente proportional ist der jeweiligen Entfernung x des Beweglichen von der Mittellage.

Stellt nämlich der Kreis in Fig. 90 die Bahn des kreisenden Körpers vor, welcher in einem gewissen Zeitmomente die Lage X einnimmt, so ist durch $XX' \perp AB$ in X' die Lage des Projektionspunktes bestimmt, dessen Abstand von der Mittellage O, d. i. $X'O$, mit x bezeichnet werden möge. Es wirkt dann an dem Beweglichen (nach Art. 51) in der Richtung XO die Zentripetalkraft $P = \frac{4mr\pi^2}{T^2}$, von welcher die parallel zu AB wirkende Komponente K (infolge der geometrischen Beziehung $K : P = x : r$) durch $K = \frac{P}{r} \cdot x$ gegeben ist. Würde nun an dem Projektionspunkte in jeder Lage X' eine Kraft von dieser Größe $K = \frac{P}{r} \cdot x$ angebracht, welche somit, da P und r für die ganze Dauer der kreisenden Bewegung unveränderlich bleiben, proportional sein müßte

Fig. 90.



dem jeweiligen Abstande x von der Mittellage, so würde diese Kraft den Projektionspunkt X' harmonisch längs AB bewegen.

Die harmonische Bewegung ist nach dem Gesagten bei der Bewegung von A nach B zwischen A und O eine ungleichförmig beschleunigte, zwischen O und B eine ungleichförmig verzögerte. Da nämlich die sie hervorrufende Kraft K eine veränderliche ist, muß auch die durch sie hervorgerufene Beschleunigung (Verzögerung) eine veränderliche, und zwar gleichfalls jederzeit proportional sein dem Abstande von der Mittellage.

Bezeichnet man als Schwingungsdauer der schwingenden, harmonischen Bewegung jene Zeit T, welche der schwingende Punkt braucht, um von der Lage A (Fig. 90) nach B und wieder zurück nach A zu gelangen, so ist diese Zeit T so groß wie die Umlaufszeit der kreisenden Bewegung. Da sich die letztere aus der Formel $P = \frac{4 m r \pi^2}{T^2}$ mit $T = 2\pi \sqrt{m \cdot \frac{r}{P}}$ ergibt und da für $\frac{r}{P}$ nach früherem auch $\frac{x}{K}$ gesetzt werden darf, gewinnen wir somit für die Schwingungsdauer einer schwingenden oder harmonischen Bewegung die Formel

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{K}} \qquad (27).$$

Ist x gleich der Längeneinheit, so ergibt sich für die im Abstande 1 von der Ruhelage wirkende Kraft der Wert $K' = \frac{P}{r}$, welchen man auch als die auf die Einheit des Abstandes reduzierte Kraft bezeichnen kann. Es gilt dann auch die Formel

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{1}{K'}} \qquad (27\text{ a}).$$

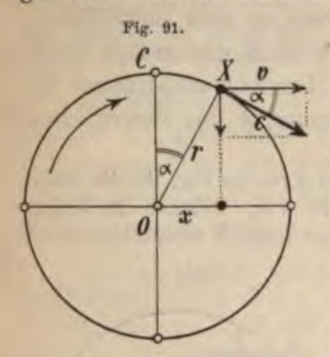


Fig. 91.

Beginnt der kreisende Punkt seine Bewegung in C (Fig 91), der sich harmonisch bewegende oder schwingende in O, so hat sich nach Ablauf einer gewissen Zeit t (Phasenzeit) der kreisende Punkt um einen Bogen CX vorwärts bewegt; letzterer besitzt die Länge $r\alpha$, wenn uns α die Bogengröße des Winkels COX (Phasenwinkel) bezeichnet. Es ist dann der Abstand x des schwingenden Punktes von der Ruhelage durch $x = r \sin \alpha$, die daselbst vorhandene Geschwindigkeit durch $v = c \cos \alpha$ gegeben. Aus der Proportion $r\alpha : 2r\pi = t : T$ folgt $\alpha = \frac{2\pi}{T} \cdot t$; da außerdem $c = \frac{2r\pi}{T}$ ist, gewinnen wir die Formeln

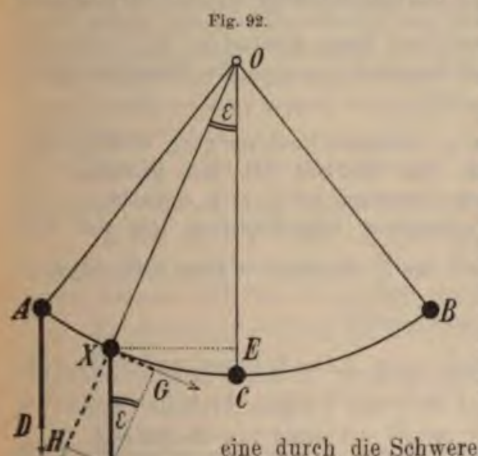
$$\left.\begin{aligned} x &= r \sin \alpha = r \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t \\ v &= c \cos \alpha = \frac{2r\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t \end{aligned}\right\} \qquad (27\text{ b}).$$

Es muß sich — wie diese Formeln erkennen lassen — der schwingende Punkt immer nach Ablauf einer gewissen Periode in derselben Phase der Schwingung befinden, d. h. er muß denselben Abstand von der Ruhelage und dieselbe Geschwindigkeit (der Größe und Richtung nach) besitzen, was offenbar eintritt, wenn der Phasenwinkel um die Bogengröße 2π, also t um die

Größe T, $2T$, $3T$... gewachsen ist. Die harmonische oder schwingende Bewegung ist daher eine periodische Bewegung.

56. Das mathematische Pendel. Ein schwerer Massenpunkt, welcher an einem gewichtlosen Faden aufgehängt ist, bildet eine ideale Vorrichtung, welche man als mathematisches Pendel bezeichnet. Annähernd kann ein Fadenpendel, d. i. eine möglichst kleine Kugel aus einem schweren Metalle an einem dünnen Faden, ein mathematisches Pendel ersetzen. Bringt man ein solches aus seiner vertikalen Ruhelage OC (Fig. 92) in die Lage OA und läßt es dann frei, so führt es hin und her gehende Bewegungen — Schwingungen — um die Ruhelage aus. Wir nennen den Winkel α (Fig. 93), welchen die äußerste Lage OA mit der Ruhelage OC bildet, die Amplitude, die zu einem Hingange und dem darauffolgenden Hergange nötige Zeit die Schwingungsdauer des Pendels.

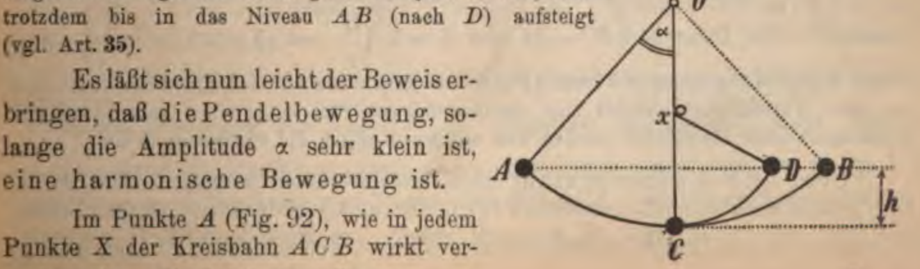
Fig. 92.



Die Bewegung des Pendels ist eine durch die Schwere hervorgerufene Fallbewegung, jedoch kein freier Fall, sondern ein Fall auf vorgeschriebener Kreisbahn. Die letztere kann auch ersetzt gedacht werden durch ein System aneinander stoßender, unendlich kurzer schiefer Ebenen, welche stetig ineinander übergehen. Der von A nach C auf der Kreisbahn herabgleitende Körper wandelt dabei seine Energie der Lage auf dem Wege von A bis C in Energie der Bewegung um. Die im tiefsten Punkte C vorhandene Bewegungsenergie, welche die Größe $\frac{mv^2}{2}$ besitzt, wobei $v = \sqrt{2gh}$ ist (h gleich dem Niveauabstande der Punkte A und C, Fig. 93), wird beim nachfolgenden Aufsteigen längs CB wieder in Energie der Lage verwandelt. Aus dem Energieprinzipe ist daher von selbst klar, daß die beiden Umkehrpunkte A und B in demselben Niveau liegen müssen.

Experimenteller Nachweis dieser Tatsache durch einen von Galilei herrührenden Versuch, wobei der Pendelfaden nach erfolgter Abwärtsbewegung der Pendelkugel längs AC (Fig. 93) durch einen Stift x gehemmt wird und die Kugel nun längs des Kreisbogens CD (Radius xD) aber trotzdem bis in das Niveau AB (nach D) aufsteigt (vgl. Art. 35).

Fig. 93.



Es läßt sich nun leicht der Beweis erbringen, daß die Pendelbewegung, solange die Amplitude α sehr klein ist, eine harmonische Bewegung ist.

Im Punkte A (Fig. 92), wie in jedem Punkte X der Kreisbahn ACB wirkt ver-

tikal nach abwärts das Gewicht (mg) der Pendelkugel, dargestellt durch die Strecken $\overline{AD} = \overline{XF}$. Zerlegt man dasselbe (ähnlich wie im Art. **35**) in eine „treibende Komponente" $\overline{XG} = K$ und in eine „spannende Komponente" $\overline{XH}$, so ergibt sich die Größe der ersteren mit $K = mg \sin \varepsilon$ oder, da $\sin \varepsilon = \frac{XE}{XO}$ ist, mit $K = mg \cdot \frac{XE}{l}$, worin l die Pendellänge bedeutet. Solange nun Winkel ε — die Elongation — klein ist, kann $\overline{XE}$ mit dem Bogen XC vertauscht werden und ist daher $K = \frac{mg}{l} \cdot XC$, woraus ersichtlich ist, daß die im Punkte X wirksame Kraft K immer proportional ist dem Abstande XC von der Ruhelage. Unter Voraussetzung kleiner Amplitude ist also die Pendelbewegung eine harmonische Bewegung.

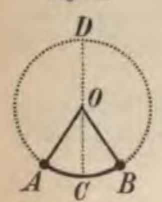
Da die Größe der in der Elongation ε wirksamen Beschleunigung durch $g \sin \varepsilon$ gegeben ist, soll nun entschieden werden, was für eine Art von Bewegung das Pendel beim Herabsinken von A nach C, beim Aufsteigen von C nach B macht. — Die Größe der beim Passieren der Ruhelage vorhandenen Geschwindigkeit läßt sich auch in der Form $v = \sqrt{2gl\,(1 - \cos\alpha)} = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$ darstellen. — Die in der Elongation ε vorhandene Geschwindigkeit ist $v = \sqrt{2gl\,(\cos\varepsilon - \cos\alpha)}$.

Wir finden demnach die Schwingungsdauer T des Pendels (Zeitdauer für Hin- und Hergang) aus der Formel (27) des vorigen Artikels, wenn wir für den daselbst vorkommenden Ausdruck $\frac{x}{K} = \frac{\text{Abstand von der Ruhelage}}{\text{Treibende Kraft}}$ nach der zuletzt gewonnenen Gleichung setzen $\frac{XC}{K} = \frac{l}{mg}$. Es ist somit $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{l}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Bezeichnet man die zu einem Hingange oder Hergange des Pendels nötige Zeit — wie es vielfach üblich ist — als Dauer der einfachen Schwingung mit $\mathfrak{T}$, so ergibt sich die sogenannte Pendelformel

$$\mathfrak{T} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (28).$$

Fig. 94.



Annähernd erhält man dieses Resultat durch eine Überlegung, die Galilei bereits andeutete. Für kleine Elongationen fällt der Bogen AC (Fig. 94) nahezu mit der Sehne AC zusammen. Die längs der Sehne AC herabgleitende Pendelkugel wird also (nach dem Satze vom Falle durch Sehne und Durchmesser) in derselben Zeit $\mathfrak{T}_1$ durchfallen wie der Durchmesser $\overline{DC} = 2l$. Daher ist $\frac{g}{2}\mathfrak{T}_1^2 = 2l$ oder $\mathfrak{T}_1 = 2\sqrt{\frac{l}{g}}$ und $\mathfrak{T} = 2\mathfrak{T}_1 = 4\sqrt{\frac{l}{g}}$. Diese Formel kommt der genaueren Formel (28) bereits nahe; ihre Abweichung in der Konstanten vor dem Wurzelzeichen erklärt sich daraus, daß der Fall längs eines (selbst kleinen) Kreisbogens nicht identifiziert werden darf mit jenem durch die zugehörige Sehne.

Unter der Schwingungszahl eines Pendels versteht man die Anzahl der in einer gewählten Zeiteinheit (gewöhnlich in einer Sekunde) erfolgenden einfachen Pendelschwingungen. Ist dieselbe mit n bezeichnet, so folgt wegen $n \times \mathfrak{T} = 1$ immer $n = \frac{1}{\mathfrak{T}}$

57. Pendelgesetze. Die Formel $\mathfrak{T} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ enthält die auch auf experimentellem Wege bestätigten Pendelgesetze. Zunächst ersieht man aus der Formel, daß $\mathfrak{T}$ unabhängig ist von dem Material, dem Gewichte und somit auch von der Masse des Pendelkörpers.

Experimenteller Nachweis durch Pendel von gleicher Länge mit Pendelkugeln aus verschiedenem Material. Der dämpfende Einfluß des Luftwiderstandes ist erklärbar aus Art. 22. Er läßt sich beseitigen bei Versuchen im luftleeren Raume oder durch Herstellung gleicher Gestalt und gleicher Masse der Pendelkörper (kongruente und durch Aushöhlen gleich schwer gemachte Pendelkugeln aus verschiedenem Material; Anfüllung gleich großer, pendelartig aufgehängter Fläschchen bis zu gleichem Gewichte mit verschiedenen Substanzen) — umgekehrt kann aus genauen derartigen Versuchen der schärfste Beweis für die Richtigkeit des Satzes erbracht werden, daß alle Körper — vom Luftwiderstande abgesehen — gleich rasch fallen.

Ferner lehrt die Pendelformel, daß die Schwingungsdauer des Pendels innerhalb kleiner Amplituden unabhängig ist von der Größe der Amplitude.

Es wird also ein Pendel bei einer Amplitude von 1° seinen kleinen Kreisbogen in derselben Zeit durchlaufen wie ein gleich langes mit 3° Amplitude den größeren Kreisbogen; letzterer wird eben mit größerer Geschwindigkeit zurückgelegt.

Es erscheint endlich die Schwingungsdauer des Pendels proportional der Quadratwurzel aus der Pendellänge, aber umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung.

Von drei Fadenpendeln von 99 *cm*, 44 *cm* und 11 *cm* Länge macht das kürzeste in der Minute 180, das mittlere 90 und das längste 60 Schläge; somit braucht das kürzeste zu einem Schlage $\frac{1}{3}$, das mittlere $\frac{2}{3}$, das längste 1 Sekunde (vgl. später). Es verhalten sich daher die Schwingungszeiten dieser drei Pendel, deren Längen sich wie $1:4:9$ verhalten, wie $\sqrt{1}:\sqrt{4}:\sqrt{9} = 1:2:3$. — Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Fallbeschleunigung kann man nach Mach experimentell durch ein starres Stangenpendel nachweisen, das man in einer zur Vertikalebene unter dem Winkel w geneigten Ebene um eine zu dieser Ebene normale Achse schwingen läßt. Auf dasselbe wirkt dann nur eine Komponente $P \cos w$, wenn P das Pendelgewicht vorstellt. Die wirksame Beschleunigung ist dann nur $g \cos w$ und es muß sich die Schwingungsdauer auf das $\sqrt{\frac{1}{\cos w}}$ fache jenes Wertes vergrößern, der für die Schwingung in einer vertikalen Ebene gefunden wurde.

Ein Pendel, welches Sekunden schlägt, wird als Sekundenpendel bezeichnet. Seine Länge ergibt sich aus der Pendelformel mit $l_1 = \frac{g}{\pi^2}$. Für $g = 981$ *cm* (geographische Breite = 45°; Seehöhe = 0 *m*) ergibt sich hierfür $l_1 = 99{,}4$ *cm*.

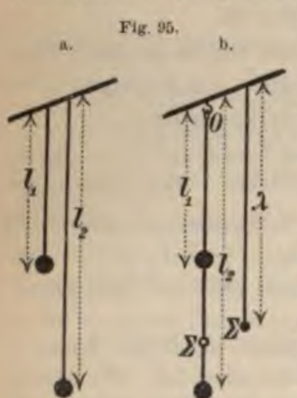
Bestimmt man nach der Pendelformel die Größe g, so ergibt sich für dieselbe die Gleichung $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{\pi^2 l}{\mathfrak{T}^2}$. Ermittelt man daher unter Zuhilfenahme einer Uhr die Schwingungsdauer eines Fadenpendels von der Länge l, so kann man nach der erlangten Formel die Größe der Fallbeschleunigung g für den Beobachtungsort mit großer Genauigkeit bestimmen (vgl. Art. **144**).

Ein Pendel, welches in Berlin Sekunden schlägt, wird, wenn es an den Äquator gebracht wird, verkürzt werden müssen, während es verlängert werden muß, wenn es im hohen Norden Sekunden angeben soll. Eine derartige Beobachtung wurde zuerst im Jahre 1672 durch den französischen Astronomen Richer bei einer Reise von Paris nach Cayenne und zurück nach Paris gemacht und dadurch zuerst die Tatsache aufgefunden, daß die Fallbeschleunigung (und somit auch das Gewicht) vom Äquator nach den Polen hin zunimmt (vgl. Art. **16**; ferner Art. **144**).

58. Das physische Pendel. Jeder im stabilen Gleichgewichte (Art. **40**) befindliche physische Körper wird, wenn man ihn aus seiner Ruhelage bringt und sodann freiläßt, pendelartige Schwingungen ausführen, welche infolge der Bewegungshindernisse — aber auch nur infolge derselben — früher oder später erlöschen, worauf der Körper wieder in der stabilen Gleichgewichtslage angelangt ist. In diesem Sinne nennen wir jeden Körper, der um eine horizontale Achse schwingen kann, ein physisches oder materielles Pendel.

An einem wagerechten Stabe (Fig. 95a) sind zwei Fadenpendel von verschiedener Länge l_1 und l_2 aufgehängt, deren Schwingungszeiten t_1 und t_2 sich nach dem vorigen Art. verhalten werden wie $\sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$. Befestigen wir nun zwei Kugeln, welche mit denen der Vorrichtung Fig. 95a übereinstimmen, derartig an einem dünnen, aber doch hinlänglich steifen Drahte, daß ihre Abstände von einer am oberen Ende des Drahtes befindlichen Öse O (Fig. 95b) ebenfalls l_1 und l_2 sind, und lassen nun das so erhaltene zusammengesetzte Pendel schwingen, so wird es sich zeigen, daß seine Schwingungsdauer t größer als t_1, aber kleiner als t_2 ist. Es muß somit infolge der Starrheit der Verbindung das kürzere Pendel auf das längere beschleunigend, das längere auf das kürzere verzögernd einwirken. Dabei wird es immer gelingen, einem Fadenpendel eine bestimmte Länge λ zu geben, welche größer als l_1 und kleiner als l_2 sein wird (Fig. 95b), so zwar, daß die Schwingungsdauer dieses Fadenpendels dieselbe werde wie jene des betrachteten zusammengesetzten Pendels. Offenbar muß es daher auch auf der Verbindungslinie der beiden Kugeln einen Punkt Σ geben, welcher, da sein Abstand $O\Sigma$ vom Aufhängepunkt gleichfalls λ ist, genau ebenso schwingt, wie wenn dieser Punkt allein an der schwerlosen Verbindungslinie $O\Sigma$ aufgehängt wäre. Man nennt diesen Punkt Σ den Schwingungsmittelpunkt des zusammengesetzten Pendels und seinen Abstand λ von der Drehungsachse die reduzierte Pendellänge.

Fig. 95.



Auch für ein physisches Pendel von beliebiger Gestalt muß sich ein Schwingungsmittelpunkt auffinden lassen, das ist ein Punkt, dessen schwingende Bewegung durch jene der übrigen Massenpunkte weder beschleunigt noch verzögert wird, sondern genau ebenso erfolgt, wie es seine Entfernung λ vom Aufhängepunkt (die reduzierte Pendellänge) fordert. Unter der reduzierten Pendellänge eines physischen Pendels versteht man die Länge jenes mathematischen Pendels, das dieselbe Schwingungsdauer hat wie das physische Pendel.

Experimentelle Bestimmung der reduzierten Pendellänge durch ein Fadenpendel, das so lange verkürzt oder verlängert wird, bis seine Schwingungsdauer übereinstimmt mit jener des physischen Pendels. — Physische Pendel für praktische Zwecke werden zumeist aus einem sehr leichten Holzstabe gefertigt, an welchem eine schwere „Pendellinse" (leichte Überwindung des Luftwiderstandes) befestigt ist.

Wovon die Schwingungsdauer eines physischen Pendels abhängen muß, läßt sich zunächst beiläufig einsehen, wenn man bedenkt, daß das physische Pendel, also ein um eine Achse drehbarer Körper, jedenfalls um so rascher schwingen muß, je größer die dem Körper erteilte Winkelbeschleunigung ist. Da dieselbe nun nach Art. **50** gleich ist dem Quotienten aus dem Drehungsmomente durch das Trägheitsmoment, muß die Schwingungsdauer um so kleiner werden, je größer das dem Körper erteilte Drehungsmoment und je kleiner das Trägheitsmoment des Körpers ist.

Ist λ die reduzierte Pendellänge, s der Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsachse, M die Masse und K das Trägheitsmoment des physischen Pendels, so folgt nach dem zitierten Satze, daß die Winkelbeschleunigung $\beta = \frac{Mg \cdot s \sin\alpha}{K}$ ist; nach demselben Satze muß für das reduzierte mathematische Pendel, welches aus einem einzigen Massenpunkte von der Masse m im Abstande λ von der Drehungsachse besteht, $\beta' = \frac{m g \lambda \sin\alpha}{m \lambda^2}$ sein. Wegen der Übereinstimmung der beiden Pendel muß $\beta = \beta'$ sein, woraus sich ergibt $\lambda = \frac{K}{Ms}$. Somit ist die Dauer einer einfachen Schwingung $\mathfrak{T} = \pi \sqrt{\frac{K}{M g s}}$. Was heißt dies in Worten? Man beachte, daß der Nenner das größte Drehungsmoment anzeigt, welches an dem Pendel bei einer Elongation von 90° auftritt.

Fig. 96.

Nach dem Gesagten ist leicht erklärlich, daß die Schwingungsdauer eines physischen Pendels vergrößert wird, wenn man an demselben oberhalb der Achse eine schwere Masse in starrer Verbindung mit dem Ganzen anbringt. Wird z. B. die Schwingungsdauer des physischen Pendels (Fig. 96 a), bestehend aus einem leichten, um O drehbaren Stabe mit zwei verschiebbaren Massen m_1 und m_2, bestimmt und dann die Masse m_1 oberhalb von O so befestigt (Fig. 96 b), daß ihre Abstände von O jedesmal dieselben sind, so finden wir die Schwingungsdauer im zweiten Falle viel größer. Offenbar ist in beiden Fällen das Trägheitsmoment dasselbe, während das Drehungsmoment infolge der Hinaufschiebung des Schwerpunktes das zweitemal bedeutend verkleinert wird.

Erläutere diese Tatsache an den im obigen für λ und $\mathfrak{T}$ aufgestellten Formeln!

Fig. 97.

Anwendung beim Metronom von Mälzel, bei welchem die Schwingungsdauer des um die Drehschneide O (Fig. 97) drehbaren Pendels (mit dem schweren Pendelkörper G) umsomehr verlangsamt wird, je höher das Laufgewicht g am Pendelstabe aufwärts geschoben wird. Taktzähler für musikalische Zwecke. — Auch ein Wagebalken ist ein physisches Pendel, dessen verhältnismäßig große Schwingungsdauer nun leicht erklärlich ist. (Inwiefern?)

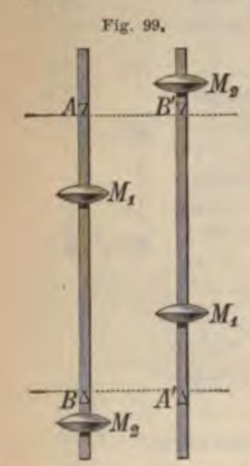
Seine wichtigste Anwendung findet das Pendel als **Regulator** des Ganges einer Uhr (**Huygens***). Gehobene Gewichte G (oder eine gespannte Feder) suchen ihre potentielle Energie in Energie der Bewegung umzuwandeln und dabei das gezahnte Steigrad R (Fig 98) zu drehen. Hinter dem Rade schwingt das Pendel P und gestattet die Auslösung der potentiellen Energie nur ruckweise, indem ein mit dem Pendel verbundener Doppelhaken B (Hemmung, Echappement) bei jeder Pendelschwingung auf der einen Seite einen Zahn des Steigrades freigibt, dabei aber auf der anderen Seite sofort wieder in das Steigrad eingreift, so daß das letztere nur kleine und (wegen der Gleichheit der Pendelschwingungen) gleichförmig erfolgende Drehungen machen kann. Durch die kleinen Stöße, welche dabei die Zähne des Steigrades beim Abschwingen der Hemmung erteilen, werden die durch Reibung und Luftwiderstand eintretenden Energieverluste des Pendels wieder ausgeglichen, so daß dasselbe stets die gleiche Amplitude und Falltiefe beibehält, also ohneweiters auch größere Amplituden in Anwendung gebracht werden können. (Vgl. auch Art. **61**.)

Fig. 98.



59. Das Reversionspendel. Macht man ein physisches Pendel um eine Achse, die durch den Schwingungsmittelpunkt geht, drehbar, so bleibt die Schwingungsdauer (wie das Experiment lehrt) dieselbe; der frühere Aufhängepunkt wird also Schwingungsmittelpunkt. Es existieren somit bei einem physischen Pendel zwei, mit dem Schwerpunkt in einer Ebene aber unsymmetrisch zu ihm gelegene, parallele Achsen, welchen dieselbe Schwingungsdauer entspricht. Ihr Abstand ist die Länge des gleichschwingenden mathematischen Pendels.

Fig. 99.



Darauf gründet sich das **Reversionspendel** (Bohnenberger, Kater). Eine leichte Pendelstange (Fig. 99) hat zwei mit den Schärfen gegeneinander gekehrte Schneiden A, B sowie zwei verschiebbare Pendellinsen, M_1 und M_2. Diese Linsen (oder noch andere verschiebbare Massen) werden solange verstellt, bis das Pendel dieselbe Schwingungsdauer zeigt, mag man es um die eine oder die andere Schneide schwingen lassen.

Ist M die Gesamtmasse des Pendels, s der Abstand des Schwerpunktes von der Schneide A und λ die reduzierte Pendellänge für die Schwingung um A, so ist $\lambda = \frac{\Sigma(m r^2)}{M s}$ (I). Hängt man das Pendel an die Schneide B, so besitzt jedes Massenteilchen, das früher den Abstand r von A hatte, nun den Abstand $(\lambda - r)$ von B. Ebenso hat der

*) **Christian Huygens** (geb. 14. April 1629 in Haag, gest. ebendaselbst am 8. Juni 1695), studierte die Rechte, dann Mathematik und Physik. Außer der 1656 erfundenen Anwendung des Pendels bei Räderuhren, wies er das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft für gewisse Fälle nach und bereicherte die theoretische Physik durch wertvolle Betrachtungen über die Zentrifugalkraft und das zusammengesetzte Pendel. Hervorragend sind seine Leistungen in der Wellenlehre (Art. **122**); in gewissem Sinne kann er als der Begründer der Undulationshypothese des Lichtes (Art. **219**, **255** u. a.) gelten. Er verbesserte auch Fernrohre (Art. **248**, **249**) und entdeckte den größten Saturnmond und den Saturnring; endlich verdankt man ihm die erste wissenschaftliche Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Schwerpunkt nun den Abstand $(\lambda - s)$ angenommen. Daher ist $\lambda' = \frac{\Sigma [m (\lambda - r)^2]}{M (\lambda - s)} = \frac{\lambda^2 \Sigma m - 2 \lambda \Sigma (m r) + \Sigma m r^2}{M\lambda - M s}$. Da nun $\Sigma m = M$, $\Sigma (m r) = Ms$*) und $\Sigma (m r^2) = \lambda Ms$ (nach I) ist, folgt $\lambda' = \frac{\lambda^2 M - 2 \lambda Ms + \lambda Ms}{M\lambda - Ms} = \frac{\lambda (M\lambda - Ms)}{M\lambda - Ms} = \lambda$. Das Pendel besitzt also in jeder der beiden Lagen dieselbe reduzierte Pendellänge, also auch dieselbe Schwingungsdauer.

Aufgaben. 1. Wie groß ist die Zentripetalbeschleunigung eines Körpers, der einen Kreis vom Radius $r = 4$ ***m*** in 8 Sekunden durchläuft? — **2.** Mit welcher Geschwindigkeit muß sich eine Kugel in einer kreisförmig gebogenen Rinne von 4 ***dm*** Radius bewegen, damit sie, im höchsten Punkte der vertikal aufgestellten Rinne angelangt, nicht herabfalle? — **3.** An einem Faden von 30 ***cm*** Länge und 6 ***kg*** Tragkraft ist ein Stein von 2 ***kg*** Gewicht befestigt. Der Stein wird mit wachsender Geschwindigkeit solange herumgeschleudert, bis der Faden abreißt. Welche Geschwindigkeit hat der Stein in diesem Augenblicke? — **4.** Ein bewegter Körper, dessen Geschwindigkeit 6 ***m*** beträgt, kommt in den Wirkungskreis einer Kraft, die ihn mit einer Beschleunigung von 4 ***m*** pro Sekunde anzieht. Welche Länge hat der Radius der Bahn an der betreffenden Stelle? — **5.** Welche Geschwindigkeit muß ein Körper in einer Kreisbahn vom Radius $R = 200$ ***m*** haben, um einer nach dem Zentrum wirkenden konstanten Kraft von 2 ***m*** pro Sekunde Beschleunigung nicht zu folgen? — **6.** Wie verhalten sich die zentrifugalen Trägheitswiderstände zweier Körper von 5 und 9 ***kg*** Gewicht, von denen der erste mit einer Geschwindigkeit von 3 ***m*** pro Sekunde in einem Kreise von 4 ***m*** Radius, der zweite mit einer Geschwindigkeit von 5 ***m*** pro Sekunde in einem Kreise von 20 ***m*** Radius gleichförmig bewegt wird? — **7.** Mit welcher Kraft drückt ein Eisenbahnzug von 981 ***t*** Gewicht bei einer Geschwindigkeit von 15 ***m*** pro Sekunde auf die Schiene, wenn diese in einer Kurve vom Krümmungsradius 500 ***m*** liegt? ($g = 9{,}81$ ***m*** pro Sekunde.) — **8.** Um wie viel muß im vorigen Falle bei einer Spurweite von 1,435 ***m*** die äußere Schiene höher gelegt werden wie die innere, wenn durch die Neigung die Schwungkraft vollständig aufgehoben werden sollte? ($g = 9{,}81$ ***m*** pro Sekunde.) — **9.** Man soll die höchste, noch zulässige Geschwindigkeit ermitteln, mit welcher ein Eisenbahnwaggon, dessen Schwerpunkt 1,5 ***m*** über der Schienenhöhe liegt, bei 1,435 ***m*** Spurweite in einer Kurve von 200 ***m*** Radius noch fahren darf, ohne durch die Schwungkraft umgeworfen zu werden? — **10.** Bei welcher Geschwindigkeit v beträgt die Zentripetalbeschleunigung 4 (5) ***m***, wenn bei einer um 2 (4) ***m*** größeren Geschwindigkeit und einem um 1 (6) ***m*** kleineren Radius r die Beschleunigung 8 (14) ***m*** beträgt? — **11.** Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω bei einem Radius von 10 (5) ***m***, wenn bei einem Radius von 25 (9) ***m*** und einer um 41,5 (19,8) ***m*** größeren Zentripetalbeschleunigung die Winkelgeschwindigkeit um 0,1 (0,2) ***m*** größer ist. — **12.** Wann ist die auf einen in einer Vertikalebene kreisenden Körper wirkende Fliehkraft gerade so groß wie das Gewicht des Körpers? — **13.** Die Kugeln des Zentrifugalregulators einer Dampfmaschine machen n Umläufe in der Minute. Wie groß ist die Höhe des dadurch entstehenden Kegels? — **14.** Zwei Fadenpendel von den Längen 25 ***cm*** und 36 ***cm*** beginnen gleichzeitig zu schwingen. Nach wieviel Schlägen jeden Pendels wiederholt sich diese Anfangsstellung oder wann „koinzidieren" die Pendel wieder? — **15.** Die Kuppel der Peterskirche in Rom würde gestatten, ein annähernd einfaches Pendel von 130 ***m*** Länge anzubringen. Wie groß wäre dessen Schwingungsdauer? Wie groß die Schwingungszahl pro Minute? ($g = 9{,}8$ ***m*** pro Sekunde.) — **16.** Welchen Zug erfährt ein schwingendes Fadenpendel bei der Elongation E? Welchen insbesondere beim Passieren

---

*) $\Sigma (mgr) = g \Sigma (mr)$ würde die Summe aller Drehungsmomente für das um 90° elongierte Pendel vorstellen. Dieselbe muß gleich sein dem Drehmomente des Gesamtgewichtes, also gleich sein Mgs. Aus $g \Sigma (mr) = Mgs$ folgt aber $\Sigma (mr) = Ms$.

der Ruhelage? — **17.** Wenn ein Sekundenpendel auf Jamaika 991,46 *mm* lang ist, wie viel Schläge macht daselbst ein Pendel von 2 *m* Länge in der Stunde? — **18.** Wie lang ist ein Sekundenpendel in Kalkutta, wenn daselbst ein Pendel von 1 *m* Länge in 4 Minuten 239 Schläge macht? — **19.** Wie verhalten sich die Längen zweier Pendel, von denen das eine in der Minute 136, das zweite 170 Schläge macht? — **20.** Eine Uhr mit Sekundenpendel, die in Paris (unter 48° 50′ 14″ nördlicher Breite) richtig ging, also täglich $N =$ 86 400 Sekunden schlug, blieb, wie Richer 1672 beobachtete, in Cayenne (unter nahe 5° nördlicher Breite) um $n = 128$ Sekunden zurück. Um wie viel mußte das Pendel, dessen Länge $L = 0{,}99385$ *m* betrug, verkürzt werden, damit es in Cayenne Sekunden schlagen konnte? — **21.** An einem sehr leichten Stäbchen sind zwei gleich große Massen in den Entfernungen 1 *dm* und 2 *dm* befestigt. Wie groß ist die reduzierte Pendellänge und wie groß die Schwingungszahl (pro Minute) des zusammengesetzten Pendels? — **22.** Welche Resultate ergibt Nr. 21, wenn die eine der beiden Massen im Abstande 1 *dm* oberhalb der Drehungsachse, die zweite im Abstande 2 *dm* unterhalb der Drehungsachse befestigt wird? — **23.** Wie groß ergibt sich in den Fällen Nr. 21 und 22 die reduzierte Pendellänge, wenn man den Aufhängepunkt zum Schwingungsmittelpunkt macht? — **24.** Die Aufgaben 21—23 sind allgemein für zwei Massen m_1 und m_2 in den Entfernungen l_1 und l_2 zu behandeln. — **25.** Wie weit muß an dem Pendel von Nr. 21 die obere Masse geschoben werden, damit die Schwingungsdauer sich verdopple? — **26.** Ein leichter Holzstab kann um seine Mitte schwingen. Am oberen Ende ist eine Masse von 1 Dekagramm, am unteren eine von $1^2/_3$ Dekagramm befestigt. Die letztere soll durch eine andere ersetzt werden; wie ist dieselbe zu wählen, wenn sich die Schwingungszahlen in beiden Fällen verhalten sollen wie 3 : 2?

II. Wirkungen der Molekularkräfte.

60. Teilbarkeit. Molekül. Molekularzwischenräume. Molekularkräfte. Alle Naturkörper lassen sich entweder durch Einwirkung von Werkzeugen oder, wie man sagt, durch mechanische Hilfsmittel (Zerschneiden, Zerstoßen, Zerreißen, Auswalzen, Ausziehen etc.) oder durch physikalische Hilfsmittel (Auflösen, Verdampfen, Verdunsten etc.) in kleinere Teile zerlegen; sie besitzen die Eigenschaft der Teilbarkeit.

Die Teilbarkeit der Körper geht in manchen Fällen — ganz besonders bei Farb- und Riechstoffen — sehr weit. Ein Liter Weingeist wird durch 0,01 mm^3 Fuchsin deutlich rot gefärbt. — 0,0022 Milliontel *mg* Mercaptan erzeugen noch deutlich die Geruchsempfindung dieses Stoffes („Parfümieren" des Wassergases). — Gelbfärbung der Bunsenschen Flamme durch 0,7 Milliontel *mg* Kochsalz. — Goldblättchen von 0,1 μ Dicke. — Wollastons Platindraht von 0,8 μ Dicke.

Obwohl die mechanische Teilbarkeit in vielen Fällen sehr weit geht, so kann sie doch nicht beliebig fortgesetzt werden. In der Praxis wird die Unvollkommenheit unserer Werkzeuge sogar recht bald der weiteren Teilbarkeit eine Grenze setzen. Man trifft trotzdem zum Zwecke der Erklärung vieler physikalischen Erscheinungen die Annahme (Hypothese), daß auch die kleinsten, durch wirkliche Teilung gewinnbaren Körperteilchen aus noch kleineren, stofflich gleichartigen, nicht

mehr sinnlich wahrnehmbaren, aber auch nicht mehr weiter teilbaren, überhaupt physikalisch unveränderlichen Teilchen bestehen, welche man Massenteilchen oder Moleküle nennt. Die Annahme, daß die Moleküle unveränderlich seien, nötigt uns zu der weiteren Hypothese, daß die Moleküle sich nicht unmittelbar berühren, sondern durch Molekularzwischenräume getrennt sind, welche von den sinnlich wahrnehmbaren Poren*) wohl zu unterscheiden sind.

Zu der Annahme von Molekularzwischenräumen zwingt uns unter anderem die durch mechanischen Druck und Zug sowie durch Erwärmung erreichbare Änderung des Volumens der Körper, die unter gleichzeitiger Erwärmung stattfindende Verkleinerung des Volumens beim Mischen von Wasser und Weingeist, welche in einer längeren, einseitig geschlossenen Röhre zuerst übereinander geschichtet und dann durch Schütteln gemischt werden (vgl. damit das Mischen von 1 *l* feinen Schroten mit 1 *l* größeren Bleikugeln!), die Absorption von Gasen durch flüssige und feste Körper etc.

Der Umstand, daß wir bei der mechanischen Teilung von Körpern immer einen gewissen Widerstand fühlen, belehrt uns darüber, daß die Teilchen der Körper (also jedenfalls auch ihre Moleküle) einen gewissen inneren Zusammenhang besitzen; würde derselbe fehlen, so müßten ja auch die Körper von selbst in ihre Moleküle wie in Staub zerfallen. Wir müssen daher unsere Molekularhypothese noch durch die Annahme erweitern, daß die einzelnen Moleküle eines und desselben Körpers sowie auch jene verschiedener Körper durch Kräfte (sogenannte Molekularkräfte) gleichsam aneinander gekettet sind und es daher erst neuer Gegenkräfte bedarf, um eine Trennung derselben herbeizuführen. Den Zusammenhang der Teilchen eines und desselben Körpers bezeichnen wir auch als die Kohäsion. Dagegen versteht man unter Adhäsion den Zusammenhang zwischen den Teilchen verschiedener Körper.

Wenn man ein Stück Kreide in zwei Teile bricht und sie dann wieder mit den Bruchflächen aneinander drückt, werden sie nicht mehr zu einem einzigen Körper vereinigt werden können. Der Zusammenhang — die Kohäsion — an der Bruchstelle ist somit völlig vernichtet. Wenn wir feinen Glasstaub auch noch so fest aneinander pressen, gelingt es doch nicht, daraus ein festes Stück Glas zu erzeugen. Wir müssen daher annehmen, daß die Molekularkräfte nur auf äußerst kleine Entfernungen wirksam sind.

Als Wirkungssphäre eines Moleküls bezeichnet man jene um das Molekül als Zentrum beschriebene Kugel, deren Radius gleich der größten Distanz ist, bis zu welcher die vom Moleküle auf andere Moleküle ausgeübte Kraft noch wirkt. Ihr Radius ist wahrscheinlich kleiner als $(8 \cdot 10^{-6})$ *mm*.

Die Molekularkräfte darf man sich aber nicht ausschließlich als anziehende Kräfte vorstellen. Man denkt sich vielmehr, daß Molekular-

*) Poren lassen sich an gewissen Körpern nicht bloß mit freiem Auge oder mit dem Mikroskope nachweisen, sondern auch auf anderen Wegen (vgl. den in Art. 66 erwähnten Nachweis der Poren von Metallen). Die Porosität, d. i. die Eigenschaft der Körper, Poren zu besitzen, ist keineswegs eine allgemeine Eigenschaft der Körper. So ist Glas für Flüssigkeiten und Gase undurchlässig, also nicht porös. Trotzdem muß das Glas aber Molekularzwischenräume besitzen (vgl. den folgenden Absatz).

kräfte vorhanden sind, welche die Moleküle zu nähern suchen, und solche, welche sie voneinander zu entfernen streben. Bei einer gewissen normalen Entfernung der Moleküle halten sich beide Arten von Kräften das Gleichgewicht. Bei einer Vergrößerung dieser Entfernung machen sich die Kräfte der ersten Art als Erscheinung des Zusammenhanges oder der Kohäsion geltend; bei einer Verkleinerung der Entfernung äußern sich hingegen die Kräfte der zweiten Art als Ausdehnsamkeit oder Expansion.

In dem verschiedenen Verhalten der beiden Arten von Molekularkräften liegt die Erklärung der verschiedenartigen Zusammenhäufung oder Aggregation der Moleküle oder der verschiedenen Aggregatzustände, für deren Unterscheidung im Art. 5 nur beiläufige Kennzeichen gegeben wurden. Wir bleiben nämlich mit der Erfahrung im Einklang, wenn wir annehmen, daß bei festen Körpern eine beträchtliche Kohäsion vorhanden ist, weshalb diese Körper einer Trennung ihrer Teilchen einen ziemlich großen Widerstand entgegensetzen. Deshalb besitzen diese Körper (auch in ganz kleinen Mengen) eine bestimmte oder selbständige Gestalt und ein bestimmtes Volumen. Im Vergleiche zu den festen Körpern besitzen dagegen die flüssigen Körper oder Flüssigkeiten eine geringe Kohäsion. Die Teilchen dieser Körper lassen sich schon durch sehr geringe Kräfte voneinander trennen und gegeneinander verschieben, sie fallen sogar schon infolge ihres (gewiß sehr unbedeutenden) Eigengewichtes auseinander. Ausgießen einer Flüssigkeit auf dem Fußboden. Einfüllen von Flüssigkeiten in Gefäße. (Vergleich mit Grieß, Sand etc.) Die Erscheinung der Tropfenbildung zeigt das Vorhandensein einer geringen Kohäsion (vgl. Art. 74). Den Flüssigkeiten kommt somit wohl ein bestimmtes Volumen, aber nur in kleinen Mengen eine selbständige Gestalt (kugelförmige Tropfen) zu. Endlich besitzen die Teilchen der luftförmigen Körper oder Gase eine äußerst geringe Kohäsion. Hingegen suchen sich die Gasteilchen in dem ihnen dargebotenen Raume so weit als möglich voneinander zu entfernen, so daß die Gase beständig bestrebt sind, ihr Volumen zu vergrößern. Man sagt deshalb auch, daß die Gase die Eigenschaft der Ausdehnsamkeit oder Expansion besitzen (vgl. Art. 78). Erinnerung an die Tatsache, daß geringe Mengen riechbarer Gase sich selbst in größeren Räumen bemerkbar machen. Die Gase besitzen somit weder eine selbständige Gestalt noch ein bestimmtes Volumen.

61. Arten der Körper. Elastizität und Festigkeit. Die Größe der Kohäsion ist bei verschiedenen festen Körpern im allgemeinen verschieden.

So unterscheiden wir harte Körper (z. B. Kiesel, Eisen u. s. w.), welche im Gegensatze zu weichen Körpern (z. B. Talg, Butter u. a.) äußere Eindrücke nur schwer annehmen. Spröde Körper (z. B. Glas, Siegellack, Schwefel etc. im festen Zustande) zerspringen leicht, wenn man sie nur wenig biegt. Dagegen vertragen zähe Körper (z. B. die früher genannten spröden Körper im geschmolzenen Zustande, ferner gewisse Metalle, wie Schmiedeeisen, Kupfer, Silber, Gold etc.) sehr beträchtliche Veränderungen ihrer Gestalt, ohne den Zusammenhang ihrer Teilchen zu verlieren.

Statt des Ausdruckes „zähe“ gebraucht man auch die Bezeichnungen hämmerbar, geschmeidig, dehnbar u. a. Mitunter kann ein und derselbe Körper durch verschiedene Behandlung spröde oder geschmeidig gemacht werden. Weichmachen, Härten und Anlaufenlassen des Stahls. Glaswolle, Glastränen, Bologneserflaschen, Hartglas.

Sucht man das Volumen oder die Form eines Körpers oder beide zugleich gewaltsam zu verändern, so treten diesem Bestreben Kohäsion und Expansion des Körpers als Widerstandskräfte entgegen. Jedesmal suchen

dabei die genannten Molekularkräfte nach dem Aufhören der formverändernden Kräfte das frühere Volumen, beziehungsweise die frühere Form der Körper wiederherzustellen. Dieses Bestreben bezeichnen wir als Elastizität, die sie hervorrufenden Molekularkräfte werden auch als elastische Kräfte oder Federkräfte bezeichnet. Nach dem Gesagten ist zu unterscheiden zwischen Elastizität der Gestalt und Elastizität des Volumens.

Feste Körper besitzen beide Arten der Elastizität, Flüssigkeiten wohl Elastizität des Volumens und nur unter gewissen Umständen (Art. 74) Elastizität der Gestalt, Gase endlich nur die erstere. Im folgenden wird nur von der Elastizität fester Körper gesprochen.

Als vollkommen elastisch würde man einen Körper bezeichnen, bei welchem die Wiederherstellung von Gestalt und Volumen vollkommen geschieht. Die Erfahrung lehrt, daß dies bei festen Körpern niemals völlig genau der Fall ist; diese Körper sind also nur unvollkommen elastisch und nähern sich nur, und zwar im verschiedenen Maße, der vollkommenen Elastizität. Ebensowenig als es vollkommen elastische Körper gibt, kann man von vollkommen unelastischen Körpern sprechen.

Durch Versuche ergibt sich, daß die Wiederherstellung von Gestalt und Volumen nur allmählich geschieht. Man nennt diese Erscheinung die elastische Nachwirkung. Ein Beispiel hierfür bildet die Feder einer Weckeruhr, welche z. B. um 6^h Morgens vollkommen abgelaufen ist (sich vollkommen ausgespannt hat) und doch um 6^h Abends wieder einige Schläge des Weckerwerkes veranlaßt.

Überschreiten die am Körper hervorgerufenen Änderungen eine gewisse Grenze — die Elastizitätsgrenze — so verliert derselbe seine Elastizität ganz oder mindestens teilweise.

Bei dehnbaren Körpern tritt in diesem Falle dauernde Gestaltsänderung und Schwächung des Zusammenhanges ein, welche bei wiederholten Angriffen endlich zum Zerreißen des Körpers führt; bei spröden Körpern erfolgt plötzlicher Bruch. Bei plastischen oder bildsamen Körpern liegt die Elastizitätsgrenze so niedrig, daß sie schon bei den geringsten Änderungen der Gestalt überschritten wird. — Wachsende Belastung an einer am oberen Ende aufgehängten Spiralfeder, durch welche endlich herbeigeführt wird, daß die Feder ihre Elastizität gänzlich verliert.

Hängt man einen Silberdraht von 1 *m* Länge und 1 mm^2 Querschnitt an einem Ende auf und beschwert ihn am unteren Ende mit einem Gewichte von 1 *kg*, so verlängert er sich um 0,14 *mm*; das doppelte Gewicht von 2 *kg* verlängert ihn um 2 × 0,14 *mm*; das dreifache um 3 × 0,14 *mm* etc.; man sieht also, daß die Verlängerung direkt proportional der Zugkraft ist (Hookesches Gesetz), welches Gesetz allerdings nur innerhalb der Elastizitätsgrenze gilt. In unserem Beispiele würde eine Verlängerung um 1,4 *mm*, hervorgerufen durch eine Belastung von 10 *kg*, diese Grenze vorstellen.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich besonders auffallend an einem schraubenförmig gewundenen Drahte — einer Spiralfeder, — da bei derselben schon kleine Zugkräfte hinreichen, um ausgiebigere Verlängerungen der Spirale herbeizuführen. Die nachfolgenden Versuche können daher sehr gut auch mit Spiralfedern ausgeführt werden.

Ein Silberdraht von 2 *m* Länge und 1 mm^2 Querschnitt wird durch ein Gewicht von 1 *kg* um 2 × 0,14 *mm* verlängert, was im Einklang mit der vorigen Tatsache steht, da jedes Meter um 0,14 *mm* verlängert wird. Würden nun dicht

nebeneinander zwei Silberdrähte von je 1 *m* Länge und 1 *mm*² Querschnitt aufgehängt und an jeden ½ *kg* angehängt, so würde die Verlängerung an jedem nun 0,07 *mm* betragen. Könnten daher beide in einem einzigen Draht von 2 *mm*² Querschnitt und 1 *m* Länge vereinigt werden und würden an denselben die gleichfalls zu einem einzigen Gewichte von 1 *kg* vereinigten Gewichte angehängt, so wäre die Verlängerung nur die Hälfte derjenigen, die an einem Drahte von 1 *mm*² Querschnitt hervorgerufen wurde. Es ergibt sich dergestalt das durch ähnliche Versuche immer bestätigte Gesetz, daß die Verlängerung λ eines Drahtes stets proportional ist der Länge l sowie dem spannenden Gewichte P, dagegen verkehrt proportional ist dem Querschnitte q des Körpers, so daß sie also, durch eine Formel ausgedrückt, lautet: $\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{l \cdot P}{q}$. Der Proportionalitätsfaktor $\frac{1}{E}$ enthält eine von der materiellen Beschaffenheit des elastischen Drahtes abhängige Konstante E, welche den Namen Elastizitätsmodulus führt und deren reziproker Wert $\frac{1}{E}$ der Elastizitätskoeffizient heißt. Der Elastizitätskoeffizient gibt uns an, um das Wievielfache seiner Länge ein Draht oder Stab von 1 *mm*² Querschnitt durch eine Belastung von 1 *kg* verlängert wird. Er ist beispielsweise für Silber 0,00014 (genauer $^1/_{7400}$), für Platin $^1/_{17000}$, für Kupfer $^1/_{12400}$, für Eisen $^1/_{21000}$, für Stahl $^1/_{19000}$ u. s. w. Der Elastizitätsmodulus gibt uns dagegen jene Belastung in Kilogrammen an, welche an einem Drahte des betreffenden Materials von 1 *mm*² Querschnitt angebracht werden müßte (z. B. für Kupfer 12400 *kg*), damit dieser Draht auf die doppelte Länge gebracht werde, wenn man sich vorstellt, daß die Elastizitätsgrenze so weit reichen würde.

Außer der besprochenen absoluten oder Elastizität beim Zug unterscheidet man noch die rückwirkende oder Elastizität beim Druck, die relative oder Elastizität bei der Biegung und endlich die Torsionselastizität oder Elastizität bei Verdrehungen.

Die letztere kommt in Betracht, wenn man einen Draht an einem Ende festklemmt und das andere Ende des gespannten Drahtes um die Drahtachse dreht. Befestigt man an dem Drahte zuvor normal zur Drahtachse Papierstreifen, welche anfänglich in einer Ebene liegen, so lassen dieselben nach der Drehung des freien Endes die Verdrehung oder Torsion des Drahtes erkennen. Man beobachtet dabei, daß die Größe des Torsionswinkels, d. h. des Winkels, um den ein Querschnitt gegen den festen Endquerschnitt verdreht ist, proportional der Entfernung vom festen Ende wächst. Die Größe der Torsionselastizität, d. i. die Kraft, mit welcher der Draht der Torsion widerstrebt, ist dabei dem Torsionswinkel direkt proportional.

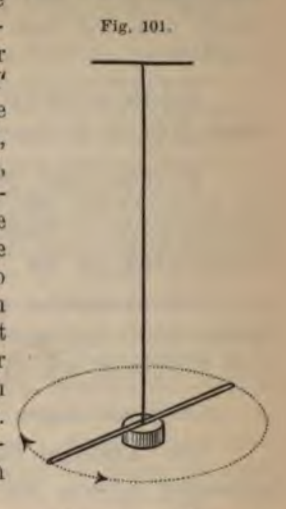
Auf dem Hookeschen Elastizitätsgesetze beruht die Einrichtung und Verwendung von Federwagen, bei welchen das Ende der entweder durch Zug verlängerten oder durch Druck zusammengepreßten Spiralfeder an einer Skala das Gewicht erkennen läßt, sowie die Einrichtung von Kraftmessern (Dynamometern) (Art. 17). Jollys Federwage, bestehend aus einer feinen Spiralfeder, welche zur Vermeidung von Ablesefehlern (parallaktischen Fehlern) vor einer in Spiegel geritzten Skala aufgehängt ist.

Andere Anwendung elastischer Körper: Triebfedern in Uhren (insbesondere in Taschenuhren) und in Spielwerken; zur Unschädlichmachung von Stößen, Federn der Eisenbahnpuffer, Kutschen, Polstermöbel etc.; zur Erzielung sicheren Verschlusses, Flaschenkorke, Flaschen mit Patentverschluß, Tintenzeuge etc.

Ein Gewicht, das an einer Spiralfeder hängt (Fig. 100) und durch Herabziehen aus seiner Ruhelage gebracht wird, führt, wenn es losgelassen wird, harmonische Schwingungen (Art. **55**) aus, weil die elastische Kraft nach dem Vorigen immer proportional ist dem jeweiligen Abstande von der Ruhelage. Bestimmt man daher jene Kraft K' (durch Anhängen von Grammgewichten, welche natürlich in Dynen zu verwandeln sind, Art. **20**), welche die Spirale um die Längeneinheit verlängert, so kann jedesmal die Schwingungsdauer vorausberechnet werden (Art. **55**, Formel 27a), welche sich ergibt, wenn an die Spirale verschiedene Gewichte angehängt werden. (Versuche.) Ebenso sind die Torsionsschwingungen, welche ein durch ein Gewicht gespannter Draht ausführt (Fig. 101) und welche durch einen leichten Zeiger deutlich sichtbar gemacht werden können, nach dem Vorigen harmonische Schwingungen. — Anwendung dieser elastischen Schwingungen bei der „Unruhe" der Taschenuhren (Fig. 102). —

Fig. 100.

Fig. 101.



Wird die Formveränderung eines Körpers immer weiter getrieben, so führt sie endlich zur Trennung der Körperteilchen voneinander. Der äußerste Widerstand, den dabei der Körper den deformierenden Kräften entgegensetzt, muß (nach dem Prinzip der gleichen Aktion und Reaktion) gleich der zur Deformation angewendeten Kraft sein und kann daher als Maß der Festigkeit dienen.

Fig. 102.



Analog dem Früheren unterscheidet man die absolute Festigkeit oder Festigkeit gegen Zug (Zerreißen), die rückwirkende oder Festigkeit gegen Druck, die relative oder Festigkeit bei der Biegung (Abbrechen), die Torsionsfestigkeit oder Festigkeit gegen Abdrehen.

Experimentelle Bestimmung der Festigkeit durch die Materialprüfungsmaschinen, durch welche Festigkeitsdaten empirisch gewonnen werden. In der Praxis nimmt man bei Konstruktionen immer nur einen Bruchteil der empirisch wie theoretisch bestimmten Festigkeit in Anspruch (Sicherheitskoëffizient).

62. Weitere Wirkungen der Molekularkräfte. Sowie infolge der Kohäsion die Teilchen eines und desselben Körpers zusammenhängen, so haften auch die Teilchen verschiedener Körper aneinander: sie besitzen Adhäsion.

Adhäsion besteht zwischen den Körpern aller Aggregatzustände. — Besonders stark ist die Adhäsion zweier festen Körper, von welchen der eine anfangs flüssig war und dann durch Verdunsten oder Erstarren fest wurde (Leimen, Kitten etc.). — Das Aneinanderhaften großer ebengeschliffener Glastafeln (Spiegelfenster) aneinander ist wohl nicht so sehr eine Erscheinung der Adhäsion wie vielmehr durch den Luftdruck (Art. **78**) hervorgerufen (Zwischenlegen von

Papierstreifen). — Ein Glasstab, den man in Wasser, Alkohol u. dgl. taucht, wird von der Flüssigkeit benetzt, ein Beweis dafür, daß die Adhäsion der Flüssigkeit zum Glase größer ist wie die Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen. Wie verhält sich dies beim Eintauchen eines Glasstabes in Quecksilber (oder eines paraffinierten Glasstabes in Wasser)?

Infolge molekularer Bewegungen kann es auch zur Auflösung des festen Körpers in der Flüssigkeit (in dem Lösungsmittel) kommen.

Filtrieren einer mit feinstem Holzkohlenpulver angerührten Kochsalzlösung, um nachzuweisen, daß der feste Körper im Lösungsmittel in feinster Verteilung vorhanden ist. — Gesättigte und ungesättigte Lösungen. Abhängigkeit des Sättigungspunktes von der Temperatur. Kaltgesättigte und heißgesättigte Lösungen.

Die verschieden große Adhäsion von Flüssigkeiten gegeneinander bringt es mit sich, daß gewisse Flüssigkeiten sich mischen lassen (z. B. Wasser und Weingeist, vgl. Art. **60**), andere nicht (z. B. Wasser und Öl).

Übereinanderlagern von sich nicht mischenden Flüssigkeiten. Emulsionen (vgl. Art. **72**).

Die Adhäsion gasförmiger Stoffe zu flüssigen und festen kann Veranlassung werden, daß der gasförmige Körper von dem flüssigen (festen) verschluckt oder absorbiert wird (vgl. Art. **60** u. **88**).

Absorption von Gasen (insbesondere atmosphärische Luft, Chlor, Chlorwasserstoff, Schwefelwasserstoff, Schwefeldioxyd, Ammoniak, Kohlendioxyd u. s. w.) durch Wasser, durch frisch geglühte Holzkohle (Ammoniak), durch porösen Platinschwamm (Wasserstoff) etc. — Absorption von Farbstoffen durch Knochenkohle (Spodium). Austreiben der von einer Flüssigkeit absorbierten Gase durch Erwärmen der Flüssigkeit (Art. **88** u. **104**).

Beim Übergange gasförmiger oder flüssiger (geschmolzener oder gelöster) Körper in den festen Aggregatzustand äußern bisweilen die Molekularkräfte ihre Wirkung darin, daß eine Anordnung der Massenteilchen zu gewissen regelmäßigen, von ebenen Flächen begrenzten Gestalten oder Kristallen eintritt.

Entstehung von Kristallen aus erkaltenden, heißgesättigten Lösungen (Kalisalpeter), durch langsames Abdunsten des Lösungsmittels (Ziehen künstlicher Alaunkristalle), durch Erstarren geschmolzener Körper (Schwefel, Wismut), durch Sublimation (Jod).

Kristallographische Systeme. Polymorphismus (Dimorphismus des Schwefels). Kristallinische Körper durch gegenseitige Hemmung in der Ausbildung der Kristalle. Amorphe Körper. Unkristallisierbare Körper oder Kolloide (z. B. Glas, Harze, Leim, Gummi- und Kautschukarten etc.) zum Unterschiede von Kristalloiden (vgl. auch Art. **74**).

63. Stoß. Trifft ein in Bewegung befindlicher Körper mit einem anderen, ebenfalls in Bewegung oder in Ruhe befindlichen Körper zusammen, so vollzieht sich in einer sehr kurzen Zeit eine gegenseitige Kraftwirkung der Körper aufeinander, infolge welcher es zu Änderungen der Geschwindigkeit

kommt. Diese gegenseitige Einwirkung muß daher als Stoß bezeichnet werden (vgl. Art. **24**). Die Erscheinung des Stoßes vollzieht sich verschieden, je nachdem die zusammentreffenden Körper elastische oder unelastische sind.

Dies zeigt zunächst die folgende Betrachtung. Auf einem Schienengeleise stehe ein Eisenbahnwaggon, dessen stählerne Pufferfedern durch Spiralen aus Blei ersetzt sein mögen. Ein zweiter ebenso hergerichteter und gleich schwerer Waggon rolle mit der Geschwindigkeit c gegen den anderen. Im Momente, wo sich die Puffer beider Waggons berühren, beginnt der Stoßakt. Die Bleispiralen werden zusammengedrückt, es drückt der stoßende Waggon auf den gestoßenen und der letztere ebenso stark (nach dem Prinzipe der gleichen Aktion und Reaktion) auf den ersteren zurück. Zufolge der dem stoßenden Waggon innewohnenden Energie wird der Trägheitswiderstand des ruhenden Körpers überwunden und der letztere solange beschleunigt, der erstere solange verzögert, bis beide Körper dieselbe gemeinsame Geschwindigkeit besitzen, welche im vorliegenden Falle $c/_2$ sein muß, also halb so groß ist als jene, welche der stoßende Wagen anfänglich besaß. In diesem Momente ist der Stoßakt beendet; beide Waggons rollen nun wie eine einzige Masse vorwärts. Es erfuhr demnach der stoßende Waggon einen Geschwindigkeitsverlust von $c/_2$, der gestoßene einen Geschwindigkeitsgewinn von $c/_2$. Ein Teil der Bewegungsenergie des stoßenden Waggons wird dabei verloren gegangen sein, nämlich jener, der zur Zusammendrückung der Bleispiralen sowie zu ihrer Erwärmung etc. verbraucht wurde. — Anders gestaltet sich die Erscheinung, wenn beide Waggons mit starken stählernen Pufferfedern versehen sind, welche wir vollkommen elastisch annehmen wollen. Auch hier wird der Stoßakt zunächst ebenso, wie früher geschildert, verlaufen; Druck und Gegendruck sind solange vorhanden, bis eine gemeinsame Geschwindigkeit erreicht ist. Wieder hat dabei der stoßende Waggon $c/_2$ verloren, der gestoßene $c/_2$ gewonnen. Nun aber nehmen die zusammengepreßten Pufferfedern ihre ursprüngliche Form wieder an und verwandeln dabei die in ihnen aufgespeicherte potentielle (Spannungs-) Energie in kinetische Energie. Da hierbei der stoßende Waggon nochmals den gleichen Druck nach rückwärts, der gestoßene nochmals den gleichen Druck nach vorwärts empfängt, muß der erstere einen nochmaligen Geschwindigkeitsverlust von der Größe $c/_2$ erleiden — also zur Ruhe kommen — wogegen der gestoßene Waggon nochmals denselben Geschwindigkeitsgewinn von der Größe $c/_2$ erfährt, so daß er die volle Geschwindigkeit des stoßenden Waggons gleichsam übernommen hat. Ein Verlust an Wucht würde dabei nicht eintreten. Denn die im ersten Teile des Stoßaktes verlorene kinetische Energie ist in potentielle verwandelt und wird im zweiten Teile des Stoßaktes wieder in kinetische rückverwandelt.

Für die genauere Verfolgung der Erscheinung des Stoßes betrachten wir nur den zentralen, geraden Stoß kugelförmiger Körper, d. h. den Fall, daß die Stoßrichtung durch die Schwerpunkte beider Kugeln gehe (zentraler Stoß) und auch mit der Bewegungsrichtung zusammenfalle (gerader Stoß).

Es sollen die Massen der beiden unelastischen Kugeln mit m_1 und m_2, ihre — dem Sinne nach gleichgerichteten — Geschwindigkeiten mit c_1 und c_2 bezeichnet werden, wobei $c_2 > c_1$ sein möge. Es wäre also m_2 die stoßende, m_1 die gestoßene Kugel. Beide nehmen nach dem Stoße die gemeinsame Geschwindigkeit u an. Es erfährt also die Kugel m_1 einen Geschwindigkeitszuwachs von der Größe $u - c_1$, die Kugel m_2 einen Geschwindigkeitsverlust von der Größe $c_2 - u$. Ist nun τ die (sehr kleine) Dauer des Stoßaktes, so

ist die Beschleunigung der Kugel m_1 durch $\frac{u - c_1}{\tau}$, die Verzögerung der Kugel m_2 durch $\frac{c_2 - u}{\tau}$ gegeben. Somit sind die im Momente des Stoßaktes wirksamen Kräfte $m_1 \frac{u - c_1}{\tau}$ und $m_2 \frac{c_2 - u}{\tau}$ nach dem Prinzip der gleichen Aktion und Reaktion einander gleich, also $m_1 (u - c_1) = m_2 (c_2 - u)$, woraus sich ergibt

$$\left.\begin{aligned} m_1 c_1 + m_2 c_2 &= (m_1 + m_2) \cdot u \text{ oder} \\ u &= \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2} \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} (29).$$

Bezeichnet man als Bewegungsgröße das Produkt aus der Masse eines Körpers mit seiner Geschwindigkeit, so drückt die erste der Formeln (29) den „Satz von der Erhaltung der Bewegungsgrößen" aus, welcher lautet: Die Summe der Bewegungsgrößen vor dem Stoße bleibt auch nach dem Stoße erhalten.

Diskussion des erlangten Resultates. 1. Ist $m_1 = m_2$, so ist $u = \frac{c_1 + c_2}{2}$. Ist daher $c_1 = 0$, so ist $u = \frac{c_2}{2}$. 2. Ist die Bewegungsrichtung von m_1 jener von m_2 entgegengesetzt, also c_1 negativ, so ist $u = \frac{-m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2}$; es wird daher $u = 0$, wenn $m_1 c_1 = m_2 c_2$ oder wenn $c_1 : c_2 = m_2 : m_1$ ist (in Worten?) Es muß also für $m_1 = m_2$ und $c_1 = c_2$ die Geschwindigkeit u Null werden. 3. Die Summe der Wucht beider Kugeln vor dem Stoße $\frac{m_1 c_1^2}{2} + \frac{m_2 c_2^2}{2}$ ist größer als die Wucht derselben nach dem Stoße, nämlich als $\frac{(m_1 + m_2)\, u^2}{2}$. Der Unterschied beider ergibt sich nach einfacher Reduktion mit $\triangle = \frac{m_1 m_2 (c_1 - c_2)^2}{2\,(m_1 + m_2)}$. Dieser Energieverlust ist natürlich nur ein scheinbarer; denn er findet in der eintretenden Deformation der Körper sowie in den Begleiterscheinungen des Stoßes (Wärme, Schall etc.) sein Äquivalent. 4. Ist die Kugel m_1 von unendlich großer Masse und ruhend, also $c_1 = 0$, was zutrifft, wenn der gestoßene Körper eine unnachgiebige, unelastische Wand ist, so wird wegen $u = \dfrac{c_1 + \frac{m_2 c_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}$ der Wert von $u = 0$, d. h. die normal gegen eine Wand stoßende Kugel bleibt an der Wand liegen; der Energieverlust ist $\frac{m_2 c_2^2}{2}$, d. h. gleich der ganzen Energie der stoßenden Kugel.

Bei der Kruppschen 14 *m* langen Schiffskanone von 40 *cm* Kaliber empfängt die 1050 *kg* schwere Panzergranate durch eine Pulverladung von 400 *kg* eine Anfangsgeschwindigkeit von 580 *m*. Die dadurch erlangte Energie der Granate von 18 000 Metertonnen wird zum größten Teile zur Durchbohrung des Panzers aufgebraucht. Gleichzeitig wird infolge der plötzlich gehemmten Bewegung die Sprengladung ohne besondere Zündervorrichtung zur Explosion gebracht. — Trifft eine unelastische Kugel schief auf eine feste unelastische Wand, so rollt sie längs derselben fort. Der Nachweis läßt sich durch Zerlegung der Auftreffgeschwindigkeit in eine zur Wand normale Komponente, welche nach dem Stoße vernichtet wird, und in eine in die Richtung der Wand fallende Komponente, welche unverändert erhalten bleibt, unschwer erbringen. — Experimenteller Nachweis durch pendelartig aufgehängte Kugeln aus plastischem Tone oder kugelförmige, lose mit Sand gefüllte Säckchen.

Bei elastischen Kugeln verläuft der Stoßakt in zwei Teilen. Im ersten Teile wird eine gemeinsame Geschwindigkeit u erzielt, welche bei Festhaltung der vorhin gewählten Bezeichnungen wieder den durch Formel (29) ausgedrückten Wert besitzt. Zufolge der Rückverwandlung der Spannungsenergie der bei der Berührung abgeplatteten Kugeln erfährt jedoch die Masse m_1 nochmals den Geschwindigkeitszuwachs $u - c_1$, die Masse m_2 nochmals den Geschwindigkeitsverlust $c_2 - u$, so daß demnach die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoße ausgedrückt sind durch $v_1 = u + (u - c_1) = 2u - c_1$ und $v_2 = u - (c_2 - u) = 2u - c_2$. Es ist somit **die Differenz der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße dem absoluten Werte nach dieselbe**, nämlich $(c_2 - c_1)$. Durch Einsetzen des Wertes von u aus Formel (29) ergibt sich daher

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= 2u - c_1 = \frac{2m_2c_2 + (m_1 - m_2)c_1}{m_1 + m_2} \\ v_2 &= 2u - c_2 = \frac{2m_1c_1 + (m_2 - m_1)c_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (30).$$

Diskussion der erlangten Resultate. 1. Die Summe der Bewegungsgrößen vor und nach dem Stoße bleibt erhalten; denn es ergibt sich $m_1c_1 + m_2c_2 = m_1v_1 + m_2v_2$. Ein (scheinbarer) Verlust an Wucht tritt (bei vollkommener Elastizität) nicht ein. Durch Multiplikation der unmittelbar zuvor bewiesenen Gleichungen $c_1 + v_1 = v_2 + c_2$ und $m_1(c_1 - v_1) = m_2(v_2 - c_2)$ ergibt sich $\frac{m_1c_1^2}{2} + \frac{m_2c_2^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$. 3. Ist $m_1 = m_2$, so ergibt sich $v_1 = c_2$ und $v_2 = c_1$; es tritt also ein **Austausch der Geschwindigkeiten** ein. Ist daher z. B. $c_1 = 0$, $c_2 = C$, so ist $v_1 = C$ und $v_2 = 0$. (Experimenteller Nachweis an dem Mariotteschen Stoßapparat (Fig. 103), bei welchem pendelartig an zwei Fäden (bifilar) aufgehängte Kugeln aus Elfenbein angewendet werden. **Stoßfortpflanzung** durch eine Reihe sich berührender Kugeln, von welchen die erste oder auch 2, 3...Kugeln gehoben werden und an die anderen anstoßen, wodurch nur die letzte, beziehungsweise die 2, 3...letzten wegfliegen. 4. Ist $m_2 > m_1$ und $c_2 = 0$, so ist $v_1 = \frac{(m_1 - m_2)c_1}{m_1 + m_2}$, also negativ und proportional dem c_1, $v_2 = \frac{2m_1c_1}{m_1 + m_2}$ dagegen positiv. (Experiment.) 5. Ist $m_2 > m_1$ und $c_1 = 0$, so ist $v_1 = \frac{2m_2c_2}{m_1 + m_2}$ und $v_2 = \frac{(m_2 - m_1)c_2}{m_1 + m_2}$; beide sind also positiv und proportional c_2. 6. Ist $m_1 = \infty$, $c_1 = 0$, so ergibt sich $v_2 = -c_2$ und $v_1 = 0$, d. h. die gegen eine elastische Wand normal auftreffende elastische Kugel prallt normal mit gleich großer Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung zurück. Trifft daher eine Kugel (Fig. 104) schief in der Richtung BA an die Wand WW', so ergibt sich nach Zerlegung der Auftreffgeschwindigkeit $AF = c$ in die Komponenten AE' und AD, daß die erstere nach dem Stoße in die gleich große und entgegengesetzt gerichtete

Fig. 103.

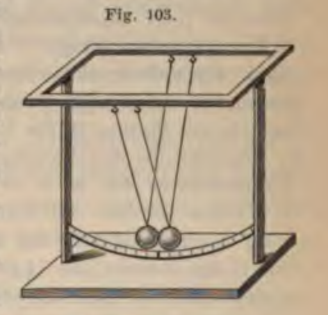
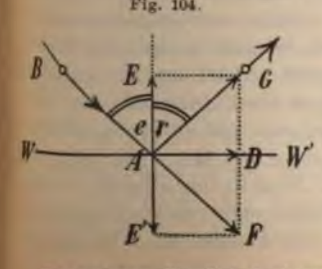


Fig. 104.



Komponente AE verwandelt wird, welche mit AD zusammengesetzt als Resultierende $AG = c$ ergibt. Dabei muß wegen der Kongruenz der Dreiecke ADF und ADG der Winkel e gleich dem Winkel r sein. Man nennt die Normale EE', welche im Auftreffpunkte auf die Ebene der Wand WW' errichtet wird, das Einfallslot, bezeichnet die Winkel, welche die Richtungen vor und nach dem Stoße mit dem Einfallslote bilden, beziehungsweise als Einfalls- und Reflexionswinkel und erhält nach dem Obigen das Reflexionsgesetz: Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel. Die Einfallsrichtung liegt mit der Reflexionsrichtung und mit dem Einfallslote in einer Ebene, der Einfallsebene.

Experimenteller Nachweis der Reflexion des Stoßes durch eine elastische Kugel, welche gegen eine Marmorplatte schief gestoßen wird. Ist dabei die Marmorplatte mit Ruß geschwärzt, so zeigt die auftreffende Kugel nach dem Abprallen einen kreisrunden, schwarzen Fleck (Nachweis der Abplattung). Billardspiel; bei demselben werden übrigens die Erscheinungen durch die Rotation der Kugeln sowie durch die Reibung am Billardtuche mannigfaltig modifiziert. — Alle abgeleiteten Sätze gelten nur für ideale Fälle; denn es gibt weder vollkommen unelastische noch vollkommen elastische Körper.

Aufgaben. 1. Wie groß ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoße von zwei unelastischen Kugeln, für welche $m_1 = 8\,kg$, $m_2 = 6\,kg$, $c_1 = 5\,m$, $c_2 = 12\,m$ pro Sekunde ist? — **2.** Welche Masse hat eine unelastische Kugel, welche mit 22 *m* Geschwindigkeit auf eine ebensolche Kugel von 6 *kg* Masse anstößt, die sich mit 11 *m* Geschwindigkeit in derselben Richtung bewegt, wenn die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoße 16 *m* ist? — **3.** Eine unelastische Kugel von 9 *kg* Gewicht und 12 *m* Geschwindigkeit stößt gegen eine andere, die ihr mit 60 *m* Geschwindigkeit entgegenkommt. Wie groß ist das Gewicht der letzteren, wenn nach dem Stoße beide Kugeln mit 6 *m* Geschwindigkeit in der Richtung der zweiten Kugel weitergehen? — **4.** Eine unelastische Kugel von 3 *kg* Gewicht stößt an eine andere von 7 *kg* Gewicht, die sich in derselben Richtung bewegt. Wie groß ist die Differenz ihrer Geschwindigkeiten, wenn der Verlust an Wucht beim Zusammenstoße 21 Kilogrammeter beträgt? — **5.** Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Projektiles, welches gegen den Schwerpunkt eines ballistischen Pendels (massiver Holzblock an Eisenstangen pendelartig aufgehängt) geschossen wird und demselben einen Ausschlagswinkel φ erteilt? Gewicht des Blockes Q, des Projektiles q, Schwingungsdauer des ballistischen Pendels $\mathfrak{T}$. — **6.** Berechne die Geschwindigkeiten von zwei vollkommen elastischen Kugeln nach dem Zusammenstoße aus $m_1 = 15\,kg$, $m_2 = 35\,kg$, $c_1 = 10\,m$, $c_2 = 7\,m$ pro Sekunde! — **7.** Welches Gewicht hat eine vollkommen elastische Kugel von 70 *m* Geschwindigkeit, wenn dieselbe dadurch, daß sie gegen eine andere sich in derselben Richtung bewegende von 11 *kg* Gewicht und 14 *m* Geschwindigkeit anstößt, eine Geschwindigkeit von 18 *m* in entgegengesetzter Richtung erlangt? — **8.** Wie groß waren die Geschwindigkeiten zweier sich in derselben Richtung bewegenden, elastischen Kugeln von 15 *kg* und 14 *kg* vor dem Stoße, wenn sie sich nach demselben mit beziehungsweise 59 *m* und 88 *m* Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung fortbewegten? — **9.** Zwei vollkommen elastische Kugeln, deren Massen sich wie 1 : 3 verhalten, prallen mit gleich großen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten aufeinander. Wie groß sind ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoße? — **10.** Eine unelastische Kugel wird mit 50 *m* Geschwindigkeit vertikal aufwärts geworfen und 1 Sekunde später eine ihr vollkommen gleiche mit 55 *m* Geschwindigkeit. Wie viele Sekunden nach dem Zusammenstoße erreichen beide gemeinsam eine Höhe von 132,5 *m* über dem Ausgangspunkte? — **11.** Eine vollkommen elastische Kugel fällt 2 Sekunden frei herab, dann wird ihr eine zweite vollkommen identische mit 30 *m* Geschwindigkeit vertikal nach unten nachgeworfen und trifft die erstere. In welcher Entfernung vom Ausgangspunkte befindet sich die erste Kugel nach 5 Sekunden, gerechnet vom Anfange ihrer Bewegung?

— **12.** Ein Pendel, bestehend aus einer vollkommen elastischen Kugel von 3 *kg* Masse an einem 1,6 *m* langen Faden, wird um 60° elongiert und frei fallen gelassen. Im tiefsten Punkte angelangt, trifft es auf eine gleichfalls vollkommen elastische Kugel von 1 *kg* Masse welche am Rande eines 1,25 *m* hohen Tisches liegt, und wirft die letztere herab. In welcher Entfernung trifft dieselbe den Erdboden?

III. Mechanik der tropfbarflüssigen Körper (Hydromechanik).

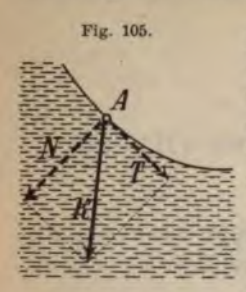
64. Charakteristik der tropfbarflüssigen Körper (der eigentlichen Flüssigkeiten). Freie Oberfläche. Die tropfbarflüssigen wie die gasförmigen Körper besitzen (Art. **60**) die gemeinsame Eigenschaft, einer nicht zu raschen (Art. **22**) Änderung ihrer Form keinen merklichen Widerstand entgegenzusetzen; gegenüber den festen Körpern sind daher beide durch eine leichte Verschiebbarkeit ihrer Teilchen ausgezeichnet, welche auf eine verhältnismäßig geringere Wirksamkeit der anziehenden Molekularkräfte (auf eine geringe Kohäsion) zurückzuführen ist. Sucht man das Volumen von Flüssigkeiten und Gasen zu verkleinern (z. B. in einem einseitig geschlossenen Zylinder mit anschließendem, verschiebbarem Kolben), so verhalten sich beide Arten von Körpern sehr verschieden. Während bei den Flüssigkeiten selbst ein großer Druck nur eine so geringfügige Verkleinerung des Volums hervorruft, daß sich dieselbe lange Zeit der Beobachtung entzog (Art. **66**), zeigen die Gase schon auf kleine Änderungen des Druckes hin eine merkliche Volumsänderung. Das Kennzeichen der Flüssigkeiten spricht sich daher in dem Satze aus: Flüssigkeiten zeigen großen Widerstand gegen Volumveränderung, kleinen Widerstand gegen Formveränderung. Bei den „idealen Flüssigkeiten", welche wir in den folgenden Untersuchungen zumeist voraussetzen und denen die wirklichen Flüssigkeiten sehr nahe kommen, setzen wir den ersteren Widerstand unendlich groß, den letzteren unendlich klein voraus.

Aus diesen Tatsachen folgt, daß die Flüssigkeiten wohl ein nahezu unveränderliches Volumen, aber (in größeren Mengen) keine selbständige Gestalt besitzen. Gießt man daher eine Flüssigkeit in ein Gefäß, so rollen gleichsam ihre lose zusammenhängenden Teilchen zufolge der allen Körpern zukommenden Eigenschaft der Schwere auseinander. Jedes einzelne sucht möglichst tief zu fallen, was offenbar so lange andauert, bis sie die Hohlform des Gefäßes ausfüllen und in demselben eine wagerechte (horizontale) Oberfläche bilden; solange dieselbe geneigt oder gekrümmt wäre, müßten an ihr die Flüssigkeitsteilchen (wie auf einer schiefen Ebene) herabgleiten.

Die freie Oberfläche oder das Niveau einer Flüssigkeit, d. h. die Oberfläche, welche die Flüssigkeit unter Einfluß der auf sie wirkenden Kräfte (in erster Linie der Schwerkraft) infolge der leichten und durch nichts gehemmten Verschiebbarkeit der Teilchen von selbst annimmt, ist bei nicht

allzu großer Ausdehnung eine wagerechte. Allgemein muß dieselbe stets so beschaffen sein, daß jedes ihrer Flächenelemente normal steht auf der Richtung der daselbst wirksamen Gesamtkraft.

Fig. 105.

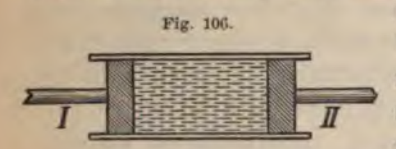


Würde dies nicht der Fall sein und z. B. auf das Flächenelement in A (Fig. 105) die Kraft K schräg einwirken, so würde dieselbe außer einer normal zur Fläche wirkenden Komponente N eine tangential wirkende T liefern, welche eine Verschiebung der Teilchen längs der Oberfläche veranlassen müßte, die erst dann beendet wäre, wenn $T=0$, also das Flächenelement bei A normal auf K stehen würde.

Die freie Oberfläche oder das Niveau der offenen Weltmeere schließt sich der sphäroidischen Gestalt der Erde an. Inwiefern gilt auch hier der obige Satz? — Benützung eines Quecksilberniveaus als horizontalen Spiegel.

65. Prinzip der Druckfortpflanzung. Füllt man den Raum zwischen zwei in einer Röhre verschiebbaren Kolben *I* und *II* (Fig. 106) mit einem festen, aber hinlänglich weichen Körper (Butter, Talg, Ton u. dgl.) und preßt den Kolben *I* mit einer gewissen Kraft hinein, so bewegt sich, wenn wir von Hindernissen der Bewegung absehen, der Kolben *II* mit derselben Kraft heraus. Es verschiebt sich dabei der zylindrische Körper zwischen beiden Kolben, wobei auf die Seitenwandungen der Röhre kein Druck ausgeübt wird. Wird dagegen zwischen die beiden Kolben eine Flüssigkeit gebracht, so drängen sich die leicht verschiebbaren Teilchen jeder Querschnittsschichte zwischen jene der Nachbarschichte und veranlassen letztere zum Ausweichen nach allen Richtungen. Dadurch wird der von Seite des ersten Kolbens ausgeübte Druck nicht bloß auf den zweiten Kolben, sondern auch auf die Seitenwände des Gefäßes, kurz nach allen Richtungen gleichmäßig übertragen. Man erkennt darin das Gesetz (Prinzip) der Druckfortpflanzung in Flüssigkeiten, welches lautet: Ein auf ein beliebiges Flächenstück einer Flüssigkeit ausgeübter Druck pflanzt sich durch dieselbe hindurch auf jedes andere gleich große Flächenstück der Flüssigkeit oder der Wand mit gleicher Stärke fort, auf ein Flächenstück von der 2-, 3-, 4-... x-fachen Größe, daher auch mit der 2-, 3-, 4-... x-fachen Stärke.

Fig. 106.



Denkt man sich den Wasserinhalt des Gefäßes (Fig. 107) ohne Volumsänderung in den schraffierten Teilen erstarrt, so daß zwischen den Kolben *I* und *II* nur ein überall gleich weiter, mit Flüssigkeit erfüllter Kanal frei bleibt, so wird (ähnlich wie früher in Fig. 106) jeder auf den Kolben *I* ausgeübte Druck von der Stärke P vom Kolben *II* in unveränderter Weise übernommen. Sind nun bei *II* dicht nebeneinander zwei gleich weite, mit verschiebbaren Kolben versehene Ansatzrohre vorhanden oder statt derselben ein einziges Rohr vom doppelten Querschnitte (Fig. 108), so kann dieselbe Betrachtung zweimal hintereinander angestellt werden; der Kolben *II* übernimmt den doppelten Druck, $2P$. Ist (Fig. 109) die Fläche von k'' x-mal so groß als die Fläche von k', so wird ein auf

k' ausgeübter Druck von k'' in der x-fachen Stärke übernommen. (Vergleich mit einem zweiseitigen Krafthebel, bei dem der Arm der Kraft x-mal so lang ist als der Arm der Last.) Die Vorrichtung (Fig. 109) bildet also im Sinne der Mechanik eine Kraftmaschine. Gestattet sie auch eine Umkehrung zu einer Geschwindigkeitsmaschine? In jedem der beiden Fälle ist der Satz von der Erhaltung der Arbeit (Art. 42) nachzuweisen.

Fig. 107.

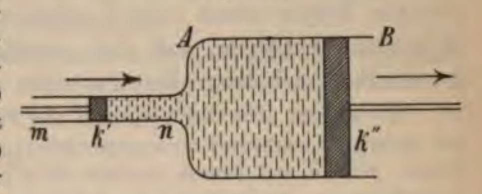


Fig. 108.



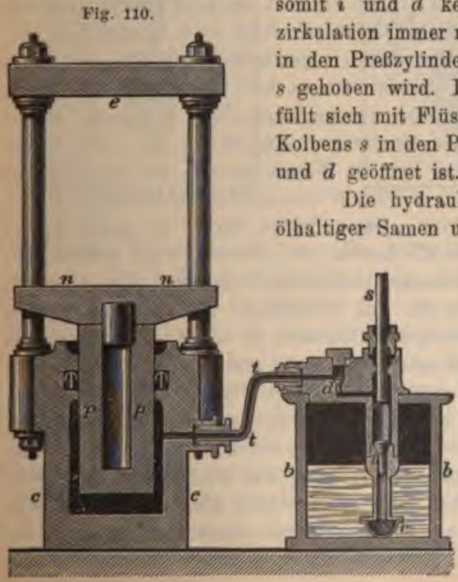
Auf dem Gesetze der Druckfortpflanzung beruht die hydraulische oder Bramahsche Presse (Jos. Bramah in London, 1795), deren Prinzip Fig. 109 andeutet, während Fig. 110 einige Details im Durchschnitte zeigt.

Fig. 109.



Der Druckkolben s wie der Preßkolben p sind in hohle, durch ein starkwandiges Rohr verbundene Zylinder wasserdicht (Stulpen- oder Manschettendichtung) eingepaßt. Das Niederdrücken von s erfolgt mittels eines (in der Figur nicht sichtbaren) einseitigen Hebels, wodurch das Wasser (Glyzerin, Öl oder dgl.) in den Preßzylinder befördert und p und mit ihm die Preßplatte n gehoben wird. Die auf letzterer liegenden Gegenstände werden dadurch gegen eine von Säulen getragene starke Widerlage e gepreßt. Da nach einmaligem Niederdrücken des Kolbens s die Preßplatte zu wenig gehoben wird, ist der rechts gezeichnete Teil der Maschine als Druckpumpe (Art. 83) konstruiert; es sind somit i und d kegelförmige Ventile, welche die Flüssigkeitszirkulation immer nur nach einer Richtung gestatten; d hält die in den Preßzylinder gedrückte Flüssigkeit daselbst zurück, wenn s gehoben wird. Dabei öffnet sich i, und der kleinere Zylinder füllt sich mit Flüssigkeit, die beim nächsten Niederdrücken des Kolbens s in den Preßzylinder gedrückt wird, wobei i geschlossen und d geöffnet ist.

Fig. 110.



Die hydraulische Presse wird vielfach zum Auspressen ölhaltiger Samen u. dgl., zum Pressen von Heu, zur Herstellung von Zinn- und Bleirohren (Bleimäntel elektrischer Kabel), ferner zur Materialfestigkeitsprüfung verwendet. So werden beispielsweise zu prüfende Dampfkessel mit Wasser gefüllt und dann mittels einer Pumpe weiteres Wasser hineingepreßt. Tritt dabei ein Bersten der Wand ein, so führt es nicht zum explosionsartigen Herumfliegen von Bruchstücken (vgl. Art. 111), da die (allerdings große) Druckkraft nur sehr kurze Zeit auf das sich lostrennende Kesselstück wirkt, daher demselben keine nennenswerte Be-

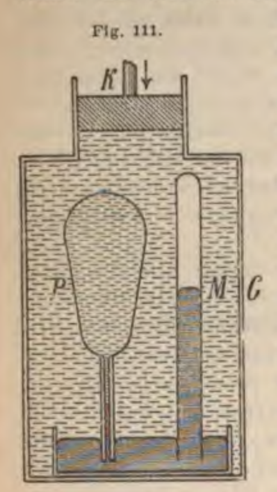
schleunigung zu erteilen vermag (Art. **24**). — Man hat auch hydraulische Winden, Lochstoß- und Nietmaschinen für Kesselbleche.

Würde man das Rohr t an eine Wasserleitung anschließen und so „Druckwasser" zum Kolben p einströmen lassen, so müßte, um den letzteren um eine Höhe von h Metern zu heben, ein Wasservolumen $V = (F \cdot h)\ m^3$ eintreten, wobei F die Querschnittsfläche von p — ausgedrückt in Quadratmetern — bedeutet. Wenn daher der seitens der Wasserleitung auf die Flächeneinheit ($1\ m^2$) beiſt ausgeübte Druck gleich $P\ kg$ wäre, würde das Druckwasser bei der Hebung des Kolbens p eine Arbeit von der Größe $(P \cdot V)$ Kilogrammeter leisten. Anwendung dessen bei hydrostatischen Aufzügen (Lifts), bei welchen bisweilen ein „umgekehrter Flaschenzug" (Art. **43**) die langsame Kolbenverschiebung in eine raschere Emporbeförderung des Fahrstuhles umwandelt, sowie zum Heben von Versenkungen und ganzen Bühnenfeldern in Theatern. — „Umkehrung" der hydraulischen Presse, indem man sich auf p eine sehr schwere Last aufgelegt denkt, welche zuerst durch Einpressen von Druckwasser in den Preßzylinder entsprechend hoch gehoben wird und so einen Kraftsammler (Kraftakkumulator) vorstellt, der die in ihm aufgespeicherte Energie an den Kolben s und von ihm auf eine Arbeitsmaschine abgibt.

66. Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten. Die tropfbarflüssigen Körper setzen einer Verkleinerung ihres Volumens einen so großen Widerstand entgegen, daß ihre verhältnismäßig sehr geringe Zusammendrückbarkeit sich lange Zeit gar nicht nachweisen ließ.

So erschien nach den Versuchen der Florentiner Akademie (1661) das Wasser (wie alle andern Flüssigkeiten) unzusammendrückbar. Als nämlich starkwandige, mit luftfreiem Wasser gefüllte und danach verlötete Metallhohlkugeln durch starke Hammerschläge abgeplattet wurden, wodurch sich ihr Rauminhalt verkleinerte, bedeckten sie sich bei jedem Hammerschlage außen mit einem feinen Wasserbeschlage. Daraus schloß man, daß das Wasser eher durch die Metallwand dringe (Art. **60**), bevor es sich zusammenpressen lasse.

Fig. 111.



Die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten bewies zuerst Canton (1761) und noch einwandfreier Örsted (vgl. Art. **185**) durch einen Versuch, dessen Prinzip Fig. 111 andeutet (1822). In einem größeren starkwandigen Gefäße G steht eine Quecksilber enthaltende Schale. Das luftfrei gemachte (Art. **62**), zu komprimierende Wasser befindet sich in dem Piezometer P, einem birnförmigen Gefäße mit einem (kapillaren) Fortsatze, dessen offenes Ende in das Quecksilber eingetaucht ist. Der übrige Raum des Gefäßes G ist mit Wasser gefüllt, auf welches von oben her durch einen Kolben K ein ziemlich bedeutender Druck ausgeübt werden kann, dessen Stärke durch ein geschlossenes Manometer M (Art. **82**) meßbar ist. Dieser Druck pflanzt sich nun auf die im Piezometer enthaltene Flüssigkeit fort, wodurch sich ihr Volumen in der Tat verkleinert; man erkennt dies an dem Aufsteigen einer Quecksilbersäule in dem Kapillarrohre. Das Gefäß P kann dabei sehr dünnwandig sein, weil es von außen wie von innen demselben Drucke ausgesetzt ist. Ist das Kapillarrohr nach Bruchteilen des Gesamtvolumens von P geeicht, so läßt sich unter Zugrundelegung des am Manometer M gemessenen Druckes sowie unter Berücksichtigung der anderweitig bestimmbaren Zusammendrückung des Glasgefäßes der Kompressionskoëffizient bestimmen; es ist dies jene Zahl, welche anzeigt, um den wievielten Teil des ursprünglichen Volumens eine Flüssigkeit komprimiert wird, wenn der Druck um eine Atmosphäre, d. i. um rund $1\ kg$ auf $1\ cm^2$ erhöht wird (Art. **79**). Der

Kompressionskoëffizient beträgt bei Quecksilber 3, bei Wasser 50, bei Weingeist 80, bei Äther 111 Milliontel. — Beim Aufhören des Druckes auf K sinkt der Quecksilberfaden in der Kapillare sofort auf den ursprünglichen Stand herab, ein Beweis, daß die Flüssigkeiten vollkommene Elastizität des Volumens besitzen.

67. Der hydrostatische Druck. Im Innern einer Flüssigkeit erfährt jedes Teilchen durch das Gewicht der über ihm liegenden Teilchen einen Druck, welcher um so größer sein muß, je tiefer das betrachtete Teilchen unter dem Niveau liegt. Wir bezeichnen denselben — weil er durch die ruhende Flüssigkeit verursacht ist — als hydrostatischen Druck. Derselbe muß an jedem Flüssigkeitsteilchen nach allen Richtungen gleich stark wirksam sein, sonst könnte dasselbe nicht in Ruhe bleiben, sondern müßte eine Bewegung nach der Richtung des stärkeren Druckes antreten. Der an einer Stelle der Flüssigkeit wirksame hydrostatische Druck ist abhängig: 1. von der Größenausdehnung der betrachteten Stelle, 2. von ihrer Entfernung von der freien Oberfläche der Flüssigkeit, 3. von der materiellen Beschaffenheit (von dem spezifischen Gewichte) der Flüssigkeit.

Experimenteller Nachweis für das Vorhandensein des Druckes mit Hilfe von Trichterrohren (Fig. 112), deren Öffnung mit einer möglichst dünnen Kautschukplatte (Membran) überspannt ist und die mit gefärbtem Wasser gefüllt sind, sowie mit einer ähnlich her-

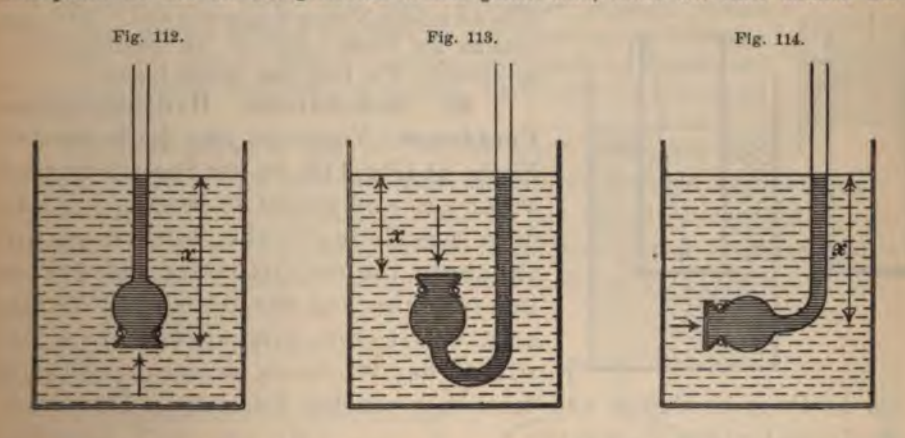


Fig. 112. Fig. 113. Fig. 114.

gerichteten kleinen Gummiblase (Fig. 115). Die Vorrichtung Fig. 112 zeigt den Aufwärtsdruck, Fig. 113 den Abwärtsdruck, Fig. 114 den Seitwärtsdruck, Fig. 115 den allseitig wirkenden Druck an. Bei tieferem Einsenken der Apparate wird ein wachsender Druck, bei einer Verschiebung, bei welcher der Niveau-Abstand x ungeändert bleibt, ein konstanter Druck angezeigt. Man nennt die Gesamtheit aller Punkte, in welchen derselbe Druck (in unserem Falle derselbe hydrostatische Druck) herrscht, eine Niveaufläche. Was sind die Niveauflächen in dem vorliegenden Falle in geometrischer Hinsicht für Flächen? Welcher Art sind die Niveauflächen des Ozeans? Man kann auch von Niveauflächen hinsichtlich der Erdschwere sprechen. Was bedeuten dieselben und was sind sie in geometrischer Hinsicht?

Der horizontale Boden eines zylindrischen Gefäßes hat als hydrostatischen Druck offenbar den Gewichtsdruck der darauf lastenden Flüssigkeitssäule aus-

zuhalten. Ist f der Flächeninhalt des Gefäßbodens, h die Höhe der Flüssigkeitssäule und s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, so ist die Größe dieses auf dem Gefäßboden lastenden hydrostatischen Druckes gleich dem Produkte fhs. Denken wir uns demnach in einer ruhenden Flüssigkeit (Fig. 116) eine horizontale Fläche ab vom Inhalte f erstarrt, so erfährt dieselbe von oben einen Abwärtsdruck von der Größe fhs, worin $\overline{ac} = h$ ist; da sie in Ruhe bleibt, muß der von unten nach oben wirksame Aufwärtsdruck genau dieselbe Größe fhs besitzen; jedenfalls aber ist dieser Aufwärtsdruck unabhängig von der Weite und der Tiefe des Gefäßes (unterhalb von ab) sowie von seiner Form.

Fig. 115.

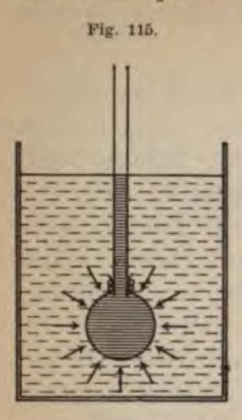
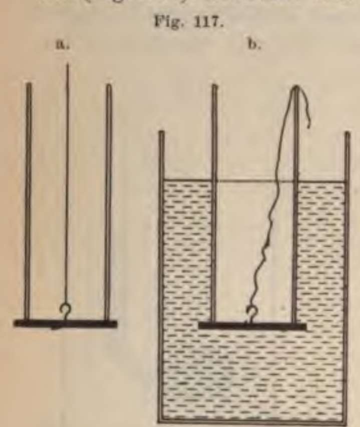


Fig. 116.

Experimenteller Nachweis mit einem am unteren Rande eben abgeschliffenen Zylinder (Fig. 117a), der nach unten durch eine leichte, mittels eines Fadens anpreßbare Platte (Glas, Messing, Glimmer, Zelluloid u. dgl.) abgeschlossen und dann — mit der Platte voraus — in ein Gefäß mit Wasser eingetaucht wird (Fig. 117b). Die Platte wird dabei durch den Aufwärtsdruck an den Rand des Zylinders angepreßt und fällt erst ab, wenn in das Innere des Zylinders langsam (gefärbtes) Wasser bis nahezu zur Höhe des äußeren Niveaus eingegossen wird.*) Nach dem Abfallen der Platte verbleibt das gefärbte Wasser im Zylinder. Was kann man daraus folgern?

Fig. 117.



68. Bodendruck. Hydrostatisches Paradoxon. Verschiebt man die horizontale Fläche ab (Fig. 116) bis zur Bodenfläche nach abwärts, so wird der auf ab lastende Abwärtsdruck zum Bodendrucke. Letzterer ist nur abhängig von der Größe der gedrückten Bodenfläche, von der Höhe der Flüssigkeit, sowie von dem spezifischen Gewichte der letzteren, dagegen unabhängig von der Form des Gefäßes und daher auch von dem Volumen der Flüssigkeit. (Hydrostatisches Paradoxon.)

Denken wir uns in ein größeres Gefäß mit Flüssigkeit (Fig. 118) drei verschieden geformte, beiderseits offene Gefäße so eingesenkt, daß ihre inhaltsgleichen Öffnungen ab, cd und ef denselben Abstand h vom Niveau besitzen, so muß, da nach Art. **67** für alle drei Gefäße der von unten nach oben wirkende Aufwärtsdruck derselbe sein muß, auch der von oben nach unten wirkende Abwärtsdruck dieselbe Größe (fhs) besitzen, obwohl das zweite Gefäß eine größere Flüssigkeitsmenge als das erste und dieses eine größere Menge als das dritte Gefäß enthält. Werden daher die drei Gefäße durch feste Bodenplatten ab, cd, ef nach unten zu abgeschlossen und bis zur gleichen Höhe mit Flüssigkeit gefüllt, so wird der Bodendruck in allen drei Gefäßen derselbe sein, und zwar gleich sein

*) Würde die Platte kein Gewicht haben, so müßte das Niveau genau erreicht werden. Wie ließe sich die tatsächlich auftretende Niveaudifferenz durch Rechnung bestimmen?

dem Gewichte eines Flüssigkeitszylinders, welcher die gedrückte Fläche als Basis hat und dessen Höhe gleich dem Abstande dieser Fläche vom Niveau ist. Die Richtigkeit dieser Überlegung wird experimentell bewiesen, indem man nacheinander ein jedes der drei Gefäße an einem passenden Ständer befestigt und einen

Fig. 118.

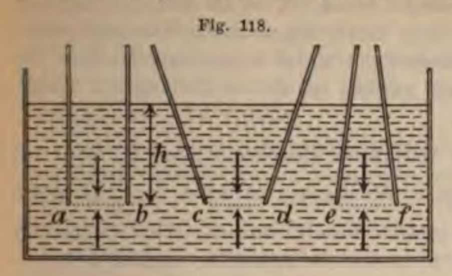
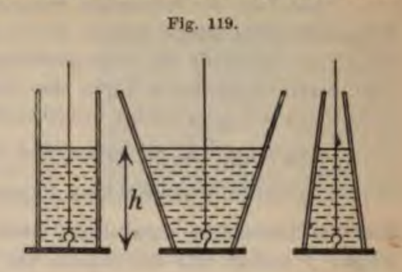


Fig. 119.



glatt geschliffenen Boden anlegt, der durch einen Faden (Fig. 119) an dem einen Arme einer Wage befestigt wird; mittels der letzteren kann demnach die Größe des gegen den beweglichen Boden ausgeübten Druckes bestimmt werden; sie ergibt sich bei allen drei Gefäßen gleich groß.

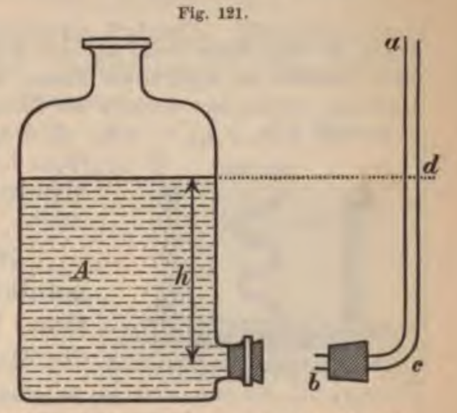
Bei neueren Bodendruckapparaten wendet man statt einer angeschliffenen Bodenplatte einen genau abgedrehten Kolben aus Hartgummi (Ebonit) an, der in einem ausgeschliffenen Zylinder lose (ohne Reibung) verschiebbar ist (Fig. 120). In eine ringsumlaufende Rinne wird etwas Quecksilber gegossen, welches infolge seiner geringen Adhäsion zum Glase wie zum Kolben eine Art Dichtungsring bildet, der, ohne die Reibung wesentlich zu vergrößern, dennoch verhindert, daß oberhalb des Kolbens befindliches Wasser zwischen Kolben und Glas durchsickert.

Fig. 120.



69. Seitendruck. Der im Inneren jeder Flüssigkeit vorhandene Seitwärtsdruck muß sich auch auf die Seitenwände eines Gefäßes als sogenannter Seitendruck äußern. Dabei ist der auf ein kleines Flächenstück der Seitenwand ausgeübte Seitendruck gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, deren Grundfläche die gedrückte Fläche und deren Höhe der (mittlere) Abstand dieser Fläche vom Flüssigkeitsspiegel ist.

Fig. 121.



Auf den nahe dem Boden der Flasche befindlichen Kork (Fig. 121) wird ein Seitendruck ausgeübt. Wird die Flasche entleert, der mit einem knieförmig gebogenen Glasrohr *ab* versehene Stöpsel eingeführt, die Röhre bei *a* fest verschlossen und *A* bis zur Höhe *h* mit (gefärbtem) Wasser gefüllt, so übt dasselbe bei *b* einen gewissen Seitendruck aus. Wird die Rohrmündung bei *a* freigegeben, so wird infolge dieses Druckes eine Wassersäule im Glasrohre in die Höhe getrieben, so zwar, daß in Flasche und Ansatzrohr die Flüssigkeit gleich hoch steht. Es wird also tatsächlich dem Flüssigkeitsdrucke bei *b* Gleichgewicht gehalten

durch den Druck der im Ansatzrohre befindlichen Flüssigkeitssäule *cd* von der Höhe h. Jedenfalls ist dieser Druck also wieder durch einen Ausdruck $f \cdot h \cdot s$ bestimmt und völlig unabhängig von der Gestalt, der Weite etc. des Gefäßes *A*.

Alle Teile der Seitenwand eines Gefäßes erleiden somit von der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit einen Druck, welcher um so größer ist, je tiefer die gedrückte Wandstelle unter der freien Oberfläche der Flüssigkeit liegt. Nachweis mit einem hohen, zylindrischen Gefäße, dessen Mantelfläche durch eine Gummiwand gebildet ist, die bei Füllung mit Quecksilber nach unten zu stärker ausgebaucht wird.

Man zeige, daß der Seitendruck auf eine Seitenfläche (Flächeninhalt $= F$) eines mit Wasser gefüllten, rechtwinkligen Prismas (Höhe $= H$) gegeben ist durch $F \cdot \frac{H}{2} \cdot s$, indem man die Seitenfläche parallel zur Basis in n schmale Streifen von der Höhe h und der Fläche f zerlegt und die Summe der darauf wirkenden Seitendrucke, nämlich $f \cdot hs + f \cdot 2hs + f \cdot 3hs + \ldots f \cdot nhs$ bildet. Dieser Seitendruck (der die Resultierende der obigen Komponenten vorstellt) greift aber nicht etwa in der halben Höhe (im Schwerpunkte) der Seitenwand an. Der Angriffspunkt des Seitendruckes ist vielmehr der „Mittelpunkt der parallelen Komponenten" (Art. 37) und liegt in diesem speziellen Falle in der Entfernung $^1/_3\, H$ von der Basis des Prismas weg gerechnet. Man sieht dies leicht ein, wenn man bedenkt, daß die Seitendruckkomponenten auf die Fläche so wirken, als ob die letztere, horizontal gelegt, mit einem keilförmigen Körper belastet wäre (Fig. 122). Der **Mittelpunkt des Seitendruckes** liegt also in derselben Höhe über der Prismenbasis wie der Schwerpunkt des Keiles, also in $^1/_3\, H$.

Fig. 122.

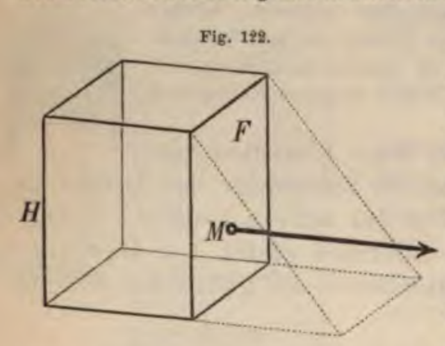
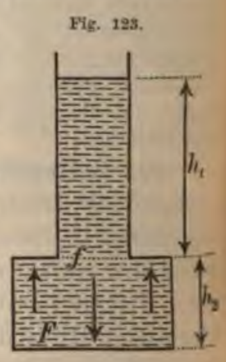


Fig. 123.



Das Gewicht einer in einem Gefäße befindlichen Flüssigkeit ist immer die algebraische Summe der in vertikaler Richtung auf die Wandflächen ausgeübten Drucke. Setzen wir also dieses Gefäß auf eine Wage, so zeigt uns diese nicht etwa den Bodendruck, sondern die algebraische Summe **aller** in vertikaler Richtung wirksamen Wanddrucke an, welche dem Gewichte der Flüssigkeit gleichkommt. Bei dem Gefäße (Fig. 123) ist dieselbe $F(h_1 + h_2)\ s - (F - f) \cdot h_1\ s$, was nach Ausführung der Rechnung $Fh_2 s + fh_1 s$, d. i. das Gewicht der Flüssigkeit, ergibt.

Fig. 124.

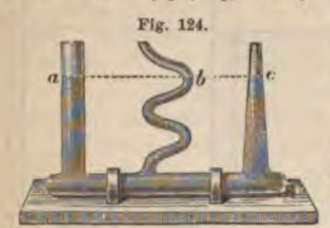
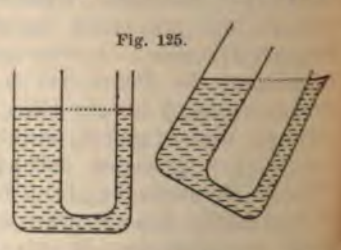


Fig. 125.



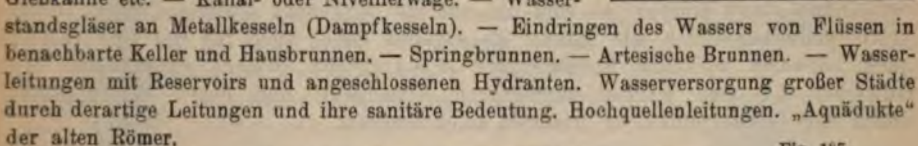
70. Kommunikationsgefäße.

Die freien Oberflächen einer Flüssigkeit, welche sich in miteinander verbundenen (miteinander kommunizierenden) Gefäßen (sogenannten **Kommunikationsgefäßen**, Fig. 124 und 125) befindet, liegen stets **in einer und**

derselben horizontalen Ebene. Diese Erscheinung ist eine unmittelbare Folge des hydrostatischen Druckes.

Fig. 126.

Zum Zwecke der Erklärung denke man sich die in Fig. 126 schraffierten Teile einer Flüssigkeit ohne Volumsveränderung erstarrt und überlege, daß die auf eine gedachte Trennungsfläche f von beiden Seiten ausgeübten Drucke gleich groß und entgegengesetzt sein müssen.



Neigen eines Kommunikationsgefäßes (Fig. 125); darauf beruhende Gefäße des Haushaltes, wie Kaffeekanne, Gießkanne etc. — Kanal- oder Nivellierwage. — Wasserstandsgläser an Metallkesseln (Dampfkesseln). — Eindringen des Wassers von Flüssen in benachbarte Keller und Hausbrunnen. — Springbrunnen. — Artesische Brunnen. — Wasserleitungen mit Reservoirs und angeschlossenen Hydranten. Wasserversorgung großer Städte durch derartige Leitungen und ihre sanitäre Bedeutung. Hochquellenleitungen. „Aquädukte" der alten Römer.

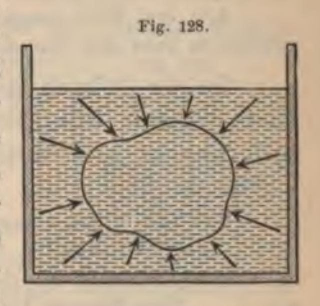
Fig. 127.

Verwendet man in einem zweischenkligen Kommunikationsgefäße (Fig. 127) zwei sich nicht mischende Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Gewichte (z. B. Wasser und Quecksilber), so stehen dieselben in den Schenkeln des Gefäßes verschieden hoch, und zwar verhalten sich die Höhen, gemessen von der gemeinsamen Berührungsfläche, wie umgekehrt die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten (Satz von den korrespondierenden Flüssigkeitshöhen).

Überträgt man die von den Flüssigkeitssäulen aa' und bb' ausgeübten, hydrostatischen Drucke auf eine (gedachte) Trennungsfläche f, so besteht für den Fall des Gleichgewichtes die Gleichung $fh_1\ s_1 = fh_2\ s_2$, woraus unmittelbar folgt $h_1 : h_2 = s_2 : s_1$. — Anwendung zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten, wobei man den Vorteil erlangt, von der Temperatur unabhängig zu sein (Art. **73** und **92**).

71. Der Auftrieb. Das archimedische Prinzip. Wird ein starrer Körper vollständig in eine Flüssigkeit untergetaucht (Fig. 128), so läßt sich einsehen und experimentell beweisen, daß alle gegen die Teile seiner Oberfläche gerichteten hydrostatischen Drucke eine vertikal nach aufwärts gerichtete Resultierende ergeben, welche gleichkommt dem Gewichte der vom Körper verdrängten Flüssigkeit, und deren Wirkungslinie durch den Schwerpunkt der letzteren hindurchgeht. Diese aus dem hydrostatischen Drucke der Flüssigkeit hervorgehende Kraft heißt der Auftrieb der Flüssigkeit.

Fig. 128.



Um die Richtigkeit dieses Satzes einzusehen, denken wir uns den Körper herausgenommen und durch eine mit ihm in Form und Größe übereinstimmende

Menge der verwendeten Flüssigkeit ersetzt. Dieser Flüssigkeitskörper, den wir uns — ohne daß der herrschende Gleichgewichtszustand gestört wird — auch ohne Volumsänderung erstarrt denken können, sucht zufolge seines abwärts wirkenden Gewichtes — es heiße G' — unterzusinken. Da er nun nicht sinkt, muß auf ihn eine dem Gewichte G' gleiche, aber entgegengesetzt (vertikal aufwärts) gerichtete Kraft A einwirken, welche nichts anderes ist als die Resultierende aller auf den Flüssigkeitskörper einwirkenden hydrostatischen Druckkräfte. Ihre Wirkungslinie muß durch den Schwerpunkt des Flüssigkeitskörpers hindurchgehen; denn anderen Falles müßte A im Vereine mit G' eine Drehung des Flüssigkeitskörpers bewirken, die ebensowenig auftritt wie ein Untersinken. Befindet sich nun an Stelle des Flüssigkeitskörpers der anfänglich betrachtete starre Körper, so sind die auf ihn wirkenden hydrostatischen Druckkräfte genau dieselben wie früher; sie ergeben daher auch für ihn eine vertikal nach aufwärts wirkende Resultierende A (Auftrieb), welche gleichkommt dem Gewichte der vom Körper verdrängten Flüssigkeit und deren Wirkungslinie durch den Schwerpunkt der letzteren hindurchgeht.

Die Richtigkeit dieses Gesetzes wurde zuerst von Archimedes (Art. **42**) erkannt; er soll dasselbe zur Untersuchung einer Krone des mit ihm verwandten Königs Hiero auf ihren Goldgehalt verwendet haben. Man bezeichnet deshalb den oben ausgesprochenen Satz auch als das archimedische Prinzip über den Auftrieb. Der oben mitgeteilte, sinnreiche Beweis desselben rührt von Stevin her (Art. **49**).

Es wirken somit auf jeden vollständig in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper zwei Kräfte: sein Körpergewicht G und der von der Flüssigkeit ausgeübte Auftrieb A. Hinsichtlich der Wirkung dieser beiden Kräfte sind nun offenbar drei Fälle möglich, je nachdem $G \gtreqless A$ ist. Im ersten Falle sinkt der Körper in der Flüssigkeit unter, im zweiten Falle bleibt er in Ruhe (schwebt in der Flüssigkeit), im dritten Falle steigt er in der Flüssigkeit auf. Ist der Körper von durchwegs gleichartiger (homogener) materieller Beschaffenheit und bedeutet V das Volumen des untergetauchten Körpers — also auch jenes der verdrängten Flüssigkeit — ist ferner S das spezifische Gewicht des Körpers, s jenes der Flüssigkeit, so hängt, da $G = V \cdot S$ und $A = V \cdot s$ ist, das Verhalten des in die Flüssigkeit völlig untergetauchten Körpers davon ab, ob $S \gtreqless s$ ist.

Alle drei Fälle lassen sich mit dem Apparate zur Anschauung bringen, welcher gewöhnlich unter dem Namen des cartesianischen Tauchers bekannt ist.

Da der Auftrieb A dem Körpergewichte G entgegenwirkt, so muß an einem völlig in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper ein — natürlich nur scheinbarer — Gewichtsverlust von der Größe A wahrnehmbar werden.

Man spricht daher das archimedische Prinzip gewöhnlich auch in der Form aus: Jeder vollständig in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper verliert scheinbar so viel an Gewicht, als die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt. — Diese Tatsache bestätigen zunächst einfache Erfahrungen, wie z. B. das Herausheben eines größeren Steines oder einer durch Untertauchen gefüllten Gießkanne aus dem Wasser etc. Ein sehr bekannter Versuch, welcher an der hydrostatischen Wage (eine

ihrer Schalen ist kürzer aufgehängt) mit einem hohlen und einem genau hineinpassenden, massiven Zylinder ausgeführt wird (Fig. 129), zeigt, daß die Gewichtsabnahme gleich ist dem Gewichte der von p verdrängten, in c Platz findenden Flüssigkeit. Fig. 130 deutet an, wie dieser Versuch auch mit einem beliebig geformten Körper (Stein) angestellt werden kann; das Gleichgewicht wird wieder hergestellt, wenn man die vom Körper verdrängte Flüssigkeit in das auf der hydrostatischen Wagschale stehende leere Glas gießt. — Stellt man ein Gefäß mit Wasser auf eine Wage und tariert, senkt man sodann einen an einem Drahte aufgehängten Körper, ohne an die Wände des Gefäßes anzustoßen, in das Wasser, so zeigt letzteres eine scheinbare Gewichtszunahme, welche ebenso groß ist als der an dem Körper beim Versuche Fig. 130 konstatierbare Gewichtsverlust, eine Folge des Prinzipes der gleichen Aktion und Reaktion (Art. 15).

Fig. 129.

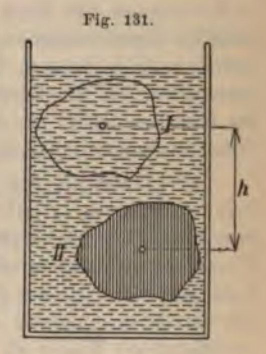


Fig. 130.



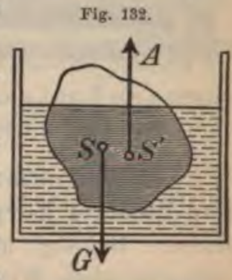
Selbstverständlich steht die Erscheinung des Auftriebes mit dem Energieprinzip im Einklange. Sinkt ein Körper (Fig. 131), dessen Gewicht G ist, von I nach II, wobei die Senkung des Schwerpunktes h beträgt, so ist die von der Schwerkraft geleistete Arbeit $G \cdot h$. Gleichzeitig hebt sich aber ein kongruenter Flüssigkeitskörper vom Gewichte A von II nach I, wobei die gegen die Schwerkraft geleistete Arbeit $-Ah$ ist. Die gesamte von der Schwerkraft geleistete Arbeit ist also $(G - A)\,h$, also so groß wie bei der Verschiebung eines Körpers vom Gewichte $(G - A)$ im leeren Raume auf dem Wege h.

Fig. 131.



72. Schwimmen der Körper. Wenn das spezifische Gewicht eines Körpers kleiner ist als jenes der ihn umgebenden Flüssigkeit, so steigt der Körper in der Flüssigkeit auf und ragt schließlich zum Teile aus derselben heraus: er schwimmt auf der Flüssigkeit; wieder muß dabei sein eigenes Gewicht G genau so groß sein wie das Gewicht A der vom Körper verdrängten Flüssigkeit (Fig. 132). Diese beiden Kräfte, von denen die erste im Körperschwerpunkte S angreift, während die Wirkungslinie der zweiten durch den Schwerpunkt S' des verdrängten Wasserkörpers hindurchgeht, bilden ein Kräftepaar, das den schwimmenden Körper solange dreht, bis S und S' in einer Vertikallinie liegen. Ist V das Volumen des ganzen Körpers, V' dasjenige des in der Flüssigkeit befindlichen Teiles, s das spezifische Gewicht des Körpers, s' dasjenige der Flüssigkeit, so folgt aus der Gleichheit der Kräfte G und A die Gleichung $Vs = V's'$, woraus sich $V' = V \cdot \frac{s}{s'}$ ergibt. Der in der Flüssigkeit befindliche Teil eines

Fig. 132.



schwimmenden Körpers ist also um so größer, d. h. der Körper sinkt um so tiefer ein, je weniger sein spezifisches Gewicht sich von jenem der Flüssigkeit unterscheidet.

Ein Körper **schwimmt stabil**, wenn das Kräftepaar G, A den aus der Gleichgewichtslage herausgebrachten Körper wieder in dieselbe zurückdreht. Dies ist z. B. bei einer mit Schrot beschwerten Proberöhre (Fig. 133) der Fall, ebenso aber auch bei einer auf Wasser schwimmenden Schale (Fig. 134), welche um den Mittelpunkt der zugehörigen Kugel gedreht wird. Stabiles Schwimmen von Schiffen. Zweck des Ballastes. — Schwimmfähigmachen schwerer Körper durch Aushöhlung oder durch Verbindung mit spezifisch leichteren Schwimmgürteln. Korkfütterungen und hohle Blechkasten in unversenkbaren Rettungsbooten. Schwimmdocks zur Hebung der größten Panzerschiffe. — Beim Schwimmen des Menschen wird die geringe Differenz zwischen Körpergewicht und Auftrieb durch eine vertikal aufwärts gerichtete, gleich große Kraft behoben, welche durch passende Bewegungen der Arme und Beine vermöge des Trägheitswiderstandes des Wassers (Art. 52) gewonnen werden kann. Jene Differenz ist für das salzige Meerwasser ungefähr halb so groß wie für das Flußwasser, weshalb man im ersteren viel leichter schwimmt. — Sortieren von Pulvern verschiedener Körnergröße (Schmirgel u. dgl.) durch Schlämmen. Emulsionen von sich nicht mischenden Flüssigkeiten. — Schwimmen von Eisen auf Quecksilber. Wie erklärt sich der folgende Versuch: In ein Gläschen legen wir einen Eisenkörper mit glatter Grundfläche (z. B. einen kleinen Eisenwürfel u. dgl.), drücken ihn mit einem Stäbchen nieder und füllen nun das Gefäß mit Quecksilber, bis der Körper von demselben vollständig bedeckt ist. Nach dem Entfernen des Stäbchens steigt der Körper **nicht** empor; dies geschieht erst, wenn wir durch eine kleine Erschütterung veranlassen, daß etwas Quecksilber **unter den Würfel** tritt.

Fig. 133.

Fig. 134.



Die Tatsache, daß der schwimmende Körper ebensoviele Gramme Flüssigkeit verdrängen muß, als er selbst wiegt, kann man experimentell nachweisen, indem man einen nach Fig. 133 hergerichteten Schwimmer abwiegt und dann in eine zum Teile mit (gefärbtem) Wasser gefüllte Mensur (Fig. 3 auf S. 5) gleiten läßt. Das Wasser hebt sich um so viele Kubikzentimeter, als der Schwimmer Gramme wiegt. Oder man setzt den zuvor gewogenen Schwimmer in ein Gefäß mit seitlichem Abflußrohre (Fig. 130). Es fließen so viele Kubikzentimeter (g) Wasser ab, als der Schwimmer Gramme wiegt.

Fig. 135.



Die **Libelle** oder **Wasserwage** (Fig. 135) enthält eine gekrümmte Röhre (Dose) mit einer leicht beweglichen Flüssigkeit (Alkohol, Äther). Eine Luftblase nimmt stets die höchste Stelle in der Röhre ein. Anwendung zur Prüfung auf Horizontalität der Unterlage. Rektifikation der Libelle mittels der in der Figur rechts sichtbaren „Rektifizierschraube".

73. Bestimmung des spezifischen Gewichtes (der Dichte) fester und flüssiger Körper. 1. Mittels der hydrostatischen Wage. *a) Feste Körper:* Befestigt man an dem Häkchen der kürzer gehängten Schale einer hydrostatischen Wage mittels eines möglichst feinen Platindrahtes (Haares) einen festen Körper bestimmt sodann zuerst sein absolutes Gewicht G, sodann

seinen Auftrieb A im Wasser von $+4^{0}$ C., so erfährt man durch die Division von G durch A, da A auch das Gewicht eines gleich großen Wasserkörpers bedeutet, die Dichte (Art. **21**) des Körpers. Es ist also $\triangle = \frac{G}{A}$.

Körper, die leichter als Wasser sind, verbindet man, um sie vollständig unterzutauchen, mit spezifisch schwereren und bestimmt außer dem Gewichte beider Körper den Auftrieb für die Körperkombination und sodann für den schwereren Körper allein.

b) Flüssigkeiten: Man bestimmt den Auftrieb A_1 eines Senkkörpers (Glasstück, hohle mit etwas Quecksilber beschwerte Glaskugel, ein kleines Glasthermometer etc.) in der Flüssigkeit und sodann den Auftrieb A_2 desselben Körpers im Wasser von $+4^{0}$ C. (letzteren ein- für allemal). Die Division von A_1 durch A_2 gibt die Dichte der Flüssigkeit; also $\delta = \frac{A_1}{A_2}$.

Man kann nun auch die Dichte eines festen Körpers bestimmen, der vom Wasser angegriffen (gelöst) wird, indem man außer dem Gewichte G des Körpers seinen Auftrieb A' in einer anderen indifferenten Flüssigkeit und die Dichte δ der letzteren (nach der vorstehenden Methode mit einem Senkkörper) bestimmt. Bezeichnet man den (nicht direkt bestimmbaren) Auftrieb des zu untersuchenden Körpers im Wasser von $+4^{0}$ C. mit A, so ist die gesuchte Dichte $\triangle$ des Körpers gegeben durch $\triangle = \frac{G}{A}$; ferner ist $\delta = \frac{A'}{A}$. Durch Division beider Gleichungen ergibt sich $\triangle = \frac{G}{A'} \cdot \delta$.

Da 1 cm^3 reinen Wassers nur bei $+4^{0}$ C. die Einheit der Dichte (des spezifischen Gewichtes) besitzt (Art. **92**), läßt sich die Dichte des Wassers für eine andere Temperatur von t^{0} C. nach der unter *b)* besprochenen Methode bestimmen und in Tabellenform notieren. Es ist z. B. $\delta_{15} = 0{,}99913$, $\delta_{20} = 0{,}99823$, $\delta_{25} = 0{,}99707$ u. s. w. Werden somit die Bestimmungen nach *a)* und *b)* nicht mit Wasser von $+4^{0}$ C., sondern mit solchem von t^{0} C. ausgeführt, so sind die Schlußformeln hierfür ad *a)* $\triangle = \frac{G}{A} \cdot \delta_t$ und ad *b)* $\delta = \frac{A_1}{A_2} \cdot \delta_t$.

2. Mittels der Pyknometer. Es sind dies kleine Fläschchen (Fig. 136), die einen eingeschliffenen, hohlen Glasstöpsel mit feiner Öffnung an der Spitze haben und daher sehr genau mit einem bestimmten Flüssigkeitsvolumen gefüllt werden können.

Fig. 136.

a) Feste Körper (insbesondere in Form kleiner Körner oder in Pulverform): Man bestimmt zuerst das Gewicht G derselben. Sodann bestimmt man das Gewicht $\mathfrak{G}$ des mit Wasser gefüllten Pyknometers, schüttet das Pulver hinein und findet bei erneuter Wägung ein Gewicht $\mathfrak{G}_1$; der Unterschied beider $\mathfrak{G}_1 - \mathfrak{G}$ ist offenbar gleich dem Gewichte G vermindert um das Gewicht A des vom Körper verdrängten Wassers. Es ist also $\triangle = \frac{G}{G + \mathfrak{G} - \mathfrak{G}_1}$, was eventuell noch mit δ_t zu multiplizieren ist.

b) Flüssigkeiten: Das leere Fläschchen wiege G_0; mit der zu bestimmenden Flüssigkeit habe es das Gewicht G_1, mit Wasser gefüllt G_2; es ist dann offenbar $\delta = \frac{G_1 - G_0}{G_2 - G_0}$, was eventuell mit δ_t zu multiplizieren ist.

3. Mittels der Skalenaräometer (Senkwagen). Diese Instrumente, welche zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten dienen, sind hohle,

mit Quecksilber beschwerte und daher stabil schwimmende Glaskörper von ungefähr der in Fig. 139 dargestellten Form. Ist P das Gewicht eines solchen Aräometers, sind ferner v_1 und v_2 beziehungsweise die Volumina des eintauchenden Teiles beim Schwimmen in Flüssigkeiten vom spezifischen Gewichte s_1 und s_2, so folgt aus den Gleichungen $P = v_1 s_1$ und $P = v_2 s_2$ die Proportion $v_1 : v_2 = s_2 : s_1$ oder — wegen der Proportionalität von Gewicht und Masse an demselben Erdorte (Art. **21**) — auch $v_1 : v_2 = \delta_2 : \delta_1$, d. h. die eintauchenden Volumina sind den Dichten der verwendeten Flüssigkeiten umgekehrt proportional.

Man unterscheidet Volumeter, Densimeter, Aräometer mit willkürlicher Skala (nach Beaumé u. a.), Prozentaräometer u. a.

Das Volumeter (Gay-Lussac) kann aus einer zylindrischen Röhre mit ebenem Abschlusse (Fig. 137) bestehen. Ist W jener Punkt, bis zu welchem das Aräometer in Wasser einsinkt (Wasserpunkt), so teilt man die Länge bis zum beschwerten Ende in 100 gleiche Teile. Es verdrängt dann das Instrument auf Wasser schwimmend eine Wassermenge, welche 100 Volumteilen der Röhre gleichkommt. Auf einer anderen Flüssigkeit von der Dichte δ schwimmend verdrängt dasselbe Instrument V Volumteile der Flüssigkeit, wobei nach obiger Proportion $V : 100 = 1 : \delta$ oder $\delta = \frac{100}{V}$ sein muß. Da nun V ausgedrückt ist durch den Skalenteil, bis zu welchem das Instrument einsinkt, so ergibt sich die einfache Regel, daß man, um die Dichte δ einer Flüssigkeit zu finden, einfach 100 durch den abgelesenen Skalenteil zu dividieren hat. Gibt man dem Instrumente die Form (Fig. 138), wodurch die Skalenteile um so weiter auseinander rücken, je dünner der spindelartige Teil des Instrumentes genommen wird (warum?), so bestimmt man außer dem Wasserpunkte (100) noch einen zweiten Skalenpunkt, z. B. den Punkt 125 durch Einsenken in ein Wasser-Weingeist-Gemisch von der Dichte 0,8 (wegen $0{,}8 = \frac{100}{125}$) und führt sodann die Teilung auf der genau zylindrischen Spindel weiter fort. Damit das Aräometer nicht zu lang werde, verwendet man in der Regel zwei Instrumente, von denen das eine — mit dem Wasserpunkt 100 oben — für Flüssigkeiten dient, bei welchen $\delta > 1$, das zweite für $\delta < 1$ verwendet wird (Wasserpunkt 100 unten).

Fig. 137.

Fig. 138.

Das Densimeter (Dichtenmesser) (Fig. 139) besitzt eine Skala, an welcher direkt die Dichte ablesbar ist. An der Skala, welche aus zwei empirisch bestimmten Punkten auf konstruktivem Wege ermittelt werden kann, verengen sich die Teilstriche nach unten immer mehr. Aräometerbestecke, ein Satz von Spindeln, welche von 0,7—0,8, 0,8—0,9, 0,9—1,0, 1,0—1,1 u. s. w. reichen, geben 3—4 Dezimalen an.

Die in der Praxis (insbesondere in chemischen Industrien) noch stark verbreiteten Aräometer mit willkürlicher Skala (z. B. jenes nach Beaumé) haben gleichteilige Skalen, für welche gewisse Fundamentalpunkte empirisch (durch Einsenken in Normallösungen) bestimmt werden. Mit Hilfe von Tabellen kann man aus den abgelesenen „Graden nach Beaumé" die Dichte der Flüssigkeit finden.

Die Prozentaräometer dienen für bestimmte Flüssigkeitsgemische. So gibt das Alkoholometer nach Tralles unmittelbar an, wie viel Volumprozente reiner Alkohol

in einem Weingeistgemenge vorhanden sind. Das **Saccharometer** nach **Balling** gibt die Gewichtsprozente Rohrzucker einer wäßrigen Zuckerlösung an u. s. w. Häufig enthalten diese Apparate ein eingeschmolzenes Thermometer, um daraufhin eine Korrektur des Beobachtungsresultates zu ermöglichen.

Fig. 139.

4. Die Methode mittels korrespondierender Flüssigkeitshöhen wurde bereits im Art. **70** erwähnt. Vgl. auch Art. **92**.

74. Einfluß der Molekularkräfte auf das Gleichgewicht von Flüssigkeiten. Die Anziehungskräfte, welche zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit — wie überhaupt eines jeden Körpers — wirksam sind, werden Veranlassung zu einer Reihe von Erscheinungen, welche infolge der leichten Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen in auffälliger Weise verlaufen. Die bekannteste dieser Erscheinungen ist die Tropfenbildung. Dieselbe führt uns auf die — durch Versuche leicht zu bestätigende — Vermutung, daß in der Oberfläche einer Flüssigkeit ein Spannungszustand vorhanden ist, der im Innern der Flüssigkeitsmasse fehlt und welchen wir als Oberflächenspannung bezeichnen; das Bestreben dieser Oberflächenspannung geht dahin, beständig die Größe der Oberfläche zu verkleinern.

Der aus einer ziemlich engen Röhre ausfließende Tropfen zeigt in seinem allmählichen Wachstum eine Reihe von Formen, welche Fig. 140 in vergrößertem Maßstabe andeutet. Dieselben Formen lassen sich hervorbringen, wenn man über einen ziemlich großen Ring eine dünne Gummimembran spannt und in deren Mitte Wasser fließen läßt (Fig. 141). Dem wachsenden Gewichte der Wassermasse (des Tropfens) wirkt entgegen die Spannung der Gummihaut (der Tropfenoberfläche). Reißt sich der Tropfen vom Röhrenende los, so strebt seine nunmehr in sich geschlossene Oberfläche zufolge der in ihr wirksamen Oberflächenspannung die möglichste Verkleinerung der Oberfläche an, welche erreicht ist, wenn der Tropfen Kugelgestalt angenommen hat; denn unter allen Körpern von gleichem Inhalte besitzt die Kugel die kleinste Oberfläche (Regentropfen, Quecksilbertropfen, Schroterzeugung in den Schrottürmen). — Schiebt man zwei kleine Quecksilbertropfen zusammen, so vereinigen sie sich zu einem größeren; auch hier veranlaßt die Oberflächenspannung — wie sich leicht durch Rechnung zeigen läßt — eine Verkleinerung der Oberfläche.

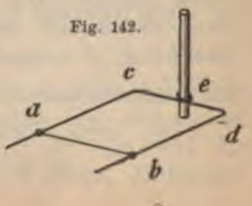
Fig. 140.

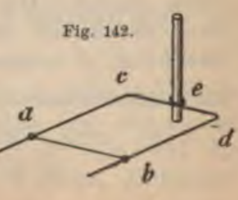


Fig. 141.

Direkt wahrnehmbar wird die Erscheinung der Oberflächenspannung bei dem in Fig. 142 dargestellten Versuche. Auf einem zweimal rechtwinklig gebogenen Drahte ist ein gerades Stück *ab* mit Ösen verschiebbar. Schiebt man dasselbe zuerst an *cd* heran, taucht das Ganze in Seifenlösung und entfernt dann *ab* von *cd*, so spannt sich zwischen *ab* und *cd* eine Seifenhaut (Seifenlamelle) aus, in der die Oberflächenspannung (ähnlich wie bei einer zwischen *ab*

Fig. 142.





und *cd* ausgespannten Gummihaut) beim Freigeben von *ab* ein Zurückschieben des Drahtes *ab* gegen *cd* verursacht; hält man die Vorrichtung so, daß *ab* horizontal unter *cd* und die ausgespannte Seifenlamelle in einer vertikalen Ebene liegt, so kann man durch Anhängen kleiner Gewichtchen an *ab* sogar annähernd die Größe der Oberflächenspannung messen. Dabei zeigt sich, daß die größte Belastung, welche die sich zusammenziehende Seifenlamelle zu heben im stande ist, dieselbe bleibt, ob man die Lamelle mehr oder weniger auszieht. Diese größte Belastung hängt vielmehr nur von der Substanz der Lamelle und von der Natur des die Lamelle berührenden Mittels ab. — Erzeugt man durch Eintauchen eines Drahtringes in Seifenlösung eine Seifenlamelle, legt einen mit Seifenlösung benetzten, in sich geschlossenen Faden darauf und durchsticht darauf im Innern der Fadenschlinge (Fig. 143a) etwa bei *a* die Lamelle, so wird der Faden durch die Oberflächenspannung zu einem Kreise ausgespannt (Fig. 143b), wobei der Inhalt der Lamelle sich wieder auf ein Flächenminimum zusammengezogen hat. Erzeugt man an einem rechtwinklig gebogenen Trichterrohre (Fig. 144) eine Seifenblase und bringt dann vor die freigegebene Öffnung eine Kerzenflamme, so zieht sich die Seifenblase (ähnlich einer mit Luft aufgetriebenen Gummiblase) zusammen, wobei die herausgetriebene Luft die Kerze seitwärts bläst. Dabei erweist sich die Größe der die Blase verkleinernden Oberflächenspannung (entgegengesetzt dem, was man vielleicht vermuten würde) um so größer, je kleiner der Krümmungshalbmesser der Seifenblase ist (Auslöschen der Kerze erst bei ziemlich kleiner Blase. Druckmessung mit einem Manometer, Fig. 145). Von den beiden Seifenblasen (Fig. 146) wird demnach beim Öffnen des Hahnes *h* die größere von der kleineren stärker aufgetrieben. Durch diese Versuche ist unzweifelhaft nachgewiesen, daß die Oberflächenspannung in einer gekrümmten Flüssigkeitslamelle einen normal nach der konkaven Seite gerichteten Druck erzeugt. Das Teilchen A (Fig. 147) einer Seifenblase erfährt nämlich durch die in der Oberfläche wirkenden Spannungen von zwei sehr nahe und hinsichtlich A symmetrisch gelegenen Teilchen B und C Züge von der Größe Q, deren Resultierende $R = 2\,Q \cos \alpha$ ist. Da aber aus $\triangle\, ABD$ sich $\cos \alpha = \frac{AB}{AD} = \frac{\sigma}{2\rho}$ ergibt, worin σ die kleine Entfernung AB und ρ den Radius der Seifenblase ausdrückt, so ist $R = \frac{Q\sigma}{\rho}$. Die Größe des normal nach innen wirksamen

Fig. 143.

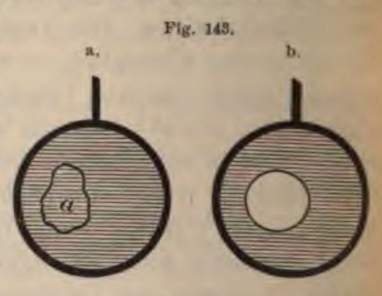


Fig. 144.

Fig. 145.

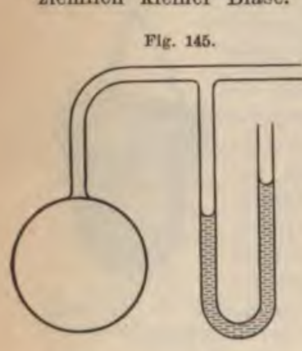
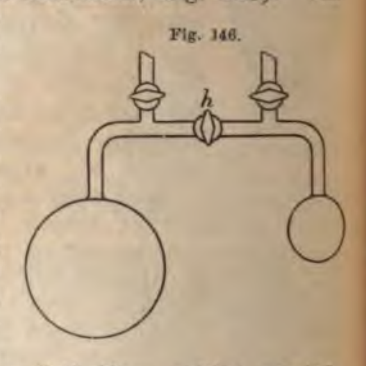


Fig. 146.



Druckes ist also verkehrt proportional dem Krümmungsradius. Daraus erklärt sich ungezwungen, daß eine Seifenblase und ebenso ein Flüssigkeitstropfen die Kugelgestalt annimmt. Der besprochene Normaldruck kann nur dann an allen Stellen derselbe sein, also Gleichgewicht herrschen, wenn überall derselbe Krümmungsradius vorhanden ist, was nur an der Kugelfläche der Fall ist. Wird dabei durch Zusammenschieben mehrerer (Quecksilber-) Tropfen die Flüssigkeitsmasse immer größer, so verliert sie allmählich die Kugelform (Fig. 148); um dem wachsenden Bestreben, wonach die von der Oberfläche eingeschlossenen Teilchen zufolge ihres Gewichtes auseinander zu rollen suchen, wirksam zu begegnen, muß der normal nach innen gerichtete Druck an den seitlichen Stellen (bei a und a') wachsen, was erreicht ist, wenn der Krümmungsradius daselbst kleiner wird. Ebenso behält eine recht kleine, mit Wasser gefüllte Gummiblase, auf den Tisch gelegt, ihre Kugelgestalt; eine größere flacht sich — ähnlich wie der Tropfen in Fig. 148 — ab. Würde man diese größere, mit Wasser gefüllte Gummiblase in ein Gefäß mit Wasser hängen, so würde die Kugelgestalt zufolge der Spannung in der Gummihaut wieder angenommen, da nun das Gewicht der Flüssigkeitsteilchen durch den Auftrieb aufgehoben wird. Ganz analog kann man (nach Plateau) einen großen Tropfen (bis zu 10 *cm* Durchmesser und darüber) aus Olivenöl, der in einem Wasser-Weingeist-Gemisch von gleicher Dichte schwebt, herstellen (Dichte für Olivenöl 0,915; für absoluten Alkohol 0,795, für Wasser 1,000). Wie erklärt sich die Abplattung bei der Rotation dieses Öltropfens? Inwiefern besitzt dieser Plateausche Tropfen Elastizität der Gestalt? — Schwimmen von Nähnadeln, leichten Metallringen u. dgl. auf Wasser. Man erkläre die Einbiegung, welche die Oberfläche durch dieselben erfährt. —

Fig. 147.

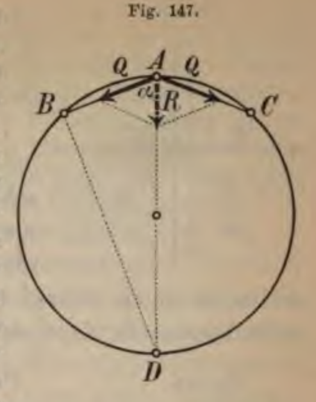
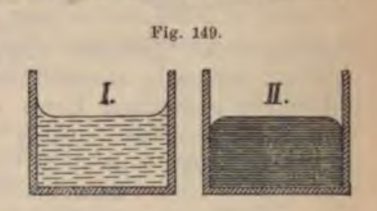


Fig. 148.



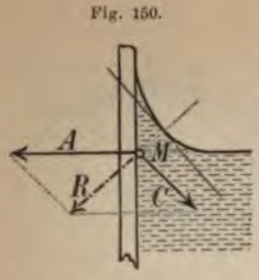
Eine zweite auf das Wirken von Molekularkräften zurückführbare Erscheinung zeigt sich dort, wo die Wände eines Gefäßes von der Flüssigkeit berührt werden. Flüssigkeiten, welche die Wand benetzen (z. B. Alkohol, Wasser u. dgl. an einer Glaswand, Quecksilber an einer Metallwand) zeigen die in Fig. 149 *I* dargestellte Erscheinung, während nicht benetzende Flüssigkeiten (z. B. Quecksilber an einer Glaswand, Wasser an einer paraffinierten Glaswand) so stehen, wie Fig. 149 *II* andeutet. In diesen Fällen spielt außer der in der Flüssigkeit vorhandenen Kohäsion unter anderem noch die Adhäsion zwischen Wand und Flüssigkeit eine Rolle.

Fig. 149.



Die Adhäsion zwischen Wand und Flüssigkeit wirkt mit einer zur Wand normalen Kraft A, die Kohäsion mit einer einwärts gegen die Flüssigkeit gerichteten Kraft C. Je nach ihrem Größenverhältnis (vgl. Art. **62**) wird die Resultierende nach auswärts in die Gefäßwand hinein (Fig. 150) oder nach

Fig. 150.



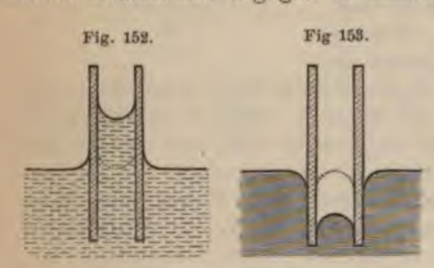
einwärts in die Flüssigkeit hinein (Fig. 151) gerichtet sein. Normal zu dieser Kraft muß sich aber das Oberflächenelement der Flüssigkeit stellen.

Fig. 151.



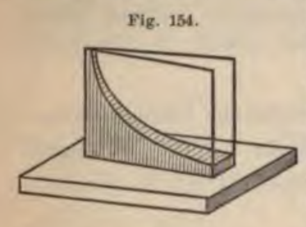
Aus dem Zusammenwirken der beiden nun besprochenen Erscheinungen erklärt sich die Kapillarität, d. h. die Erscheinung, daß benetzende Flüssigkeiten in engen Röhren (Haarröhren, Kapillarröhren) aufsteigen (Fig. 152), nicht benetzende dagegen in denselben tiefer stehen (Fig. 153).

Fig. 152. Fig 153.



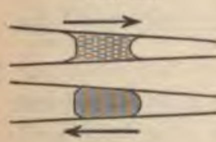
Der experimentelle Nachweis erfolgt entweder durch Eintauchen der Röhren in die Flüssigkeit oder durch Benützung von Kommunikationsröhren, in denen ein Schenkel kapillar ist, in denen also eine (scheinbare) Abweichung vom Gesetze der Niveaugleichheit (Art. **70**) eintritt. In einer engen Röhre bildet nach dem Obigen eine benetzende Flüssigkeit eine — von oben aus gesehen — konkave Wölbung (einen konkaven Meniskus), eine nicht benetzende einen konvexen Meniskus. Im Innern der Röhre ist somit ein stets nach der konkaven Seite hin wirksamer Druck vorhanden, dessen Größe verkehrt proportional dem Radius, also um so größer ist, je kleiner der letztere, also je enger die Röhre ist. Bei benetzenden Flüssigkeiten, wo dieser Druck nach aufwärts zieht, wird die Flüssigkeit solange emporgehoben, bis das Gewicht der gehobenen Flüssigkeitssäule dem Zuge nach aufwärts Gleichgewicht hält. Bei nicht benetzenden äußert sich hingegen der Druck nach unten und drängt dadurch eine Flüssigkeitssäule nach abwärts. Die Höhe der kapillaren Erhebung, beziehungsweise Depression ist somit dem Durchmesser des Röhrchens verkehrt proportioniert; sie hängt aber außerdem von der Natur der verwendeten Flüssigkeit ab. Versuch mit zwei, unter sehr kleinem Neigungswinkel gestellten Glasplatten (Fig. 154), die ein System von Haarröhrchen mit stetig abnehmendem Durchmesser bilden, zwischen denen sich die Flüssigkeit nach einem Bogen einer gleichseitigen Hyperbel einstellt.

Fig. 154.



Erkläre nun die Bewegung eines Flüssigkeitstropfens in einer konischen Kapillarröhre (Fig. 155)! — Beispiele für Kapillarerscheinungen: Aufsaugen einer Flüssigkeit durch Fließpapier, durch Zucker, durch einen Badeschwamm. Trocknung nassen Bodens durch Sand. Aufsteigen des Petroleums, des geschmolzenen Stearines im Dochte von Lampen und Kerzen. Kapillargefäße im Pflanzen- und Tierkörper. —

Fig. 155.

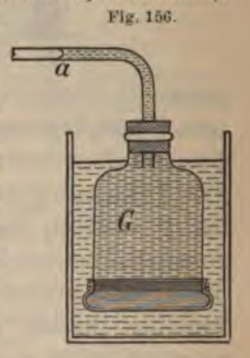


Mit dem Namen Diffusion bezeichnet man einen Vorgang, bei welchem sich zwei Flüssigkeiten (oder auch zwei Gase, Art. **88**) infolge molekularer Anziehungskräfte unabhängig von äußeren Kräften gleichsam von selbst miteinander mischen.

Gießt man in eine Proberöhre Glyzerin und schichtet darüber Kupfervitriollösung, so verschwindet die anfänglich scharfe Trennungsfläche zwischen beiden Flüssigkeiten sehr bald; nach einer Stunde zeigt das Glyzerin deutliche Blaufärbung; nach einigen Tagen ist der Inhalt der Proberöhre völlig gleichartig. Der äußeren Kraft der Schwere entgegen hat sich also die leichtere Kupfervitriollösung nach abwärts, das Glyzerin nach aufwärts bewegt. Vergleiche damit den verwandten Vorgang der Mischung (Art. **62**); über die in einzelnen dieser Fälle eintretende Kontraktion des Volumens wurde bereits gesprochen (Art. **60**). —

Auch durch eine poröse Scheidewand (Pergamentpapier, Tierblase, ungebrannte Tonzelle u. s. w.) diffundieren zwei sich mischende Flüssigkeiten nach einiger Zeit, und zwar in der Regel mit verschiedener Geschwindigkeit, durch. Der dabei eintretende Austausch der Flüssigkeiten durch die Membran hindurch führt den Namen Osmose (Endosmose, Exosmose).

Fig. 156.



Nach Liebig nehmen 100 Gewichtsteile trockener Ochsenblase in 24 Stunden 268 Gewichtsteile Wasser oder 38 Gewichtsteile Alkohol auf. Füllt man daher in die unten durch eine poröse Tierblase abgeschlossene Glasglocke *G* (Fig. 156) gefärbten Alkohol, so daß derselbe in das enge Rohr (bis *a*) hineinreicht, und senkt die Glocke in ein Gefäß mit Wasser, so rückt die gefärbte Flüssigkeit über *a* immer mehr vor, während auch das Wasser nach einiger Zeit Spuren von Färbung zeigt. Daraus folgt, daß viel mehr Wasser durch die Blase zum Alkohol ging, als umgekehrt Alkohol zum Wasser, was im Hinblicke auf die obigen Zahlen daraus erklärlich ist, daß in derselben Zeit die Blase viel mehr Wasser als Alkohol aufnimmt.

Der Verlauf der Osmose ist demnach von der verwendeten Membrane wesentlich abhängig; nimmt man zu dem obigen Versuche eine Kautschukmembrane, so erfolgt der Vorgang umgekehrt (Rückgang der gefärbten Flüssigkeit). Nimmt man beim ersten Versuche statt Alkohol in die Glocke Kupfervitriollösung, so ist die Erscheinung qualitativ dieselbe wie früher. Beispiele für die Osmose: Aufquellen von Erbsen; „Wasserziehen" des mit Salz bestreuten Rettichs. Osmotische Prozesse bei der Ernährung allseitig geschlossener Zellen durch die Zellwand; Wichtigkeit derselben beim Ernährungsvorgang von Pflanzen und Tieren. Von Kristalloiden (Art. 62) diffundieren, wie Graham zeigte, in derselben Zeit größere Mengen hindurch wie von Kolloiden; darauf beruht die Dialyse, d. h. die Trennung kristalloidischer Stoffe von kolloidalen durch Zwischenschaltung einer porösen Membrane.

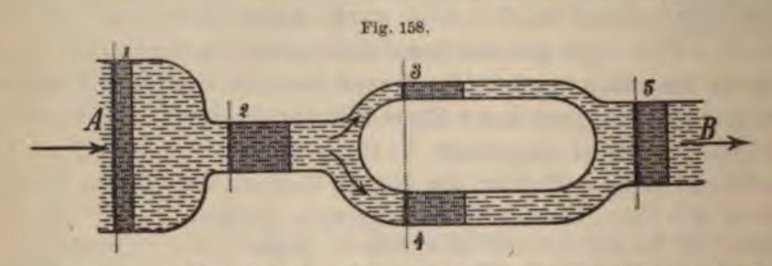
Fig. 157.

Es ist auch gelungen, „halbdurchlässige Membranen" herzustellen (z. B. Niederschlagsmembranen aus Ferrocyankupfer), welche zwar für Wasser durchlässig, jedoch für Zucker und andere Körper undurchlässig sind. Füllt man in eine, mit einer solchen halbdurchlässigen Membrane überzogene Tonzelle (Fig. 157) Zuckerlösung, und bringt dieselbe in ein Gefäß mit Wasser, so geht letzteres wohl ins Innere der Zelle, jedoch keine Zuckerlösung nach außen; ein angesetztes Manometerrohr gestattet durch den hydrostatischen Quecksilberdruck die Größe des im Innern der Zelle vorhandenen osmotischen Druckes zu messen. Nach Pfeffer und van 't Hoff erwies sich derselbe abhängig von der Temperatur, Konzentration und der chemischen Natur der Lösung. Es zeigte sich ferner, daß hinreichend

verdünnte Lösungen, welche isomolekular sind (herstellbar, indem man etwa je in 1 l Wasser von verschiedenen Stoffen so viele Gramme löst, als ihr Molekulargewicht beträgt), bei derselben Temperatur denselben osmotischen Druck ausüben.

75. Stationäre Flüssigkeitsströmung. Durch ein Röhrensystem von den in Fig. 158 angedeuteten Querschnittsverhältnissen ströme Wasser oder irgend eine unzusammendrückbare (ideale) oder mindestens nahezu un-

Fig. 158.



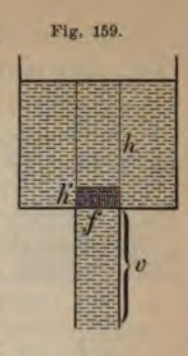
zusammendrückbare Flüssigkeit, so zwar, daß in gleichen Zeiten bei A genau jene Flüssigkeitsmenge eintritt, welche bei B austritt; man sagt dann, die Flüssigkeitsströmung sei eine stationäre geworden. Von Hindernissen der Bewegung werde dabei vollständig abgesehen. Es läßt sich dann leicht einsehen, daß durch jeden Querschnitt der Leitung in der Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge hindurchfließen muß, so daß sich daher in verschiedenen Querschnitten die Geschwindigkeiten der Flüssigkeit verhalten müssen wie umgekehrt die Querschnitte. Die Flüssigkeitsmenge, welche dabei in der Einheit der Zeit durch einen Querschnitt hindurchfließt, bezeichnen wir als die daselbst vorhandene Stärke der Strömung oder als Stromstärke. Nach dem Obigen ist daher bei einer stationären Strömung die Stromstärke in allen Querschnitten dieselbe.

Würde in der Zeiteinheit bei *1* mehr Flüssigkeit eintreten, als bei *2* austritt, so müßte im Raume zwischen *1* und *2* eine Stauchung des Inhaltes eintreten, was mit Rücksicht auf die Unzusammendrückbarkeit ausgeschlossen ist. Durch die (stark gezeichneten) Querschnitte bei *1*, *2* und *5* fließen also in derselben Zeit gleiche Flüssigkeitsvolumina, welche durch schraffierte Zylinder angedeutet sind. Die Höhen dieser Zylinder stellen uns daher die Geschwindigkeiten der Strömung dar. Heißen die Querschnitte f_1, f_2, f_5, die daselbst herrschenden Geschwindigkeiten v_1, v_2, v_5, so folgt aus $f_1 v_1 = f_2 v_2 = f_5 v_5$, daß $v_1 : v_2 : v_5 = \frac{1}{f_1} : \frac{1}{f_2} : \frac{1}{f_5}$ ist. Wo sich die Leitung in Zweige von verschiedener Weite teilt, muß $(f_3 + f_4) \cdot v_3 = f_1 v_1$ sein; die Teilung dieser Menge erfolgt offenbar so, daß durch den n-fachen Querschnitt f_4 die n-fache Menge wie durch den Querschnitt f_3 geht oder daß die Stromstärke in f_4 die n-fache ist wie in f_3.

76. Ausfluß einer Flüssigkeit unter Einwirkung der Schwere. Ein Gefäß mit sehr dünnwandigem Boden (Fig. 159) hat im letzteren eine Öffnung von der Größe f. Im Gefäße stehe eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewichte s bis auf die — ständig unverändert erhaltene — Niveauhöhe h. Ein Flüssigkeitsteilchen über der Öffnung, z. B. der schraffierte, prismatische

(zylindrische) Körper von der sehr geringen Höhe h' wird dann nicht bloß zufolge seines eigenen Gewichtes ($fh's$) aus dem Gefäße herausfallen; er wird vielmehr außerdem durch den hydrostatischen Druck der darüber lastenden Flüssigkeit gleichsam herausgepreßt. Torricelli (vgl. Art. **79**) bewies nun zuerst, daß die Geschwindigkeit, mit welcher das Teilchen die Öffnung verläßt, genau ebenso groß ist, als ob es von der Höhe der Oberfläche des Niveaus frei herabgefallen wäre, so daß diese Geschwindigkeit ausgedrückt erscheint durch $v = \sqrt{2gh}$ (Torricellisches Ausflußgesetz).

Fig. 159.

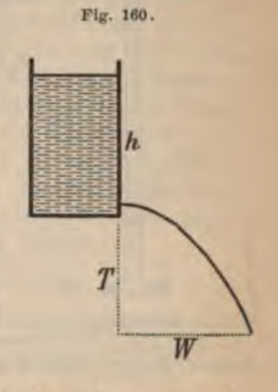


Würde der schraffierte Körper vom Gewichte $fh's$ aus der Öffnung fallen, also um h' nach unten vorrücken, so würde er eine Geschwindigkeit $v' = \sqrt{2gh'}$ erlangen. Die tatsächliche Ausflußgeschwindigkeit wird aber $v = \sqrt{2g'h'}$ sein, weil der fallende Körper nicht durch sein Eigengewicht beschleunigt wird, sondern durch jenes der Flüssigkeitssäule fhs. Da die an seiner Masse hervorgerufenen Beschleunigungen proportional sein müssen den sie erzeugenden Kräften (Art. **18**), folgt $g' : g = fhs : fh's$, woraus $g'h' = gh$ ist, so daß die Geschwindigkeit des Austrittes $v = \sqrt{2gh}$ ist.

In voller Übereinstimmung steht diese Tatsache mit dem Energiegesetze. Denken wir uns die Wassermasse m aus der Öffnung heraustretend, so vermindert sich die Wassermasse im Niveau um den gleichen Betrag. Da nun die Masse m im Niveau um mgh (Art. **29**) mehr an potentieller Energie besitzt als an der Ausflußöffnung, muß dieser Verlust an potentieller Energie durch einen Gewinn an kinetischer Energie der austretenden Masse im Betrage von $\frac{mv^2}{2}$ gedeckt sein. Aus $\frac{mv^2}{2} = mgh$ folgt dann sofort $v = \sqrt{2gh}$. Es kann dabei nicht auffällig erscheinen, daß diese Geschwindigkeit vom spezifischen Gewichte der Flüssigkeit unabhängig ist. Es übt ja sicher Quecksilber den 13,6fachen hydrostatischen Druck aus wie Wasser; dieser Druck hat aber auch die 13,6fache Masse zu beschleunigen.

Alle angestellten Betrachtungen gelten offenbar auch, wenn die Ausflußöffnung im Niveau-Abstande h in der (ebenfalls dünnwandigen) Seitenwand liegt. In diesem Falle kann aus der meßbaren Größe h, ferner aus der Sprungweite W und der Falltiefe T des ausfließenden parabolischen Strahles (Fig. 160) die Größe v berechnet und damit das Ausflußgesetz nachgewiesen werden. (Wie?)

Fig. 160.



Man erkläre auch folgenden Versuch: Auf einer längeren, zylindrischen Glasröhre, die einerseits bis auf eine kleine Öffnung zugeschmolzen ist, sind von letzterer aus Papiermarken in Abständen aufgeklebt, die sich wie 1 : 4 : 9 : 16 ... verhalten. Was muß sich zeigen, wenn die Röhre mit der Öffnung nach unten in aufrechte Stellung gebracht und mit Quecksilber (mit Wasser) gefüllt wird? (Vgl. den in Fig. 9 auf S. 14 dargestellten Versuch!) Infolge der Bewegungshindernisse stimmen die Versuchsresultate — insbesondere bei der Verwendung von Wasser — minder gut, wenn die Niveauhöhe endlich eine geringere geworden ist (Erklärung?). Das Quecksilber fließt aber nicht rascher aus, als das Wasser.

Die in einer Sekunde ausfließende **Menge** stellt sich als ein Zylinder (Fig. 159) von der Basis f und der Höhe v vor; es sollte also in t Sekunden eine Flüssigkeitsmenge von $t \cdot f \cdot \sqrt{2\,g\,h}$ ausfließen. Von dieser „theoretischen Ausflußmenge" wird jedoch nur ein gewisser Teil als „wirkliche Ausflußmenge" erreicht, welcher bei Wasser nur etwa 62% der ersteren beträgt. Die Zahl 0,62 heißt daher der **Ausflußkoëffizient**.

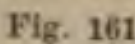


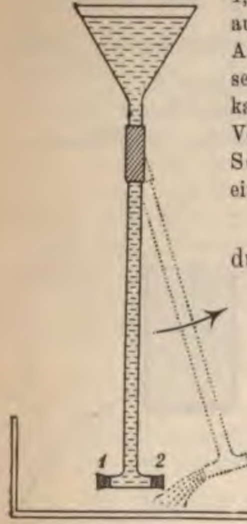
Fig. 161.



Was drückt der Ausflußkoëffizient aus? — Die Erklärung der Abweichung der wirklichen Ausflußmenge von der theoretisch zu erwartenden erklärt sich durch die Nebenerscheinung der „Einziehung (Kontraktion) des Flüssigkeitsstrahles" (Fig. 161), welche durch das Zudrängen der seitlichen Flüssigkeitsteilchen zur Ausflußöffnung veranlaßt ist. — Erfolgt der Ausfluß nicht direkt durch eine Öffnung der (dünnen) Wand, sondern durch angesetzte Ausflußröhrchen, so treten weitere Abweichungen vom Ausflußgesetze auf. — Nun erklärt sich auch der Springbrunnen sowie die an demselben wahrnehmbare Erscheinung, daß der aufsteigende Strahl nicht die Niveauhöhe des Reservoirs erreicht. —

In einem Gefäße ohne Seitenöffnung heben sich — wie aus Art. **69** unmittelbar hervorgeht — alle Seitendrucke auf. Wird aber in einer Seitenwand eine Öffnung angebracht, so wird der Seitendruck daselbst vermindert und der Überschuß des Druckes, der nunmehr auf die gegenüberliegende Wand entfällt, strebt, das Gefäß im entgegengesetzten Sinne des Ausflusses zu bewegen; man bezeichnet dies als **Rückstoß** oder **Reaktion** des ausfließenden Wasserstrahles.

Fig. 162.



Nachweis mittels der einfachen Vorrichtung (Fig. 162); was geschieht, wenn beide Stöpsel *1* und *2* geschlossen, was, wenn nur *1*, und was, wenn *1* und *2* entfernt werden? Warum kann bei einem auf dem Tische stehenden Trinkglase, das nahe dem Boden eine seitliche Ausflußöffnung hat, auch wenn dasselbe auf Rollen sehr leicht beweglich wäre, eine Reaktionsbewegung kaum eintreten? (Berücksichtige Formel 7 auf S. 22!) Vergleiche damit die Vorrichtung (Fig. 162)! — Segnersches Reaktionsrad (Fig. 163 zeigt ein einfaches Modell). Schottische Reaktionsturbine.

Fig. 163.

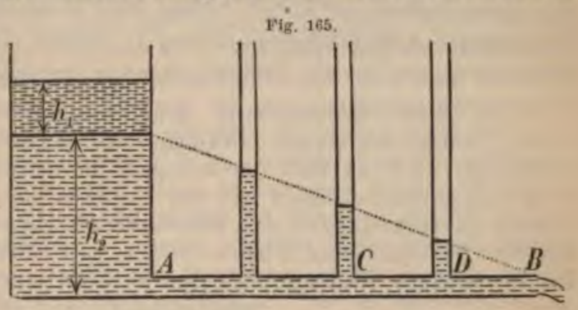


Läßt man Wasser aus einem Gefäße durch eine nahe dem Boden in der dünnen Seitenwand befindliche Öffnung A (Fig. 164) zunächst **frei** ausströmen und setzt sodann an die Öffnung eine längere, beiderseits offene, wagerecht gehaltene **Röhre** AB an, deren Weite überall der Größe der Öffnung gleichkommt, so zeigt die verschiedene Sprungweite der in beiden Fällen auftretenden Ausflußparabeln an, daß im zweiten Falle die Geschwindigkeit des Ausflusses eine geringere ist, auch wenn im Ausflußgefäße jedesmal die gleiche Niveauhöhe eingehalten wurde.

Fig. 164.

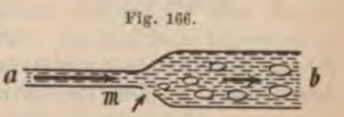
Während die Geschwindigkeit des Ausflusses im ersten Falle gegeben erscheint durch $v = \sqrt{2\,gh}$, besitzt sie im zweiten Falle nur den kleineren Wert v'; denken wir uns auch v' durch den Ausfluß aus dünner Wand hervorgebracht, so entspricht dem eine Druckhöhe h_1, welche aus $v' = \sqrt{2\,gh_1}$ hervorgeht, wobei $h_1 < h$ sein muß. Die restliche Höhe der Flüssigkeitssäule $h_2 = h - h_1$ erzeugt einen Druck, welcher gerade hinreicht, die Bewegungshindernisse in der Rohrleitung von A bis B zu überwinden. Ist — wie angenommen — die Rohrleitung von A bis B gleichartig, so muß in der Mitte C der Rohrleitung AB zur Überwindung der Bewegungshindernisse zwischen C und B nur mehr die Hälfte der Widerstandshöhe h_2 vorhanden sein, in der Mitte D zwischen C und B ein Viertel hiervon etc. Die Richtigkeit zeigt sich, wenn man an die Rohrleitung AB vertikal nach oben ansteigende Röhren ansetzt (Fig. 165). Die Niveaus der Flüssigkeitssäulen stehen in denselben in einer schräg zur Mündung B abfallenden geraden Linie. In jeder einzelnen Steigröhre mißt also die Höhe der Flüssigkeitssäule die Größe des an der betreffenden Stelle herrschenden Druckes. Am Gefäße selbst ist dadurch die Widerstandshöhe h_2 und die Geschwindigkeitshöhe h_1 zu erkennen. Das gewonnene Resultat drückt sich in dem Satze aus: Der Abfall des Druckes zwischen dem Anfangs- und dem Endpunkte der Röhrenleitung ist ein geradliniger oder ein linearer. Die Flüssigkeit bewegt sich von den Stellen des stärkeren zu jenen des niedrigeren Druckes. Unter dem Wasserdruckgefälle oder Gefälle kurzweg zwischen zwei Stellen A und B versteht man die auf die Längeneinheit (*cm*) reduzierte Druckabnahme zwischen A und B. Bei dem obigen Versuche ist also das Gefälle ein konstantes. — Schließt man die Mündung B, so herrscht in der ganzen Leitung derselbe (hydrostatische) Druck (Art. 70); während die ruhende Flüssigkeit überall denselben Druck zeigt, ist der Druck in der strömenden Flüssigkeit an den einzelnen Stellen ein verschiedener (hydrodynamischer oder hydraulischer Druck).

Fig. 165.



Strömt Wasser mit großer Geschwindigkeit aus einer Röhre mit engerem Querschnitte a (Fig. 166) in eine solche von weiterem Querschnitte b, so muß die Geschwindigkeit der Bewegung im weiteren Schenkel wesentlich geringer werden (Art. 75). Die zustande kommende Verzögerung ist nur erklärbar, wenn im weiteren Querschnitte, also bei kleinerer Geschwindigkeit, der bewegten Flüssigkeit ein stärkerer Flüssigkeitsdruck entgegenwirkt, also der hydrodynamische Druck größer ist als im

Fig. 166.



engeren Querschnitte bei größerer Geschwindigkeit. Bei gegenüber von b entsprechend engerem Querschnitte bei a und bei hinlänglicher Geschwindigkeit daselbst kann daher der in a herrschende Druck gegenüber von jenem in b sogar negativ werden, das heißt: es werden daselbst die Wasserteilchen nicht mehr zusammengedrückt, sondern es besteht vielmehr das Bestreben, sie auseinander zu reißen. Ist daher an dem Röhrensysteme in der Nähe von m eine kleine Öffnung, so strömt durch dieselbe Luft ein, die vom Wasserstrahl in Blasen gegen b weitergeführt wird (Prinzip der Wasserstrahlgebläse). Ist bei m eine Steigröhre angebracht (Fig. 167), so treibt der äußere Luftdruck Wasser durch dieselbe empor. Wird diese Ansatzröhre, statt in Wasser getaucht zu werden, mit einem allseitig geschlossenen Gasbehälter verbunden, so wird aus demselben das Gas ausgesaugt. Darauf beruhen die Wasserstrahlpumpen (Wasserluftpumpen). Fig. 168 erläutert die Einrichtung einer solchen. Bei w tritt das Wasser ein, bei a ist der enge, bei b der weite Querschnitt; beim Rohre l — das mit dem auszupumpenden Rezipienten zu verbinden ist — wird Luft angesaugt.

Fig. 167.

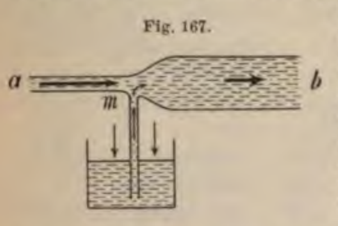
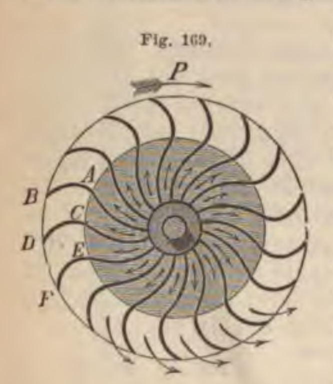


Fig. 168.

77. Energie des bewegten Wassers. Wie jeder in Bewegung befindliche Körper besitzt auch strömendes Wasser eine gewisse Arbeitsfähigkeit (Energie), welche mittels eigener Kraftmaschinen (Wassermotoren) zu Arbeitsleistungen nutzbar gemacht werden kann.

Zu diesen Wassermotoren gehören zunächst die vertikalen Wasserräder (Achse horizontal). Während im unterschlächtigen Wasserrade (Schaufelrade) der Stoß des bewegten Betriebswassers ausgenützt wird, wirkt in den oberschlächtigen und den rücken- (mittel-) schlächtigen Wasserrädern (Zellenrädern) das Betriebswasser hauptsächlich durch sein Gewicht. Bei den horizontalen Wasserrädern oder Turbinen (Achse vertikal) fließt das in vertikaler Richtung zugeführte Betriebswasser aus dem feststehenden Leitschaufelrade (in Fig. 169, schraffiert) gegen das drehbare Turbinenrad P, wobei es seine Geschwindigkeit — also auch seine kinetische Energie — allmählich und ziemlich vollständig an die zweckentsprechend geformten Schaufeln AB, CD, EF... des Turbinenrades abgibt.

Fig. 169.



Die durch Wasserräder in der Zeiteinheit geleistete Arbeit — der Effekt der Wasserräder — ist, wenn V die in der Sekunde zufließende Wassermenge (in Kubikmetern) und H das nutzbare Gefälle, d. h. die Differenz zwischen dem Oberwasser- und Unterwasserniveau (in Metern) bedeutet, gegeben durch $E = \frac{1000 \cdot V \cdot H}{75}$ P. S. Wirkt das Wasser durch Stoß, so ist hierin für H jene Fallhöhe zu setzen, durch welche das Wasser frei herabfallend diejenige Geschwindigkeit erlangen würde, die beim Auftreffen auf das Rad vorhanden ist. Von dem theoretisch zu erwartenden Effekt E vermag der Wassermotor nur einen gewissen Bruchteil — den praktischen oder Nutzeffekt N zu leisten, welcher bei den einfachsten unterschlächtigen Rädern bisweilen kaum 25%, bei den bestkonstruierten oberschlächtigen Rädern sowie bei den Turbinen bis zu 80% von E

beträgt. Die Turbinen zeichnen sich vor den anderen Wassermotoren ganz besonders durch ruhigen Gang und große Rotationsgeschwindigkeit aus (Art. **216**).

Für die Wassermotoren wird zumeist das Betriebswasser in seinem natürlichen Gerinne durch einen Damm oder ein Wehr aufgestaut und von da in einem künstlichen Gerinne, in welchem die Wassermenge durch Schiebervorrichtungen (Schützen) regulierbar ist, dem Motor zugeführt (bei Turbinen durch eine weite Eisenrohrleitung).

Aufgaben. 1. Wie hoch muß eine Röhre mit Wasser gefüllt werden, damit der Druck auf $1\,cm^2$ der Bodenfläche $5\,kg$ beträgt? Wie groß ist der hydrostatische Druck auf $1\,cm^2$ in einer Entfernung von $10\,m$, $20\,m$ unter dem Niveau? — **2.** Welcher Wasserdruck herrscht in $9636\,m$ Tiefe (größte bisher gelotete Meerestiefe im Stillen Ozean) auf $1\,cm^2$, wenn die mittlere Dichte des Meereswassers mit 1·02 angenommen wird? Welchen Raum würde daselbst die an der Oberfläche 1 Liter ausfüllende Wassermenge einnehmen, wenn das Wasser durch den Druck einer Atmosphäre ($1{,}033\,kg$ auf $1\,cm^2$) um 50 Milliontel zusammengedrückt wird? — **3.** Bei einer hydraulischen Presse sind die Kolbenhalbmesser $5\,mm$ und $1\,dm$. Welche Last kann durch eine Kraft von $15\,kg$ — abgesehen von Hindernissen der Bewegung — bewältigt werden, wenn dieselbe an einem Hebel mit dem Übersetzungsverhältnis 1 : 10 wirkt? Welchen Atmosphärendruck hat dabei $1\,cm^2$ der Wandungen auszuhalten? Um wie viel steigt bei jedem Kolbendrucke der Preßkolben, wenn der Druckkolben eine Verschiebung von $30\,cm$ ausführen kann? — **4.** Ein allseitig geschlossenes würfelförmiges Gefäß von $15\,cm$ Kantenlänge ist mit Wasser gefüllt. Im Deckel ist eine vertikale Ansatzröhre von $2\,cm^2$ Querschnitt eingepaßt. Wird in dieselbe ebenfalls Wasser eingefüllt, so beträgt der gesamte auf die Bodenfläche ausgeübte Druck $90\,kg$. Wie hoch ist die Ansatzröhre mit Wasser gefüllt worden und wie viel Wasser war hierzu nötig? — **5.** Wie groß ist der gesamte Seitendruck, den ein zylindrischer Wasserbehälter vom Radius $r\,dm$ auszuhalten hat, wenn er $h\,dm$ hoch mit Wasser gefüllt ist? (Auszuwerten für $h = 120\,cm$ und $r = 50\,cm$.) — **6.** In ein zweischenkeliges Kommunikationsgefäß wurde zuerst Quecksilber von $\delta = 13{,}6$, darauf in den einen Schenkel Wasser, in den anderen Weingeist von $\delta' = 0{,}8$ gegeben, so daß die Weingeistsäule halb so hoch war als die Wassersäule. Wie hoch war die letztere, wenn die beiden Quecksilberkuppen einen Niveau-Unterschied von $3\,cm$ zeigten? — **7.** Mit welcher „Steigkraft" wird ein völlig unter Wasser gedrückter eiserner Schwimmkasten vom Volumen $V\,m^3$ und vom Gewichte $P\,kg$ nach aufwärts getrieben? Wie viele solcher Schwimmkasten wären nötig, um einen Körper, der im Wasser $Q\,kg$ wiegt, zu heben? — **8.** Wie verhält sich die Steigkraft einer Eisenkugel von $\triangle = 7{,}5$ in Quecksilber von $\delta = 13{,}6$ zur Steigkraft einer kongruenten Holzkugel von $\triangle' = 0{,}9$ in Wasser? — **9.** Wie viel Kilogramm kann jemand in der Luft heben, der im Wasser einen $150\,kg$ schweren Stein von $\triangle = 2{,}5$ zu heben vermag? — **10.** Wie viel Kilogramm Blei ($\triangle = 11{,}35$) müssen mit $1\,kg$ Kork ($\triangle' = 0{,}24$) verbunden werden, damit diese Körperkombination im Wasser schwebe? — **11.** In einem mit Wasser gefüllten Gefäße steht eine kleine Wage; sie ist im Gleichgewichte, wenn auf der einen Seite eine Kugel von der Dichte $\triangle = 2{,}5$, auf der anderen eine kleinere Kugel von der Dichte $\triangle' = 13$ hängt. Wie müssen sich die Radien der Kugeln verhalten? Wie verhalten sich ihre Gewichte an der Luft? Was geschieht, wenn das Wasser aus dem Gefäße abgelassen wird? — **12.** Wenn sich die Dichte des Eises zu jener des Meereswassers wie 9 : 10 verhält, wie müssen sich bei einem schwimmenden Eisberge die Inhalte des eingetauchten und des aus dem Wasser ragenden Teiles verhalten? — **13.** Eine gut gefirnißte Platte aus trockenem Lärchenholze ist $2\,m$ lang, $1{,}5\,m$ breit und $3\,cm$ dick. Wenn sie auf Wasser schwimmt, ragt überall $1\,cm$ über dasselbe empor. Wie schwer ist die Platte und welches ist ihre Dichte? — **14.** Eine stabil schwimmende, beiderseits geschlossene Röhre von $30\,cm$ Länge, $1\,cm^2$ Querschnitt und $25\,g$ Gewicht ist in einen teilweise mit Wasser gefüllten Aräometerzylinder eingesenkt. Was muß geschehen, wenn man auf das Wasser eine $10\,cm$ hohe Petroleumschichte ($\delta = 0{,}8$) gießt?

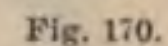
Kann man durch weiteres Einfüllen von Petroleum erreichen, daß die Röhre ganz aus dem Wasser heraussteigt? Wenn nicht, möge die Endlage der Röhre bestimmt werden. — **15.** Ein Stahlwürfel wiegt an der Luft 5 *kg* 832 *g*, im Wasser nur 5 *kg* 103 *g*. Wie groß ist seine Kante? Wie groß ist seine Dichte? — **16.** Ein Steinsalzkristall wiegt an der Luft 9 *g*, in Leinöl von der Dichte 0,951 aber 4,72 *g*. Wie groß ist seine Dichte? — **17.** Aus wie viel Prozent Kupfer und Zinn besteht ein Bronzewürfel, der an der Luft 630 *g*, im Wasser 551 *g* wiegt? ($\triangle_{Cu} = 9$, $\triangle_{Sn} = 7$.) — **18.** p_1 *g* Kork mit einer Bleikugel verbunden wiegen im Wasser p_2 *g*, die Bleikugel allein im Wasser p_3 *g*. Wie groß ist die Dichte des Korkes? ($p_1 = 30$ *g*, $p_2 = 15$ *g*, $p_3 = 110$ *g*.) — **19.** Ein 11,12 *g* schweres Pyknometer wiegt mit Wasser gefüllt 46,16 *g*, mit Schwefelsäure gefüllt 74,192 *g*. Wie groß ist die Dichte der letzteren? — **20.** Als man in dieses mit Wasser gefüllte Pyknometer eine 0,81 *g* schwere Schrotkugel brachte, wog es 46,90 *g*. Wie groß war die Dichte des Bleies? — **21.** Als man einen nach Fig. 133 hergerichteten Schwimmer einmal in eine Mensur mit Wasser, das anderemal in eine mit Weingeist einsenkte, stieg die Flüssigkeit das erstemal um 15 cm^3, das zweitemal um 18 cm^3. Wie groß ist die Dichte des Weingeistes? — **22.** Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Wasser aus einer Öffnung, die 10 *m* unter dem Wasserspiegel liegt? ($g = 9,8$ *m* pro Sekunde.) Mit welcher Geschwindigkeit erfolgt der Ausfluß, wenn man noch außerdem auf 1 cm^2 der Oberfläche einen Kolbendruck von 3 *kg* ausübt? — **23.** Aus der seitlichen Öffnung eines Behälters fließt Wasser unter einer Druckhöhe von h_1 *m* auf den h_2 *m* tieferen Erdboden. Wie groß ist die Sprungweite des Strahles? — **24.** An dem Apparate Fig. 160 messen wir T mit 4,9 *cm*, W mit 14 *cm*. Wie groß muß die Druckhöhe h sein? (Nachweis des Torricellischen Gesetzes.) ($g = 9,8$ *m* pro Sekunde.) — **25.** Welche Wassermenge wird in einer Minute beim Ausflusse aus dünner Wand unter einer Druckhöhe von 4 *dm* aus einer Öffnung von 8 mm^2 Querschnitt ausfließen? Um wie viel muß man die Druckhöhe verkleinern, damit die pro Minute ausgeflossene Wassermenge nur die Hälfte der früheren betrage? ($g = 9,8$ *m* pro Sekunde.)

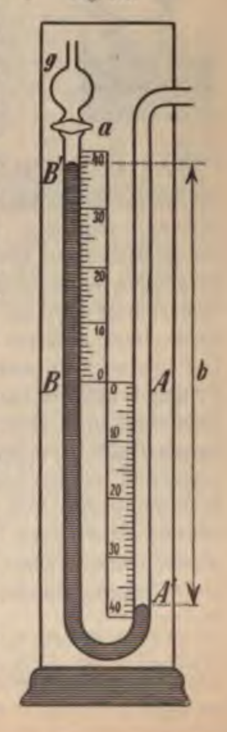
IV. Mechanik der gasförmigen Körper (Aëromechanik).

78. Charakteristik der gasförmigen Körper. Die atmosphärische Luft. Der Luftdruck. Die gasförmigen Körper oder Gase, als deren Repräsentant gewöhnlich die unsere Erde umgebende, atmosphärische Luft gelten kann, unterscheiden sich, wie bereits im Art. **60** hervorgehoben wurde, von den tropfbarflüssigen insbesondere durch das Bestreben der Volumenvergrößerung. Es behält bei denselben die Expansion über die Kohäsion die Oberhand; die völlig lose Aneinanderhäufung der Moleküle gestattet daher eine weitgehende Zusammendrückbarkeit dieser Körper. Dabei zeigen die Gase ebenso wie die Flüssigkeiten (Art. **66**) vollkommene Elastizität des Volumens. Ferner besitzen die Gase im Vergleiche zu den anderen Körpern ein verhältnismäßig geringes spezifisches Gewicht; so wiegt, wie hier vorläufig als Beispiel mitgeteilt werden möge, 1 *l* Luft unter normalen Umständen (0° C. Temperatur und 760 *mm* Druck) nur 1,293. . *g* (Art. **84** und **96**), so daß also die Dichte der Luft nur $^1/_{773}$ von jener des Wassers beträgt.

Da die gasförmigen Körper in Betreff der leichten Verschiebbarkeit der Teilchen wie in Betreff der Elastizität des Volumens mit den Flüssigkeiten übereinstimmen, gilt auch für sie das Gesetz der Druckfortpflanzung (Art. **65**). Sowie daher in einer Flüssigkeit die Schwere einen mit der Tiefe zunehmenden, allseitig wirkenden Druck (hydrostatischen Druck) veranlaßt, so muß auch in der atmosphärischen Luft ein derartiger Druck wirksam und nachweisbar sein, welcher als Luftdruck bezeichnet wird. Da derselbe an tiefer gelegenen Stellen größer sein muß als an höher gelegenen, müssen die der Erde näher gelegenen Luftschichten stärker zusammengepreßt sein, also dichtere Luft enthalten als die höher gelegenen. Die Größe des Luftdruckes kann somit nicht auf demselben Wege berechnet werden wie bei Flüssigkeiten (Art. **67**), wo die Dichte innerhalb der betrachteten Flüssigkeitssäule als konstant gelten konnte; die Bestimmung dieser Größe erfolgt vielmehr auf experimentellem Wege (Art. **79**).

Experimenteller Nachweis des Gewichtes der Luft und beiläufige Bestimmung desselben durch Wägung eines Ballons, aus dem die Luft mit der Luftpumpe entfernt wird. Experimenteller Nachweis des Luftdruckes mittels einer Glasflasche mit elastischem Gummiboden, welcher — wie immer man die Vorrichtung halten mag — beim Heraussaugen von Luft aus der Flasche nach innen eingebogen wird (vgl. die in Fig. 112—114 dargestellten Versuche!). Versuche mit einer beiderseits offenen Glasröhre (Pipette) sowie mit einem mit Wasser gefüllten, mit einem Papierblatte bedeckten und sodann umgekehrten Trinkglase u. a.


Fig. 170.

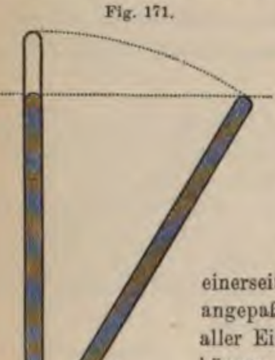


79. Messung des Luftdruckes. Der Torricellische Versuch. Eine U-förmige, etwa 1 *m* lange Röhre (Fig. 170) ist bei *a* mit einem luftdicht schließenden Glashahne, bei *g* mit einer kleinen birnförmigen Erweiterung versehen und auf einem vertikalen Brettchen mit schwerem Metallfuße befestigt, das an der Vorderseite eine Zentimeterteilung trägt. Bei geöffnetem Hahne steht eingegossenes Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch bei *A* und *B*. Der Luftdruck vermag an dieser Erscheinung nichts zu ändern, da er bei *A* und *B* in gleicher Stärke wirkt; er müßte sich jedoch bei *A* bemerkbar machen, wenn man ihn bei *B* wegschaffen könnte. Dies ist erreichbar, wenn man bei geöffnetem Hahne die Röhre solange neigt, bis der mit dem Hahne versehene Schenkel sich ganz mit Quecksilber füllt und etwas davon in die Birne *g* tritt, worauf man den Hahn absperrt und den Apparat wieder aufrichtet. Das Quecksilber ist dann im geschlossenen Schenkel etwas unterhalb des Hahnes — bis *B'* — gesunken und steht im offenen Schenkel etwa bis *A'*. Da oberhalb von *B'* die Röhre luftleer ist (Beweis durch erneutes Umlegen), fehlt daselbst der Luftdruck, während dem bei *A'* wirkenden Luftdrucke durch die etwas über 70 *cm* lange Quecksilbersäule zwischen

A' und B' Gleichgewicht gehalten wird. Ist b (in Zentimetern) ihre Höhe und würde die Röhre gerade 1 cm^2 Querschnitt haben, so wäre die Größe des Luftdruckes, gemessen in Gewichtseinheiten (Art. **16**) gleich $b \cdot \sigma$, worin σ das spezifische Gewicht des Quecksilbers bedeutet. Ist also $b = 76\,cm$, $\sigma = 13{,}596$ Gewichtseinheiten (bei 0° C.), so kommt der Luftdruck auf 1 cm^2 gleich dem Gewichtsdrucke von 1033 g, also rund von 1 kg. Man nennt diesen — einer Quecksilbersäule von 76 cm bei 0° entsprechenden — Luftdruck den normalen und sagt, er übe den Druck einer Atmosphäre (1 at) aus.

Nach Torricelli*) kann man den Versuch auch so anstellen, daß man eine einerseits geschlossene, etwa 1 m lange Glasröhre mit Quecksilber füllt, dieselbe mit dem Finger verschließt, darauf umkehrt und unter Quecksilber öffnet (Fig. 171). Nachweis der „Torricellischen Leere" durch Neigen. Ließe sich der Versuch auch mit Wasser ausführen? Wie lang müßte in diesem Falle die Röhre sein? Was geschieht, wenn man auf das Quecksilber im Gefäße (Fig. 171) gefärbtes Wasser gießt und die Röhre so hoch hebt, daß ihr unteres Ende aus dem Quecksilber herauskommt und sich in der Wasserschichte befindet?

Fig. 171.



Obwohl der menschliche Körper auf seiner gesamten Oberfläche einem sehr bedeutenden Luftdrucke ausgesetzt ist (10—15 t), so spürt er denselben nicht und wird durch ihn auch in seinen Bewegungen in keiner Weise beeinflußt; einerseits ist nämlich der Körper in seinem Bau dem Luftdrucke angepaßt und an denselben gewöhnt, anderseits ist die Resultierende aller Einzeldrucke gleich Null. Größere Änderungen des Luftdruckes können jedoch dem Menschen gefährlich werden (Bergkrankheit; Caissonkrankheit).

80. Barometer. Jede Vorrichtung zur Messung des sowohl mit der Zeit als auch mit dem Orte veränderlichen Luftdruckes heißt Barometer.

Die Vorrichtung Fig. 170 stellt uns ein einfaches Heberbarometer vor, während jene Fig. 171 zu einem Gefäßbarometer wird, wenn auch sie mit einem Maßstabe zur Längenmessung der Quecksilbersäule versehen wird. Man bezeichnet diese gemessene Länge als den „abgelesenen Barometerstand". Beim Heberbarometer, bei dem der Nullpunkt der Teilung bisweilen in der Mitte der Skala liegt, müssen beide Niveaus abgelesen und die Ergebnisse addiert werden. Die genauesten Ablesungen werden mit dem Kathetometer erlangt, das im Prinzipe aus einem Vertikalmaßstabe mit verschiebbarem, horizontal gestelltem Fadenkreuzfernrohre besteht. Heberbarometer mit verschiebbarer Skala (verschiebbarem Rohre), wodurch die untere Quecksilberkuppe auf den Nullpunkt der Teilung eingestellt werden kann. Ist der offene Schenkel des Heberbarometers zu einem birnförmigen Gefäße von verhältnismäßig (gegen die Röhre) großem Querschnitte erweitert (Birnbarometer), so können die Niveauschwankungen im offenen Schenkel für rohere Messungen vernachlässigt werden. Bei den Gefäßbarometern werden diese Schwankungen entweder rechnungsmäßig (Kappellersche Stationsbarometer)

*) Evangelista **Torricelli** (1608—1647), Mathematiker und Physiker, wirkte zu Florenz in Gemeinschaft und später als Nachfolger Galileis. Die Erfindung des obigen Versuches, den über Mitteilung Torricellis dessen Freund Viviani zuerst zur Ausführung brachte, fällt in das Jahr 1643, jene des „Ausflußtheorems" in das Jahr 1644.

oder mechanisch korrigiert; das letztere geschieht unter anderem beim Fortinschen Barometer (Fig. 172), bei welchem der Boden des Quecksilbergefäßes beweglich ist (zumeist Beutel, innen aus Kautschuk, außen aus Leder), durch Einstellung des unteren Quecksilberniveaus auf eine Marke (Spitze eines Stahl- oder Elfenbeinkegels), welche zugleich den Nullpunkt der Skala vorstellt. Das Aufsteigen kleiner Luftbläschen in das Vakuum verhindert die Buntensche Spitze *b*. Anwendung von Nonien zur Ablesung.

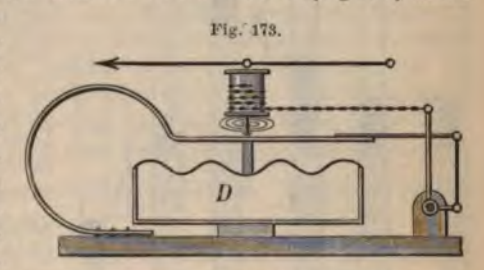
Fig. 172.

„Auskochen" der Barometer, um das Glas von der anhaftenden Wasserhaut zu befreien. Letztere bildet sich durch eine chemische Wirkung des im Glase enthaltenen Alkalis, welches den Wasserdampf aus der Atmosphäre anzieht; in der durch Erhitzen entfernbaren Wasserhaut befinden sich auch Gase, insbesondere Kohlendioxyd.

Die Ablesungen des Barometers müssen für wissenschaftliche Zwecke auf die Temperatur von 0° C. reduziert werden (Art. **92**). Auch die Kapillardepression des Quecksilbers muß bei genauen Ablesungen in Rechnung gezogen werden; um sich von derselben möglichst unabhängig zu stellen, macht man bei Normalbarometern die Teile des Rohres, in denen die Quecksilberkuppen stehen, verhältnismäßig weit. —

Außer den vorstehend beschriebenen Barometern gibt es auch solche, mit denen der Luftdruck ohne Anwendung einer Flüssigkeit bestimmt werden kann; sie heißen Aneroidbarometer. Bei den gebräuchlichsten derselben ist eine Dose *D* (Fig. 173) durch einen aufgelöteten Wellblechdeckel geschlossen und *D* sodann luftleer gemacht worden. Der äußere Luftdruck sucht den Deckel mehr oder weniger stark einzubiegen; die dadurch entstehenden kleinen Bewegungen werden durch ein Hebelwerk auf einen Zeiger übertragen. Die Skalen der genannten Instrumente werden empirisch durch Vergleich mit guten Quecksilberbarometern gefertigt. Dem Vorteile der bequemen, leicht transportablen Form der Aneroide steht der Nachteil geringerer Verläßlichkeit (Änderungen der Elastizitätsverhältnisse im Laufe der Zeit) gegenüber. — Beim Barographen zeichnet ein derartiger Zeiger die Gesamtheit seiner Stellungen auf eine durch ein Uhrwerk gedrehte Trommel in einer wellenartigen Kurve auf. —

Fig. 173.



81. Das Boyle-Mariottesche Gesetz. Das Gesetz, nach welchem das Volumen einer Gasmasse sich mit dem Drucke ändert, wurde im Jahre 1662 von Boyle, 1679 von Mariotte gefunden. Es spricht sich in den gleichbedeutenden Sätzen aus: Bei gleichbleibender Temperatur ist 1. das Volumen einer Gasmasse ihrem Drucke umgekehrt proportional, daher das Produkt aus Druck und Volumen jederzeit konstant, 2. die Dichte der Gasmasse dem Drucke direkt proportional.

Sind $v_0, v_1, v_2 \ldots v_n$ die Volumina, $d_0, d_1, d_2 \ldots d_n$ die Dichten, welche einer Gasmasse zukommen, wenn sie beziehungsweise unter dem Drucke $p_0, p_1, p_2 \ldots p_n$ steht, so gilt daher

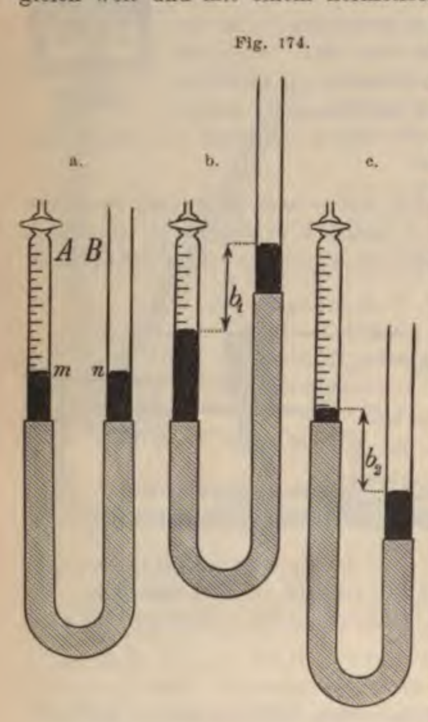
$$\left.\begin{array}{l} v_0 : v_1 : v_2 : \ldots\ldots : v_n = \frac{1}{p_0} : \frac{1}{p_1} : \frac{1}{p_2} : \ldots\ldots : \frac{1}{p_n} \text{ oder} \\ v_0\, p_0 = v_1\, p_1 = v_2\, p_2 = \ldots\ldots\ldots = v_n\, p_n \text{ und} \end{array}\right\} \ldots (31\,a),$$

$$d_0 : d_1 : d_2 : \ldots\ldots : d_n = p_0 : p_1 : p_2 : \ldots\ldots p_n \ldots\ldots\ldots (31\,b).$$

Da nach dem Prinzip der gleichen Aktion und Reaktion dem von außen wirkenden Drucke jedesmal eine gleich große Kraft entgegenwirkt, welche man als Spannkraft oder Expansivkraft des Gases bezeichnet, kann in den vorstehenden Sätzen das Wort „Druck" auch durch „Spannkraft" ersetzt werden.

Zwei Glasröhren A und B (Fig. 174a), von welchen die erstere durchwegs gleich weit und mit einem hermetisch verschließbaren Glashahne sowie mit einer vom Hahne aus beginnenden Längenteilung (in Zentimetern) versehen ist,*) sind durch einen längeren, recht dickwandigen Kautschukschlauch verbunden und bei offenem Hahne bis zur Höhe mn mit Quecksilber gefüllt. Die Röhre B (oder auch beide Röhren) lassen sich an einem mit Zentimeterteilung versehenen Maßstabe heben und senken. Wird der Hahn geschlossen, so ist im Schenkel A eine Luftmasse vom Drucke der äußeren Luft eingeschlossen; dieser Druck p wird durch eine Barometersäule von der Länge b *mm* gemessen. Das eingeschlossene Luftvolumen v ist dabei proportional der an der Einteilung ablesbaren Länge. Wird nun der offene Schenkel gehoben (Fig. 174b) oder gesenkt (Fig. 174c), so ergibt sich im ersteren Falle ein Volumen v_1, das unter dem Drucke $p_1 = (b + b_1)$ *mm* steht, das anderemal ein Volumen v_2, das unter dem Drucke $p_2 = (b - b_2)$ *mm* steht. Man findet dabei die Produkte $v \cdot b$, $v_1\,(b + b_1)$, $v_2\,(b - b_2)$ immer gleich groß. Ist inbesondere $b_1 = b$, so ist $v_1 = \frac{v}{2}$; ist $b_2 = \frac{b}{2}$, so ist $v_2 = 2v$ u. s. w., wodurch das obige Gesetz nachgewiesen erscheint.

Fig. 174.



Das Boyle-Mariottesche Gesetz ist, wie spätere Untersuchungen gezeigt haben, nicht vollkommen genau gültig. Insbesondere ergeben sich wachsende Abweichungen vom Gesetze, je näher das Gas seiner Verflüssigung (Art. **107**) kommt, und zwar in der Weise, daß bei allen Gasen, mit Ausnahme des Wasserstoffes, das Volumen etwas kleiner wird, als es nach dem Gesetze zu erwarten wäre.

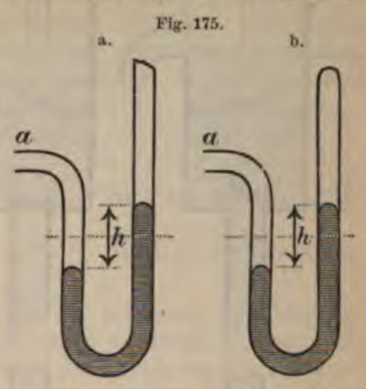
82. Manometer. Zur Messung der Expansivkraft von Gasen dienen die sogenannten Manometer.

---

*) Je zwei aufeinander folgende Teilstriche grenzen gleiche Volumina der Röhre ab; da die letztere sich gegen den Hahn zu etwas verjüngt, sind die ersten Teilstriche, damit auch durch sie gleiche Volumina der Röhre angegeben werden, entsprechend auseinander gerückt.

Von den Flüssigkeitsmanometern, in welchen zumeist Quecksilber zur Verwendung kommt, unterscheidet man offene (Fig. 175a) und geschlossene (Fig. 175b). Das Ende a steht in beiden Fällen mit dem Behälter in Verbindung, welcher das Gas enthält, dessen Spannkraft zu messen ist. Bei den offenen Manometern (Fig. 175a) gibt die Höhe der gehobenen Flüssigkeit den Überdruck des Gases über den äußeren Atmosphärendruck an. Ist der letztere gleich b *mm* Quecksilbersäule, so ist bei Verwendung von Quecksilber im Manometer die Expansivkraft E des Gases $E = (b + h)$ *mm*. Offene Wassermanometer zur Messung geringerer Überdrucke (z. B. in Leuchtgasleitungen) zeigen den Quecksilbermanometern gegenüber größere (13·6fache) Empfindlichkeit.

Fig. 175.



Bei den geschlossenen Manometern (Fig. 175b) wird die Expansivkraft E des Gases durch die Höhe h der gehobenen Flüssigkeitssäule gemessen, wenn der geschlossene Schenkel im übrigen luftleer ist. Ein solches Manometer kann daher auch zur Messung des Luftdruckes dienen (Fig. 170 in Art. 79). Ist dabei die zu messende Expansivkraft kleiner als eine Atmosphäre, so kann der geschlossene Schenkel entsprechend kürzer als 76 *cm* genommen werden. Man bezeichnet diese Form des geschlossenen Manometers als Vakuummeter (Barometerprobe der Luftpumpe, Fig. 182).

Bei hohem Gasdrucke würden die beschriebenen offenen Manometer wegen der erforderlichen Höhe des zweiten Schenkels unbequem werden, man benützt dann geschlossene Manometer (Fig. 175b), bei denen der geschlossene Schenkel Luft enthält, so daß also der zu messenden Spannkraft des Gases außer der gehobenen Quecksilbersäule noch die Spannkraft des eingeschlossenen Gases entgegenwirkt. War v das Volumen des letzteren beim Atmosphärendrucke b *mm* und hat sich dasselbe bei der Messung der Spannkraft E des Gases auf v_1 verkleinert, so ist nach Art. 81 die Spannkraft b_1 *mm* des eingeschlossenen Gases bestimmt durch $b_1 v_1 = b v$; es ist also $E = (b_1 + h)\,mm = (b \cdot \frac{v}{v_1} + h)\,mm$. Demgemäß ist die Teilung am geschlossenen Schenkel auszuführen.

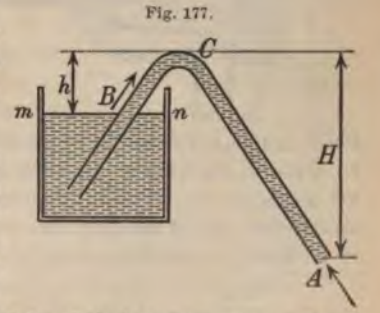
Außer den Flüssigkeitsmanometern gibt es auch Metallmanometer, welche ähnlich den Aneroidbarometern eingerichtet sind.

83. Anwendungen des Luftdruckes und der Expansivkraft von Gasen.

Fig. 176.

a) Die Heber. Bekannt ist die Verwendung des Stechhebers (Pipette des Chemikers) (Fig. 176) und des Saughebers (Winkelhebers) (Fig. 177.)

Fig. 177.



Bei letzterem ist bei B in der Richtung des Pfeiles wirksam ein Druck gleich dem Luftdrucke vermindert um den Druck einer Flüssigkeitssäule von der Höhe h, also von $(l - h)$, worin l die Höhe einer Säule der betreffenden Flüssigkeit bedeutet, welche dem Atmosphärendrucke Gleichgewicht halten würde. Bei A beträgt dieser Druck analog $(l - H)$. Ist also $H > h$, d. h. liegt die Mündung A unter dem Flüssigkeitsniveau $m\,n$, so ist der letztere Druck um $l - h - (l - H) = (H - h)$ kleiner. Es muß daher bei A ein

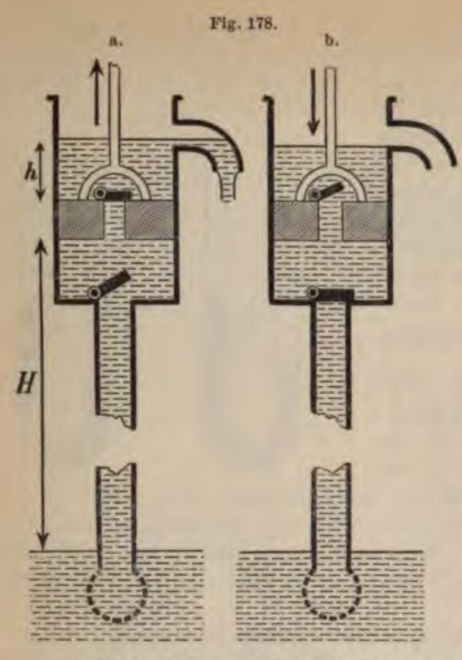


Fig. 178.

Ausfluß der Flüssigkeit aus der Röhre erfolgen, dessen Geschwindigkeit von der Höhendifferenz $(H - h)$ abhängt. — Welche Erscheinung tritt ein, wenn A in der Ebene des Niveaus mn liegt? Welche ist die äußerste Höhenlage des Punktes C über mn? Was erfolgt, wenn ein in Gang gesetzter Quecksilberheber unter eine Glocke gesetzt wird, aus der die Luft ausgepumpt wird? Darf man sagen, daß der Luftdruck das Fließen des Hebers veranlasse? (Man beachte, daß bei Bildung der obigen Differenz l herausfiel!) Welche Rolle spielt also der Luftdruck beim Winkelheber? — Giftheber. — Kautschukschlauch als Heber.

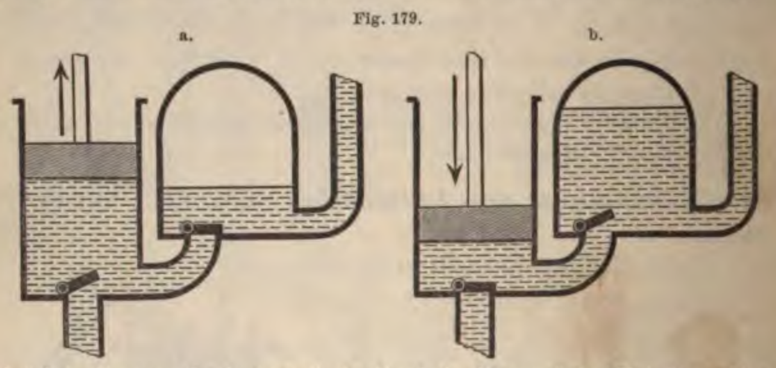
b) Der Heronsball.*)

Die Expansivkraft der in demselben eingeschlossenen Luft kann vergrößert werden α) durch Einpressen von Luft, β) durch Einpressen von Wasser (Versuche). — Besondere Formen des Heronsballes: Spritzflasche der Chemiker; Siphon für moussierende Getränke.

c) Die Saug- (Hebe-) Pumpe (Fig. 178 a b) und die Druckpumpe (Fig. 179 a b).

Man erkläre das Spiel dieser Pumpen nach den Figuren! Bei der Erklärung der Saugpumpe beachte man unter anderem, daß dieselbe anfänglich als Luftpumpe arbeitet,

Fig. 179.



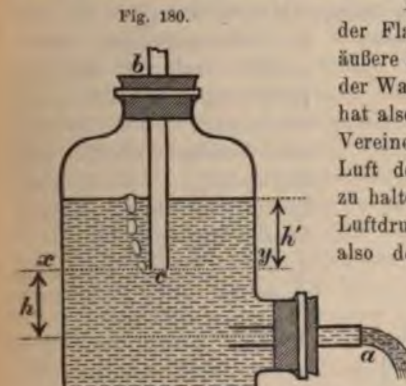
ferner daß beim Pumpen der hydrostatische Druck der Wassersäule $(H + h)$ zu überwinden ist, da auf den Kolben von oben der Luftdruck vermehrt um den hydrostatischen Druck der Säule h, von unten der Luftdruck vermindert um den Druck der Säule H wirkt. — Welche äußerste Höhenlage darf das Bodenventil über dem Wasserspiegel haben? Kann es trotzdem tiefere Brunnen geben? — Bei der Druckpumpe (Fig. 179) erzielt man

*) **Heron von Alexandria**, dessen Blütezeit um 100 v. Chr. fällt, war ein Schüler des Ktesibios (Erfinders der Druckpumpe, der Feuerspritze ohne Windkessel, einer Wasseruhr etc.). Er beschrieb eine Reihe hydromechanischer und aëromechanischer Vorrichtungen, unter welchen aber der Heronsball in seiner heutigen Form nicht vorkommt. Auch in der Optik sowie in der Geometrie (Heronsche Dreiecksformel) leistete er hervorragendes.

durch die Anbringung eines Druckwindkessels (vgl. den Heronsball), daß die potentielle Energie der eingeschlossenen, verdichteten Luft die in der Druckleitung befindliche Wassersäule auch dann in gleichmäßiger, aufsteigender Bewegung erhält, wenn der Kolben aufwärts geht (Fig. 179a). Hierdurch werden die für das Material der Pumpe gefährlichen Stöße der Flüssigkeit vermieden, welche bei plötzlicher Hemmung ihrer Bewegung entstehen müßten. Außerdem wird insofern die Arbeit des Pumpens vermindert, als die Notwendigkeit entfällt, bei jedem Abwärtsgehen die in der Druckleitung zur Ruhe gekommene Flüssigkeitssäule von neuem zu beschleunigen. Aus ähnlichen Gründen legt man auch in die Saugleitung einen sogenannten Saugwindkessel. — Die Feuerspritze ist eine Kombination von zwei abwechselnd (alternierend) wirkenden Druckpumpen mit einem oder mehreren Windkesseln.

d) Die Mariottesche Flasche (Fig. 180) dient zur Erzielung konstant bleibender Ausflußgeschwindigkeit.

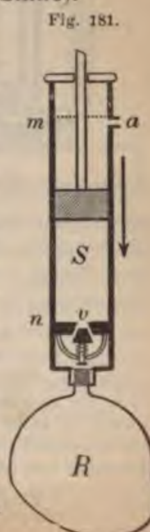
Fig. 180.



Fließt bei *a* Wasser aus und sinkt das Niveau in der Flasche, so wird im Innern der Druck geringer; der äußere Luftdruck überwindet den inneren samt dem Drucke der Wassersäule h' und es steigen Luftblasen bei c auf. Es hat also die oberhalb xy befindliche Flüssigkeitsschichte im Vereine mit der Spannkraft der innen eingeschlossenen Luft dem von b aus wirksamen Luftdrucke Gleichgewicht zu halten, so daß das Niveau xy ebenso unter dem äußeren Luftdrucke steht wie die Mündung bei a. Deshalb erfolgt also der Ausfluß des Wassers bei a nur unter der Druckhöhe h. — Was geschieht also, wenn die Röhre bc tiefer in die Flasche hineingeschoben wird? Was muß eintreten, wenn die Röhrenmündungen c und a in einer horizontalen Ebene liegen?

84. Luftpumpen. Dieselben dienen entweder zur Verdichtung von Gasen (Kompressionsluftpumpen) oder zur Verdünnung derselben (Verdünnungsluftpumpen oder Luftpumpen im engeren Sinne).

Fig. 181.



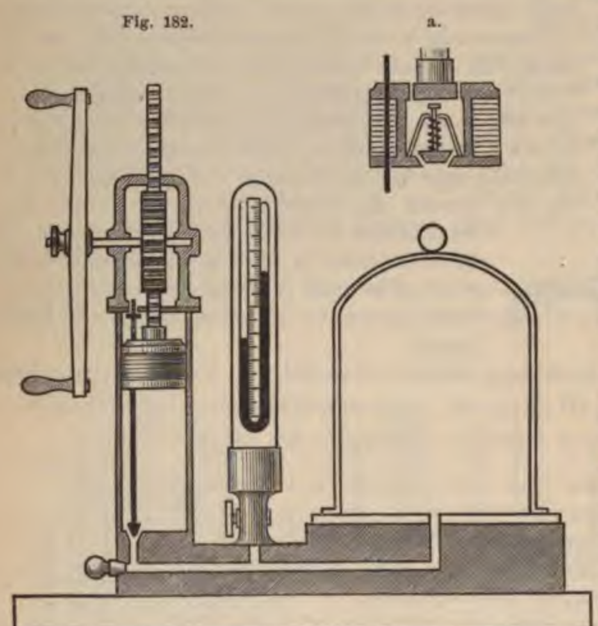
Die verbreitetste Form der Kompressionsluftpumpe (Fig. 181) ist dem allbekannten einfachen Blasebalg verwandt. Wird der luftdicht anschließende Kolben hinter die Öffnung a, die auch durch einen Rohransatz und Schlauch mit einem Gasbehälter (Gasometer) verbunden sein kann, zurückgezogen, so füllt sich der Pumpenstiefel mit Luft (Gas). Beim Niederdrücken wird der Inhalt des Stiefels durch das Ventil v in den angeschlossenen Raum (Rezipient) R gepreßt. — Ist R das Volumen des Rezipienten, S dasjenige des Stiefels (zwischen m und n), ist ferner d_o die anfänglich vorhandene Dichte der Luft und bezeichnet $d_1, d_2, d_3 \ldots d_n$ beziehungsweise diejenige nach dem 1., 2., 3. . . n-ten Niederdrücken des Kolbens, so ist nach dem Mariotteschen Gesetze $d_o\,(R+S) = d_1 \cdot R$, also $d_1 = \frac{R+S}{R} \cdot d_o = d_o + \frac{S}{R} \cdot d_o$. Nach dem zweiten Kolbendrucke enthält der Rezipient Luft, welche bei der Dichte d_o das Volumen $(R+2S)$ hatte, nun aber zusammengepreßt ist auf das Volumen R; es ergibt sich analog $d_2 = d_o + 2 \cdot \frac{S}{R} \cdot d_o$ und

endlich $d_n = d_o + n \cdot \frac{S}{R} \cdot d_o$. Die Dichte der Luft wächst also nach einer arithmetischen Reihe, und zwar um so rascher, je größer S im Vergleiche zu R ist.

Der „schädliche Raum" (zwischen der unteren Kolbenfläche und der Bodenfläche des Stiefels) setzt dem Fortschreiten der Verdichtung insofern eine Grenze, als endlich die Spannkraft des auf den schädlichen Raum zusammengepreßten Gasinhaltes des Stiefels nicht mehr hinreicht, das Ventil v zu öffnen. — Anwendung der Kompressionspumpe zur fabriksmäßigen Verdichtung von Gasen (CO_2, O, H u. a.), insbesondere zur Verflüssigung von solchen (Art. **107**), zur Luftversorgung bei unterirdischen und unterseeischen Arbeiten (Taucherglocke, Caissons), zur Erzeugung von „Druckluft" (Antrieb von Maschinen mit komprimierter Luft statt Dampfes, Tunnel- und Bergwerksbohrmaschinen, Motoren der Fischtorpedos, bei der Rohrpost etc.), zum Laden von Windbüchsen und Torpedokanonen, zum Aufblasen von Pneumatikreifen etc.

Die Verdünnungsluftpumpe (Fig. 182), erfunden 1650 von Otto von Guericke,*) unterscheidet sich von der Saug- (Hebe-) Pumpe, aus der sie hervorgegangen, insbesondere dadurch, daß die Bewegung des Stiefelventiles mechanisch durch die Maschine selbst besorgt wird (Steuerung). Unter Festhaltung der obigen Bezeichnungen folgt hier aus $d_o R = d_1 (R + S)$ die Dichte d_1 nach dem ersten Kolbenhube mit $d_1 = \frac{R}{R+S} \cdot d_o$. Analog ist $d_1 R = d_2 (R + S)$, also $d_2 = \frac{R}{R+S} \cdot d_1 = \left(\frac{R}{R+S}\right)^2 \cdot d_o$ und endlich $d_n = \left(\frac{R}{R+S}\right)^n \cdot d_o$. Die Dichte der Luft nimmt also nach einer geometrischen Reihe ab, und zwar um so rascher, je größer S im Vergleiche zu R ist. Vollkommene Luftleere ließe sich also erst nach einer unendlich großen Anzahl von Kolbenzügen erzielen. Auch hier setzt aber bereits früher der „schädliche Raum" dem Fortschreiten der Verdünnung eine Grenze. Beim Niederdrücken des Kolbens bleibt nämlich dieser Raum — sein Volumen sei s — mit Luft von der Dichte d_o gefüllt; dehnt sich dieselbe

Fig. 182. a.



*) Otto von **Guericke**, geb. 1602 zu Magdeburg, gest. 1686 zu Hamburg, begraben zu Magdeburg, studierte Rechtswissenschaften und Mathematik; wurde 1627 Ratsherr zu Magdeburg, trat nach der Zerstörung der Stadt in schwedische Dienste als Oberingenieur in Erfurt, wurde 1646 Bürgermeister in seiner Vaterstadt. Seine Versuche mit der Luftpumpe („Magdeburgische Versuche") waren epochemachend für die Entwicklung der experimentellen Physik, da durch sie die schwierige Erkenntnis der Lehre vom Luftdrucke durch sinnenfällige und auch den Laien überzeugende Versuche geklärt und befestigt wurde. Auch für andere physikalische Disziplinen hat das erfinderische Genie Guerickes vielfältigen Nutzen geschaffen.

beim nächsten Emporziehen des Kolbens über den ganzen Stiefelraum aus, so erlangt sie eine Dichte d_x, welche wegen $d_x \cdot S = d_o \cdot s$ gegeben erscheint durch $d_x = \frac{s}{S} \cdot d_o$. Unter diese Grenze d_x kann die Verdünnung nicht gebracht werden. Bei zweistiefeligen Pumpen (welche Vorteile bieten dieselben?) kann durch den Babinetschen Hahn der eine Stiefel A vom Rezipienten abgeschlossen, dafür aber mit dem anderen Stiefel B in Verbindung gesetzt werden, wodurch erreicht wird, daß die Luft im schädlichen Raume von B durch den aufwärts gehenden Kolben in A verdünnt und dadurch die Verdünnungsgrenze weiter hinausgeschoben wird. — Vakuummeter (Barometerprobe) zur Messung der Verdünnung (vgl. Art. **82**).

Sehr weitgehende Verdünnung erreicht man durch die Quecksilberluftpumpen. Dieselben beruhen auf der Herstellung eines Vakuums durch Quecksilber, ähnlich wie beim Torricellischen Versuche. Fig. 183 zeigt schematisch eine sehr sinnreiche von Töpler angegebene Verbesserung der ursprünglich von Geißler herrührenden Konstruktion, welche weder einen Hahn noch ein Ventil besitzt. Hebt man das durch einen starkwandigen Schlauch mit dem Glasballon S (welcher gleichsam den Pumpenstiefel vertritt) verbundene Quecksilberreservoir G, so sperrt das emporsteigende Quecksilber bei a die Kommunikation r mit dem Rezipienten ab und drängt die in S vorhandene Luft bei dem sehr engen Barometerrohre b_1, durch das darin befindliche Quecksilber heraus. Es muß zu diesem Zwecke G so lange gehoben werden, bis etwas Quecksilber in die Krümmung von b_1 hinüberfließt. Senkt man hierauf G, so entsteht in S ein vollständiges Vakuum, in welches Luft vom Rezipienten durch die Röhre b_2, nicht aber durch die zirka 1 *m* hohe Röhre b_1 einströmen kann, in welcher eine höchstens 76 *cm* hohe Quecksilbersäule aufsteigt. Auch das Rohr b_2 muß 1 *m* Höhe haben, damit bei vorgeschrittener Verdünnung in demselben eine höchstens 76 *cm* hohe Säule aufsteigen kann, aber kein Überfließen von Quecksilber in den Rezipienten stattfindet.

Fig. 183.

Mit der Luftpumpe kann der Nachweis erbracht werden, daß die Luft ein Gewicht hat, und zwar an einem vor und nach dem Evakuieren abgewogenen Glasballone (genauere Bestimmung in Art. **96**). Bei der Mehrzahl der Luftpumpenversuche wird die Luft entweder aus dem Innenraume eines Hohlkörpers oder aus seiner Umgebung teilweise hinweggeschafft, wodurch sich der Überdruck der Luft von der anderen Seite her bemerkbar macht. Hierher gehört unter anderem das Haften des Rezipienten am Teller, der historisch berühmte Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln (Guericke führte denselben mit solchen von etwa 55 *cm* Durchmesser am Reichstage von Regensburg dem Kaiser Ferdinand III. und den versammelten Reichsfürsten vor; 16 Pferde vermochten die Kugeln nicht auseinander zu reißen), Eindrücken einer gespannten Membran oder einer dünnen Glasplatte, Hindurchpressen von Quecksilber durch Holz, Anschwellen einer ursprünglich schlaffen, zugebundenen Blase (Gummiballon) unter dem Rezipienten, Aufsteigen von Luftblasen aus Wasser, von Kohlendioxyd aus Bier, Verhalten eines Heronsballes, eines (Quecksilber-) Hebers unter dem Rezipienten etc. Andere Anwendungen der Luftpumpe zu physikalischen Versuchen finden sich an verschiedenen Stellen dieses Buches (Art. **21**, **99**, **104**, **125**, **214** u. a.). —

In der Technik finden Verdünnungsluftpumpen wichtige Anwendungen bei den Kondensationsdampfmaschinen (Art. 111), in der Zuckerindustrie (Art. 104), zum Imprägnieren von Hölzern, bei der Rohrpost u. s. w. Die Quecksilberluftpumpen haben zur Erzeugung elektrischer Glühlampen (Art. 200) und Vakuumröhren (Art. 214) in jüngster Zeit große Bedeutung erlangt. — Über Wasserluftpumpen Art. 76.

85. Abnahme des Luftdruckes (Barometerstandes) mit wachsender Erhebung über die Meeresoberfläche. Barometrische Höhenmessung. Der Luftdruck und der ihn anzeigende Barometerstand nimmt mit wachsender Höhe über dem Meeresspiegel ab, ähnlich wie auch der hydrostatische Druck in einer unzusammendrückbaren Flüssigkeit mit abnehmender Tiefe der betrachteten Stelle kleiner wird. Während aber im letzteren Falle jedesmal der Druck der Tiefe proportional ist, also linear (in arithmetischer Reihe) abnimmt, wenn man sich von unten nach oben dem Niveau nähert, nimmt der Luftdruck stärker, nämlich nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe ab, wenn die Höhe in arithmetischer Reihe wächst, da ja in diesem Falle nicht bloß die Höhe der drückenden Luftschicht, sondern auch ihre Dichte abnimmt.

In irgend einer Höhe sei der Barometerstand b ***mm***; erheben wir uns von hier um 1 ***m*** in die Höhe, so sinkt das Barometer um x ***mm***. Da innerhalb dieser geringen Erhebung von 1 ***m*** = 1000 ***mm*** das spezifische Gewicht s der Luft als konstant gelten darf, beträgt das Gewicht der Luftsäule vom Querschnitte q ***mm***² und von 1000 ***mm*** Höhe $(q \cdot 1000 \cdot s)$ ***mg***, dasjenige der Gleichgewicht haltenden Quecksilbersäule von gleichem Querschnitte und von der Höhe x aber $(q \cdot x \cdot 13{,}6)$ ***mg***. Da ferner das spezifische Gewicht s_0 der Luft bei 0° C. und 760 ***mm*** Druck 0,001293 beträgt, ist s bei 0° C. und b ***mm*** Druck nach dem Mariotteschen Gesetze (Formel 31 b im Art. **81**) gegeben durch $s : 0{,}001293 = b : 760$. Aus der Gleichung $x \cdot 13{,}6 = 1000 \cdot \frac{0{,}001293 \cdot b}{760}$ folgt somit $x = \frac{1{,}293 \cdot b}{760 \cdot 13{,}6}$. Nach Erhebung um 1 ***m*** Höhe finden wir also einen Barometerstand $b_1 = b - x = b\left(1 - \frac{1{,}293}{760 \cdot 13{,}6}\right) = b \cdot k$, worin die Konstante $k = 0{,}999875$ ist. Bei stufenweiser Erhebung um je 1 ***m***, also in Höhen von 2, 3... h ***m*** über dem ursprünglichen Ausgangspunkte, ergeben sich analog die Barometerstände $b_2 = b_1\, k = bk^2$, $b_3 = b_2\, k = bk^3 \ldots, b_h = b \cdot k^h$. Diese Zahlen bilden somit die Glieder einer (fallenden) geometrischen Reihe mit dem Quotienten k. —

Liegt also ein Ort A h ***m*** über dem Meeresspiegel, ein höher gelegener Ort B h_1 ***m*** hoch, so folgt aus den Gleichungen $b_h = b \cdot k^h$ und $b_{h_1} = b \cdot k^{h_1}$ durch Logarithmieren und Subtraktion die neue Gleichung $(h_1 - h) \cdot \log k = -(\log b_h - \log b_{h_1})$. Es ist also der Höhenunterschied $H = h_1 - h$ der beiden Orte ausgedrückt durch $H = -\frac{1}{\log k}(\log b_h - \log b_{h_1})$. Die (positive) Konstante $-\frac{1}{\log k}$ fand sich mit 18 432 ***m***, welches Resultat auch auf dem Wege gleichzeitig barometrisch und trigonometrisch ausgeführter Höhenmessungen kontrolliert wurde, so daß die barometrische Höhenformel lautet:

$$H = 18\,432\, m \cdot (\log b_h - \log b_{h_1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (32).$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß an den beiden Orten A und B dieselbe Temperatur von 0° C. herrscht. Ist die Temperatur daselbst verschieden und

bedeutet t ihren Mittelwert, so erhält die obige Formel noch einen Korrektionsfaktor und lautet für Luft von mittlerem Feuchtigkeitsgehalte

$$H = 18\,432\,\boldsymbol{m} \cdot (\log b_h - \log b_{h_1}) \cdot (1 + 0{\cdot}0039\,t) \ldots\ldots\ldots (32\,\mathrm{a}).$$

Die erste Anregung zur barometrischen Höhenmessung gab Pascal*) (1648); dessen Schwager Périer bestimmte zuerst die Höhe des Puy de Dôme barometrisch. — Da außer dem Einflusse der Temperaturänderungen noch der wechselnde Feuchtigkeitsgrad der Luft, der Einfluß von Luftströmungen, die Änderung der Schwerkraft mit der geographischen Breite und mit der vertikalen Erhebung sich bei der barometrischen Höhenmessung geltend machen, kann man unter ungünstigen Umständen hierdurch einigermaßen ungenaue Resultate erhalten.

86. Auftrieb in Gasen. Luftballon. Ebenso wie in tropfbarflüssigen Körpern erfährt ein Körper auch in einer ihn umgebenden Gasatmosphäre einen Auftrieb, dessen Größe nach dem archimedischen Gesetze (Art. **71**) dem Gewichte der vom Körper verdrängten Gasmasse gleichkommt und dessen Wirkungslinie durch den Schwerpunkt der letzteren hindurchgeht.

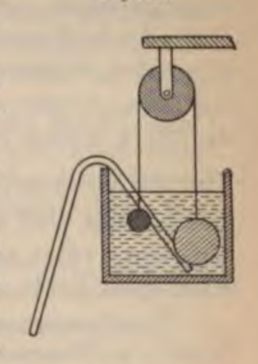
Experimenteller Nachweis mit dem Wagemanometer oder Dasymeter, einer kleinen, gleicharmigen Wage (Fig. 184), an welcher eine nicht zu kleine, hohle Glaskugel vom absoluten Gewichte G durch eine kleine, massive Metallkugel vom Gewichte G' im lufterfüllten Raume im Gleichgewichte gehalten wird. Unter dem evakuierten Rezipienten der Luftpumpe sinkt die Glaskugel. Ist nämlich A ihr Auftrieb in Luft, A' der kleinere Auftrieb der Metallkugel daselbst, so besteht für den Fall des Gleichgewichtes die Gleichung $G - A = G' - A'$. Fällt nun im luftleeren Raume A und A' weg, so ist in der obigen Gleichung links $-A$ und rechts $-A'$ wegzulassen, wodurch wegen $A > A'$ sich zeigt, daß $G > G'$ ist.

Fig. 184.



Man vergleiche hiermit den hydromechanischen Versuch, welchen Fig. 185 andeutet. Die größere Holzkugel ($S > 1$) sinkt, die kleinere Metallkugel steigt, wenn das Wasser mit einem Heber entfernt wird. (Vgl. Aufgabe **11**, S. 123!) — Verhalten des Dasymeters (Fig. 184) in einem großen Glase, in welches Kohlendioxyd, sowie unter einer Glocke, unter welche Wasserstoff (Leuchtgas) eingeleitet wird.

Fig. 185.



Bei feineren Wägungen ist auf den Luftauftrieb Rücksicht zu nehmen. Es ist, wenn G die Last, G' das Gleichgewicht herstellende Gewichtstück bedeutet, nicht $G = G'$, sondern $G = G' + (A - A')$. Das Korrektionsglied $(A - A')$ wird um so beträchtlicher, je verschiedener das Volumen der Last und jenes des Gewichtstückes ist. Präzisionswägungen im Vakuum.

Auf der Tatsache des Auftriebes in der Luft beruht es, daß leichte Hüllen (Seifenblasen, Ballons aus leichten Stoffen), die mit einem Gase gefüllt sind, dessen spezifisches Gewicht kleiner ist als jenes der atmosphärischen

*) Blaise **Pascal**, geb. 1623 zu Clermont, gest. 1662 zu Paris, war ein hervorragender Mathematiker, der auch auf physikalischem Gebiete Bedeutendes leistete. Insbesondere muß außer der Anregung zur barometrischen Höhenmessung die experimentelle Begründung des hydrostatischen Paradoxons genannt werden.

Luft (erwärmte Luft, Wasserstoff, Leuchtgas) bei hinlänglicher Größe in der Luft emporsteigen, wenn ihr Gesamtgewicht kleiner als das Gewicht eines gleich großen Luftvolumens ist (Luftballons). Da ein Luftballon beim Aufstiege in immer dünnere Luft kommt, nimmt sein Auftrieb dabei ab und es tritt endlich Gleichgewicht ein, d. h. der Ballon steigt nicht mehr, wenn der Auftrieb genau so groß ist wie das Gesamtgewicht des Ballons.

Ist Q ***kg*** das Gewicht des ungefüllten Ballons (Hülle, Gondel, Ballast, Belastung etc.), V ***dm***^{3} das Volumen des aufgeblähten Ballons, σ und s beziehungsweise die spezifischen Gewichte des Füllgases und der Luft, so ist die Steigkraft X des Ballons gegeben durch die Gleichung $X = V \cdot s - (Q + V \cdot \sigma) = V(s - \sigma) - Q$. Dieselbe ist demnach um so größer, je größer das Volumen des Ballons, je kleiner σ im Vergleiche zu s und je kleiner Q ist. Da beim Aufsteigen in höhere Schichten der Wert von s abnimmt, muß — wenn die Steigkraft erhalten bleiben soll — Q verringert werden (Ausleeren von Sandballast). Einfluß der Erwärmung, beziehungsweise Abkühlung des Ballons infolge von Sonnenbestrahlung, kalten Luftströmungen; Ventile zum Auslassen von Gas.

Die ersten Ballons mit erwärmter Luft wurden von den Gebrüdern Montgolfier (1783) zum Aufsteigen gebracht (Montgolfieren). Charles verwendete als erster (1783) Wasserstoff, Green (1836) Leuchtgas zur Füllung. Die bisher höchste Ballonfahrt gelang Berson und Süring im Jahre 1901 von Berlin aus (erreichte Höhe 10 300 ***m***). Registrierballons, d. s. solche, welche mit selbstaufzeichnenden (registrierenden) meteorologischen Instrumenten ausgestattet sind, erreichten bereits Steighöhen bis zu 18 ***km***. An dem Probleme der Lenkbarmachung des Luftballons wird in jüngster Zeit eifrigst gearbeitet.

87. Ausströmen von Gasen. Den verwandten Beziehungen zwischen Gasen und Flüssigkeiten gemäß gilt für die Ausflußgeschwindigkeit v eines Gases aus einer in dünner Wand befindlichen Öffnung eines allseitig geschlossenen Gasbehälters das Torricellische Gesetz (Art. 76) $v = \sqrt{2gh}$, worin jedoch h die Höhe einer Gassäule bedeutet, welche bei konstanter Dichte, also auch konstantem spezifischem Gewichte σ lediglich infolge ihres Gewichtes jenen Überdruck gegen den an der Ausströmungsöffnung herrschenden verursachen würde, unter welchem das Ausströmen stattfindet. Ist nun b' die Größe des im Innern des Behälters auf die Flächeneinheit wirkenden Druckes, b analog die Größe des äußeren Druckes, ist ferner σ das spezifische Gewicht des Gases, so gilt nach dem Gesagten die Beziehung $h\sigma = b' - b$; setzt man den für h hieraus erhältlichen Wert in die Formel $v = \sqrt{2gh}$, so erhält man das Grahamsche Ausströmungsgesetz für Gase $v = \sqrt{2g\frac{b'-b}{\sigma}}$, welches sagt, daß die Ausströmungsgeschwindigkeit eines Gases der Quadratwurzel aus dem Überdrucke direkt, der Quadratwurzel aus dem spezifischen Gewichte der Gase umgekehrt proportional ist.

Die Übereinstimmung mit dem Energiegesetze ist einfach nachzuweisen. Tritt unter Wirkung des Überdruckes $(b' - b)$ pro Flächeneinheit aus einer Öffnung vom Querschnitte q ein Gaszylinder von der Höhe ε aus, so vermindert sich die potentielle Energie des Gases um die hierbei geleistete Arbeit $(b' - b) \cdot q \cdot \varepsilon$; dieselbe setzt sich in die kinetische Energie $\frac{mv^2}{2}$ des herausgetriebenen Gaszylinders um. Da aber $m = \frac{q\,\varepsilon\,\sigma}{g}$, ergibt sich aus der Gleichung

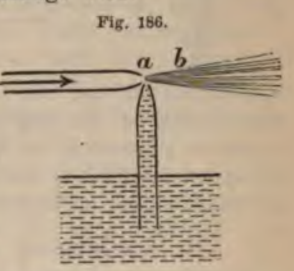
$\frac{q \varepsilon \sigma}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = (b'-b) \cdot q \cdot \varepsilon$ unmittelbar die obige Formel. — Die tatsächlich auftretende Geschwindigkeit der Ausströmung wird aus der theoretisch zu erwartenden durch Multiplikation mit einem Koëffizienten gewonnen, welcher bei Luft im Mittel ungefähr 0·65 beträgt.

Strömen unter gleichem Drucke gleiche Volumina zweier verschiedenen Gase aus und sind ihre spezifischen Gewichte σ_1 und σ_2, so gilt $\sigma_1 : \sigma_2 = v_2^2 : v_1^2$; beobachtet man also jedesmal die Zeitdauer t_1 und t_2 der Ausströmung, so verhält sich $\sigma_1 : \sigma_2 = t_1^2 : t_2^2$. Man kann dies zur Vergleichung der spezifischen Gewichte von Gasen benützen. Bunsen hat hierfür einen sinnreichen Apparat angegeben.

Wird in die Röhre a der Vorrichtung (Fig. 167) bei a unter hinlänglich starkem Drucke Luft eingepreßt, so tritt ebenso, wie im Art. **76** für Wasser besprochen wurde, in der Röhre a ein negativer aërodynamischer Druck ein, demzufolge durch das Steigrohr bei m Flüssigkeit aufgesaugt wird.

Zerstäubungsapparate (Fig. 186); dem engen Querschnitte bei a steht gleichsam der unendlich weite bei b gegenüber. Injektorpumpen der Dampfmaschinen. Saugende Wirkung eines Dampfstrahles bei den Vakuumbremsen der Eisenbahnzüge. In den Schlot der Lokomotive strömt gleichfalls aus enger Röhre ein Dampfstrahl ein, welcher daselbst einen intensiven Luftzug aus dem Feuerungsraume bewirkt, wie man einen solchen sonst nur durch Wirkung hoher Schlote erreicht (Art. **113**). Auch die Erklärung des im Bunsenbrenner auftretenden Luftzuges gehört hierher.

Fig. 186.



Reaktionsbewegungen nach Analogie der im Art. **76** für Flüssigkeiten besprochenen: Rückstoß eines Gewehres, Rücklauf einer Kanone beim Abfeuern, Aufsteigen einer Rakete, Drehung von Feuerrädern u. s. w.

Ausnützung der Energie bewegter Luftmassen bei den Windmotoren (ältere Windmühlen, neuere Windräder) sowie bei der Fortbewegung der Segelschiffe.

88. Molekularerscheinungen in Gasen. Bei Gasen zeigt sich in ähnlicher Weise wie bei Flüssigkeiten (Art. **74**) die Erscheinung der Diffusion.

Ein mit der Mündung nach unten gehaltener, mit Leuchtgas gefüllter Gasauffangzylinder wird — Mündung gegen Mündung — auf einen ebensolchen, mit Luft gefüllten gestellt. Nach etwa einer Viertelstunde enthalten beide ein explosives Gasgemisch.

Nach erfolgter Diffusion ist der Druck des in einem Raume vom Volumen V befindlichen Gemisches genau gleich der Summe der Partialdrucke, unter welchen die Gase einzeln vor der Diffusion stehen würden, wenn jedes allein das Volumen V ausfüllen würde, vorausgesetzt, daß sie aufeinander keine chemische Einwirkung ausüben (Daltonsches Gesetz).

Diffundieren z. B. 21 Volumteile Sauerstoff mit 79 Volumteilen Stickstoff, welche beide unter dem Drucke b stehen, ineinander, so ist der Partialdruck b_1 der 21 Volumteile Sauerstoff gegeben durch $\frac{21}{100} \cdot b$, der Partialdruck b_2 der 79 Volumteile Stickstoff durch $\frac{79}{100} \cdot b$; die Summe beider Drucke $b_1 + b_2$ ist also wieder gleich b. —

Auch der Vorgang der Osmose (Art. **74**) tritt bei Gasen auf.

Eine poröse Tonzelle (Diaphragma) T (Fig. 187) ist durch einen sehr gut schließenden Kautschukstöpsel und durch einen Gummischlauch s mit einem offenen Wassermanometer

verbunden. Hält man die Zelle, wie Fig. 187a andeutet, und stülpt ein Becherglas mit Wasserstoff (Leuchtgas) darüber, so zeigt das Manometer einen im Inneren der Zelle vorhandenen Überdruck an, der sich jedoch nicht über eine gewisse Grenze äußert. Der Versuch beweist, daß mehr von dem Gase nach innen als Luft nach außen diffundierte. Nach dem Abheben des Becherglases zeigt das Manometer anfänglich einen Unterdruck in T an (warum?), bis ein allmählicher Druckausgleich stattfindet. Bei Anwendung von Kohlendioxyd, wobei man den Versuch nach Fig. 187b anstellt, verlaufen die Erscheinungen in entgegengesetzter Weise.

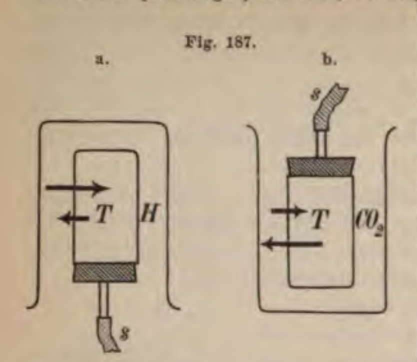


Fig. 187.

Nach Graham hängt die Geschwindigkeit, mit welcher ein Gas durch ein poröses Diaphragma diffundiert, wenn keine besondere Einwirkung des Diaphragmas auf das Gas existiert, von der Differenz der Partialdrucke des Gases auf beiden Seiten des Diaphragmas ab (vgl. Art. **87**) und ist bei gleicher Partialdruckdifferenz umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem spezifischen Gewichte des Gases. Man vergleiche dieses Gesetz mit den obigen Versuchen! — Signalapparate (Indikatoren) für Kohlendioxyd und für Grubengas (schlagende Wetter).

Die Erscheinung der Absorption von Gasen durch feste und tropfbarflüssige Körper (Art. **62**) ist auf die Wechselwirkung der Molekularkräfte zwischen den genannten Körpern zurückzuführen.

Die Absorption der Gase ist von einer Erwärmung des absorbierenden Körpers begleitet, welche in um so höherem Grade erfolgt, je mehr Gas vom Körper in derselben Zeit absorbiert wird (Döbereinersche Zündmaschine). — Auf Grund von Versuchen fand W. Henry das folgende für die Absorption von Gasen durch Flüssigkeiten giltige Absorptionsgesetz: Das Volumen des von einer Flüssigkeit absorbierten Gases, gemessen unter dem Drucke des über der Flüssigkeit lagernden Gases („Absorptionsdruck") ist immer dasselbe; die Masse des von einer Flüssigkeit absorbierten Gases ist daher dem Gasdrucke proportional. Es absorbiert beispielsweise 1 *l* Wasser von + 15° C. immer 0,03 *l* Sauerstoff (genauer 0,03415 *l*), ob der vorhandene Druck 1, 2, 3, ... Atmosphären beträgt; da aber nach dem Mariotteschen Gesetz bei gleichem Volumen die Gasmenge dem Gasdrucke proportional ist, verhalten sich die im obigen Falle absorbierten Gasmengen wie 1 : 2 : 3 ... Als Absorptionskoëffizient bezeichnet man jene Zahl, welche anzeigt, welches (auf 0° reduzierte — vgl. Art. **94**) Gasvolumen von der Volumseinheit bei normalem Drucke (760 *mm*) absorbiert wird. Diese Zahl beträgt bei + 15° C. für Wasser und: Sauerstoff 0,03415, Stickstoff 0,01478, Kohlendioxyd 1,002, Ammoniak 727,2 etc. Mit wachsender Temperatur nimmt der Absorptionskoëffizient ab (Ausscheidung von Luft aus Wasser beim Warmwerden u. s. w.). Von Gasgemischen wird nach Henry und Dalton jedes einzelne Gas so absorbiert, als ob das andere nicht vorhanden wäre. Somit ist die im Wasser absorbierte Luft sauerstoffreicher als die atmosphärische Luft (Bedeutung für die Atmung der im Wasser lebenden Tiere).

Aufgaben. 1. Die Oberfläche der Erde beträgt zirka $(510 . 10^6)$ ***km***^{2}. Wie groß ist das Gewicht der ganzen Atmosphäre? — **2.** Zu dem bekannten Versuche, ein mit Wasser gefülltes und mit einem Papierblatte bedecktes Trinkglas umzukehren, verwendet man ein Glas von 8 ***cm*** Durchmesser und 10 ***cm*** Höhe. Mit welcher Kraft wird das Papierblatt vom Luftdrucke angepreßt? — **3.** Wie groß ist der Luftdruck bei einem Barometerstande von

735,5 *cm*?*) — **4.** In einer U-förmigen, überall gleich weiten Röhre ist durch Quecksilber, welches in beiden Schenkeln gleich hoch steht, im kürzeren Schenkel eine 20 *cm* lange Luftsäule eingeschlossen. In den längeren, offenen Schenkel wird so viel Quecksilber eingegossen, daß es in diesem Schenkel um 86 *cm* steigt. Um wie viel steigt es im kürzeren Schenkel, wenn der Luftdruck zu 76 *cm* gerechnet wird? — **5.** Eine einerseits geschlossene Röhre von der Länge l *cm* wird bis auf eine Höhe a *cm* mit Quecksilber gefüllt, dann verschlossen und m *cm* tief in ein mit Quecksilber gefülltes weites Gefäß getaucht. Um wie viel steht in der Röhre das Quecksilber höher, wenn der äußere Luftdruck b *cm* Quecksilbersäule gleichkommt? (Besondere Werte: $l = 134$ *cm*, $a = 131$ *cm*, $m = 5$ *cm*, $b = 76$ *cm*). — **6.** Bei 715 *mm* Barometerstand und 0° C. Temperatur ergab sich die Dichte eines Gases mit 0,001568; man reduziere dieselbe auf normalen Druck. — **7.** Wie groß ist das spezifische Gewicht der Luft bei 0° C. und bei einem Drucke von 3 Atmosphären? — **8.** Wie viel wiegt bei 0° C. ein Liter Luft, der auf 300 (1000) „technische Atmosphären" komprimiert ist? — **9.** Bei b *mm* Barometerstand hat man über Quecksilber v cm^3 Gas angesammelt, wobei die Sperrflüssigkeit um h *mm* höher als das äußere Niveau steht. Man reduziere das Volumen v auf den Normaldruck. — **10.** In einen starkwandigen Heronsball von v cm^3 Volumen werden v' cm^3 Wasser eingepreßt; wie viel Atmosphären Druck besitzt die eingeschlossene Luft, wenn der Luftdruck zu 1 Atmosphäre angenommen wird? Wie viel Wasser müßte hineingepreßt werden, damit der Druck p Atmosphären betrage? — **11.** Mit welchem Gesamtgewichte muß die Gasometerglocke eines Gaswerkes in das umgebende Wasser untersinken, wenn ihr Radius r *m* beträgt und das Gas einen Überdruck von p *mm* Wassersäule erhalten soll? (Besondere Werte: $r = 5$ *m*, $p = 60$ *mm*.) — **12.** Eine einerseits zugeschmolzene starkwandige Kapillarröhre (Meldesche Röhre), welche in Millimeter geteilt ist, enthält, wenn sie wagrecht am Tische liegt, nächst dem zugeschmolzenen Ende ein v *mm* langes Luftvolumen und daran anschließend einen q *mm* langen Quecksilberfaden. Wie lang wird das Luftvolumen bei einem äußeren Barometerstande von b *mm* sein, wenn man die Röhre *a)* mit dem geschlossenen Ende nach unten, *b)* mit dem offenen Ende nach unten vertikal aufhängt? Wie werden sich diese Längen in den Fällen *a)* und *b)* ergeben, wenn die Röhre unter einem Winkel von 30° gegen die Horizontale geneigt wird? — **13.** Wie gestalten sich die Resultate der vorigen Aufgabe, wenn $q = \frac{b}{2}$ gewählt wird? — **14.** Eine einerseits zugeschmolzene Glasröhre von der Länge l *cm* wird mit dem geschlossenen Ende an einer Schnur befestigt und mit dem offenen Ende nach vorwärts ins Wasser gelassen, wobei durch einen Bleimantel, der nahe dem offenen Ende die Röhre umgibt, erreicht ist, daß sie in vertikaler Lage untersinkt. Nach dem Heraufholen kann man (beispielsweise durch Auflösung eines innen angebrachten Farbstoffüberzuges) konstatieren, daß das Wasser in die Röhre auf eine Länge von l' *cm* eindrang. In welche Tiefe war der Apparat hinabgelassen worden? Äußerer Luftdruck $= b$ *mm*; spezifisches Gewicht des Quecksilbers s. (Besondere Werte: $b = 720$ *mm*, $l = 600$ *mm*, $l' = 520$ *mm*, $s = 13{,}596$.) — **15.** In einem Heronsball wird die Luft auf die dreifache anfängliche Dichte zusammengepreßt. Wie hoch spritzt das Wasser, wenn die Sprunghöhe 86% der Druckhöhe erreicht? — **16.** Bei einer Kompressionspumpe beträgt der Stiefelraum unter dem Kolben 60 cm^3, jener des Rezipienten 210 cm^3. Nach wie viel Kolbenstößen ist die Dichte der Luft die dreifache? — **17.** Wie groß ist der Inhalt des Rezipienten einer Kompressionspumpe, wenn der Stiefel 64 cm^3 Inhalt hat und man nach 16 Kolbenstößen die fünffache Verdichtung erzielt? — **18.** Bei einer Quecksilberluftpumpe ist das Volumen der Kugel (S in Fig. 183) 270 cm^3, jenes einer auszupumpenden Glühlampe samt dem Verbindungsrohre 30 cm^3; nach

*) Dieser Druck von 1 *kg* auf 1 cm^2 wird eine „technische Atmosphäre" genannt zum Unterschiede von der „theoretischen Atmosphäre" oder „Atmosphäre" kurzweg, welche dem Normaldrucke von 760 *mm* entspricht.

wie viel Senkungen des Quecksilbergefäßes beträgt der Verdünnungsgrad 0,00001? Welchen Überdruck sollte dann ein Vakuummeter zeigen, wenn der äußere Barometerstand 740 *mm* ist? — **19.** Der Stiefelraum einer Verdünnungsluftpumpe (unter dem Kolben) beträgt 729 cm^3, der Raum des Rezipienten ist halb so groß. Wenn nun der schädliche Raum 1 cm^3 ausmacht, nach wie viel Kolbenzügen ist die äußerste Verdünnung erreicht und was zeigt dann das Vakuummeter an? — **20.** Ein massiver Glaskörper ($s = 2,8$) wiegt in Luft von normalem Drucke 280 *g*. Welches ist sein wahres Gewicht, wenn bei der Wägung Messinggewichte ($s = 8,4$) benützt wurden? (1 cm^3 Luft wiegt 1,2 *mg*.) — **21.** Die Kugeln eines Dasymeters, welche bei 760 *mm* Druck im Gleichgewicht stehen, haben beziehungsweise 100 cm^3 und 1 cm^3 Volumen. Welche Gewichtszunahmen treten ein, wenn die Luft auf 20 *mm* Quecksilberdruck evakuiert wurde? — **22.** Wie hoch wäre (bei Annahme von 0° C. Temperatur) der Barometerstand auf der Spitze des Gaurisankar (8837 *m*), wenn er am Meeresspiegel mit 760 *mm* angenommen wird? — **23.** Wie hoch müßte man sich in die Luft erheben*), damit das Barometer *a)* auf 500 *mm*, *b)* auf 1 *mm*, *c)* auf 0,01 *mm* sinkt?**) — **24.** Wie hoch muß man sich in der Atmosphäre erheben, damit der Luftdruck auf $^1/_{10}$, $^1/_{100}$, $^1/_{1000}$ sinkt?*) — **25.** Um wie viel muß man sich in der Atmosphäre erheben, damit der Luftdruck *a)* von 760 *mm* auf 759 *mm*, *b)* von 701 *mm* auf 700 *mm* sinkt?*) — **26.** Wie groß ist das spezifische Gewicht der Luft *a)* in 1000 *m*, *b)* in 2000 *m*, *c)* in 5000 *m* Höhe?*) — **27.** Welchen Durchmesser muß man einem kugelförmigen, mit Leuchtgas von der Dichte $\delta = 0,0005$ gefüllten Ballon geben, wenn er bei einer Gesamtbelastung von 100 *kg* bis in eine Höhe von 4600 *m* aufsteigen soll? (Das spezifische Gewicht der Luft bei Normaldruck b_0 ist mit 0,0013, die Barometerformel mit $h = 18\,400\,m\,(\log b_0 - \log b_h)$ anzunehmen.) — **28.** Welche Geschwindigkeit besitzt Luft von 3 Atmosphären Spannung, wenn sie in die freie Luft ausströmt? (Ausflußkoëffizient = 0,65.)

V. Wärme.

89. Wärmeempfindung. Wärmezustand. Wärmegrad. Beim Betasten der Körper haben wir außer den Empfindungen über die Oberflächenbeschaffenheit (glatt, rauh, feucht, trocken etc.) noch eine eigentümliche Empfindung, zufolge welcher wir die Körper entweder als kalt oder als kühl, lau, warm, heiß bezeichnen. Diese Empfindung nennen wir die Wärmeempfindung. Ein und derselbe Körper vermag zu verschiedenen Zeiten verschiedene Wärmeempfindungen in uns hervorzurufen. Es ändert sich daher sein Wärmezustand. Halten wir z. B. einen metallenen Gegenstand in eine Flamme, so durchläuft sein Wärmezustand eine Art Stufenleiter, deren einzelne Stufen als Grade der Wärme bezeichnet werden. Erscheint uns demnach ein Körper als warm, ein zweiter nur als lauwarm, so kommt dem ersten ein höherer Wärmegrad — eine höhere Temperatur — zu als dem zweiten. Die unsichtbare Ursache des Wärmezustandes nennen wir Wärme.

*) Überall 0° C. Temperatur vorausgesetzt.

**) Nach Nr. 24 *c* wäre in einer Höhe von 100 *km* noch ein Luftdruck wahrnehmbar. Nach verschiedenen Erscheinungen glaubt man annehmen zu dürfen, daß noch in 300 *km* Höhe Spuren von Luft vorhanden sind.

Die Abstufungen des Wärmegrades an einem Körper ziffermäßig festzustellen, erscheint unser Tastsinn nicht geeignet, da seine Angaben je nach dem Zustande unseres Empfindungsorganes verschiedene sein können. Die Erfahrung lehrt aber, daß mit den Änderungen des Wärmezustandes auch andere sinnlich wahrnehmbare Änderungen verknüpft sind, durch deren Betrag die Feststellung des Wärmezustandes gelingt. Bevor über dieselben (im nächsten Artikel) gesprochen werden kann, ist es aber noch notwendig, auf eine bekannte Erfahrungstatsache hinzuweisen. Man beobachtet nämlich immer, daß zwei Körper von ungleicher Temperatur, wenn sie miteinander in dauernde Berührung gebracht werden (wenn z. B. eine warme [kalte] Metallkugel in kaltes [warmes] Wasser gegeben wird), ihren Wärmezustand ausgleichen, bis beide dieselbe Temperatur zeigen. Dabei erhöht sich also die Temperatur des kälteren Körpers — er erwärmt sich — und erniedrigt sich die Temperatur des wärmeren Körpers — er kühlt sich ab — bis beide Körper eine und dieselbe Temperatur besitzen.

90. Volumsänderungen durch die Wärme im allgemeinen. Thermometer. Bei einer Erhöhung der Temperatur vergrößert sich im allgemeinen das Volumen eines Körpers; dasselbe verkleinert sich hingegen, wenn die Temperatur erniedrigt wird. Bei gleichbleibender Temperatur bleibt das Volumen dasselbe. — Dem höheren Wärmezustande entspricht im allgemeinen das größere Volumen.

Versuch mit Kugel und Ring. — Ausdehnung einer Flüssigkeit (z. B. Weingeist, Petroleum u. dgl.) in einem thermometerartigen Gefäße mit verschiebbarem Zeiger (Fig. 188). — Ausdehnung eines Gases, das in einer Glaskugel mit horizontal abgebogenem Rohre (Fig. 189) durch einen Flüssigkeitstropfen abgesperrt ist.

Fig. 188.

Fig. 189.



Die Apparate Fig. 188 und 189 können uns nun bereits als Wärmezustandsanzeiger oder Thermoskope dienen. Zunächst zeigt der „thermoskopische Körper“ (in Fig. 188 die Flüssigkeit, in Fig. 189 das Gas) durch sein anfängliches Volumen den eigenen Wärmezustand an. Kommt dieser Körper mit einem anderen, dessen Wärmezustand zu beurteilen ist, in dauernde Berührung, so tritt der erwähnte Temperaturausgleich ein. Dabei ändert sich im allgemeinen der Stand des Thermoskops; er „sinkt“ bei Berührung mit kälteren Körpern, „steigt“ bei Berührung mit wärmeren und „bleibt unverändert“ bei Berührung mit Körpern desselben Wärmegrades. Es können demnach als Körper von gleicher Temperatur jene gelten, welche bei dauernder Berührung ihren Wärmezustand gegenseitig nicht ändern, daher auch nicht volumändernd aufeinander einwirken. Auf diesen Prinzipien beruht

Fig. 190.
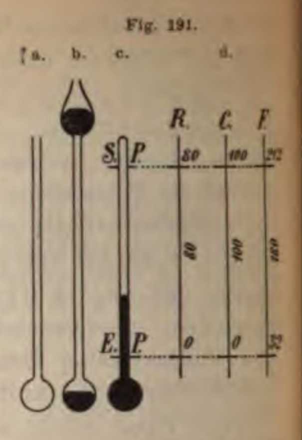


Fig. 191.

die Einrichtung und der Gebrauch der Quecksilberthermometer (Fig. 190).

An eine kapillare, überall gleich weite (kalibrierte) Glasröhre ist ein kugelförmiges oder zylindrisches Gefäß angeblasen (Fig. 191a). Das letztere sowie ein Teil der Röhre ist mit chemisch reinem, luftfreiem Quecksilber gefüllt. (Fig. 191b erinnert an die Ausführung der Füllung.) Der Raum oberhalb des Quecksilbers ist gewöhnlich — durch Erwärmen und sofortiges Zuschmelzen — luftleer gemacht; es werden jedoch auch Thermometer für höhere Temperaturen (bis zirka 600° C.) hergestellt (vgl. Art. **104**), bei denen dieser Raum mit einem Gase (Stickstoff) gefüllt wird; beim Gebrauche derartiger Thermometer muß jedoch darauf geachtet werden, daß keine Gasbläschen in das Quecksilber dringen, da sonst der Quecksilberfaden abreißt und das Thermometer unbrauchbar wird. Die Skala des Thermometers ist auf zwei durch Übereinkunft festgestellte Fundamentalpunkte (Fig. 191c) gestützt, nämlich auf den Eispunkt (*E. P.*) — Stand des Quecksilbers in schmelzendem Eise (Art. **103**) — und auf den Siedepunkt (*S. P.*) — Stand des Quecksilbers in den Dämpfen des bei 760 *mm* Barometerstand kochenden Wassers (Art. **104**). Die Einteilung des Fundamentalabstandes sowie die Bezeichnung der Fundamentalpunkte in der bekannten Weise nach Reaumur, Celsius und Fahrenheit läßt Fig. 191d erkennen. Celsius (1742) ist der Begründer der zu wissenschaftlichen Zwecken heutzutage allgemein gebräuchlichen „hundertteiligen Thermometerskala"; er bezeichnete jedoch den Siedepunkt mit 0°, den Eispunkt mit 100°; somit wäre z. B. + 27° C. eigentlich zu lesen als „27 Zentigrade über dem Eispunkte".

Die Anzahl der Grade, welche das Quecksilberthermometer in Berührung mit dem Körper anzeigt, gibt uns den Wärmegrad oder die Temperatur des Körpers an.

Die hierdurch ausgesprochene Feststellung des Wärmegrades oder der Temperatur muß zunächst als eine willkürliche bezeichnet werden; man nimmt an, daß die Temperatur des Eispunktes 0° C. ist und daß diejenige Temperaturzunahme „1° C." heißen soll, welche eine (ablesbare) Volumzunahme des Quecksilbers im thermometrischen Gefäße um den hundertsten Teil der zwischen Eis- und Siedepunkt erfolgenden bewirkt. Es haften dieser Art der Temperaturbestimmung übrigens auch gewisse Unsicherheiten an, über die später (Art. 92) gesprochen werden wird.

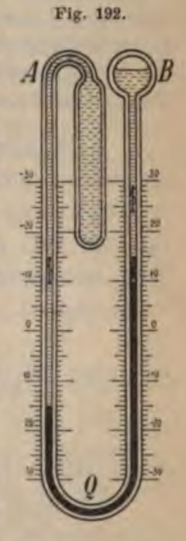
Umrechnung der Angaben nach einer Thermometerskala in die der beiden anderen unter Benützung der Grundgleichungen 100° C. = 80° R. = 180° F. Es sind also n° R. = $\left(\frac{5}{4}n\right)$ ° C. = $\left(\frac{9}{4}n + 32\right)$ ° F.; n° C. = $\left(\frac{4}{5}n\right)$ ° R. = $\left(\frac{9}{5}n + 32\right)$ ° F.; n° F. = $\frac{4}{9}\left(n - 32\right)$ ° R. = $\frac{5}{9}\left(n - 32\right)$ ° C. — Worauf beruhen die praktisch verwendbaren Regeln: Um eine nach Reaumur abgelesene Angabe in Celsiusgrade zu verwandeln, zähle man ein Viertel der abgelesenen Angabe dazu; bei der umgekehrten Verwandlung ziehe man ein

Fünftel der abgelesenen Celsiusgrade ab. — Warum erhält man durch Zusammenzählen der Angaben nach Reaumur und Celsius und Vermehrung der erhaltenen Summe um 32° immer die Angabe nach Fahrenheit?

Das Quecksilberthermometer ist nicht brauchbar für Temperaturen unter —38·5° C. (Erstarrungspunkt des Quecksilbers) und über der Siedetemperatur des Quecksilbers (Art. **104**). Für tiefere Temperaturen verwendet man Weingeistthermometer, deren Skala durch Vergleichung mit dem Quecksilberthermometer und Fortsetzung der Skala mit gleichen Teilen unter —30° C. gefertigt wird.

Maximum- und Minimumthermometer sollen den höchsten und den niedrigsten Stand innerhalb eines Zeitraumes (z. B. eines Tages) selbsttätig anzeigen. Das gebräuchlichste derselben (nach Six) ist ein Weingeistthermometer *A* (Fig. 192), dessen Flüssigkeit einen Quecksilberfaden *Q* vor sich herschiebt. Beim Sinken der Temperatur treibt die Spannkraft der in *B* vorhandenen Alkoholdünste *Q* wieder zurück. Zwei Glaskörperchen mit Eiseneinlage und mit feinen Glasborsten, welche vom Quecksilber in den beiden Röhrenteilen aufwärtsgeschoben werden, bleiben daselbst beim Rückgang der Säule hängen und geben so den höchsten und den tiefsten Stand der Temperatur an. Um dieselben beim Neueinstellen des Instrumentes wieder an die Quecksilberkuppen zu bringen, dient ein kleiner Magnet. — Beim Fieberthermometer ist die Quecksilbersäule an einer Stelle durch ein kleines Luftbläschen in zwei Teile zerlegt. Bei steigender Temperatur wird der abgetrennte Faden vorwärtsgeschoben, bei sinkender bleibt er liegen, zeigt also durch seine Lage das Temperaturmaximum an.

Fig. 192.



91. Ausdehnung fester Körper durch die Wärme.

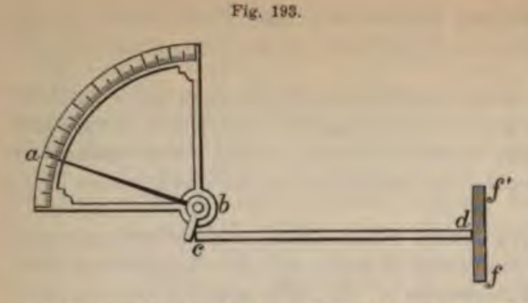
Wird ein Stab aus festem Material — also ein Körper, bei welchem eine Dimension vorherrscht — erwärmt, so tritt die Vergrößerung seines Volumens vorzugsweise in einer Verlängerung (thermische Längsdilatation) zutage. Man spricht in diesem Falle von einer linearen Ausdehnung in der Richtung der Länge und bezeichnet als linearen Ausdehnungskoëffizienten einer Substanz jene Zahl β, welche angibt, um wie viel sich ein aus dem betreffenden Material angefertigter Stab, welcher bei 0° eine Längeneinheit mißt, ausdehnt, wenn er um 1° C. erwärmt wird. Hat also irgend ein Stab bei der Erwärmung von 0° bis t° C. sich von der Länge l_0 auf die Länge l_t verlängert, so ist nach obiger Erklärung $\beta = \frac{1}{l_0} \frac{l_t - l_0}{t}$, woraus folgt

$$l_t = l_0 (1 + \beta t) \ldots\ldots (33).$$

Diese Formel setzt voraus, daß die Verlängerung des Stabes der Temperatursteigerung stets proportional bleibe, was immer nur innerhalb gewisser Grenzen (für die Praxis bei Metallstäben etwa zwischen 0° und 100° C.) gilt. — Experimenteller Nachweis und Bestimmung des Ausdehnungskoëffizienten mittels eines Fühlhebelapparates (Fig. 193). Lavoisier und Laplace verwendeten am kürzeren Arm des Fühlhebels einen kleinen Spiegel, als Zeiger einen Lichtstrahl (Spiegelablesung).

Zwischen 0° und 100° C. ist β für Zink 0,000030, für Silber und für Messing (71% *Cu*, 29% *Zn*) 0,000019, für Eisen 0,000012, für Platin 0,000009, für gewöhnliches

Fig. 193.



Glas 0,000009 etc. In Glas können daher nur Platindrähte eingeschmolzen werden, ohne daß nach dem Erkalten ein Springen des Glases eintritt (von Wichtigkeit bei der Erzeugung von elektrischen Glühlampen und Vakuumröhren). — Beispiele für die mit unwiderstehlicher Kraft erfolgende Ausdehnung und Zusammenziehung fester Körper durch Erwärmung, beziehungsweise durch Abkühlung: Auftreiben von Eisenreifen in heißem Zustande auf die Holzräder. Zwischenräume zwischen den Eisenbahnschienen. Springen dickwandiger Gläser beim Eingießen heißer Flüssigkeiten, von Lampenzylindern bei zu starker oder bei ungleich hoher Flamme. Abreißen von Telegraphen- und Telephondrähten bei strenger Winterkälte (Verhütung?). Spielraum bei Glastafeln in Metallrahmen, bei den Platten der Metalldächer etc.
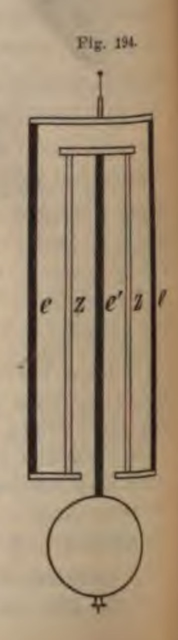
Faßt man die Vergrößerung des Volumens eines Körpers durch die Wärme ins Auge, so spricht man von einer räumlichen oder kubischen Ausdehnung. Unter dem kubischen Ausdehnungskoëffizienten versteht man dabei jene Zahl α, welche angibt, um wie viel sich ein aus dem betreffenden Material angefertiger Körper, welcher bei 0° C. eine Volumeinheit mißt, ausdehnt, wenn er um 1° C. erwärmt wird. Analog wie oben ist daher $\alpha = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{v_t - v_0}{t}$ und

$$v_t = v_0 (1 + \alpha t) \ldots \ldots (34).$$

Mit großer Annäherung gilt $\alpha = 3\beta$.

Für einen Würfel von der Kantenlänge l_0 bei 0° C. ist $l_t = l_0 (1 + \beta t)$ und $v_t = v_0 (1 + \alpha t) = l_t^3 = [l_0 (1 + \beta t)]^3 = l_0^3 . (1 + 3\beta t + 3\beta^2 t^2 + \beta^3 t^3)$. Da β sehr klein ist, sind die Glieder mit β^2 und β^3 gegen die übrigen verschwindend klein, daher ist nahezu $v_0 (1 + \alpha t) = l_0^3 (1 + 3\beta t)$ und somit wegen $v_0 = l_0^3$ auch $\alpha = 3\beta$.

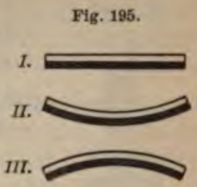
Fig. 194.



Bei den Kompensationspendeln wird die Verlängerung des Pendelstabes durch die Wärme und die daraus folgende Änderung der Schwingungsdauer ausgeglichen (kompensiert). Sehr einfach ist dies beim Rostpendel (Fig. 194) erreicht, bei welchem drei Eisenstangen e, e', e und zwei Zinkstangen z, z in der in der Figur angedeuteten Weise durch Querstäbe aus Eisen verbunden sind. Die Senkung der Pendellinse, welche durch die Abwärtsverlängerung der Eisenstäbe hervorgerufen wird, muß durch die Aufwärtsverlängerung der Zinkstäbe kompensiert werden. Sind e, e', z die Längen der bezeichneten Stäbe bei 0° C., β_e und β_z die linearen Ausdehnungskoëffizienten des Eisens und des Zinkes, so ist zur Kompensation bei t° C. nötig, daß $e \cdot \beta_e \cdot t + e' \cdot \beta_e \cdot t = z \cdot \beta_z \cdot t$ oder $(e + e') \cdot \beta_e = z \cdot \beta_z$ wird. Da nun $\beta_e = 0{,}000012$ und $\beta_z = 0{,}000030$ ist, so ergibt sich für eine gegebene Länge der Eisenstangen die

zugehörige Länge der Zinkstangen mit $z = \frac{12}{30}(e + e') = \frac{2}{5}(e + e')$. — Zur Kompensation der „Unruhe" in Taschenuhren (Art. **61**), ferner zu Metallthermometern, Thermometrographen, automatischen Feuermeldern etc. verwendet man Kompensationsstreifen (Fig. 195), welche aus zwei der Länge nach verlöteten Streifen aus Metallen mit verschiedenen Ausdehnungskoëffizienten (z. B. oben Eisen, unten Messing) bestehen; bei einer gewissen Temperatur ist ein solcher Streifen gerade (*I*), oberhalb derselben nimmt er die Gestalt *II*, unterhalb derselben die Gestalt *III* an.

Fig. 195.



Bei exakten Längenmessungen (z. B. bei Basismessungen für Triangulationen, Art. **142**) muß die Änderung der Maßstablänge durch die Wärme berücksichtigt werden (vgl. Aufgabe Nr. **6**, S. 181).

Doppeltbrechende Kristalle zeigen in verschiedenen Richtungen verschieden starke Ausdehnung durch die Wärme. So zieht sich z. B. Kalkspat in der Richtung normal zur Hauptachse (Art. **255**) beim Erwärmen zusammen. Auch gespannter Kautschuk verhält sich wie ein doppeltbrechender Körper; es zieht sich daher ein gespannter Kautschukschlauch, durch welchen Wasserdampf hindurchgeleitet wird, in der Längsrichtung zusammen. Von diesen „wirklichen" Ausnahmen (Anomalien) sind die „scheinbaren" (z. B. Schwinden des Tones, Holzes etc.), die auf Wasserverlusten beruhen, zu unterscheiden.

92. Ausdehnung flüssiger Körper durch die Wärme. Bei Flüssigkeiten, die in Gefäßen erwärmt werden, kommt nur die räumliche Ausdehnung in Betracht und gilt somit wieder

$$v_t = v_0 \ (1 + \alpha t) \ldots\ldots\ldots\ldots (34),$$

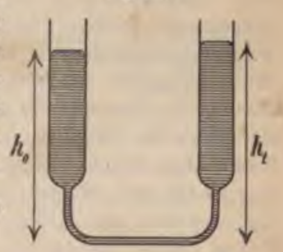
worin α den kubischen Ausdehnungskoëffizienten der Flüssigkeit bedeutet. Zu seiner Bestimmung denken wir uns G Gewichtseinheiten einer Flüssigkeit, welche bei 0° C. das Volumen v_0 sowie das spezifische Gewicht s_0, bei t^0 C. dagegen das Volumen v_t und das spezifische Gewicht s_t hat, von 0° C. auf t^0 C. erwärmt. Wegen $G = v_0 s_0 = v_t s_t$ gilt dann $s_0 : s_t = v_t : v_0$ oder in Rücksicht auf Formel (34)

$$\frac{s_0}{s_t} = 1 + \alpha t \text{ oder } \alpha = \frac{1}{t}\left(\frac{s_0}{s_t} - 1\right) \ldots\ldots\ldots (35).$$

Es ist also α bekannt, wenn es gelingt, das Verhältnis $\frac{s_0}{s_t}$ zu bestimmen. Hierzu benützten Dulong und Petit die „Methode der korrespondierenden Flüssigkeitshöhen" (Art. **73**).

Von den beiden Schenkeln eines Quecksilber enthaltenden Kommunikationsgefäßes*) ist der eine beständig durch Eis auf 0° abgekühlt, der andere in einem Ölbade auf die Temperatur von t^0 C. erwärmt (Fig. 196). Mittels des Kathetometers (vgl. Art. **80**; dasselbe wurde eigens für diesen Versuch konstruiert) ist es möglich, die Höhen h_0 und h_t sehr genau zu bestimmen. Wegen $s_0 : s_t = h_t : h_0$ folgt somit $\alpha = \frac{1}{t}\left(\frac{h_t}{h_0} - 1\right)$, was für Quecksilber den Wert $\alpha = 0{\cdot}000182$ ergab.

Fig. 196.



*) Das Verbindungsrohr ist sehr eng und von ziemlicher Länge, um die störende Wärmeleitung (Art. **112**) möglichst zu eliminieren.

Beobachten wir nun die thermische Volumsvergrößerung einer in einem thermometerartigen Gefäße eingeschlossenen Flüssigkeit (Fig. 197), so erfahren wir durch die Ablesung der sich von a bis b erhebenden Flüssigkeit nur die scheinbare Ausdehnung der letzteren. Wollen wir die wirkliche Ausdehnung erfahren, so ist die erstere noch um die Ausdehnung des Gefäßes zu vermehren (Fig. 197).

Fig. 197.

Ein pyknometerartiges Gefäß — ein sogenanntes Gewichtsdilatometer — (Fig. 136 a. S. 111) sei mit einer und derselben Flüssigkeit bei 0° C. und bei t^0 C. gefüllt und das Gewicht der letzteren jedesmal bestimmt worden. Die Wägungsresultate seien p_0 und p_t; die spezifischen Gewichte der Flüssigkeit und die Volumina derselben (also auch jene des Gefäßes) mögen wieder beziehungsweise durch s_0, s_t, v_0, v_t ausgedrückt sein. Dann ist $v_0 s_0 = p_0$ und $v_t s_t = p_t$. Da sich nun der Hohlraum des Gefäßes durch Erwärmung genau so vergrößert, als ob er ein massiver Glaskörper wäre, so gilt nach Formel (34), wenn 3β den kubischen Ausdehnungskoëffizienten des Gefäßmaterials bedeutet, auch $v_t = v_0(1 + 3\beta t)$. Aus den gewonnenen Gleichungen folgt $\frac{s_0}{s_t} = \frac{p_0}{p_t}(1 + 3\beta t)$ und daher nach Formel (35) auch

$$\alpha = \frac{1}{t}\left[\frac{p_0}{p_t}(1 + 3\beta t) - 1\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (36).$$

Verwendet man daher zu einem derartigen Pyknometerversuche Quecksilber, so kann man aus Formel (36) mit Benützung des oben gefundenen Wertes für $\alpha = 0{,}000182$ den kubischen Ausdehnungskoëffizienten 3β des Pyknometers ein- für allemal berechnen und später daher α für andere Flüssigkeiten nach Formel (36) bestimmen.

Eine Reihe derartiger Bestimmungen hat gezeigt, daß sich die Flüssigkeiten anders ausdehnen als das Quecksilber, dessen Ausdehnung als grundlegend gewählt wurde (Art. **90**). Insbesondere wächst der kubische Ausdehnungskoëffizient α mit steigender Temperatur. Die Einteilung eines Weingeistthermometers zeigt deshalb eine Verbreiterung der Skalenteile nach aufwärts. — Welche Wahrnehmungen müßte man hinsichtlich der räumlichen Ausdehnung des Quecksilbers machen, wenn man der Definition der Temperatur (Art. **90**) das Weingeistthermometer zu Grunde gelegt hätte?

Nun kann auch auf gewisse Unsicherheiten des Quecksilberthermometers hingewiesen werden. Nach der im Art. **90** ausgesprochenen Definition der Temperatur wird angenommen, daß jedem bestimmten Thermometerstande eine bestimmte Stufe des Wärmezustandes entspricht. Diese Annahme ist aber eine unsichere. Wir beobachten nämlich im Thermometer nicht die wirkliche, sondern nur die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers; denn auch das Thermometergefäß ändert seine Größe mit der Temperatur. Da nun bei Glassorten von verschiedener Zusammensetzung diese Änderungen verschieden stark erfolgen, können zwei Thermometer aus verschiedenem Glase in den Fundamentalpunkten übereinstimmen, dabei aber bei anderen Temperaturen Abweichungen zeigen. Zudem kommt, daß das Glasgefäß sowohl dauernden als vorübergehenden Nachwirkungs-Gestaltsänderungen (-Dilatationen) ausgesetzt ist; so zieht sich dasselbe längere Zeit nach seiner Anfertigung zusammen, wodurch der Eispunkt in die Höhe rückt; auch

nimmt dasselbe nach vorausgegangener Erwärmung bei der Benützung, wenn es auf die ursprüngliche Temperatur gebracht wird, erst nach einiger Zeit das frühere Volumen an. Beide Arten von Dilatationen sind bei Anwendung einer besonderen Glassorte (Jenaer Spezialglas) verschwindend kleine; im letzteren Falle können demnach die Angaben sorgfältig gefertigter Thermometer innerhalb des Fundamentalabstandes als richtige Angaben der Temperatur betrachtet werden (Art. 95). —

Eine auffällige Anomalie zeigt das Wasser, indem sich dasselbe bei einer Erwärmung von 0° auf + 4° C. um 120 Millionstel seines Volumens zusammenzieht und bei weiterer Erwärmung erst wieder ausdehnt. Es besitzt daher das Wasser bei + 4° C. seine größte Dichte (nämlich 1).

Experimenteller Nachweis mit einem größeren Glasgefäße, welches mit Wasser gefüllt ist, auf dem eine ziemlich hohe Schichte zerkleinerten Eises schwimmt. Ein Thermometer, dessen Kugel auf dem Boden des Gefäßes aufruht, zeigt nach einiger Zeit + 4° C. Bei langsamer Aufwärtsbewegung zeigt das Thermometer eine Temperaturabnahme von + 4° C. bis 0° C. an. — Zufrieren stehender Gewässer von oben, während das Wasser in der Tiefe + 4° C. zeigt. Bedeutung dieser Tatsache für im Wasser lebende Tiere.

Wegen der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme muß der bei t^0 C. „abgelesene Barometerstand" b_t (Art. 80) zum Zwecke richtiger Vergleichungen auf jenen von 0° — er sei b_0 — reduziert werden. Aus $v_t : v_0 = b_t : b_0$ folgt wegen $v_t : v_0 = 1 + \alpha t$, daß $b_0 = \frac{b_t}{1 + \alpha t}$, wofür näherungsweise auch $b_0 = b_t\ (1 - \alpha t)$ gesetzt werden darf. Man reduziert auf 0° C. und berücksichtigt gleichzeitig die Ausdehnung der bei 0° C. richtigen Skala, wenn man von dem abgelesenen Barometerstande b_t bei Glasmaßstäben $0{,}00017 \cdot b_t \cdot t$, bei Messingmaßstäben $0{,}00016\ b_t \cdot t$ abzieht (vgl. Aufgabe **13** und **14** a. S. 182).

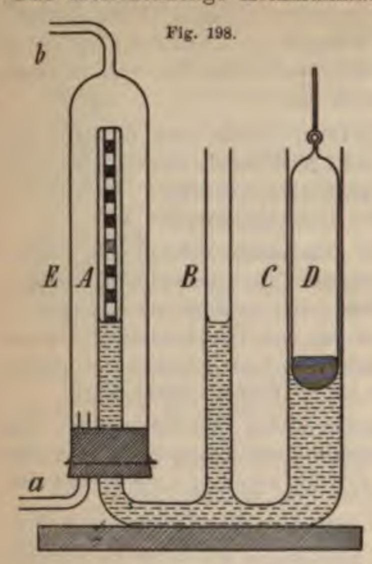
93. Ausdehnung gasförmiger Körper durch die Wärme. Infolge der losen Aneinanderhäufung der Teilchen ist bei gasförmigen Körpern die thermische Ausdehnung eine bedeutend größere und viel regelmäßigere als bei den übrigen Körpern. Auch ist dieselbe für alle Gase nahezu gleich, was sich wohl dadurch erklärt, daß hier die Gegenwirkung der sonst bei verschiedenen Körpern verschieden großen Kohäsion wegfällt. Dabei möge vorläufig vorausgesetzt sein, daß sich das erwärmte Gas insofern unbehindert ausdehnen kann, als der darauf lastende Druck derselbe bleibt (wie etwa bei dem in Fig. 189 dargestellten Versuche). Dann erscheint die räumliche Ausdehnung der Gase bei konstantem Drucke wieder durch

$$v_t = v_0\ (1 + \alpha t) \qquad (34)$$

ausgedrückt, worin α der kubische Ausdehnungskoëffizient der Gase ist, also jene Zahl vorstellt, welche anzeigt, um wieviel sich eine bei 0° C. betrachtete Volumeinheit eines Gases vergrößert, wenn das Gas bei konstantem Drucke um 1° C. erwärmt wird. Der mittlere Wert dieses kubischen Ausdehnungskoëffizienten der Gase beträgt zwischen 0° und 100° C. $\alpha = 0{,}00367$ oder nahezu $\alpha = {}^1/_{273}$. Nachdem Gay-Lussac zuerst (1802) diese schon vor ihm bekannten Tatsachen in das Gesetz der Formel (34) kleidete, bezeichnet man dasselbe gewöhnlich als das Gay-Lussacsche Gesetz.

Experimenteller Nachweis mit dem in Fig. 198 dargestellten Apparate. Das dreischenkelige Kommunikationsgefäß ABC enthält in dem oben möglichst flach zugeschmolzenen Schenkel A ein Luftvolumen, abgesperrt durch gefärbte englische Schwefelsäure (behufs Entziehung der Luftfeuchtigkeit). Eine dicht an A anliegende Zentimeterskala gestattet die Länge des abgesperrten Luftvolumens zu messen. Durch Einsenken des quecksilberbeschwerten Schwimmers D wird erreicht, daß die Flüssigkeit in B ebenso hoch steht wie in A, so daß das eingeschlossene Luftvolumen unter dem äußeren Atmosphärendrucke steht. Man leitet nun durch den das Rohr A umgebenden Glasmantel E zuerst Wasser von gemessener Temperatur t (von a nach b), dann Wasserdampf von 100° C. (von b nach a) und liest nach jedesmaliger Einstellung des Niveaus in B das abgesperrte Luftvolumen (v_t, v_{100}) ab. Aus den ermittelten Größen t, v_t, v_{100} ergibt sich unter Benützung von Formel (34) ein Wert von α, welcher mit dem oben angegebenen übereinstimmt.

Fig. 198.



Sowie das Boyle-Mariottesche Gesetz (Art. 81) nicht völlig genau gilt, ist dies auch bei dem Gay-Lussacschen Gesetz nicht der Fall. Beide gelten genau für „ideale" Gase, denen sich die wirklichen nur mehr oder weniger — am meisten der Wasserstoff — annähern. Daher zeigt α für verschiedene Gase kleine Verschiedenheiten. Es beträgt α z. B. für Wasserstoff $0{,}003659 = {}^1/_{273{,}3}$, für Luft $0{,}003670 = {}^1/_{272{,}5}$, für Kohlendioxyd $0{,}003694 = {}^1/_{270{,}7}$ etc.

94. Das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz. Reduktion eines Gasvolumens auf die Normalverhältnisse der Temperatur und des Druckes. Das Mariottesche Gesetz gibt uns die Beziehung zwischen Volumen und Druck eines Gases bei konstanter Temperatur, das Gay-Lussacsche Gesetz diejenige zwischen Volumen und Temperatur eines Gases bei konstantem Drucke. Beide lassen sich in ein einziges Gesetz vereinigen. Besitzt eine Gasmasse bei der Temperatur t_0 und dem Drucke p_0 das Volumen v_0, bei einer Temperatur von t und dem Drucke p dagegen das Volumen v, so ist

$$\frac{p\,v}{1+\alpha t} = \frac{p_0\,v_0}{1+\alpha t_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (37).$$

Diese Gleichung führt den Namen des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes oder heißt auch die Zustandsgleichung eines Gases.*)

Bei der Temperatur t_0 und dem Drucke p_0 sei das Gasvolumen v_0,
" " " t_0 " " " p " " " v',
" " " t " " " p " " " v;

*) Für $t = t_0 =$ konstant folgt aus (37) der mathematische Ausdruck des Mariotteschen Gesetzes (Formel 31 a); für $p = p_0 =$ konstant und für eine Anfangstemperatur $t_0 = 0°$ C. geht aus (37) der mathematische Ausdruck des Gay-Lussacschen Gesetzes hervor (Formel 34).

dann gilt nach dem Mariotteschen Gesetze die Gleichung $p_0 v_0 = p v'$, nach dem Gay-Lussacschen die Gleichung $\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0} = \frac{v}{v'}$. Durch Multiplikation beider ergibt sich die Formel (37).

Man sagt, ein Gas befindet sich unter den Normalverhältnissen der Temperatur wie des Druckes, wenn es bei 0° C. unter einem Drucke von 760 *mm* steht. Besitzt nun eine Gasmasse bei t^0 C. und p *mm* Druck das Volumen v, so findet sich das auf die Normalverhältnisse reduzierte Volumen v_0 nach Formel (37), wenn man $t_0 = 0^0$ C. und $p_0 =$ 760 *mm* setzt, mit

$$v_0 = \frac{p v}{760 (1 + \alpha t)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (38).$$

95. Erwärmung eines Gases bei konstantem Volumen. Das Luftthermometer von Jolly. Die absolute Temperatur. Erwärmt man eine in eine undehnbare Hülle vom Volumen v_0 eingeschlossene Gasmasse, welche unter einem Drucke p_0 steht, daher auch eine ebenso große Expansivkraft p_0 besitzt, von $t_0 = 0^0$ C. bis t^0 C., so bleibt das Volumen $v_t = v_0$ und die Formel (37) geht über in

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (39).$$

Es wächst also in diesem Falle die Expansivkraft des Gases mit wachsender Temperatur. Die Zahl α bedeutet nun den Spannungskoëffizienten, d. h. die Zahl, welche angibt, um den wievielten Teil der bei 0° C. vorhandenen Spannkraft (Expansivkraft) die letztere wächst, wenn das Gas bei konstantem Volumen um 1° C. erwärmt wird. Wären das Mariottesche und das Gay-Lussacsche Gesetz genau richtig, so müßte der Spannungskoëffizient mit dem Ausdehnungskoëffizienten zusammenfallen, also für alle Gase gleich groß sein, was in Wirklichkeit wohl mit großer Annäherung, aber nicht vollständig genau der Fall ist.

Fig. 199.

Auf der Benützung der Gleichung (39) beruht das Jollysche Luftthermometer.

Das Gefäß A (Fig. 199) enthält die thermometrische Substanz, nämlich völlig getrocknete Luft, beim „Wasserstoffthermometer" trockenen Wasserstoff (vgl. Art. **93**); dasselbe steht durch eine kapillare Röhre in Verbindung mit den beiden Gefäßen B und C, die durch einen starkwandigen Gummischlauch kommunizieren und Quecksilber enthalten. B besitzt möglichst nahe bei der engen Einmündung eine Marke (Glasspitze), auf welche durch Heben und Senken des Gefäßes C die Quecksilberkuppe einzustellen ist. Die Niveaudifferenz h der beiden Kuppen kann an einem vertikalen Maßstabe abgelesen werden. Das Gefäß A wird zunächst in schmelzendes Eis gebracht, das Quecksilber in B eingestellt, die Niveaudifferenz h und außerdem an einem Barometer der Barometerstand b abgelesen, wodurch man $p_0 = b \pm h$ erhält; hierin gilt das obere (untere) Zeichen, wenn der Quecksilberstand

in C höher (tiefer) als in B ist. Dieselbe Messung führt man dann aus, nachdem das Gefäß A auf die zu bestimmende Temperatur t gebracht ist, wodurch sich $p = b \pm h'$ ergibt. Nach Formel (39) ist dann $t = \frac{p - p_0}{\alpha p_0}$. Solange dieselbe Gasfüllung in A benützt wird, darf dabei der ein- für allemal ermittelte Wert von p_0 benützt werden.

Das Luftthermometer ist zu wissenschaftlichen Zwecken weit genauer als das Quecksilberthermometer. Obwohl auch beim Luftthermometer die räumliche Vergrößerung des Glasgefäßes eigentlich zu berücksichtigen ist, kann dieselbe zumeist außer acht gelassen werden, da sich Quecksilber etwa 7mal, ein Gas dagegen etwa 156mal so stark ausdehnt als Glas. Vergleicht man die Angaben eines Wasserstoffthermometers mit jenen eines aus Jenaer Glas gefertigten Quecksilberthermometers, so zeigen dieselben innerhalb 0° und 100° C. hinlängliche Übereinstimmung, so daß innerhalb dieses Bereiches die Angaben des Quecksilberthermometers als richtige gelten können (vgl. Art. **92**). Über 100° C. ist man jedoch übereingekommen, die Angaben des Wasserstoffthermometers als die richtigen zu betrachten und die bequemer ausführbaren Angaben des Quecksilberthermometers auf die ersteren zu reduzieren. — Luftthermometer mit Platingefäßen zur Bestimmung hoher Temperaturen.

Die Gleichung (37) kann auch in der Form $\frac{pv}{p_0 v_0} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}$ geschrieben werden. Multipliziert man Zähler und Nenner des rechts stehenden Bruches mit $\frac{1}{\alpha} = 273$ (abgerundet), so erhält man $\frac{pv}{p_0 v_0} = \frac{273 + t}{273 + t_0}$ oder $pv = (273 + t) \cdot \frac{p_0 v_0}{273 + t_0}$. Man bezeichnet nun $(273 + t)$, d. i. um 273° C. vermehrte Temperatur, als die a b s o l u t e T e m p e r a t u r; schreibt man hierfür den Buchstaben T, so vereinfacht sich die letzte Gleichung auf $pv = T \cdot \frac{p_0 v_0}{T_0}$. Da nun der Bruch $\frac{p_0 v_0}{T_0}$ für verschiedene Gase einen bestimmten konstanten Wert R besitzt (vgl. Art. **96**), so nimmt die Zustandsgleichung der Gase die einfache Form an:

$$pv = T \cdot R \quad \ldots\ldots (40),$$

welche in Worte gekleidet lautet: D a s P r o d u k t a u s D r u c k u n d V o l u m e n e i n e s G a s e s i s t s e i n e r a b s o l u t e n T e m p e r a t u r p r o p o r t i o n a l.

Nach den Formeln (34) und (39) müßte bei unbeschränkter Gültigkeit des Gay-Lussacschen Gesetzes — welche aber, wie wiederholt bemerkt, n i c h t stattfindet — für eine Temperatur $t = -273°$ C. (also für eine absolute Temperatur $T = t + 273 = 0$) sowohl das Volumen wie die Spannkraft eines Gases „Null“ sein. Diese Temperatur von $-273°$ C. bildet den a b s o l u t e n N u l l p u n k t.

96. Bestimmung des absoluten und des spezifischen Gewichtes eines Gases. Ein Glasballon vom Volumen v cm^3 wird an dem einen Arme eines Wagebalkens aufgehängt und die Wage durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wageschale tariert. Darauf wird der Ballon möglichst evakuiert, wobei der zuletzt erreichte Stand der Barometerprobe b' mm beträgt. Wird nun der Ballon wieder wie zuvor an der Wage befestigt, so erweist sich derselbe leichter als früher; es muß die Tara zur Wiederherstellung des

Gleichgewichtes um $q\,g$ vermindert werden. Ist $b\,mm$ der Barometerstand der äußeren Luft, so ist $(b-b')\,mm$ der Druck einer Luftmasse vom Volumen $v\,cm^3$, welche bei einer Temperatur des Beobachtungsraumes von t^0 C. ein Gewicht von $q\,g$ besitzt. Das Volumen v_0 dieser Luftmasse unter den Normalverhältnissen ergibt sich somit nach Formel (38) mit $v_0 = \frac{(b-b')\,v}{760\,(1+\alpha\,t)}\,cm^3$ und das spezifische Gewicht σ_0 für $1\,cm^3$ Luft unter Normalverhältnissen mit $\frac{q}{v_0} = 0{,}001293\,g$. Es wiegt also $1\,l$ Luft $1{,}293\,g$, $1\,m^3$ Luft $1{,}293\,kg$ (vgl. Art. **78**).

Was muß geschehen, wenn nach der Anstellung des oben beschriebenen Versuches der Hahn des evakuierten Ballons geöffnet wird? Was muß sich bei der Wiederherstellung des gestörten Gleichgewichtes zeigen?

Das spezifische Gewicht σ der Luft bei t^0 C. und $b\,mm$ Druck ergibt sich, da $\sigma_0 : \sigma = v : v_0 = \frac{b_0}{1+\alpha\,t_0} : \frac{b}{1+\alpha\,t}$, wegen $b_0 = 760\,mm$, $t_0 = 0^0$ C. und $\sigma_0 = 0{,}001293$ durch den Ausdruck

$$\sigma = \frac{b}{760} \cdot \frac{1}{1+\alpha\,t} \cdot 0{,}001293 \ldots\ldots\ldots\ldots (41).$$

Läßt man in den beim früher beschriebenen Versuche verwendeten evakuierten Ballon Leuchtgas (oder ein anderes Gas) einströmen, so wird er um $q'\,g$ schwerer. Die Dichte des Leuchtgases, bezogen auf Luft, erscheint dann gegeben durch $\delta = \frac{q'}{q}$. Die Dichten (vgl. Art. **106**) einiger wichtiger Gase, bezogen auf atmosphärische Luft sowie auf Wasserstoff (leichtestes aller Gase), sind:

Dichte für:	Bezogen auf atmosphärische Luft:	Bezogen auf Wasserstoff:
Wasserstoff	0,0692	1,0
Ammoniak	0,597	8,5
Stickstoff	0,970	14,0
Atmosphärische Luft	1,000	14,45
Sauerstoff	1,105	16,0
Kohlendioxyd	1,529	22,0

Die Konstante R der Formel (40) ist aus $R = \frac{p_0\,v_0}{T_0}$ zu bestimmen. Denkt man sich $1\,kg$ Luft von $t_0 = 0^0$ C., also von $T_0 = 273^0$ in einer zylindrischen Röhre von $1\,m^2$ Querschnitt unter normalem Luftdrucke $b_0 = 760\,mm$ stehend, so folgt aus $v_0 = \frac{1}{1{,}293}\,m^3$ und $p_0 = 10333\,kg$ (per $1\,m^2$) die Größe $R = \frac{10333 \cdot 1}{1{,}293 \cdot 273} = 29{,}3$.

97. Wärmemenge. Spezifische Wärme. Werden zwei Körper von verschiedener Temperatur miteinander in dauernde Berührung gebracht, so erwärmt sich der kältere von beiden auf Kosten des wärmeren. Wir sagen dann auch, „es ist eine gewisse Menge von Wärme von dem wärmeren auf den kälteren Körper übergegangen".*)

*) Diese Ausdrucksweise könnte uns zu der — wie sich später zeigen wird — irrigen Vorstellung verleiten, daß die „Wärme" ein Stoff sei; wir vermeiden diese irrige Vorstellung, wenn wir uns einstweilen unter dem Ausdrucke „eine bestimmte Menge von Wärme", eine bestimmte Quantität eines vorläufig noch unbekannten, unsichtbaren Agens denken.

Mischt man z. B. 1 *kg* Wasser von + 50° C. mit 1 *kg* Wasser von + 20° C. möglichst rasch, so zeigt die Erfahrung, daß man 2 *kg* von + 35° C. erhält. Es hat sich also der kältere Körper um 15° C. auf Kosten des wärmeren erwärmt, da der letztere sich um 15° C. abkühlte. Mischt man ebenso 3 *kg* Wasser von + 20° C. mit 2 *kg* Wasser von + 70° C., so zeigen die 5 *kg* der Mischung eine Temperatur von + 40° C. Es erwärmen sich also die 3 *kg* des kälteren Wassers um 20°, während die 2 *kg* des wärmeren sich um 30° abkühlen. Multipliziert man die Maßzahl jeder Wassermasse mit der Maßzahl der zugehörigen Temperaturänderung, so erhält man jedesmal dasselbe Produkt ($3 \times 20 = 2 \times 30 = 60$).

Nachdem bei allen ähnlichen Mischungsversuchen mit ungleich warmem Wasser immer dasselbe Gesetz nachweisbar ist, bezeichnen wir das für die Beurteilung des Vorganges maßgebende Produkt aus der Anzahl der Kilogramme Wasser und der zugehörigen Temperaturänderung (in Zentigraden) mit dem Namen Wärmemenge. Als Einheit der Wärmemenge oder als Wärmeeinheit nehmen wir dabei jene Wärmemenge an, welche einer Temperaturänderung von 1 *kg* Wasser um 1° C. entspricht. Wir bezeichnen dieselbe als Kilogrammkalorie (1 Cal.). Der tausendste Teil dieser Wärmemenge heißt Grammkalorie (1 cal.).

Während man nun, um 1 *kg* Wasser um 1° C. zu erwärmen, die Wärmemenge von einer Kalorie benötigt, ist zur Erwärmung von 1 *kg* eines anderen Stoffes im allgemeinen eine andere Wärmemenge nötig. Die Wärmemenge, welche nötig ist, um 1 *kg* eines Stoffes um 1° C. zu erwärmen, bezeichnen wir als die spezifische Wärme dieses Stoffes. Nach der obigen Feststellung der Wärmeeinheit ist somit die spezifische Wärme des Wassers gleich 1.

Die Wärmemenge, welche nötig ist, um einen Körper (also eine gewisse Anzahl von Kilogrammen eines Stoffes) um 1° C. zu erwärmen, nennen wir das Wärmefassungsvermögen oder die Wärmekapazität (auch kalorimetrischen Wasserwert) des Körpers.

In ein größeres Glas gießen wir zuerst 1 *kg* Wasser von 10° C. und hierauf 1 *kg* Quecksilber von 100° C. Nach raschem Umrühren mit dem Thermometer zeigen beide Körper eine Ausgleichstemperatur von 12,6° C. Es wurde also das Wasser um 2,6° C. erwärmt; da hierzu 2,6 Kalorien nötig sind, müssen dieselben von dem wärmeren Quecksilber (1 *kg*), das sich von 100° bis auf 12,6°, also um 87,4° C. abgekühlt hat, geliefert worden sein. Es wären also auch zur Erwärmung von 1 *kg* Quecksilber um 87,4° C. 2,6 Kalorien nötig, zur Erwärmung um einen Celsiusgrad, also 2,6 : 87,4 oder 0,03 Kalorien, also nur $^3/_{100}$ von jener Wärmemenge, durch welche 1 *kg* Wasser um einen Celsiusgrad erwärmt wird.

Der eben beschriebene Versuch zeigt uns das Prinzip der Bestimmung der spezifischen Wärme eines festen oder flüssigen Körpers nach der sogenannten Mischungsmethode. Man verwendet hierzu ein dünnwandiges Blechgefäß (Kalorimeter), welches gegen Wärmeverluste nach außen möglichst geschützt ist. Dasselbe enthalte p_1 *kg* einer Flüssigkeit (gewöhnlich Wasser) von der Temperatur t_1 ° C. und der spezifischen Wärme von c_1 Kalorien. Bringt man in die Flüssigkeit p_2 *kg* eines anderen Körpers von der Temperatur t_2 ° C. und der spezifischen Wärme c_2 Kalorien, wobei $t_2 > t_1$ sein möge, und

befördert möglichst rasch durch Umrühren den Ausgleich auf die Mischungstemperatur T, so ist die vom wärmeren Körper abgegebene Wärmemenge $p_2\, c_2\, (t_2 - T)$ Kalorien, die ebensogroße vom kälteren Körper aufgenommene Wärmemenge $p_1\, c_1\, (T - t_1)$ Kalorien. Aus der Gleichstellung beider folgt die spezifische Wärme des in das Kalorimeter eingebrachten Körpers mit $c_2 = \frac{p_1\, c_1\, (T - t_1)}{p_2\, (t_2 - T)}$ sowie die Mischungstemperatur $T = \frac{p_1\, c_1\, t_1 + p_2\, c_2\, t_2}{p_1\, c_1 + p_2\, c_2}$ (Richmannsche Regel), in welchen Formeln bei Anwendung von Wasser im Kalorimeter $c_1 = 1$ zu setzen ist.

Bei genauen Versuchen dieser Art muß auf die Erwärmung des Gefäßes sowie des Rührers, Thermometers etc. Rücksicht genommen werden. — Durch eine Reihe solcher Versuche wurde gefunden, daß die Metalle die niedrigste spezifische Wärme haben (z. B. Eisen 0.1, Zinn 0,06, Platin, Blei und Quecksilber 0,03); größer ist die spezifische Wärme der Flüssigkeiten (z. B. Petroleum 0,5, Alkohol 0,6). Von allen festen und flüssigen Körpern besitzt das Wasser die größte spezifische Wärme. Bedeutung dieser Tatsache in der Natur, insofern als das Wasser der ungeheueren Ozeane die starken Kontraste der Temperaturen in den verschiedenen Jahreszeiten mildert, indem es für die Küstenländer der heißen Zone ein riesiges Abkühlungsreservoir, für jene der kälteren Zonen ein Wärmereservoir ist. Bedeutung der geringen spezifischen Wärme der Metalle in der Metallverarbeitung.

Als Atomwärme bezeichnet man das Produkt aus dem Atomgewichte mit der spezifischen Wärme (gleichsam eine Wärmemenge, die zur Erwärmung eines Atoms um 1° C. nötig ist). Dulong und Petit fanden, daß die Atomwärme für alle verschiedenen chemischen Elemente im festen Aggregatzustande zwischen 0° und 100° C. fast ausnahmslos ungefähr denselben Wert von 6,4 hat.

98. Spezifische Wärme der Gase. Die spezifische Wärme eines Gases ist eine verschiedene, je nachdem bei der Erwärmung 1. das Gas sich ausdehnen kann und dabei unter konstantem Drucke steht oder 2. das Gas sich nicht ausdehnen kann, also dabei ein konstantes Volumen behält. Man unterscheidet daher zwischen der spezifischen Wärme c_p eines Gases unter konstantem Drucke und der spezifischen Wärme c_v eines Gases unter konstantem Volumen.

Zur Bestimmung von c_p läßt man nach Lavoisier und Laplace das Gas aus einem Gasometer in gleichmäßigem Strome zunächst ein Schlangenrohr durchziehen, das sich in einem Ölbade von der Temperatur t^0 befindet. Das hier auf t^0 C. erhitzte Gas zieht nun durch ein zweites Schlangenrohr, das sich in einem Wasserkalorimeter befindet, wobei sich das Gas auf die endliche Temperatur t' des Kalorimeters abkühlt. Aus der Temperaturerhöhung, welche eine bestimmte Gasmasse in dem Kalorimeter hervorbringt, indem sie sich von t auf t' abkühlt, läßt sich c_p bestimmen. Es ergab sich c_p für atmosphärische Luft mit 0,2375, für Sauerstoff mit 0,2175, für Stickstoff mit 0,2438, für Wasserstoff mit 3,4090 etc.

Die Atomwärmen der einfachen Gase (Produkt aus Atomgewicht mit c_p) sind fast ausnahmslos nahezu gleich; so ergibt sich für Sauerstoff $0{,}2175 \times 16 = 3{,}4800$, für Stickstoff $0{,}2438 \times 14 = 3{,}4132$, für Wasserstoff $3{,}4090 \times 1 = 3{,}4090$ u. s. w.

Über die spezifische Wärme bei konstantem Volumen vgl. Art. 101.

99. Beziehungen zwischen mechanischer Arbeit und Wärme. Das mechanische Wärmeäquivalent. Zur Erklärung der Erscheinungen der Wärme nahm man früher die Existenz eines unwägbaren (weil mit der Erwärmung keine Gewichtszunahme verbunden ist) Wärmestoffes

an, welcher, je nachdem er in größerer oder geringerer Menge in Körper eindringe, ihre Erwärmung, Ausdehnung etc. hervorrufen sollte. Eine sehr einfache und allbekannte Erscheinung bringt aber diese Wärmestoffhypothese in unlösbaren Widerspruch mit gewissen Erfahrungstatsachen. Da man nämlich durch Reibung sowie durch den Stoß zweier Körper, ferner durch Verkleinerung des Volumens — kurz, durch mechanische Arbeit — Erwärmung erzielen kann, wäre es möglich, aus der endlich begrenzten Materie eines Körpers unbegrenzte Mengen des Wärmestoffes durch mechanische Arbeit zu gewinnen, was jeder Erfahrung widerspricht. Im Gegensatze hierzu bewies die neuere Physik in unwiderleglicher Weise, daß Wärme eine Form der Energie ist. In diesem Sinne erklärt die durch Robert Mayer (vgl. S. 35) begründete mechanische Wärmetheorie das Wesen der Wärme.

Beispiele für die Erzeugung von Wärme durch mechanische Arbeit: Reiben eines Metallstückes an einem rauhen Holz- oder Tuchstücke. Erhitzung von Werkzeugen, z. B. von Sägen, Feilen, Bohrern etc. beim Gebrauche. Methoden, Feuer zu machen, z. B. Reiben von Holzstücken aneinander, „Feuerschlagen" mit Feuerstein und Stahl, Reibung der Zündhölzer an der rauhen Reibfläche etc. „Heißlaufen" schlecht geschmierter Achsen an Maschinen, Waggons etc. Umsetzung der Energie eines rollenden Eisenbahnzuges, der gebremst wird, in Wärme an Rädern und Bremsbacken. Glühendwerden von Meteoriten bei der Reibung in der Erdatmosphäre. Erwärmung von Münzen im Prägestocke, Erhitzung und teilweise Schmelzung einer gegen eine Eisenscheibe geschossenen Bleikugel. Panzerhohlgeschosse etc. — Rumford brachte 26,6 Pfund Wasser in einem Kanonenrohre durch die Reibung eines an den Rohrboden gepreßten, stumpfen Meißels in $2^1/_2$ Stunden zum Sieden (1798). Nach Tyndall kann man Wasser (besser Äther) in einem mit einer korkgefütterten Zange umfaßten, rasch rotierenden, einerseits verstöpselten Metallrohre zum Sieden bringen; durch die entstehenden Dämpfe wird der Kork herausgeschleudert u. s. w.

Ihre sicherste Stütze erhielt die mechanische Wärmetheorie, als es gelang, die Größe jener mechanischen Arbeit zu finden, welche aufgewendet werden muß, um eine Wärmeeinheit (Kalorie) zu erzeugen. Man nennt diese Größe das mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit; dasselbe beträgt nach übereinstimmenden Versuchen von Joule, Hirn u. a. 427 Kilogrammeter.

Joule verwendete ein Wasserkalorimeter, in welchem ein Flügelrad durch zwei fallende Gewichte von je p *kg* in Rotation versetzt wurde. Hierbei erwärmte sich der Kalorimeterinhalt um t^0. War die Fallhöhe jedes Gewichtes h *m*, so wurden $(2ph)$ *kgm* Arbeit zur Erzeugung von (Ct) Kalorien benötigt, worin C die gesamte Wärmekapazität des Kalorimeters vorstellt. Hieraus ließ sich die zur Erzeugung einer Kalorie nötige Arbeit berechnen. Hirn erhielt das mechanische Wärmeäquivalent aus der beim Stoße von Bleimassen auftretenden Erwärmung. — Über die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes vgl. Art. **101**.

Da für mittlere Breite und 0 *m* Höhe 1 *kgm* = 9,81 Joule ist (Art. **26**), sind zur Erzeugung einer Kilogrammkalorie $427 \times 9{,}81 = 4189$ Joule, zur Erzeugung einer Grammkalorie daher 4,189 Joule nötig. — Durch die letztgenannte Äquivalenz erscheint die Grammkalorie auf die Grundeinheiten des C.-G.-S.-Systems zurückgeführt.

So wie es möglich ist, durch 427 *kgm* mechanischer Arbeit 1 Kalorie zu erzeugen, ist es auch umgekehrt möglich, aus 1 Kalorie 427 *kgm* mechanische Arbeit zu gewinnen. Das bekannteste Beispiel einer Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit bietet die Dampfmaschine (Art. **111**).

Mit der mechanischen Wärmetheorie stehen einige sehr wichtige Erscheinungen an Gasen in vollem Einklange. In dem Rezipienten einer Luftpumpe (Fig. 200) befindet sich das Gefäß eines Luftthermoskopes. Das durch einen (gefärbten) Weingeisttropfen abgesperrte Luftvolumen des Thermoskopes verkleinert sich unmittelbar nach Beginn des Evakuierens, zeigt also eine Abkühlung der sich ausdehnenden (expandierenden) Luft des Rezipienten an. Hält man mit dem Evakuieren inne, wartet ab, bis der Flüssigkeitstropfen zur Ruhe gekommen ist, und läßt sodann Luft einströmen, so zeigt das Thermoskop eine Erwärmung der sich im Rezipienten zusammenpressenden (komprimierenden) Luft an. Die letztere Erscheinung — Erwärmung eines Gases bei seiner Zusammendrückung — zeigt auch das bekannte pneumatische Feuerzeug (Fig. 201). Beim ersten der beiden Versuche dehnt sich das Gas, einen äußeren Druck überwindend — also Arbeit leistend — aus, wodurch sich sein Wärmeinhalt in gleichem Maße verkleinert und die Temperatur sinkt. Im zweiten Falle wird dagegen die gegen die Spannkraft des Gases durch äußeren Druck geleistete Arbeit zu einer Vermehrung des Wärmeinhaltes der Gasmasse führen, so daß die Temperatur des Gases steigt.

Fig. 200.

Fig. 201.

100. Hypothesen über das Wesen der Wärme. Nach der mechanischen Wärmetheorie gewinnt ein Körper, dem eine Kilogrammkalorie zugeführt wird, 427 *kgm* oder 4189 Joule an Energie. Man stellt sich nun vor, daß dieser Energiegewinn in einer Erhöhung der lebendigen Kraft der Körpermoleküle besteht, welche sich wieder nach außen als Erhöhung des Wärmezustandes des Körpers zu erkennen gibt.

Die Moleküle eines festen Körpers befinden sich — wie man vermutet — zufolge der molekularen Anziehungskräfte in bestimmten Gleichgewichtslagen, um welche sie sehr rasche Schwingungen ausführen. Beim Erwärmen eines solchen Körpers steigert sich nun die Geschwindigkeit wie auch die Amplitude dieser Schwingungen. Infolge der Vergrößerung der Amplitude drängen sich die Moleküle in neue, weiter voneinander entfernte Gleichgewichtslagen: der Körper dehnt sich aus. Bei flüssigen Körpern erfolgen die in Rede stehenden Schwingungen mit so großer Amplitude, daß die Kohäsion nicht mehr ausreicht, um die Moleküle in die Gleichgewichtslage zurückzuführen, ohne daß es aber zu einer völligen Trennung der Teilchen kommt, da ja ein geringes Maß gegenseitiger Anziehung noch vorhanden ist. Die Moleküle der Flüssigkeiten bewegen sich infolgedessen vielleicht in krummlinigen Bahnen. — Die Moleküle der Gase sind endlich nach der mechanischen oder kinetischen Gastheorie in rascher, geradliniger Bewegung begriffen; sie fliegen in den verschiedensten Bahnen durch den Raum und prallen sowohl aneinander wie an die Begrenzungen des sie einschließenden Gefäßes. So erklärt sich der normal auf die Wände (als Resultierende der von

allen Richtungen erfolgenden Einzelstöße) wirksame Druck, dessen Größe bei gleichbleibendem Volumen der Wucht der stoßenden Moleküle, d. h. ihrer Temperatur proportional ist (Gay-Lussacsches Gesetz, Formel 39). Preßt man — ohne die Temperatur zu ändern — das Gas auf die Hälfte, auf ein Drittel, ... des ursprünglichen Volumens zusammen, so stoßen in derselben Zeit die doppelte, dreifache ... Anzahl Moleküle mit derselben Wucht wie früher auf die Flächeneinheit der Wand, der Druck auf dieselbe wird somit der zwei-, dreifache ... des anfänglichen (Mariottes Gesetz).

101. Die spezifische Wärme eines Gases bei konstantem Volumen. Erwärmt man eine Gasmasse unter konstantem Drucke, so wird ein Teil der in Form von Wärme zugeführten Energie zur Überwindung des äußeren Druckes — gleichsam zur Entspannung des erwärmten Gases — der übrige zur Erwärmung der Gasmasse verwendet. Erfolgt die Erwärmung dagegen bei konstantem Volumen, so fällt der erstere Betrag weg und es wird alle zugeführte Wärme nur zur Erwärmung (Erhöhung der molekularen Wucht) verwendet. So kommt es, daß die spezifische Wärme des Gases unter konstantem Volumen (c_v) kleiner sein muß als jene unter konstantem Drucke (c_p). Das Verhältnis $\frac{c_p}{c_v} = k$ fand sich auf Grund von Versuchen für atmosphärische Luft $= 1{,}41$ und nahezu ebensogroß für alle übrigen Gase. Für atmosphärische Luft ist daher $c_v = 0{,}1684$.

Mit Hilfe der Werte von c_p und c_v hat Robert Mayer das mechanische Äquivalent der Wärme — und zwar vor Anstellung der im Art. **99** beschriebenen, experimentellen Bestimmungen — auf folgendem Wege durch Rechnung gefunden. Ein Kilogramm Luft nimmt unter normalen Verhältnissen einen Raum von $\frac{1}{1{,}293} = 0{,}773\,m^3$ ein. Denkt man sich dieses Gasvolumen in einem Zylinder von $1\,m^2$ Querschnitt, also von $0{,}773\,m$ Höhe, durch einen verschiebbaren, gewichtlosen Kolben eingeschlossen, so dehnt es sich bei Erwärmung um 1° C. um $^1/_{273}$ des Volumens aus, wobei der Kolben um $(^1/_{273} \cdot 0{,}773)\,m$ gehoben und gegen den darauf lastenden Luftdruck von $10\,333\,kg$ eine Arbeit von $\frac{10\,333 \cdot 0{,}773}{273}\,kgm$ geleistet wird. Zur Erzeugung dieser Arbeit dient nun offenbar die Wärmemenge $c_p - c_v = (0{,}2375 - 0{,}1684) = 0{,}0691$ Kalorien, weshalb man für eine Kalorie $\frac{10\,333 \cdot 0{,}773}{273 \cdot 0{,}0691}\,kgm = 423{,}3\,kgm$ erhält. Die geringe Abweichung von dem empirisch gefundenen Resultate (Art. **99**) erklärt sich dadurch, daß für c_p und c_v nur Näherungswerte zur Verfügung stehen.

102. Veränderungen des Aggregatzustandes eines Körpers durch die Wärme im allgemeinen. Außer den Erscheinungen der Erwärmung, Ausdehnung etc. vermag die einem Körper zugeführte Wärme noch tiefer gehende Änderungen hervorzubringen; vor allem kann hierdurch ein fester Körper in den flüssigen, ein flüssiger in den gasförmigen Zustand gebracht werden; bei Entziehung der Wärme verlaufen die Erscheinungen

umgekehrt. Die Wärme bewirkt also Veränderungen des Aggregatzustandes.

Diese im wesentlichen als bekannt vorausgesetzten Änderungen des Aggregatzustandes befestigen aufs neue die mechanische Wärmetheorie. Wird einem festen Körper Wärme zugeführt und hierdurch eine Vergrößerung seiner molekularen Wärmeschwingungen veranlaßt, so verlassen bei Erreichung einer gewissen Temperatur die Moleküle ihre dem festen Zustande eigentümlichen Gleichgewichtslagen: der feste Körper wird flüssig. Der bezeichnete Vorgang heißt das Schmelzen, die Temperaturgrenze, bei welcher es erfolgt, der Schmelzpunkt. — An der Oberfläche einer Flüssigkeit überschreiten die daselbst befindlichen Moleküle bei ihren Schwingungen die Grenze des Wirkungskreises ihrer Nachbarmoleküle; sie werden von ihnen nicht mehr zurückgezogen und fliegen daher mit der im Augenblicke des Überschreitens vorhandenen Geschwindigkeit geradlinig in den oberhalb der Flüssigkeit befindlichen Raum. Diese von den Fesseln der Kohäsion befreiten Moleküle bilden in ihrer Gesamtheit einen luftförmigen Körper. Der geschilderte, bei jeder Temperatur an der Oberfläche der Flüssigkeit erfolgende Übergang aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand heißt das Verdunsten; der entstandene gasförmige Körper wird als Dunst oder Dampf bezeichnet. Es ist erklärlich, wieso dieser Vorgang bei höherer Temperatur, also bei lebhafterer Schwingungsbewegung der Moleküle, reichlicher erfolgt, ferner wieso bei Erreichung einer bestimmten Temperatur das Bestreben der Moleküle, fortzufliegen, den Druck der Flüssigkeit sowie den auf der Flüssigkeit lastenden Druck zu überwinden vermag, so daß nun der Übergang in den gasförmigen Körper auch im Innern der Flüssigkeit erfolgt. Man bezeichnet den Vorgang dann als Verdampfen oder als Sieden, die Temperaturgrenze, bei welcher es erfolgt, als den Siedepunkt.

Bei den bisher besprochenen Überführungen aus dem festen in den flüssigen, aus dem letzteren in den gasförmigen, kurz, wie wir sagen wollen: aus dem niedrigeren in den höheren Aggregatzustand ist immer eine gewisse Zufuhr von Energie in Form von Wärme nötig, um die angestrebte Änderung der Konstitution der Körpermoleküle zu erreichen. Diese zugeführte Wärmemenge bewirkt keine Erhöhung der Temperatur, sie verbirgt sich gleichsam der sinnlichen Beobachtung oder wird latent. Beim Schmelzen nennen wir sie Schmelzwärme, beim Verdampfen Verdampfungswärme. In jedem dieser beiden Fälle muß die zugeführte Wärmeenergie in zweifacher Weise Arbeit leisten, nämlich eine innere Arbeit durch Überwindung der Molekularkräfte und eine äußere Arbeit durch Überwindung der von außen wirkenden Druckkräfte (Luftdruck u. a.). —

Die Vorgänge des Schmelzens und Verdampfens sind umkehrbar. Erniedrigt sich die Temperatur des Dampfes, so erfolgt beim Überschreiten einer Grenze, dem Kondensationspunkte, der im allgemeinen mit dem Siedepunkte zusammenfallen muß, die Verflüssigung oder Kondensation des Dampfes; ebenso beim Überschreiten einer in der Regel mit dem Schmelzpunkte zusammenfallenden Grenze — dem Erstarrungspunkte — das Festwerden oder Erstarren des Körpers. In jedem dieser beiden Fälle muß nun jene Energiemenge, welche in Form von Wärme beim entgegengesetzten Vorgange die Änderung in der molekularen Konstitution hervorbrachte, als Wärme wieder zurückgegeben werden, oder, wie man sagt, „es muß die latent gewordene Wärme wieder frei werden". Es muß also das einemal das Auftreten einer Kondensationswärme, das anderemal dasjenige einer Erstarrungswärme nachweisbar sein.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen folgen noch einige kurze Bemerkungen zu den besprochenen Änderungen des Aggregatzustandes.

103. Schmelzen und Erstarren. Der Schmelzpunkt, d. h. die Temperatur, oberhalb welcher ein Körper flüssig und unterhalb welcher er fest ist, wird mit dem Thermometer, bei höheren Temperaturen mit sogenannten Pyrometern ermittelt. Die Schmelzwärme, d. i. die Anzahl von Kalorien, welche zur Schmelzung von 1 ***kg*** des bereits auf die Schmelztemperatur erwärmten Körpers nötig ist, wird kalorimetrisch nach der Mischungsmethode bestimmt.

Schmelzpunkte einiger Körper: Platin 1780°, Kupfer (an der Luft, oxydiert) 1065°, Gold 1064°, Silber 962°, Blei 327°, Cadmium 321,7°, Wismut 266,8°, Zinn 232,7°, Quecksilber — 38,5°. Der Schmelzpunkt einer Legierung liegt oft bedeutend tiefer als jener des am leichtesten schmelzbaren Bestandteiles, z. B. Schnellot (46,7% Blei, 53,3% Zinn) 197°; Woods Legierung (1 Teil Cadmium, 1 Teil Zinn, 2 Teile Blei, 4 Teile Wismut) 65,5°—70°. Der Schmelzpunkt reinen Eisens wird durch Beimischung von Kohlenstoff erniedrigt (Schmiedeeisen zirka 1600°, Gußeisen zirka 1200°). Unschmelzbar sind natürlich jene Körper, welche sich vor Eintritt des Schmelzens chemisch verändern.

Beim Schmelzen der Körper tritt zumeist eine Volumsvergrößerung (z. B. Phosphor, Schwefel, Wachs, Paraffin etc.), bisweilen aber auch eine Volumsverkleinerung ein (z. B. Eis, Wismut, Gußeisen etc.).

Durch Erhöhung des Druckes an einem schmelzenden Körper wird der Schmelzpunkt bei den Körpern, deren Volumen sich beim Schmelzen vergrößert, erhöht, bei den anderen erniedrigt; die Vermehrung des Druckes begünstigt also immer das Eintreten des dem kleineren Volumen entsprechenden Aggregatzustandes (Erklärung im Sinne der mechanischen Wärmetheorie?). Die wichtigste hierher gehörige Erscheinung bildet die Regelation des Eises. Preßt man zwei Eisstücke von 0° C. aneinander, so frieren sie zusammen. Infolge des Druckes findet nämlich an der Berührungsstelle eine Erniedrigung des Schmelzpunktes und daher bei 0° ein reichliches Schmelzen des Eises statt. Das entstandene Schmelzwasser weicht dem Drucke aus, gelangt unter den früheren Druck, wird dabei wieder fest und verkittet gleichsam die Eisstücke. Aus demselben Grunde wandert eine belastete, um einen Eisblock gelegte Drahtschlinge durch denselben hindurch, ohne ihn zu zerschneiden. Bedeutung dieser Erscheinung für die Bildung und Bewegung des Gletschereises, des Packeises der Polarmeere etc.

Schmelzwärme einiger Körper in Kalorien: Eis 80, Zink 28·13, Zinn 14·25, Blei 5,37, Quecksilber 2,82 etc. — Zur Bestimmung der Schmelzwärme des Eises (x) bringt man p ***kg*** Eis von 0° mit p_1 ***kg*** Wasser von der Temperatur t_1 zusammen, wobei man p_1 oder t_1 so wählt, daß alles Eis schmilzt, und bestimmt die Mischungstemperatur T. Aus der Gleichung $p_1\,(t_1 - T) = p\,x + p\,T$ läßt sich x berechnen. — Ist die Schmelzwärme des Eises auf diesem Wege gefunden, so kann sie auch benützt werden, um die spezifische Wärme (c) eines Körpers zu bestimmen (Eisschmelzungsmethode). Vermag ein Körper vom Gewichte von p_1 ***kg*** und von der Temperatur $t_1{}^0$ im ganzen p ***kg*** Eis von 0° C. zu schmelzen, so ergibt sich c aus $p_1 \cdot t_1 \cdot c = 80\,p$. — Eiskalorimeter. — Bedeutung der hohen Schmelzwärme des Eises in der Natur. — Tyndalls Versuch zum Nachweise der Verschiedenheit der spezifischen Wärme von Metallen: Gleich große und gleich schwere (teilweise ausgehöhlte) Kugeln aus verschiedenen Metallen werden in einem Flüssigkeitsbade auf einerlei Temperatur erhitzt und dann auf eine Wachsplatte gelegt, durch welche sie in verschiedener Zeit hindurchsinken (verschieden tief einsinken).

Auch bei der Auflösung fester Körper, z. B. der Salze, wird Wärme verbraucht,*) welche man als Lösungswärme bezeichnet und welche aus den Bestandteilen der Lösung selbst entnommen wird. Diesbezügliche Versuche mit Kochsalz, Salmiak, Salpeter, Ammoniumnitrat etc. Durch Mengung von zerkleinertem Eise (Schnee) mit Kochsalz entsteht eine bedeutende Temperaturerniedrigung (bis zu — 21° C.), indem das Eis durch die Gegenwart des Salzes, das mit ihm eine Lösung zu bilden trachtet, flüssig wird (Bestreuen von vereisten Tramwayschienen mit Salz), so daß der Verbrauch der hierzu nötigen großen Schmelzwärme und jener der Lösungswärme des Salzes sich addieren (Kältemischungen). —

Wird einem flüssigen Körper fortgesetzt Wärme entzogen, so beginnt er nach Erreichung des Erstarrungspunktes fest zu werden oder zu erstarren. Da jedoch hierbei Wärme frei wird, kann immer nur eine der entzogenen Wärmemenge proportionale Menge der Flüssigkeit fest werden; beispielsweise wird in einem Teiche von der Temperatur 0° für je 80 entzogene Kalorien immer 1 *kg* Wasser von 0° C. zu Eis von derselben Temperatur erstarren.

Bedeutung der hohen Erstarrungswärme des Wassers in der Natur. — In der Regel fällt der Erstarrungspunkt (auch „Gefrierpunkt" genannt, wenn das Erstarren unter 0° C. stattfindet) mit dem Schmelzpunkte zusammen. Man kann jedoch unter geeigneten Umständen eine Flüssigkeit, ohne daß sie erstarrt, unter den Schmelzpunkt abkühlen; sie heißt dann unterkühlt (Erstarrungsverzug). Versuch mit dem Gefrierthermometer, bei welchem die Kugel von einem angeschmolzenen, luftfreies Wasser enthaltenden Gefäße umgeben ist, dessen Inhalt in einer Kältemischung leicht auf — 5° C. unterkühlt werden kann; durch Schütteln wird der Erstarrungsverzug ausgelöst und es friert dann momentan so viel Wasser zu Eis, daß die freiwerdende Erstarrungswärme die ganze Masse auf 0° C. erwärmt. — Erstarrungsverzug von im Kristallwasser geschmolzenem Natriumthiosulfat (oder von Natriumacetat). Anwendung des letzteren bei Apparaten, um Nahrungsmittel etc. längere Zeit warm zu halten.

Beim Erstarren tritt eine Volumsveränderung ein, welche der beim Schmelzen erfolgten entgegengesetzt ist. Schwimmen von Eisstücken auf Wasser. — Zersprengen hermetisch geschlossener Gefäße (starkwandige Bomben, Wasserleitungsrohre etc.) durch gefrierendes Wasser. — Zerbröckelung der Gesteine durch das in ihren Ritzen gefrierende Wasser etc.

Der Erstarrungspunkt von Salzlösungen liegt tiefer als jener des Lösungsmittels. So gefriert Meerwasser bei — 2,2° C., eine konzentrierte Kochsalzlösung bei — 21° C. (zugleich jene Temperatur, welche sich unter günstigsten Verhältnissen mit einer Eis-Kochsalz-Kältemischung erzielen läßt). Es erstarrt in diesen Fällen nur das Lösungsmittel, während das Salz ausgeschieden wird.

Die bei der Auflösung eines festen Körpers verbrauchte Wärme wird bei einem später eintretenden Festwerden des gelösten Körpers allmählich und daher unmerklich wieder frei. Rasches Kristallisieren und daher plötzliches Freiwerden der Lösungswärme als Kristallisationswärme in einer übersättigten Natriumsulfat- (Glaubersalz-) lösung.

104. Verdunsten und Verdampfen. Kondensation. Mit der im Art. **102** entwickelten Hypothese über die an der Oberfläche einer Flüssigkeit bei jeder Temperatur stattfindende Verdunstung stehen die durch

---

*) Wenn das Salz noch Wasser zu binden, d. h. ein Hydrat zu bilden im stande ist, so kann die hiedurch entstehende Wärme (Art. 115) größer sein als die zur Lösung verbrauchte, so daß im ganzen eine Temperaturerhöhung resultiert. Versuche mit entwässerten Salzen, z. B. $CuSO_4$, K_2CO_3, $CaCl_2$ u. s. w.

Erfahrung und Experiment gewonnenen Gesetze im Einklang, daß die Verdunstung verschiedener Flüssigkeiten verschieden rasch erfolgt, ferner daß man durch Vergrößerung der Oberfläche der verdunstenden Flüssigkeit, durch Erhöhung ihrer Temperatur, durch Verminderung des äußeren Druckes, endlich durch Erzeugung eines stärkeren Luftzuges, wodurch die entstandenen Dünste immer wieder entfernt werden, die Verdunstung zu beschleunigen vermag.

Beispiele und praktische Anwendungen aus dem täglichen Leben. — Verdunstung (Verflüchtigung) auch bei gewissen festen Körpern, z. B. bei Eis, Kampfer, Moschus u. a.

Erwärmt man Wasser in einem Kolben, welcher mit Thermometer und seitlich abgebogenem Abzugrohr versehen ist (Fig. 202), so beobachtet man folgende Erscheinungen: 1. Im Anfange äußerliches Beschlagen des Kolbens mit Wassertröpfchen (Kondensation des aus der Flamme ausgeschiedenen Wassers am kalten Kolben). 2. Austreibung der im Wasser absorbierten Luft in Form von kleinen Bläschen. 3. Entstehung von etwas größeren Dampfblasen, nahe an der erhitzten Gefäßwand; Verschwinden (Kondensation) derselben in den oberen, kälteren Schichten, verbunden mit einem Geräusche: „Singen des Wassers". 4. Nachdem bisher die Verdunstung an der Oberfläche immer rascher erfolgte, tritt endlich nach Aufhören des „Singens" starke Dampfblasenbildung in der ganzen Flüssigkeit — „Wallen der Flüssigkeit" — ein; das Wasser „siedet". Mit merklicher Gewalt und unter zischendem Geräusche entströmt dem Röhrchen bei *a* Wasserdampf, welcher über der Flüssigkeit im Kolben und nahe der Ausströmungsöffnung (bei *a*) unsichtbar ist wie atmosphärische Luft. Was dabei in Form eines Nebels sichtbar wird, ist der wieder zu Wassertröpfchen kondensierte Dampf. Ein kalter Körper (Glasplatte), der in die Nähe von *a* gebracht wird, beschlägt sich mit Wasser.

Fig. 202.

Bei diesem Versuche zeigt das Thermometer während des Siedens beständig 100° C. Entfernt man für einen Augenblick die Flamme, so hört das Sieden momentan auf, ohne daß die Temperatur in dieser kurzen Zeit merklich unter 100° sinken könnte. Zum andauernden Sieden ist also beständige Wärmezufuhr nötig. Wird die Flamme auf einige Zeit entfernt und der Apparat der Abkühlung überlassen, so kann das Wasser sofort wieder in lebhaftes — aber nun hauptsächlich an der Oberfläche erfolgendes — Sieden versetzt werden, wenn man an die Röhrenmündung bei *a* den Saugschlauch einer Luftpumpe (am besten einer Wasserluftpumpe) ansteckt und diese in Funktion setzt.*) Dabei sinkt die Temperatur des Wassers weiter; je tiefer dieselbe ist, um so weiter muß die Verdünnung mit der Luftpumpe getrieben werden.

*) Zu diesem Versuche ist ein nicht zu dünnwandiger Kolben zu nehmen. Das Thermometer ist zuvor soweit herabzuschieben, daß seine Kugel nur in das Wasser hineinreicht.

Diese Versuche lassen erkennen, daß im Innern einer Flüssigkeit nur dann unter wallender Bewegung der Flüssigkeit Dampfbildung (Kochen) eintreten kann, wenn die entstehenden Dämpfe eine Spannkraft besitzen, welche dem jeweilig auf der Flüssigkeit lastenden Drucke gleichkommt. Diese Spannkraft erweist sich von der Temperatur abhängig; beim Sieden von Wasser in offenen Gefäßen ist sie bei einer Temperatur von etwa 100° C. dem herrschenden Luftdrucke gleich.

Fig. 204.



Fig. 203.

Ein heberartiges Glasröhrchen (Fig. 203) enthält im zugeschmolzenen Schenkel (bei *w*) etwas luftfreies Wasser, im übrigen (luftfreies) Quecksilber. Befindet sich der erstere Schenkel in einem Mantelrohre, durch welches Wasserdampf strömt, so steht nach einiger Zeit das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch; die Spannkraft des sich bei *w* bildenden Wasserdampfes ist also genau so groß wie der bei *o* wirkende äußere Luftdruck. — Sieden des Wassers auf hohen Bergen bei niedrigerer Temperatur (Montblanc 4810 *m*, Barometerstand im Mittel 417 *mm*; Sieden des Wassers bei 84° C.). — Vakuumpfannen der Zuckerindustrie. — Erhitzung des Wassers in einem geschlossenen Gefäße (Papins Topf [Fig. 204]; Digestoren, Autoklaven, Dampfkessel) auf eine Temperatur über 100° C.; der Spannkraft der innen sich sammelnden Dämpfe entspricht eine über 100° C. gelegene Siedetemperatur. Quecksilber-Thermometer für höhere Temperaturen als +357° C. (Art. **90**). — Den genauen Zusammenhang zwischen Temperatur und Spannkraft des Wasserdampfes enthält Art. **105**.

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit ist nach den beschriebenen Versuchen kein fester Wärmegrad. Man bezeichnet daher als Normalsiedepunkt einer Flüssigkeit diejenige Temperatur, bei welcher diese Flüssigkeit unter dem normalen Drucke (760 *mm*) siedet, wobei somit die Spannkraft ihrer sich entwickelnden Dämpfe diesem Normaldrucke gleich wird.

Normalsiedepunkte einiger Flüssigkeiten in Zentigraden: Schwefligsäureanhydrid —10,1°, Äthyläther +35°, Äthylalkohol 78,3°, Wasser 100°, Quecksilber 357,3°, Schwefel 448,4°. — Der Normalsiedepunkt von Salzlösungen liegt höher als jener des Lösungsmittels; die entweichenden Dämpfe besitzen jedoch nur jene Temperatur, bei welcher das Lösungsmittel unter Normalverhältnissen siedet. — In sehr gut gereinigten Glaskolben oder in sehr reinen Metallgefäßen kann Wasser, ohne zu sieden, mehrere Grade über den Siedepunkt erhitzt werden (Siedeverzug). Wird dann Sand (Metallspäne u. dgl.) in das Wasser geworfen oder dasselbe kräftig erschüttert, so erfolgt plötzlich starke, bisweilen explosionsartige Dampfbildung. Die Erklärung liegt wohl darin, daß für die Dampfbildung im Innern die Erwärmung auf den Siedepunkt wohl notwendig, aber noch nicht hinreichend ist; es muß außerdem noch ein Zerreißen oder Abreißen der Flüssigkeit im Innern sowie auch von den Gefäßwandungen eintreten, was durch die Anwesenheit von Fremdkörperchen, Luft u. dgl. sowie durch Erschütterungen begünstigt wird.

Die oben beschriebenen Versuche über das Sieden das Wassers lassen aber auch ferner erkennen, daß einer siedenden Flüssigkeit behufs Leistung der inneren wie der äußeren Arbeit beständig Wärme zugeführt werden muß, welche keine Temperaturerhöhung bewirkt. Die (latente) Verdampfungs-

wärme bedeutet jede Anzahl von Kalorien, welche zur Verdampfung von 1 *kg* der bereits auf die Siedetemperatur erwärmten Flüssigkeit nötig ist.

Die **Bestimmung der Verdampfungswärme** erfolgt dadurch, daß man die ihr numerisch gleiche **Kondensationswärme** bestimmt. Führt man nämlich die sich aus siedendem Wasser entwickelnden Dämpfe in kaltes Wasser (Fig. 205), so kondensieren sie sich daselbst unter einem lebhaften — an das schwächere Singen des Wassers erinnernden — Geräusche, wobei sich die Menge des im Gefäße *g* befindlichen Wassers offenbar um den zu Wasser kondensierten Dampf vermehrt und die Temperatur daselbst steigt. Ist p_1 *kg* das Gewicht des eingeleiteten und kondensierten Dampfes, p_2 *kg* jenes des anfänglich im Gefäße *g* befindlichen Kühlwassers, x die Verdampfungswärme, t_1 die Temperatur des Dampfes, t_2 die anfängliche Temperatur des Kühlwassers, endlich T die Ausgleichstemperatur, so ist die vom Kühlwasser aufgenommene Wärmemenge $p_2\ (T - t_2)$ Kalorien, die demselben zugeführte Wärmemenge $p_1 x + p_1\ (t_1 - T)$ Kalorien. Aus der Gleichstellung beider Werte ergibt sich die Kondensationswärme x und damit auch die ihr gleiche Verdampfungswärme. Dieselbe ist keine konstante Größe, sondern hängt von der Verdampfungstemperatur ab. — **Verdampfungswärme einiger Flüssigkeiten** bei 100° C. in Kalorien: Wasser 536, Äthylalkohol 208, Äthyläther 91. — Ausnützung der Kondensationswärme bei der Dampfheizung. — Destillation. — Fraktionierte Destillation.

Fig. 205.



Fig. 206.

Da das Verdunsten einer Flüssigkeit nichts anderes ist als ein Verdampfen an der Oberfläche, so wird auch bei demselben Wärme verbraucht; da dieselbe der verdunstenden Flüssigkeit sowie ihrer unmittelbaren Umgebung entzogen wird, wird daselbst Abkühlung — **Verdunstungskälte** — bemerkbar. — Erscheinungen des täglichen Lebens und Versuche, die darauf beruhen. **Kryophor** von Wollaston (Fig. 206). **Eismaschinen** (vgl. auch Art. **107**).

105. Eigenschaften der Dämpfe. Bringt man eine Flüssigkeit in einen luftleeren Raum, so erfolgt deren Verdunstung fast augenblicklich, da sich dem Losreißen der Dünste mindestens anfänglich kein äußerer Druck entgegenstellt. Es kann sich jedoch in einem solchen Raume nur solange aus der Flüssigkeit Dampf bilden, bis dessen Druck die Bildung weiterer Dämpfe verhindert. Man sagt dann: der **Raum ist mit Dampf gesättigt.**

In das Vakuum eines Torricellischen Apparates (Fig. 207) läßt man einige Tropfen Wasser (Alkohol, Äther) aufsteigen. Dieselben verschwinden, während das Quecksilber sinkt. Setzt man das Einbringen von Flüssigkeit fort, so sinkt das

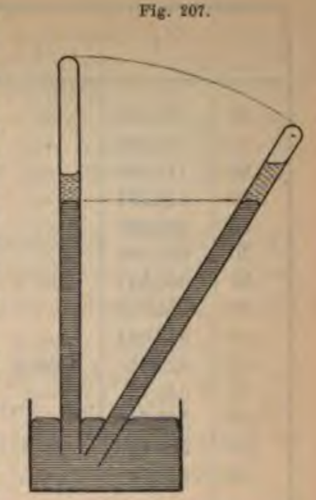


Fig. 207.

Quecksilber solange, bis oberhalb desselben Flüssigkeit erscheint (Fig. 207), dann tritt ein weiteres Sinken nicht mehr ein. Die Senkung des Quecksilbers beträgt bei Zimmertemperatur bei Verwendung von Wasser etwa 15—17 *mm* (bei Alkohol etwa 44 *mm*, bei Äther etwa 430 *mm*). Diese Höhe mißt uns die Spannkraft des Flüssigkeitsdampfes in Millimetern Quecksilbersäule. Bei Erwärmung (leichtes Überstreichen des oberen Teiles der Röhre mit einer Flamme) sinkt das Quecksilber: der Druck (die Spannkraft) des eingeschlossenen Dampfes wächst; bei Abkühlung (Beträufeln der Röhre mit etwas Äther) tritt das Umgekehrte ein.

Neigt man die Röhre (Fig. 207), so sollte man erwarten, daß die nunmehr auf einen kleineren Raum zusammengepreßten Dämpfe das Quecksilber tiefer herabdrücken. Da dies nicht geschieht (Fig. 207), muß sich notwendig ein Teil des Dampfes wieder zu tropfbarer Flüssigkeit kondensiert haben, was an dem Wachsen der Höhe der Flüssigkeitssäule tatsächlich erkennbar ist. Man nennt den Druck, welchen gesättigter Dampf ausübt, den Sättigungsdruck. Bei konstanter Temperatur ist, wie der obige Versuch zeigt, der Sättigungsdruck für eine bestimmte Flüssigkeit ein bestimmter und kann derselbe durch Zusammenpressen der gesättigten Dämpfe nicht gesteigert werden; es kondensiert sich vielmehr in diesem Falle so viel von der Flüssigkeit, daß der restliche Teil wieder dieselbe Spannung — welche man daher auch als Maximalspannung bezeichnet — behält.

Die folgende Tabelle gibt (nach Regnault) in Kolonne I den Sättigungsdruck (die Maximalspannung) des gesättigten Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen (gemessen in Millimetern Quecksilberdruck) an; in Kolonne II findet man, wie viel *g* Wasserdampf im Zustande der Sättigung bei der betreffenden Temperatur in 1 m^3 Luft enthalten sind. Diese Zahlen wurden sämtlich auf empirischem Wege gefunden.

t	I	II	*t*	I	II	*t*	I	II
— 30	0,386	—	7	7,492	7,8	20	17,391	17,2
— 25	0,605	—	8	8,017	8,2	21	18,495	18,2
— 20	0,927	1,2	9	8,574	8,7	22	19,659	19,2
— 15	1,400	1,8	10	9,165	9,3	23	20,888	20,4
— 10	2,093	2,2	11	9,792	10,0	24	22,184	21,6
— 5	3,113	3,3	12	10,457	10,6	25	23,550	22,8
0	4,600	4,9	13	11,162	11,2	26	24,988	24,2
+ 1	4,940	5,2	14	11,908	12,0	27	26,505	25,6
2	5,302	5,6	15	12,699	12,8	28	28,101	27,0
3	5,687	6,0	16	13,536	13,5	29	29,782	28,5
4	6,097	6,4	17	14,421	14,4	30	31,548	30,1
5	6,543	6,8	18	15,357	15,2	35	41,827	38,1
6	6,998	7,3	19	16,346	16,2	40	54,906	49,2

t	I	II	t	I	II	t	I	II
45	71,391	—	95	633,78	511,1	145	3125,55	—
50	91,982	—	96	657,54	—	150	3581,23	—
55	117,478	—	97	682,03	—	155	4088,56	—
60	148,791	—	98	707,26	—	160	4651,62	3322,2
65	186,945	—	99	733,21	—	165	5274,54	—
70	233,093	—	100	760,00	606,2	170	5961,66	—
75	288,517	—	105	906,41	715,4	175	6717,43	—
80	354,643	—	110	1075,37	840,1	180	7546,39	—
85	433,041	—	115	1269,41	—	185	8453,23	—
90	525,45	428,4	120	1491,28	—	190	9442,70	—
91	545,78	—	125	1743,88	—	195	10519,63	—
92	566,76	—	130	2030,28	1527,2	200	11688,96	7955,5
93	588,41	—	135	2353,73	—			
94	610,74	—	140	2717,63	—			

Aus der Tabelle ersieht man, daß die Spannkraft des Dampfes bei 100° C. 760 *mm* beträgt (vgl. Art. **104**), ferner daß dieselbe mit der Temperatur in rascher Progression wächst; vgl. die graphische Darstellung Fig. 208. Zu Fig. 208 möge bemerkt werden, daß die Spannkraft des Dampfes bei 0° C. allerdings nicht 0 at. beträgt, aber wenig mehr als $^1/_{200}$ at. (4,6 *mm* Quecksilberdruck), was in der Figur nicht zum Ausdrucke kommen kann.

Bei	100°	121°	134°	144°	152°	165°	176°	185°
beträgt die Spannkraft	1	2	3	4	5	7	9	11 Atmosphären.

Fig. 208.

Ist ein Raum mit Dampf von bestimmter Temperatur gesättigt und vergrößert man sein Volumen, so wäre dieser Raum nun im stande, noch mehr Dampf aufzunehmen. Man sagt dann, der Raum enthalte **ungesättigten** oder **überhitzten Dampf**. Dieser besitzt eine geringere Spannkraft als gesättigter Dampf bei derselben Temperatur hätte, oder — mit anderen Worten — **seine Temperatur ist höher als jene gesättigten Dampfes von gleicher Spannkraft** (daher „überhitzter Dampf“). Derartige Dämpfe **befolgen das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz; sie verhalten sich wie Gase.**

Fig. 209.

Zum experimentellen Nachweise dient ein Torricellischer Apparat (Fig. 209), dessen Gefäß ein oben sich erweiterndes Eisenrohr von großer Länge ist. Hebt man die lange Torricellische Röhre, in der sich oberhalb des Quecksilbers die verdampfende Flüssigkeit (Wasser, Weingeist, Äther) befindet, immer höher heraus, so verdunstet immer

mehr von der letzteren, ohne daß sich das Quecksilber gegenüber dem Niveau im Gefäße hebt. Ist aber alle Flüssigkeit verdunstet, so wird beim weiteren Emporheben der Röhre die Quecksilbersäule dem Boyle-Mariotteschen Gesetze gemäß emporgezogen; nun enthält die Röhre ungesättigten oder überhitzten Dampf. Drückt man jetzt umgekehrt die Röhre tiefer in das Gefäß, so folgt zuerst der Dampf dem Mariotteschen Gesetze; dann tritt Kondensation bei konstant bleibendem Drucke ein, bis endlich der ganze Raum oberhalb des Quecksilbers in der Röhre mit Flüssigkeit erfüllt ist.

Es ergibt sich somit der folgende bemerkenswerte Unterschied zwischen gesättigten und ungesättigten Dämpfen: Gesättigter Dampf beginnt sich sofort zu kondensieren, wenn seine Temperatur erniedrigt oder sein Volumen verkleinert wird. Ungesättigter Dampf wird durch diese Behandlung erst bei Erreichung einer bestimmten Temperatur oder eines bestimmten Volumens in gesättigten Dampf verwandelt. Bis fast zu dieser Grenze verhält er sich wie ein Gas und befolgt das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz.

Bei der Kondensation gesättigten Dampfes — sei es durch Verdichtung oder durch Abkühlung — wird immer Wärme frei (Kondensationswärme), welche der zur Überführung in den dampfförmigen Zustand nötigen Wärmemenge gleichkommt.

106. Dampfdichte. Sowie man die Dichte der Gase zumeist auf Luft bezieht (Art. **96**), so versteht man auch unter der Dichte eines überhitzten Dampfes oder unter der Dampfdichte die Verhältniszahl zwischen dem Gewichte eines bestimmten Dampfvolumens im Vergleiche zum Gewichte eines unter denselben Verhältnissen des Druckes wie der Temperatur stehenden, gleichen Luftvolumens. Man gebraucht deshalb auch bei Gasen statt des Ausdruckes „spezifisches Gewicht" häufig die Bezeichnung „Dampfdichte".

Nach Formel (**41**) des Art. **96** haben $v\,cm^3$ Luft unter dem Drucke b und bei der Temperatur t ein Gewicht von $(v \cdot \frac{b}{760} \cdot \frac{1}{1+\alpha t} \cdot 0{,}001293)\,g$; haben nun $v\,cm^3$ des überhitzten Dampfes unter gleichen Verhältnissen ein Gewicht von $p\,g$, so ist die Dampfdichte δ gegeben durch

$$\delta = \frac{p}{v} \cdot \frac{760(1+\alpha t)}{b} \cdot \frac{1}{0{,}001293} \dots\dots\dots\dots\dots (42).$$

Die experimentelle Bestimmung der Dampfdichte geschieht unter anderem nach A. W. Hofmann, indem man in einen größeren Torricellischen Apparat, der von einem Mantelrohr umgeben ist, durch welches heiße Flüssigkeitsdämpfe geleitet werden können, ein Glaskügelchen aufsteigen läßt, in welchem sich die $p\,g$ der zu verdampfenden Flüssigkeit befinden; das Glaskügelchen ist in eine feine Spitze ausgezogen, welche vorläufig mit Wachs verschlossen ist. Im erhitzten Teil der Torricellischen Röhre schmilzt das Wachs, die Flüssigkeit verdampft (wenn ihre Menge hinlänglich klein ist) vollständig; der überhitzte Dampf nimmt nun das an der Röhre ablesbare Volumen von $v\,cm^3$ ein und steht unter einem Druck b, welcher gleich ist dem Barometerstand vermindert um die auf 0° reduzierte Quecksilbersäule im Torricellischen Apparate, so daß alle Größen der Formel (42) bekannt sind.

Die Dampfdichte muß bei jedem Drucke und jeder Temperatur konstant sein, da der überhitzte Dampf ebenso wie die Luft dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetze folgt.

Einige Dampfdichten: Ammoniak 0,59, Kohlendioxyd 1,5291, Leuchtgas 0,56, Sauerstoff 1,105, Stickstoff 0,970, Wasserstoff 0,06925; Wasserdampf 0,622, Alkoholdampf 1,61, Ätherdampf 2,57, Quecksilberdampf 6,98, Joddampf 8,71 (das schwerste Gas).

Da nach der Avogadroschen Hypothese in gleichen Raumteilen gasförmiger Körper bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur gleichviel Moleküle enthalten sind, so müssen die Molekulargewichte den Dampfdichten proportional sein. Ist also M das Molekulargewicht eines Gases, δ seine experimentell bestimmte Dampfdichte, wird ferner das Molekulargewicht des Wasserstoffes mit 2,02 angenommen (das Atomgewicht für Sauerstoff = 16 gesetzt), so gilt $M : 2{,}02 = \delta : 0{,}06925$; daraus folgt $M = \delta \frac{2{,}02}{0{,}06925} = 29{,}17 \cdot \delta$.

107. Verflüssigung (Kondensation) der Gase. Als man erkannt hatte, daß ungesättigte Dämpfe in ihrem Verhalten den Gasen gleichen, lag es nahe, die Gase als überhitzte Dämpfe von Flüssigkeiten zu betrachten, deren Siedepunkt sehr tief liegt. In weiterer Verfolgung dieser Idee versuchte man sowohl durch Abkühlung als auch durch Verdichtung (oder auch durch gleichzeitige Anwendung der beiden Hilfsmittel) die Gase zunächst in gesättigte Dämpfe und dann in Flüssigkeiten zu verwandeln. Diese Verflüssigung oder Kondensation gelang auch bei einigen Gasen sehr leicht.

So ließen sich bei einer Temperatur von 0° C. Cyan und Schwefeldioxyd bereits bei 3, Chlor bei 4, Ammoniak bei 6½ Atmosphären verflüssigen. Natterer gelang mittels eines Kompressionsapparates eigener Konstruktion in abgekühlten, starkwandigen Eisengefäßen die Verflüssigung des Kohlendioxyds bei 38, jene des Stickstoffoxyduls bei 50 Atmosphären. — Seit einer Reihe von Jahren wird insbesondere flüssiges Kohlendioxyd zu verschiedenen technischen Zwecken fabriksmäßig erzeugt.

Da die Verdampfung der verflüssigten Gase bei Verminderung des Druckes wie auch bei Erhöhung der Temperatur äußerst rasch erfolgt, so lassen sich durch die dabei auftretende, bedeutende Wärmeentziehung sehr niedrige Temperaturen erzielen. Läßt man z. B. flüssiges Kohlendioxyd aus einer schmiedeeisernen Flasche in einen starken Lederbeutel einströmen, so entsteht durch die rasche Verdunstung eine so beträchtliche Wärmeentziehung, daß ein Teil der Masse zu einem festen, schneeartigen Körper wird. Der Schmelzpunkt dieses „festen Kohlendioxyds" ist — 57° C. Durch Mischen desselben mit Äther erzielt man eine Flüssigkeit von — 79° C. Diese Temperatur ist auch der „Siedepunkt der flüssigen Kohlensäure", wobei man als Normalsiedepunkt auch hier jene Temperatur versteht, bei welcher der Sättigungsdruck des Dampfes gleich ist dem normalen Luftdrucke.

In den gebräuchlichsten Eismaschinen wird die rasche Verdunstung des verflüssigten Schwefeldioxyds oder des verflüssigten Ammoniakgases zur künstlichen Kälte- und Eiserzeugung verwendet. Durch einen mit Dampf betriebenen Kompressor wird das Gas in einem durch Kühlwasser abgekühlten (warum?) Rohrsysteme (Kondensator) verflüssigt, das flüssige Gas in ein zweites Rohrsystem geleitet, welches in einem mit einer Salzlauge gefüllten Bassin liegt (Refrigerator). Daselbst verdampft die Flüssigkeit; die hierzu nötige Wärme wird der Lauge entzogen und diese tief unter 0° C. abgekühlt. Den nunmehr wieder gasförmig gewordenen Körper saugt der Kompressor von neuem an, verflüssigt ihn wieder u. s. w., so daß das verwendete Gas einen beständigen Kreislauf durchmacht. Entweder wird nun die kalte Salzlauge durch Kühlrohrsysteme getrieben (Bierbrauereien, Kühlhäuser etc.) oder man hängt in die Lauge mit Wasser gefüllte, prismatische Hohlformen, in denen sich das Kunsteis bildet.

Die ersten Versuche, die früher als „permanent" bezeichneten Gase Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff (daher auch atmosphärische Luft) u. a. zu verflüssigen, mißlangen trotz Anwendung enormen Druckes (bis zu 3000 at.)

Die Aufklärung dieser Erscheinung wurde durch eine Entdeckung erbracht, welche Andrews gelegentlich der Kondensation des Kohlendioxyds gelang. Es zeigte sich nämlich, daß dieses Gas, solange seine Temperatur unter $+31^{0}$ C. lag, durch Druck verflüssigt werden konnte, daß dies jedoch auch bei beliebig starkem Drucke ganz unmöglich war, wenn die Temperatur $+31^{0}$ C. überstieg. Er bezeichnete deshalb diesen Wärmegrad als die kritische Temperatur des Kohlendioxyds. Eine derartige „kritische Temperatur" gibt es nun für jeden überhitzten Dampf und für jedes Gas; oberhalb derselben bleibt der Dampf (das Gas) bei noch so starkem Drucke gasförmig.

Die nachfolgende kleine Zusammenstellung gibt die kritische Temperatur sowie den bei dieser Temperatur zur Verhinderung des Siedens nötigen kritischen Druck, endlich den Normalsiedepunkt (siehe oben) einiger verflüssigten Gase an.

	Kritische Temperatur Zentigrade	Kritischer Druck Atmosphären	Normalsiedepunkt Zentigrade
Wasserstoff	— 220	20	— 240
Stickstoff	— 146	35	— 194
Sauerstoff	— 118,8	50,8	— 184
Atmosphärische Luft	— 140	39	— 190
Kohlendioxyd	+ 30,9	77	— 79
Schwefeldioxyd	+ 155,4	75,9	— 10,1
Ätherdampf	+ 190,0	36,9	+ 35
Alkoholdampf	+ 234,3	62,1	+ 78,3
Wasserdampf	+ 365,0	200,5	+ 100

Indem nun Maschinen konstruiert wurden, in welchen die verdichteten Gase zuerst auf die kritische Temperatur abgekühlt werden, gelang den Physikern Cailletet, Pictet, Wroblewski und Olczewski, Dewar, Linde u. a. die Verflüssigung aller bisher bekannten Gase. Die notwendigen tiefen Temperaturen wurden entweder durch Verdunstung flüssiger Gase (CO_2, N_2O, C_2H_4 u. s. w., in schwierigen Fällen auch Sauerstoff, atmosphärische Luft, Stickstoff) oder durch Expandierung und hieraus folgende Abkühlung des zu verdichtenden Gases selbst erreicht. Auf dem letzteren Prinzipe beruht die Lindesche Maschine zur Erzeugung der flüssigen Luft. Da bei dieser Maschine die zu kondensierende Luft bis unter ihren Siedepunkt (—190° C.) abgekühlt wird, erhält man die flüssige Luft, wenn sie kohlensäurefrei, als wasserhelle, sonst als (durch festes Kohlendioxyd) milchartig trübe, leichtbewegliche Flüssigkeit unter dem einfachen Atmosphärendruck in offenen Gefäßen. Letztere sind doppelwandig; der Zwischenraum ist zur Verhütung von Wärmeleitung luftleer, zur Verhütung von Wärmestrahlung zwischen den Wandungen versilbert.

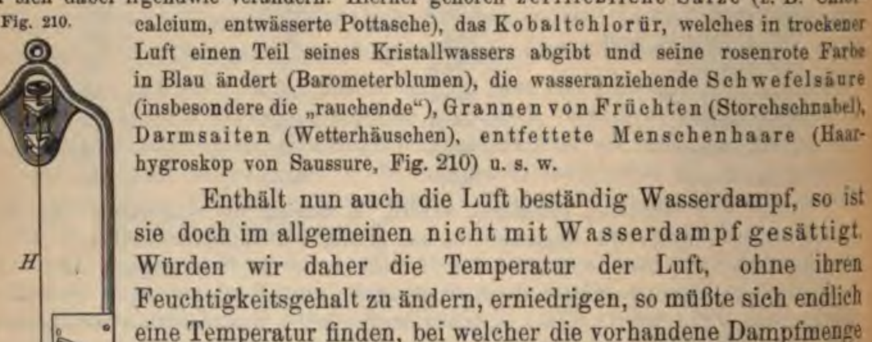
108. Dampfbildung im lufterfüllten Raume. Verdampft eine Flüssigkeit im lufterfüllten Raume, so wird die Dampfbildung wohl verzögert, die Menge des sich bildenden Dampfes wird jedoch durch die Anwesenheit von Luft oder von einem anderen Gase nicht verändert. Es dauert somit in Übereinstimmung mit dem Daltonschen Gesetze (Art. 88) die Dampfbildung solange an, bis der Partialdruck des Dampfes im Dampfraume gleich dem der betreffenden Temperatur entsprechenden Sättigungsdrucke ist. Die schließlich erreichte Spannung des Gemenges aus Luft und Dampf ist somit gleich der Summe aus dem Gasdrucke und dem Sättigungsdrucke.

Diese einfache Konsequenz des Daltonschen Gesetzes kann experimentell nachgewiesen werden, wenn man bei den in Art. **105** beschriebenen Versuchen mit der Torricellischen Röhre etwas Luft oberhalb des Quecksilbers beläßt. Oder man benützt einen größeren Kolben, dessen Hals durch einen doppelt durchbohrten Kautschukstöpsel verschlossen ist. Durch die eine Bohrung geht ein Glasrohr, welches durch einen Schlauch mit einem Flüssigkeitsmanometer verbunden ist; durch die zweite Bohrung läßt man mit einer Pipette etwas Flüssigkeit (Wasser, Alkohol, Äther etc.) einfließen, steckt dann ein mit Glashahn versehenes Rohr, und zwar bei geöffnetem Hahne ein, worauf man den Hahn verschließt. Nach Ablauf längerer Zeit zeigt das Manometer die in Art. **105** angegebenen Partialdrucke an.

109. Luftfeuchtigkeit. In der atmosphärischen Luft befindet sich jederzeit Wasserdampf, welcher sich aus den großen Mengen irdischen Wassers beständig durch Verdunstung bildet. In Mitteleuropa beträgt die Menge des pro Quadratmeter Bodenfläche im Jahre verdunstenden Wassers ungefähr 6 ***hl***, unter dem Äquator das Zehnfache hiervon.

Experimenteller Nachweis der Anwesenheit von Wasserdampf in der Luft durch hygroskopische Körper, d. h. durch solche, welche Feuchtigkeit aus der Luft anziehen und sich dabei irgendwie verändern. Hierher gehören zerfließliche Salze (z. B. Chlorcalcium, entwässerte Pottasche), das Kobaltchlorür, welches in trockener Luft einen Teil seines Kristallwassers abgibt und seine rosenrote Farbe in Blau ändert (Barometerblumen), die wasseranziehende Schwefelsäure (insbesondere die „rauchende“), Grannen von Früchten (Storchschnabel), Darmsaiten (Wetterhäuschen), entfettete Menschenhaare (Haarhygroskop von Saussure, Fig. 210) u. s. w.

Fig. 210.



Enthält nun auch die Luft beständig Wasserdampf, so ist sie doch im allgemeinen nicht mit Wasserdampf gesättigt. Würden wir daher die Temperatur der Luft, ohne ihren Feuchtigkeitsgehalt zu ändern, erniedrigen, so müßte sich endlich eine Temperatur finden, bei welcher die vorhandene Dampfmenge gerade ausreicht, um die Luft mit Wasserdampf zu sättigen. Bei weiterer Abkühlung muß sich dann ein Teil des Wasserdampfes kondensieren. Die Temperatur, bis zu welcher man die Luft abkühlen muß, damit der Wasserdampf in derselben ein gesättigter wird, heißt der Taupunkt.

Annähernde Bestimmung des Taupunktes mit einem Wasser enthaltenden Trinkglase, dessen Temperatur durch Einwerfen kleiner Eisstückchen und Umrühren mit einem Thermometer beständig erniedrigt wird. Die Temperatur, die das Thermometer in jenem Augenblicke zeigt, wo das Trinkglas außen „anläuft“, ist der Taupunkt.

Man bezeichnet als absolute Feuchtigkeit der Luft die in 1 m^3 atmosphärischer Luft enthaltene Dampfmenge, ausgedrückt in Grammen. Da diese Dampfmenge zu dem mittels des Barometers meßbaren Luftdrucke einen Beitrag liefert (Art. **108**), welcher innerhalb der Temperaturgrenzen der Atmosphäre sehr nahe proportional bleibt der vorhandenen Dampfmenge, so kann man als absolute Feuchtigkeit auch den in Millimetern Quecksilbersäule gemessenen Dampfdruck bezeichnen.

Die absolute Luftfeuchtigkeit kann gemessen werden, wenn man ein bestimmtes Volumen (z. B. 1 m^3) der zu untersuchenden Luft durch ein mit trockenem Chlorcalcium gefülltes Rohrsystem leitet und dieses vor und nach dem Versuche abwägt.

Würde die Luft bei der eben herrschenden Temperatur t mit Wasserdampf gesättigt sein, so würde sich hiervon in 1 m^3 die größtmögliche Menge $M\,g$ finden; ist aber die tatsächlich vorhandene Dampfmenge (also die absolute Feuchtigkeit) nur $m\,g$, so bezeichnet man den Quotienten $\frac{m}{M}$ als relative Feuchtigkeit. Wird dieselbe in Prozenten ausgedrückt, so erhält man den Feuchtigkeitsgrad $f = \frac{100\,m}{M}$. Nachdem es sich gezeigt hat, daß für die in Betracht kommenden Temperaturen die Partialspannkräfte des Wasserdampfes in der Luft sich wie die daselbst vorhandenen Dichten, also auch wie die Dampfmengen, verhalten, kann man den Quotienten $\frac{m}{M}$ in folgender Weise ermitteln. Ist s (in Millimetern Quecksilbersäule) die Spannkraft der in der Luft vorhandenen Dampfmenge m, S jene von M, so ist wegen $s : S = m : M$ die relative Feuchtigkeit auch ausgedrückt durch $\frac{s}{S}$, der Feuchtigkeitsgrad durch $f = \frac{100 \cdot s}{S}$. S kann aus der Tabelle auf S. 163 bei t^0 abgelesen werden, s ist jener Wert des Sättigungsdruckes, welcher der experimentell bestimmbaren Taupunktstemperatur entspricht.

Beobachten wir z. B. bei einer Lufttemperatur von 25° C. eine Taupunktstemperatur von 15°, so ist mit Benützung der Tabelle auf S. 163 die relative Feuchtigkeit $= \frac{12,699}{23,550} = 0,5392$, der Feuchtigkeitsgrad also 53,9%. — Der Taupunkt kann nach der bereits oben im Prinzipe angedeuteten „Abkühlungsmethode", jedoch genauer, mit den Taupunktshygrometern (= Feuchtigkeitsmessern) bestimmt werden. Das Daniellsche Hygrometer besteht aus zwei miteinander kommunizierenden Glaskugeln a und b (Fig. 211), von welchen a Äther enthält, in den ein Thermometer eintaucht. Der ganze Apparat ist luftleer gemacht, enthält also nur Ätherdampf. Betropft man die mit Musselin umhüllte Kugel b mit Äther, so kondensiert sich daselbst infolge der Abkühlung der innen enthaltene Ätherdampf, der in der Kugel a enthaltene Äther verdunstet lebhaft und die Temperatur der Kugel a sinkt. Wenn sich dieselbe außen mit Tau bedeckt (um dies an ihr besser wahrzunehmen, ist sie außen teilweise vergoldet), so zeigt das innen angebrachte Thermometer den Taupunkt an. Beim Regnaultschen Aspirationshygrometer (Fig. 212) wird die Abkühlung des versilberten Glasgefäßes (oder dünnwandigen Silbergefäßes) dadurch erzielt, daß ein Luftstrom durch den Ätherinhalt des Gefäßes hindurchgesaugt (aspiriert) wird.

Fig. 211.



Fig. 212.

Beim Psychrometer (Naßkältemesser) von August (Fig. 213) sind zwei in Zehntelgrade geteilte Thermometer in Verwendung; die mit Musselin bewickelte Kugel des einen wird beständig durch Wasser feucht gehalten. Durch die Verdunstung dieses Wassers wird dem „nassen" Thermometer Wärme entzogen und dasselbe sinkt gegen das „trockene"

Fig. 213.



Thermometer, welches die Lufttemperatur anzeigt. Zu gleicher Zeit wird aber dem feuchten Thermometer von seiner Luftumgebung Wärme zugeführt; es tritt daher nach einiger Zeit ein stationärer Zustand ein, und zwar dann, wenn die von außen zugeführte Wärme gerade hinreicht, die Verdunstung zu unterhalten. In Luft, die mit Wasserdampf gesättigt ist, werden daher beide Thermometer dieselbe Temperatur angeben; sonst wird sich eine „psychrometrische Differenz" zeigen, welche um so größer ist, je trockener die Luft ist. Mit Hilfe eigener Tabellen findet sich hieraus die absolute (daher auch die relative) Feuchtigkeit.

110. Atmosphärische Niederschläge. Die Kondensation des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfes führt zur Entstehung von Tau und Reif, von Nebel und Wolken, von Regen, Schnee, Graupeln und Hagel.

Kühlt sich in klaren Nächten die Erdoberfläche mit ihrer Vegetation sowie mit ihrer unmittelbar darauf ruhenden Luftschicht unter den Taupunkt ab, so kondensiert sich der Wasserdampf, welcher in den der Erdoberfläche benachbarten Luftschichten enthalten ist, zum Teile und schlägt sich an den abgekühlten Objekten als Tau oder als Reif nieder, je nachdem der Taupunkt über oder unter dem Gefrierpunkte liegt. Diese Niederschlagsbildung erfolgt um so reichlicher, je größer die nächtliche Abkühlung und je feuchter die Luft ist. Fehlen des Taues in trockenen Gegenden (Wüsten, Steppen). Reichlicher Tau in den Küstenländern der heißen Zone. Starke Tau- und Reifbildung in klaren Nächten. „Frostwehr" durch Abbrennen größerer Mengen von stark rauchendem Reisig.

Findet die Kondensation des Wasserdampfes nicht an den Gegenständen der Erdoberfläche, sondern in der Luft statt, was durch in der Luft schwebende Staub- und Rauchteilchen (atmosphärischer, zum Teile kosmischer Staub) wesentlich begünstigt wird, so entstehen kleine Wasserkügelchen (Durchmesser von etwa 0,0059 *mm* bis etwa 0,127 *mm*), welche in ihrer Gesamtheit uns als Nebel sichtbar werden und, wenn sie in höheren Luftschichten schweben, die Wolken bilden.

Fig. 214.

Daß die erwähnten festen Körperchen die Nebelbildung begünstigen — gleichsam die Kondensationskerne bilden — zeigt sich deutlich bei dem in Fig. 202 dargestellten Versuche, bei welchem die Nebelwolke weit dichter wird, wenn man in die Nähe von *a* ein glimmendes Stückchen Sprengkohle oder dgl. bringt. — Wird in dem etwas Wasser enthaltenden, mit Hahnrohr versehenen Kolben (Fig. 214) die Luft durch Hineinblasen verdichtet und dann nach einer kleinen Pause der Hahn geöffnet, so tritt im Kolbenraume — da sich die expandierende Luft abkühlt — höchstens schwache Nebelbildung ein; dagegen erhält man sehr dichten Nebel, wenn man zuvor in die Kolbenatmosphäre etwas Rauch einführt. Es genügt hierzu etwas Luft auszusaugen, den Hahn zu schließen und nachdem über die Rohröffnung ein brennendes Zündholz gebracht wurde, wieder zu öffnen. — Stadtnebel

Formen der Wolken: Federwolken, höchst schwebende Wolken (bis zu 10 000 *m* Höhe) aus Schnee und Eiskristallen; Streifenwolken (Schichtwolken), niedrige, dunkelgraue Wolkenbänder nahe am Horizonte; Haufenwolken, aneinander gehäufte, halbkugelförmige, scharf begrenzte, oft glänzendweiße und Schneegebirgen ähnliche Wolkenmassen, welche häufig in dunkle, massige Regenwolken übergehen, die oft den ganzen Himmel bedecken und aus denen bereits Regen niederfällt. Die am niedrigsten über der Erde schwebenden Wolken befinden sich in einer Höhe von einigen hundert Metern. Als Größe der Bewölkung gibt man an, wie viele Zehntel des Himmels von Wolken bedeckt sind.

Die Bildung der Wolken ist wohl in der Mehrzahl der Fälle dadurch zu erklären, daß die an der Erde erwärmte, feuchte Luft aufsteigt, sich dabei ausdehnt (expandiert) und infolgedessen bis zum Taupunkte abkühlt; es kann aber auch durch Mischung feuchter Luftmengen von verschiedener Temperatur und von verschiedenem Feuchtigkeitsgrade zur Kondensation kommen (vgl. Aufgabe **49** a. S. 183).

Bei rasch fortschreitender Abkühlung vereinigen sich die dichter aneinander befindlichen Wassertröpfchen und vergrößern sich bei ihrem Falle, so daß sie selbst in den wärmeren, tieferen Schichten nicht völlig verdampfen, sondern den Erdboden erreichen; es entsteht bei einer Temperatur über 0° C. Regen, unter 0° Schnee.

Strich-, Land-, Staub-, Platzregen, Wolkenbruch. — Beim Regenmesser oder Ombrometer (Fig. 215) sammelt sich in einem Blechgefäße das von einem Auffangtrichter mit ziemlich großem Querschnitte (z. B. $^{1}/_{20}$ m^2) aufgenommene Regenwasser (Schnee, Hagel) und wird von da in ein zylindrisches Meßgefäß von kleinerem Querschnitte (z. B. $^{1}/_{200}$ m^2) abfließen gelassen. Steht das Wasser im Meßglase 10 *mm* hoch, so würde es die Auffangfläche des Apparates 1 *mm* hoch bedeckt haben. Die letztere Zahl wird an der gleichsam im Verhältnis 1 : 10 vergrößerten Teilung des Meßglases direkt abgelesen. — Jährliche Niederschlagshöhe eines Beobachtungsortes (Wien 595 *mm*; Cherrapungi am Südabhang des Himalaya 12 526 *mm*, der regenreichste Ort der Erde; der regenärmste ist die Wüste Gobi). Häufige Regen im äquatorealen Kalmengürtel (vgl. Art. **116**).

Fig. 215.



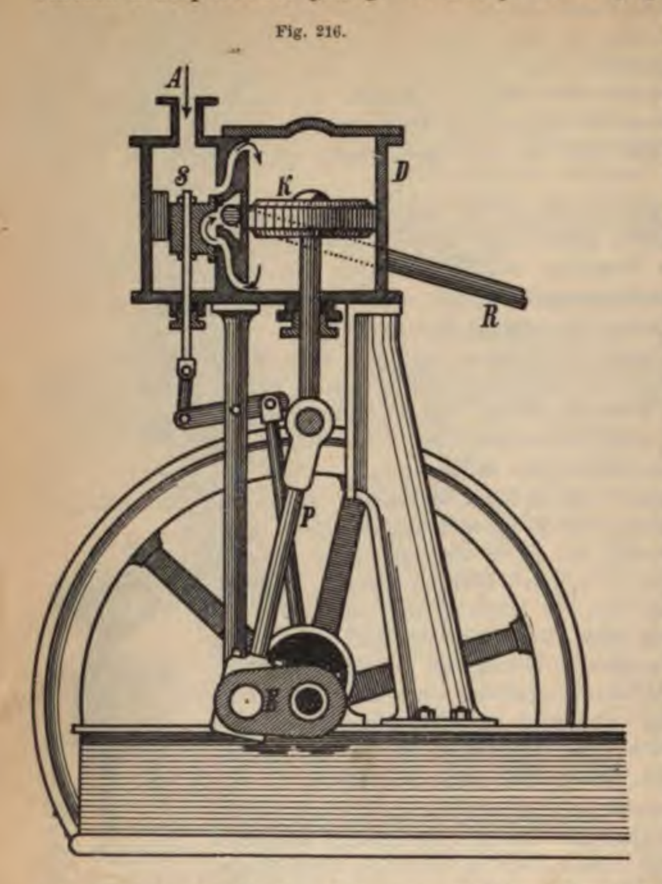
Der Schnee bildet entweder hexagonale Eisnadeln oder regelmäßige, sechsseitige Sternchen (Schneeflocken). Durch unregelmäßige Zusammenballung der letzteren entstehen, insbesondere im Frühjahre, kleine Schneeklümpchen, die sogenannten Graupeln. Von denselben unterscheiden sich die Hagelkörner sowohl durch ihre Größe (man hat schon solche mit über 1 *kg* Gewicht beobachtet) als auch dadurch, daß beim Hagel zumeist schneeige Kerne von klaren Eisschichten umgeben sind. Die Erklärung des Hagels ist noch nicht gelungen.

111. Die Dampfmaschine. Die große Expansivkraft des in einem abgeschlossenen Gefäße (Dampfkessel) entwickelten Wasserdampfes dient der in den Hauptteilen von James Watt*) erfundenen Dampfmaschine als bewegende Kraft.

*) **James Watt,** geb. 1736 in der schottischen Stadt Greenock, gest. 1819 zu Heathfield bei Birmingham, lernte zuerst von seinem Vater das Zimmermeisterhandwerk und wurde später Universitäts-Mechaniker zu Glasgow. Durch die ihm (1763) übertragene Reparatur eines Modelles der Newcomenschen Dampfmaschine (s. S. 174) verfiel er auf das Problem, die bewegende Kraft des Dampfes durch eine geeignete Maschine der Menschheit dienstbar zu machen, was ihm bereits zwei Jahre später in den Grundzügen völlig gelang. 1774 verband er sich mit dem reichen Kaufmanne Matthew Boulton und gründete in der Nähe von Birmingham eine Maschinenfabrik, deren Erzeugnisse seinen Namen bald in alle Welt trugen.

Aus dem mit Wasserstandzeiger, Manometer, Sicherheitsventil etc. versehenen Dampfkessel gelangt der Dampf bei *A* (Fig. 216) in den Schieberkasten. Der daselbst befindliche Verteilungsschieber *S* gibt dem Dampfe entweder (wie in der Fig. 216) den oberen oder den unteren Verbindungskanal zum Dampfzylinder *D* frei, wodurch der Kolben *K* entweder abwärts oder aufwärts bewegt wird. Dabei wird der vor dem Kolben befindliche Dampf in den Hohlraum des Verteilungsschiebers und von hier durch die Rohrleitung *R* entweder in den Kondensator oder ins Freie gedrückt. Auf der einen Seite des Kolbens wirkt somit der Dampfdruck, auf der anderen bei Maschinen mit Kondensator der geringe Druck des daselbst befindlichen Gemisches aus Luft und Dampf, bei Maschinen ohne Kondensator der volle Atmosphärendruck. Die Differenz beider Druckkräfte gibt die Triebkraft; damit diese im letzteren Falle unter sonst gleichen Umständen ebensogroß sei wie bei Kondensatormaschinen, muß ein höherer Dampfdruck verwendet werden (Hochdruckdampfmaschinen). Trotz des ökonomischeren Betriebes wird in vielen Fällen, z. B. bei Lokomotiven und Lokomobilen, der Einfachheit halber auf einen Kondensator verzichtet, da für diesen Apparat eine Kaltwasserpumpe nötig ist, die kaltes Wasser einspritzt, und eine Luft- und Warmwasserpumpe angewendet werden muß, um Luft und warmgewordenes Kondensationswasser wieder aus dem Kondensator herauszuschaffen; mitunter wird das letztere sogar durch eine dritte Pumpe — Speisepumpe — in den Kessel zurückgeschafft.

Fig. 216.



Die hin und her gehende Bewegung des Kolbens wird durch die Pleuelstange *P* und die Schwungradkurbel *E* in eine rotierende verwandelt. Der Zweck des von der Kurbel gedrehten Schwungrades ist, die Kolbenbewegung zu einer gleichmäßigen zu machen, denn das auf die Kurbeldrehung wirkende Drehungsmoment würde je nach der Stellung der Pleuelstange und des Kolbens verschieden groß ausfallen. In der großen Schwungradmasse wird aber bei großem Drehungsmomente ein Energieüberschuß aufgespeichert, um hiermit das

Drehungsmoment in den ungünstigen Kolbenstellungen zu unterstützen. Auch wird durch das Schwungrad der Maschine über die „toten Punkte" — wenn nämlich im Augenblicke der Umkehr der Kolbenbewegung Pleuelstange und Schwungradkurbel in eine Gerade fallen — hinweggeholfen. Um die Geschwindigkeit der Maschine auch bei verschiedener Belastung, also bei wechselndem Widerstande gegen die Bewegung des Kolbens, gleichmäßig zu machen, dient der Schwungkugel- oder Zentrifugalregulator (Fig. 79 a. S. 75), dessen Kugeln bei zu raschem Gange der Maschine weiter auseinandergehen und durch die mit ihnen parallelogrammartig verbundene Hülse ein Ventil im Dampfzuführungsrohre A — das Drosselventil — teilweise verschließen. Von der Achse des Schwungrades aus wird durch die exzentrische Scheibe (Fig. 217) eine hin und her gehende Bewegung des Verteilungsschiebers erzielt. Diese Einrichtung stellt eine Umkehrung der Schwungradkurbel vor. Durch Drehung der auf der Schwungradachse festgekeilten Scheibe um 180° (Fig. 217 aus Stellung I in Stellung II) wird die Scheibe gleichsam um die Größe h gehoben und gesenkt, welche Bewegung sich durch einen lose um die Scheibe gelegten Ring und ein Stangen- und Hebelwerk (Fig. 216) auf den Schieber überträgt.

Fig. 217.



Der Effekt einer Dampfmaschine in Pferdekräften wäre theoretisch durch $n = (K \cdot \frac{E - e}{760} \cdot 1{,}033 \cdot s) : 75$ P. S. ausgedrückt, worin K die Fläche des Kolbens in Quadratzentimetern, E die in Millimetern Quecksilbersäule gemessene Spannkraft des Dampfes im Kessel (aus Tabelle S. 164 für die Temperatur t^0 des Kesselwassers zu entnehmen), e analog die Spannkraft des im Kondensator befindlichen Luft-Dampfgemisches und s den in Metern ausgedrückten Kolbenweg pro Sekunde bedeutet. Man sagt dann, die Maschine arbeite mit n „indizierten" oder mit $^3/_4\, n$ „effektiven Pferdekräften", wenn man etwa $^1/_4$ zur Überwindung der Reibungs- und anderen schädlichen Widerstände abrechnet. Die „effektiven Pferdekräfte" lassen sich durch Vorrichtungen (z. B. durch Pronys Zaum) empirisch bestimmen. Berechnet man die vom Kesselwasser in einer gewissen Zeit aufgenommene Wärmemenge, welche das Produkt aus dem Dampfverbrauche (in Kilogrammen) mit der Verdampfungswärme des Wassers vorstellt, so wird von dieser der Maschine zugeführten Energie in der betrachteten Zeit nur ein Teil in „effektiven Pferdekräften" nutzbar erhalten. Der Quotient dieser zurückgewonnenen Energie durch die in derselben Zeit der Maschine zugeführte Energie heißt der Nutzeffekt der Maschine; derselbe kann aus theoretischen Gründen nie über 21% betragen, ist aber selbst bei den vollkommensten Dampfmaschinen noch viel geringer (etwa 15%). Die Dampfmaschine ist also weit davon entfernt, ökonomisch zu arbeiten.

Bei den Expansionsmaschinen trachtet man die Expansionsarbeit des Dampfes insofern besser auszunützen, als man durch Abänderung des Verteilungsschiebers den Dampfzufluß vom Kessel absperrt, wenn der Kolben erst einen Teil, z. B. $^1/_4$, des gesamten Weges zurückgelegt hat. Denken wir uns den ganzen Kolbenweg in 20 Stationen geteilt, so wird der Dampf während der ersten fünf mit seiner vollen Kraft — sie sei gleich 1 gesetzt — auf den Kolben wirken. Von da ab vergrößert sich aber der Dampfraum vom Volumen „5" auf das Volumen „6", drückt also in diesem Wegstücke durchschnittlich nur mit $^5/_6$ der Kraft, während des nächsten Zwanzigstels des Weges nur mehr mit $^5/_7$ u. s. w., während des letzten Wegstückes nur mehr mit $^5/_{20}$. Die Summe dieser Einwirkungen

$5 + {}^5/_6 + {}^5/_7 \ldots + {}^5/_{20}$ ist 11,56, während man bei ungehindertem Einströmen des Dampfes, also bei vierfachem Dampfverbrauche, doch nur eine Wirkung 20 erzielt hätte. Diese natürlich nur ganz rohe Berechnung läßt doch die Überlegenheit der Expansionsmaschine erkennen.

Bei Dampfkesselexplosionen, welche entweder bei fehlerhafter Konstruktion oder bei lässiger Wartung (insbesondere bei Wassermangel im Kessel) eintreten können, wirkt die hohe Spannkraft des Dampfes nicht bloß momentan, sondern durch meßbare Zeit auf die Kesselbruchstücke ein und erteilt denselben daher sehr bedeutende Beschleunigungen, so daß dieselben förmlich wie Geschosse zerstörend wirken können (vgl. hiermit die hydraulische Kesselerprobung, Art. **65**).

Aus der Entdeckungsgeschichte der Dampfmaschine sei noch hervorgehoben, daß Papin 1680 zuerst zeigte, daß durch die Expansivkraft des Dampfes Bewegung erzeugt werden könne; der betreffende Apparat (Fig. 218) dient als Demonstrationsmittel noch heute diesem Zwecke. Die älteren Versuche, nach diesem Prinzipe wirksame Dampfmaschinen zu bauen, wie unter anderem die atmosphärische Dampfmaschine Newcomens, litten an dem Übelstande, daß die Zurückbewegung des Kolbens durch den äußeren Luftdruck geschehen sollte, nachdem unter den Kolben kaltes Wasser eingespritzt wurde; da hierdurch die Temperatur des Kolbenraumes fortwährend erniedrigt wurde, war von vornherein der Wirkungsgrad der Maschine ein sehr geringer. Die glücklichste Idee des James Watt war eben die Trennung des Kondensationsraumes vom Dampfzylinder sowie die Konstruktion der „doppeltwirkenden" Maschine. — Die Dampfmaschine wurde durch Fulton im Jahre 1807 zuerst bei einem Raddampfer verwendet. George Stephenson gelang (1814) nach vielen verunglückten Versuchen die Konstruktion der Lokomotive. In den modernen Automobilen ist — dank der Fortschritte der Technik — das erreicht, was in den ersten „Dampfwagen" vergeblich angestrebt wurde.

Fig. 218.

Auch die im Prinzipe völlig mit den Wasserturbinen übereinstimmenden Dampfturbinen, die Heißluftmaschinen, in welchen die Expansivkraft erhitzter Luft motorisch wirkt, die Preß- oder Druckluftmotoren (vgl. Art. **84**), die Gasmotoren und Petroleum- (Benzin-) motoren, welche die Expansivkraft verbrennender oder explodierender Gasgemische ausnützen, mögen als der Dampfmaschine nahe verwandt hier erwähnt sein. Da der Nutzeffekt dieser Maschinen fast das Doppelte von jenem der Dampfmaschinen beträgt, erlangen dieselben fortgesetzt höhere Bedeutung in der Technik.

Inwiefern geschieht durch die Dampfmaschine eine Umsetzung von „Sonnenenergie" in mechanische Energie?

112. Wärmeleitung. Von einer wärmeren Stelle eines Körpers kann sich die Wärme nach der kälteren Umgebung dieser Stelle verbreiten oder fortpflanzen. Man sagt, daß diese Fortpflanzung der Wärme durch Leitung erfolge, wenn die Erwärmung von Teilchen zu Teilchen eines oder mehrerer physikalischer Körper fortschreitet. Dieses Fortschreiten erfolgt dabei immer von Stellen höherer Temperatur zu solchen von niedrigerer Temperatur; je nachdem dies rascher oder langsamer erfolgt, bezeichnet man die wärmeleitenden Körper als gute oder als schlechte Wärmeleiter.

Der Vorgang der Wärmeleitung besteht in einem fortgesetzten Temperaturausgleich zwischen benachbarten Stellen; im Sinne der mechanischen Wärmetheorie also in einer Übertragung der größeren kinetischen Energie der Molekularbewegung von den wärmeren Stellen an die Nachbarstellen. — Gute Wärmeleiter, in welchen das Fortschreiten der

Erwärmung schnell erfolgt, kühlen sich ebenso rasch ab, wenn sie mit kälteren Körpern in Berührung kommen; bei schlechten Wärmeleitern erfolgt sowohl das Fortschreiten der Erwärmung sowie die Abkühlung langsam. Versuche über Wärmeleitung mit Stäben von gleichem Querschnitte und gleicher Länge, jedoch aus verschiedenem Material, die mit Wachs überzogen sind (mit Wachs angeklebte Kugeln tragen) und an dem einen Ende auf dieselbe Temperatur erhitzt werden. — Die besten Wärmeleiter sind die Metalle: obenan Silber, dann Kupfer, Messing, Zink, Eisen, Blei, Quecksilber. Weniger gute Leiter (Halbleiter) sind die meisten Mineralien, gebrannter Ton etc. Schlechte Leiter sind Glas, Holz, Flüssigkeiten (außer Quecksilber und geschmolzenen Metallen) und Gase — vgl. Art. **113** — sowie lockere Massen mit viel eingeschlossener Luft (z. B. Asche, Stroh, Haare, Sägespäne, Wolle, Seide, Federn u. s. w.), ferner Schnee und Eis etc. — Nun erklärt sich auch die verschiedene Wärmeempfindung, welche wir beim Berühren von Körpern desselben Wärmegrades, aber aus verschiedenen Stoffen haben. Welche Wärmeempfindungen werden wir z. B. beim Berühren eines Kupferstückes und eines Holzstückes von gleicher Größe haben, wenn beide *a)* auf + 60° C. erwärmt, *b)* auf + 10° C. abgekühlt sind?

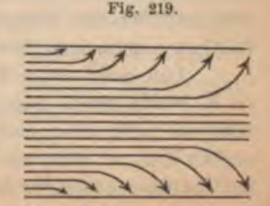
Wir denken uns eine ausgedehnte Platte von der Dicke l aus einer wärmeleitenden Substanz, deren eine Begrenzungsfläche beständig auf $t_1{}^0$ erwärmt, die andere auf $t_2{}^0$ abgekühlt ist. Nach einiger Zeit bildet sich in derselben eine stationäre Wärmeströmung aus (vgl. Art. **75**), welche normal zu den Endflächen stattfindet und bei welcher durch jede Flächeneinheit eines parallel zu den Endflächen gestellten Querschnittes in der Sekunde eine ganz bestimmte Wärmemenge hindurchgeht. Man bezeichnet dieselbe als Wärmefluß. Dabei fällt die Temperatur von der einen zur anderen Endfläche linear von t_1 auf t_2 ab (Vergleich mit der Wasserströmung durch eine Röhre von überall gleich weitem Querschnitte, Art. **76**). Als Temperaturgefälle zwischen zwei Stellen A und B bezeichnet man die auf die Längeneinheit (1 *cm*) reduzierte Temperaturabnahme zwischen A und B. Ist z. B. die Entfernung von A bis B 2 *mm* und herrscht in A die Temperatur $+45^0$ C., in B von $+42^0$ C., so ist das Temperaturgefälle zwischen A und B gegeben durch $\frac{45-42}{0{,}2} = 15^0$ C. pro Zentimeter. Im obigen Falle der Wärmeströmung durch eine ausgedehnte Platte ist das konstante Temperaturgefälle zwischen den Endflächen durch $\frac{t_1 - t_2}{l}$ gegeben (l = Plattendicke). Nach Fourier besteht dann die Beziehung

$$\text{Wärmefluß} = \text{Temperaturgefälle} \times k \ldots\ldots\ldots\ldots (43),$$

worin k eine vom Material abhängige Konstante bedeutet, welche das Wärmeleitungsvermögen heißt. Diese Größe ist der Wärmefluß für das Temperaturgefälle 1.

Anders gestaltet sich der Vorgang der Wärmeleitung, wenn an Stelle der wärmeleitenden Platte ein prismatischer (zylindrischer Stab) aus demselben Material genommen wird, an dessen um l voneinander entfernten Endflächen die Temperaturen t_1 und t_2 erhalten bleiben. Ein Teil der Wärme tritt dann auch — wie Fig. 219 schematisch erläutert — seitlich in das umgebende Mittel aus: zu der früher geschilderten inneren Wärmeleitung tritt eine äußere Wärmeleitung. Experimenteller Nachweis mit einem horizontalen prismatischen Eisenstabe, an dessen oberer Begrenzungsfläche in gleichen Abständen Löcher gebohrt sind, die, mit Quecksilber gefüllt, zum Einsenken

Fig. 219.



von Thermometern dienen. Wird das eine Stabende auf einer und derselben Temperatur erhalten (z. B. durch ein Ölbad), so zeigt der Versuch nach längerer Zeit das Eintreten eines stationären Zustandes, wobei aber das Temperaturgefälle vom erhitzten Ende zum kälteren kein lineares ist, vielmehr die Temperaturen in geometrischer Reihe abnehmen, wenn die Entfernungen von der Wärmequelle in arithmetischer Reihe wachsen. Indem man zu diesem Versuche Stäbe von gleichen Dimensionen aus verschiedenem Material nahm und dieselben an der Oberfläche gleichartig machte (z. B. alle versilberte), ließ sich — da nun die Verhältnisse für die äußere Wärmeleitung bei allen Stäben gleich waren — aus der Größe des Temperaturabfalles auf derselben Strecke das Verhältnis des (inneren) Wärmeleitungsvermögens der verschiedenen Körper bestimmen. Setzt man das Wärmeleitungsvermögen des Silbers = 100, so ergeben sich als relative Leitungsvermögen für Kupfer 91, für Eisen 11—16, für Neusilber 6,3, für Crownglas 0,162 u. s. w.

Das Wärmeleitungsvermögen ist bei der Mehrzahl der Körper in allen Richtungen dasselbe. Man nennt solche Körper, welche hinsichtlich der physikalischen Eigenschaften (z. B. Fortpflanzung der Wärme) in allen Richtungen gleich beschaffen sind, isotrope Körper im Gegensatze zu den anisotropen Körpern (Welcher Unterschied ist zwischen „isotrop" und „homogen" zu beachten?) Kristalle, welche nicht dem regulären Systeme angehören, erweisen sich nur in der Ebene gleicher Achsen isotrop, in den übrigen Richtungen anisotrop. Hölzer leiten in der Richtung der Fasern besser als quer zu denselben. — Anwendungen der guten und schlechten Wärmeleitungsfähigkeit der Körper im täglichen Leben sowie in der Natur. Einwirkung enger Drahtgitter auf Flammen; Davysche Sicherheitslampe.

113. Wärmeleitung und Wärmeströmung in Flüssigkeiten und Gasen. Flüssigkeiten und Gase besitzen ein geringes Wärmeleitungsvermögen (ausgenommen flüssige Metalle); jedoch erwärmen sich dieselben rasch, wenn man sie in einem Gefäße von unten aus erhitzt. Da nämlich hierdurch die am Boden erhitzten Teile spezifisch leichter werden, können dieselben wegen der leichten Verschiebbarkeit der Teilchen aufsteigen und nun die Wärme zu den kälteren Teilchen tragen; die letzteren sinken unter, werden wieder am Gefäßboden erwärmt u. s. w.; es erfolgt die Erwärmung durch Wärmeströmung oder Konvektion.

Fig. 220.



Fig. 221.

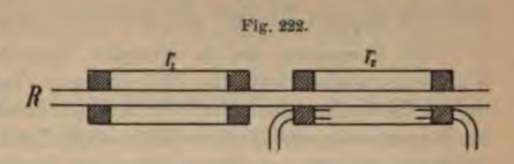


Von den bekannten Versuchen (Fig. 220 und 221) zeigt der erstere das geringe Wärmeleitungsvermögen des Wassers (bei *u* befindliches, mit Blei beschwertes Eis schmilzt nicht, wenn auch bei *o* das Wasser kocht), der letztere die Wärmeströmung in demselben, zugleich auch das Prinzip der Zentral-Warmwasserheizung. — Warum erwärmen sich tiefe, stehende Gewässer nur an der Oberfläche durch die Sonnenstrahlen? Welche Wärmeströmungen müssen bei fortgesetzter Abkühlung derartiger Gewässer von der Oberfläche aus entstehen?

Luft bildet einen Wärme-Isolator; desgleichen lockere, mit Lufträumen erfüllte Massen (z. B. Watte, Stroh, Sägespäne; Doppelfenster etc). Daß Wasserstoffgas besser die Wärme leitet als Luft, kann man mit der einfachen Vorrichtung (Fig. 222) zeigen. Das Rohr r_1 enthält Luft, r_2 kann mit Wasserstoff gefüllt werden. Bei r_1 und r_2 sind die Röhren außen mit Jodsilberquecksilber überzogen, einem Stoffe, der bereits bei geringer Erwärmung seine

gelbe Farbe in Orange ändert (Farbenthermoskop). Leitet man durch R Wasserdampf, so tritt die Farbenänderung bei r_2 früher auf als bei r_1. — Auch Wasserdampf ist ein schlechter Wärmeleiter. Hierdurch erklärt sich der Leidenfrostsche Versuch. Bringt man etwas Wasser auf eine glatte, sehr heiße Metallfläche (Kupfer- oder Platinschale), so verdampft dasselbe nicht. Der in rotierender Bewegung befindliche „sphäroidale" Tropfen wird vielmehr von einem kräftigen Dampfstrahle getragen, welcher wegen seines schlechten Wärmeleitungsvermögens die zur Verdampfung nötige Wärmezufuhr nicht vermittelt. Überläßt man den Apparat der Abkühlung, so wird der Dampfstrahl zu schwach, um den Tropfen zu tragen, letzterer kommt mit der heißen Metallfläche in Berührung und verdampft nun explosionsartig.

Fig. 222.



Luftströmungen in einem Lampenzylinder, im geheizten Zimmer. Einfluß der Schornsteine. Zentralluftheizung. Über Luftströmungen in der Atmosphäre vgl. Art. **116**.

114. Wärmestrahlung. Selbst an sehr kalten Wintertagen fühlen wir deutlich die erwärmende Kraft der Sonnenstrahlen auf unseren Körper, trotzdem die Luft, welche denselben unmittelbar berührt, sehr kalt ist. Es durchdringt somit in diesem Falle die Sonnenwärme die Luft, ohne sie erheblich zu erwärmen; sie durchdringt sogar den Weltraum, der höchstens Spuren von wägbarer Materie besitzt. Man nennt diesen Vorgang der Wärmeübertragung die Wärmestrahlung. Wärmeenergie wird durch Strahlung übertragen, wenn sie von einem Körper zu einem anderen gelangt, ohne die Temperatur eines Zwischenkörpers zu erhöhen.

Da die erste Eigenschaft der Wärme ist, daß sie die Temperatur der Körper erhöht und da die unserer Erde von der Sonne zugestrahlte Wärme die Atmosphäre nicht erwärmt und den leeren Weltraum nicht erwärmen kann, müssen wir schließen, daß diese strahlende Wärme nicht Wärmeenergie, sondern eine andere Energieform ist, von welcher an einer späteren Stelle (XI. Abschnitt) gesprochen werden wird.

Die Erwärmung der Erdatmosphäre erfolgt hauptsächlich dadurch, daß die Erdoberfläche durch die Wärmestrahlen der Sonne erwärmt wird und nun infolge der Berührung der Luft mit der Erde die erstere erwärmt wird. Trotz des Aufsteigens der so erwärmten Luft nimmt aber die Temperatur der Atmosphäre mit wachsender Höhe ab, weil die aufsteigende warme Luft sich in höheren Schichten immer mehr expandiert, was auf Kosten ihres Wärmeinhaltes erfolgt. Schneegrenze.

115. Wärmequellen. Die Temperaturunterschiede, welche wir im Freien, in unserer Wohnung, zwischen unserem Körper und der ihn umgebenden Luft etc. wahrnehmen, müssen offenbar durch gewisse stetig oder zeitweilig wirkende Ursachen hervorgerufen werden; anderenfalls müßte ja durch gegenseitigen Wärmeaustausch überall eine und dieselbe Temperatur herrschen. Wir bezeichnen diese Ursachen als Wärmequellen. Von diesen Wärmequellen ist für uns Erdbewohner die wichtigste die Sonne. Trotzdem unsere Erde nur einen winzigen Bruchteil der von der Sonne nach allen

Richtungen ausgestrahlten Wärme empfängt (vielleicht etwa $\frac{1}{23 \cdot 10^8}$), wäre die der Erde im Laufe eines Jahres zugestrahlte Wärmemenge im stande, eine den ganzen Erdball einhüllende Eisrinde von 30 *m* Dicke zu schmelzen.

Die Temperatur des in strengster Weißglut befindlichen Sonnenballes dürfte nach Warburg zwischen 6000 und 7000° C. liegen. Vgl. auch Art. **156** und **235**. Der Ersatz für die von der Sonne verausgabte Wärme dürfte durch die noch andauernde Zusammenziehung der Sonnenmasse, zum Teile vielleicht auch durch das Hineinstürzen kosmischer Massen in die Sonne erfolgen. — Man verfolge den Einfluß, welchen die Sonne auf die irdischen Wasser- und Luftbewegungen, insbesondere auf die Verdunstung und die Erhebung der Wassermassen in die Atmosphäre, also auch auf die Strömungsenergie der fließenden Gewässer nimmt.

Auch das Erdinnere besitzt Eigenwärme (heiße Quellen, Vulkane), welche mit dazu beiträgt, daß ein gewisses Gleichgewicht stattfindet zwischen der Wärmemenge, welche die Erdoberfläche von der Sonne empfängt und derjenigen, welche sie wieder gegen den Weltraum zurückstrahlt.

Durch Thermometer, welche in Bohrlöcher eingesenkt wurden, ließ sich an den verschiedensten Orten der Erde zeigen, daß in einer Tiefe von 1—2 *m* die täglichen, in einer Tiefe von rund 20 *m* die jährlichen Temperaturunterschiede verschwinden. Jenseits dieser „neutralen Schichte" war dagegen stets mit dem weiteren Vordringen in die Tiefe eine Zunahme der Wärme konstatierbar. Die geothermische Tiefenstufe, d. i. diejenige Tiefendifferenz, bei welcher unter Voraussetzung einer gleichmäßigen Zunahme die Temperatur um 1° C. steigt, ändert sich mit dem Orte, liegt jedoch stets zwischen 25 und 40 *m*. Messungen in Bohrlöchern (im Bohrloche von Schladebach ergab sich in **1716** *m* Tiefe eine Temperatur von + 56,6° C.), bei Tunnelbohrungen (im Gotthard bei 1700 *m* Gesteinsüberlagerung 31° C., im Simplontunnel beobachtete man über 40° C.). Das Gesetz der geothermischen Tiefenstufe dürfte für eine ziemlich mächtige Kugelschale unter der neutralen Schichte der Erde gelten; bei größerer Annäherung gegen den Erdmittelpunkt wird wohl auch ein Ansteigen der Temperatur, jedoch in langsamerem Maße, vorhanden sein; in den zentralen Partien unserer Planeten herrscht jedenfalls ein unsere irdischen Temperaturen weitaus überragender Hitzegrad.

Nächst der Sonne bilden künstliche Erzeugungsmethoden von Wärme für uns Menschen die wichtigsten Wärmequellen.

Die Erzeugung von Wärme durch Verbrauch kinetischer Energie wurde bereits im Art. **99** besprochen, jene aus elektrischer Energie wird im X. Abschnitte behandelt. Die größten Mengen künstlich erzeugter Wärme gewinnen wir durch chemische Prozesse. Es entwickelt sich nämlich bei jeder chemischen Verbindung (oder Verbrennung im weiteren Sinne) für jedes Gramm der umgesetzten Substanz eine bestimmte Wärmemenge, die Verbindungswärme; findet die Verbindung der Substanz mit dem Sauerstoffe unter Feuererscheinung statt, so bezeichnet man sie als Verbrennung (im engeren Sinne) und bezeichnet die hierbei entwickelte Wärme als Verbrennungswärme. Einige Verbrennungswärmen pro 1 *kg* Substanz in Kalorien (abgerundet): Wasserstoff 34.000, Steinkohle (beste Sorten) 7800, Braunkohlen (mindere Sorte) 3500, Holzkohle 7800, trockenes Holz 3600, Aluminium 7140, Eisen 1352 etc. Die höchsten Temperaturen wurden bisher bei der Verbrennung des Knallgases (2000° C.) und des Aluminiums (etwa 3000° C.) (Goldschmidts „Thermit") erzielt.

Auch im Organismus des Menschen und der warmblütigen Tiere gehen chemische Umwandlungen vor sich, welche wir als den Lebensprozeß be-

zeichnen; diesen Umwandlungen ist die Entstehung der Lebenswärme (Körperwärme) zu danken, welche beim gesunden Menschen stets in allen Klimaten eine Körpertemperatur von $+37^0$ C. erhält. Inwiefern ist auch bei den künstlichen Erzeugungsmethoden der Wärme sowie bei der „Lebenswärme“ eine Umsetzung von „Sonnenwärme“ nachweisbar?

116. Verteilung der Wärme auf der Erdoberfläche. Strömungen in der Atmosphäre. Im Laufe des Tages wie des Jahres ist an jedem Orte eine gewisse Regelmäßigkeit in den Veränderungen der Lufttemperatur bemerkbar. Diese Regelmäßigkeit findet darin ihre Erklärung, daß von den beiden Hauptmomenten, welche die Lufttemperatur beeinflussen, nämlich Sonnenstrahlung und Wärmeausstrahlung des Erdbodens, die erstgenannte im Laufe des Tages wie des Jahres einen periodischen Verlauf zeigt (Art. **145** u. **148**), die zweite dagegen für einen und denselben Ort im Mittel dieselbe bleibt.

Die höchste Tagestemperatur tritt bald nach dem höchsten täglichen Sonnenstande, die niedrigste zur Zeit des Sonnenaufganges ein. Die höchste und niedrigste Jahrestemperatur tritt bald nach dem höchsten und niedrigsten jährlichen Sonnenstande ein.

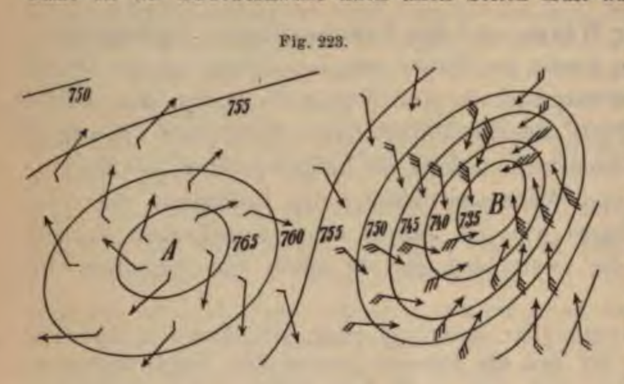
Eine Vergleichung der Temperatur einzelner Tage und ganzer Monate wird nur durch Einführung von Mittelwerten möglich, welche aus vieljährigen Beobachtungen gewonnen sind. Das Tagesmittel liefert am verläßlichsten ein Thermograph (selbstregistrierendes Metallthermometer, ähnlich dem Barograph); ziemlich genau erhält man dasselbe auch als arithmetisches Mittel aus Ablesungen, welche zu zweckmäßig gewählten Beobachtungszeiten vorgenommen werden. Ein klares Bild der Temperaturverteilung auf der Erde gewinnt man, wenn man alle Punkte von gleicher Mitteltemperatur durch Kurven (Isothermen) verbindet. Eine Weltkarte, auf der beispielsweise die Isothermen des Jänner eingetragen sind, läßt unter anderem die Temperaturabnahme vom Äquator zu den Polen, die stärkere Erwärmung der südlichen Halbkugel, den erwärmenden Einfluß des Golfstromes auf die nordwestlichen Küsten Europas erkennen. Deutlich ist auch der die Temperaturgegensätze ausgleichende Einfluß der großen Meere wahrzunehmen. Infolge dieses Einflusses der Meere, welche sich im Winter langsamer auskühlen, im Sommer langsamer erwärmen als das Festland, nähern sich die Isothermen in den Sommerkontinenten dem Pole und entfernen sich in den Winterkontinenten vom Pole. Da die südliche Erdhälfte weniger Festland enthält als die nördliche, herrscht auf der ersteren eine viel gleichmäßigere Temperaturverteilung.

Die großen Temperaturverschiedenheiten zwischen den Erdzonen sowie zwischen Festland und Meer veranlassen einen fortwährenden Luftwechsel, welcher das Bestreben zeigt, durch Strömungen in der Atmosphäre diese Temperaturverschiedenheiten auszugleichen.

Wird eine Stelle B der Erde durch die Sonnenstrahlen stärker erwärmt als ihre Umgebung, so dehnt sich die darüber befindliche atmosphärische Luft aus und steigt auf, um einen ihrer geringeren Dichtigkeit entsprechenden Platz in der Atmosphäre einzunehmen. Da sich hierdurch in B der Luftdruck vermindert, sinkt ein daselbst befindliches Barometer; es bildet sich ein barometrisches Minimum (eine Depression) aus, gegen welches an der Erdoberfläche von allen Seiten kalte Luft einströmt. Umgekehrt wird an einer

Stelle *A* der Erde, welche kälter ist als ihre Umgebung, die darüber befindliche Luftsäule sich zusammenziehen und daher in die oberen Schichten dieser Luftsäule von allen Seiten Luft einströmen. Infolgedessen muß in *A* der Luftdruck wachsen; es entsteht ein barometrisches Maximum: von demselben strömt nahe an der Erdoberfläche nach allen Seiten Luft aus. Verbindet man nun alle Orte der Umgebung von *A* und *B*, welche gleichen Barometerstand haben, durch Kurven (Isobaren), so zeigen diese ungefähr die in Fig. 223 dargestellte Anordnung.

Fig. 223.



Infolge der Luftdrucksverschiedenheiten treten Luftströmungen ein, welche man als Winde bezeichnet. Der Wind weht nahe an der Erdoberfläche, immer von der Isobare höheren Luftdruckes zu jener des niedrigeren und ist bestrebt, hier die kürzeste Verbindung, normal zu den Isobaren, einzuschlagen. Je näher die Isobaren liegen, desto größer ist der Druckunterschied auf eine bestimmte Strecke, desto größer ist die bewegende Kraft, welche den Druckunterschied auszugleichen sucht, desto stärker ist also der Wind. Als Druckgefälle oder Gradient bezeichnet man die in Millimetern Quecksilbersäule gemessene Luftdruckdifferenz pro Äquatorgrad (111 *km*).

Die obenbezeichnete Richtung des Windes — normal zu den Isobaren — erfährt durch die Erdrotation eine Veränderung, infolge welcher jeder in horizontaler Richtung bewegte Körper — also auch die bewegte Luft — auf der nördlichen Erdhalbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt wird (Art. **144**). Die in ein Minimum einströmenden Winde bilden somit (Fig. 223) einen großen, dem Uhrzeiger entgegengesetzt sich drehenden Luftwirbel — Zyklon — die aus einem Maximum ausströmenden einen im Sinne des Uhrzeigers sich drehenden Antizyklon (Fig. 223); ihre Richtung ist in den Figuren durch Pfeile dargestellt, deren Befiederung die Windstärke zum Ausdrucke bringt.

Im Zentrum dieser Luftwirbel herrscht Windstille. Im Zyklon steigt daselbst die wasserdampfreiche, von außen zutretende Luft auf und kühlt sich zufolge ihrer dabei erfolgenden Expandierung ab. Es erfolgt somit starke Kondensation: der Himmel ist trübe; im Sommer herrscht kühles, im Winter warmes Wetter mit starken Niederschlägen. Im Antizyklon strömt dagegen trockene Luft aus großer Höhe nach unten und erwärmt sich zufolge ihrer Kompression. Es lösen sich somit die Wassertröpfchen in Dunst auf; der Himmel heitert sich aus; im Sommer tritt warmes, im Winter kaltes Wetter ein.

Zufolge der Organisation eines über die ganze Erde ausgedehnten Netzes von meteorologischen Beobachtungs- und Zentralstationen ist man an den letzteren im stande, täglich Wetterkarten zu zeichnen, in welche die (reduzierten) Barometerstände, die Isobaren, Windrichtung und -stärke, Temperatur, Bewölkung etc. eingetragen werden. Hierdurch ist ein klares Bild des momentanen Witterungsstandes gewonnen. Da nun aber die barometrischen Minima oder Depressionen nicht fest bleiben, sondern erfahrungsgemäß auf bestimmten „Zug-

straßen" wandern, gewinnt die moderne Meteorologie immer zuverlässigere Anhaltspunkte zur Wettervorhersage oder Wetterprognose.

Dort, wo die Luftdrucksverhältnisse entweder beständig oder periodisch im wesentlichen dieselben bleiben, müssen auch die Luftströmungen eine gewisse Regelmäßigkeit zeigen. Das wichtigste Beispiel hierfür bilden die Passatwinde (von passata = Überfahrt). Die Zone um den Äquator bildet eine Region permanenter Luftdrucksdepressionen, in welche sowohl von Norden wie von Süden kalte Winde einströmen, die zufolge der Achsendrehung der Erde auf der nördlichen Halbkugel als Nordost-, auf der südlichen als Südostwinde auftreten und insbesondere im Atlantischen und Stillen Ozean zwischen 30° nördlicher und südlicher Breite mit großer Regelmäßigkeit wehen. Bedeutung derselben für die Segelschiffahrt; Entdeckung von Amerika; Aufsteigung, Windstille und starke Niederschläge in der Region der Kalmen.

Küstenwinde (Land- und Seewind) infolge der ungleichmäßig rasch fortschreitenden Erwärmung, beziehungsweise Abkühlung des Meeres und des Festlandes zur Zeit des Tages und der Nacht. In ähnlicher Weise sind die Monsune (Moussons) des Indischen Ozeans zu erklären, welche im Sommerhalbjahre gerade die entgegengesetzte Richtung der Passatwinde zeigen. Gebirgswinde (Berg- und Talwind).

Auf besondere örtliche (lokale) Veranlassungen sind unter anderem Föhn und Bora zurückzuführen. Der Föhn ist ein warmer, trockener Wind, der besonders im östlichen Gebiete der Schweiz und im angrenzenden Teile von Tirol mit Heftigkeit auftritt, wenn die Luft durch ein nördlich der Alpenkette vorhandenes Minimum förmlich angesaugt wird, dabei ihren Feuchtigkeitsgehalt, wenn sie an der Südseite der Alpen aufsteigt, zufolge Expandierung, Abkühlung und Kondensation verliert und nun als trockene Luft in die nördlichen Täler herabstürzt, dem Laufe derselben folgend und sich durch Zusammenpressen noch mehr erwärmend. Lawinenstürze und Feuersbrünste zu Föhnzeiten. Ähnliche Föhnwinde unter anderem in Grönland, Norwegen, im Riesengebirge, am Harz u. s. w. — Die Bora ist ein kalter, trockener und besonders heftiger Nordostwind, der meist im Winter das österreichische Küstenland bis Triest und darüber bestreicht.

Man erkläre nach dem oben Gesagten das Buys-Ballotsche Windgesetz: Wendet man dem Winde den Rücken zu, so liegt (für die nördliche Halbkugel) das Minimum links etwas nach vorn, das Maximum rechts etwas nach rückwärts. — Für Europa zieht die Mehrzahl der barometrischen Minima nördlich von unserem Wohnsitze vorüber; wie erklärt sich hieraus das Dovesche Winddrehungsgesetz: Der Wind dreht sich mit der Sonne? (Passiert die Vorderseite des Minimums, so haben wir Südostwind, der allmählich in Süd-, Südwest-, West-, Nordwest- und endlich in Nordwind übergeht.)

Aufgaben. 1. Bei welchem Wärmegrad steht auf der Celsiusskala und auf der Fahrenheitsskala dieselbe Zahl? — 2. Ein Thermometer zeigt beim Eispunkte + 1°, beim Siedepunkte + 99°. Wie groß ist die richtige Temperatur, wenn dieses Thermometer t^0 (z. B. + 25°) zeigt? — 3. Ein Kompensationsstreifen aus Eisen und Zink ist bei 0° geradegestreckt und 40 *cm* lang. Bei welcher Temperatur unterscheiden sich die Längen beider Metalle um 1 *mm* (S. 143)? — 4. Ein Maßstab besteht aus zwei an einem Ende zusammengenieteten Stäben aus Kupfer und Platin, welche bei 0° C. genau 1 *m* lang sind. Bei 100° C. ist der Kupferstab um 0,856 *mm* länger als der Platinstab. Wie groß ist der Ausdehnungskoeffizient des Platins, wenn jener des Kupfers 0,00001712 ist? — 5. Eine Eisenschiene ist bei 15° C. genau 10,074 *m* lang. Wie lang ist sie bei 40° C.? — 6. Mit einem bei 0° C. richtigen Messingmaßstabe fand man bei 80° C. die Länge einer Strecke 626 *mm*. Wie lang ist letztere in Wirklichkeit? ($\beta = 0,00002$.) — 7. Ein Kupferstab, der bei 0° C. genau 1 *m* lang ist, wird mit dem einen Ende unverrückbar befestigt und mit dem anderen Ende auf ein leicht drehbares Röllchen von 3 *mm* Durchmesser aufgelegt. Um welchen Winkel wird sich das letztere drehen, wenn der Stab von 0° bis 100° C. erwärmt wird? ($\beta = 0,000017$.) —

8. Eine Silberkugel verdrängt 10 cm^3 Eiswasser und 10,057 cm^3 siedenden Wassers. Wie groß ist der lineare Ausdehnungskoeffizient des Silbers? — **9.** Das Volumen eines Glasballons ist bei + 4° C. 4,125 *l*. Wie viel beträgt es bei + 30° C.? — **10.** Wie groß ist das spezifische Gewicht des Quecksilbers bei 100° C., wenn es bei 0° C. 13,596 ist? ($\alpha = 0{,}0002$.) — **11.** Ein Gewichtsdilatometer wiegt leer 26,245 *g*, mit Quecksilber von 0° C. gefüllt 77,155 *g*, mit solchem von 100° C. 76,380 *g*. Wie groß ist der kubische Ausdehnungskoeffizient des Dilatometers? (α für $Hg = 0{,}000182$.) — **12.** Wenn das Barometer einmal bei + 30° C., ein anderesmal bei — 20° C. 752 *mm* zeigt, um wie viel unterscheidet sich in beiden Fällen der Luftdruck? — **13.** Die Glasskala eines Barometers (Teilung auf der Röhre eingeätzt) ist bei 0° C. richtig. Der bei t° C. abgelesene Stand b_t ist auf 0° C. zu reduzieren und sodann die Korrektion zu berechnen, welche an b_0 wegen der Maßstabausdehnung vorzunehmen ist. (Für Glas $\beta = 0{,}000009$, für Hg $\alpha = 0{,}000182$.) — **14.** Dasselbe Beispiel ist für ein Barometer mit Messingskala ($\beta = 0{,}000019$) durchzuführen.*) — **15.** Ein fester Körper, dessen kubischer Ausdehnungskoeffizient α bekannt ist, erfährt in einer Flüssigkeit bei 0° C. einen Gewichtsverlust a_0, bei t° einen solchen a_t. Wie groß ist der Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit? — **16.** Bei 20° C. nimmt eine Wasserstoffmenge genau 18,473 *l* ein; welchen Raum wird sie bei Ausdehnung unter konstantem Drucke bei 100° C. einnehmen? — **17.** Bei welcher Temperatur wird sich das bei 27° C. gemessene Volumen einer Gasmenge um die Hälfte vermehrt haben, wenn die Ausdehnung unter konstantem Drucke erfolgt? — **18.** Ein kugelförmiges Platingefäß hat bei 0° C. V cm^3 Inhalt. In einen Schmelzofen und hierauf mit der Mündung nach abwärts in eiskaltes Wasser gebracht, nimmt es V' cm^3 Wasser auf. Welche Temperatur herrschte im Schmelzofen? ($V = 20$ cm^3, $V' = 16$ cm^3, $\beta = 0{,}0000088$, $\alpha = 0{,}003665$.) — **19.** Was wiegen 10 *l* Kohlendioxyd (Dichte 1,52) bei 24° C. und 735 *mm* Druck? — **20.** Welchen Atmosphärendruck üben 80 *g* Kohlendioxyd bei + 25° C. in einem 3 *l* fassenden Stahlzylinder aus? — **21.** Bei 0° C. und 760 *mm* Druck hat eine Gasmenge 3 *l* (5 *l*) Volumen. Bei welcher Temperatur hat dieselbe Gasmenge unter 570 *mm* (800 *mm*) Druck ein Volumen von $6^2/_3$ *l* ($6^1/_3$ *l*)? — **22.** Unter welchem Drucke steht eine $5^3/_7$ *l* fassende Gasmenge bei + 78° C., wenn sie unter normalen Verhältnissen 5 *l* Volumen einnimmt? — **23.** Wie groß ist das Volumen einer Luftmasse, die bei 0° C. 450 *l* einnimmt, wenn die Temperatur auf + 273° C. erhöht und gleichzeitig der Druck verdoppelt wird? — **24.** In einem graduierten Zylinder hat man über Quecksilber bei + 27° C. und 750 *mm* Barometerstand 76 cm^3 Gas aufgefangen. Man reduziere dieses Volumen auf die Normalverhältnisse, wenn das Quecksilber im Zylinder um 15 *cm* höher steht als außen. — **25.** Das thermometrische Gefäß eines Jollyschen Luftthermometers faßt bei 0° C. und 76 *cm* Druck so viel Gas, daß die Quecksilberhöhen keine Differenz zeigen. Als man dasselbe in ein Wasserdampfbad brachte, mußte der bewegliche Schenkel derartig eingestellt werden, daß das Quecksilber in demselben um 28 *cm* höher stand. Wie groß ist der Spannungskoeffizient des Gases? — **26.** Eine Kupferkugel von 20 *g* Gewicht und der spezifischen Wärme 0,094 wird in der Flamme eines Bunsenbrenners längere Zeit erhitzt und dann in 200 *g* Wasser von + 20° C. gebracht, wodurch letzteres um 8° C. erwärmt wurde. Wie groß war (ungefähr) die Temperatur der Flamme? — **27.** Eine p *g* schwere Platinkugel von der spezifischen Wärme c wird längere Zeit hindurch in einen Schmelzofen gebracht und dann in p_1 *g* Wasser geworfen, die sich hiedurch von t_1° C. auf T° C. erwärmen. Welche Temperatur herrschte (ungefähr) im Schmelzofen? ($p = 208{,}5$ *g*, $p_1 =$ 1897 *g*, $c = 0{,}0398$, $t_1 = 10{,}5$° C., $T = 16$° C.). — **28.** Wie viel Wärme brauchen 16 *kg* Sauerstoff, um *a)* bei konstantem Drucke, *b)* bei konstantem Volumen um 20° C. erwärmt zu werden? — **29.** Wie viel Kilogramm Luft von + 78° C. erwärmen 1,5 *kg* Wasser von + 13° C. auf + 38° C., wenn die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Drucke zu 0,2375 gerechnet wird und der kalorimetrische Wasserwert der mit zu erwärmenden Metall-

*) Als Resultate von Nr. 13 und 14 müssen sich die in Art. 92 (S. 147) mitgeteilten Regeln ergeben.

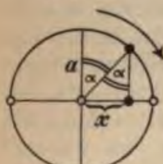
massen 0,4 Kalorien beträgt? — **30.** Welches Gewicht hat die Luft in einem Saale von 8 ***m*** Länge, 7 ***m*** Breite und 4 ***m*** Höhe bei + 5° C. und 740 ***mm*** Druck? Wie viel Kalorien sind nötig, um dieselbe gleichmäßig auf 30° C. zu erwärmen? — **31.** Von welcher Höhe müßten 5 ***kg*** Blei ($c = 0{,}03$) lotrecht auf eine unelastische Platte herabfallen, damit sich ihre Temperatur um 1° C. erhöhe, wenn durch den Fall nur die Temperatur des Bleies erhöht würde? — **32.** Wenn aus h (1281) ***m*** Höhe eine Bleimasse ($c = 0{,}03$) unter denselben Verhältnissen, welche in Nr. **31** angegeben wurden, auffällt, um wie viel Grade würde die Temperatur des Bleies steigen? — **33.** Wie viel Kilogramm Steinkohle (Verbrennungswärme = 8000 Kalorien) müßten verbrannt werden, um das Äquivalent der Arbeit zu leisten, welche nötig ist, um 427 ***kg*** 1 ***km*** hoch zu heben? — **34.** Eine 30 Tonnen schwere Meteormasse fällt mit 100 ***km*** Geschwindigkeit pro Sekunde in die Sonne. Wie viel Kalorien werden durch den Zusammenstoß erzeugt? (1 Kalorie äquivalent mit 4189 Joule.) — **35.** Auf einen Eisblock von 0° C. bringt man eine p ***kg*** schwere Bleiplatte ($c = 0{,}03$) von f ***dm***² Fläche, die auf t° C. erhitzt wurde. Wie viel Schmelzwasser entsteht und wie tief sinkt die Platte ein? ($p = 26\frac{2}{3}$ ***kg***, $t = +200$° C., $f = 4$ ***dm***², $w = 80$ Kalorien.) — **36.** In $P\,g$ siedenden Wassers von 100° C. werden P' ***g*** Eis von 0° C. geworfen; nach völliger Schmelzung des Eises herrscht die Temperatur von T° C. Wie rechnet sich hieraus die Schmelzwärme des Eises? ($P = 200$ ***g***, $P' = 40$ ***g***, $T = +70$° C.) — **37.** 1 ***kg*** geschmolzenes Blei von der Temperatur des Schmelzpunktes (326° C.) wird in 2 ***kg*** Wasser von + 14° C. gegossen. Welche Temperatur nimmt letzteres an, wenn die Schmelzwärme des Bleies 5,4 Kalorien ist? — **38.** Wie groß ist die Wärmekapazität einer 300 ***g*** schweren Kupferkugel ($c = 0{,}095$)? Wie viel Gramm Eis vermag sie zu schmelzen, wenn sie auf + 100° C. erhitzt und dann in einen ausgehöhlten Eisblock gelegt wird? — **39.** 10 ***kg*** Wasser von + 64° C. werden mit 11 ***kg*** Schnee von 0° C. gemischt. Was geschieht? — **40.** Zu einer Quantität Wasser von 0° C. werden 120 ***g*** Eis von — 16° C. gegeben; 12 ***g*** Wasser gefrieren und die Temperatur des Gemisches ist 0° C. Wie groß ist die Erstarrungswärme des Eises, wenn seine spezifische Wärme 0,5 ist? — **41.** n ***kg*** Wasser sind auf — t° C. unterkaltet. Wie viel gefriert davon, wenn der Erstarrungsverzug ausgelöst wird? ($n = 0{,}2$ ***kg***, $t = -8$° C.) — **42.** In ½ ***kg*** Wasser von + 14° C. werden 10 ***g*** Wasserdampf eingeleitet, wodurch die Temperatur auf + 26,2° C. stieg. Wie groß ist die Verdampfungswärme des Wassers? — **43.** 1 ***m***³ Wasserdampf von 760 ***mm*** Druck wird kondensiert. Wie viel Wasser entsteht? — **44.** Wie viel Kilogramm Wasserdampf von 100° C. müssen durch $15\frac{6}{7}$ ***kg*** Wasser von + 11° C. geleitet werden, um dasselbe auf 81° C. zu erwärmen? — **45.** Ein Gefäß enthält 158,9 ***g*** Wasser und etwas Eis. Nach dem Einleiten von 9,8 ***g*** Wasserdampf zeigt sich eine Temperatur von + 3° C. Wie viel Eis war anfänglich vorhanden? — **46.** Wie viel Kilogramm Wasserdampf von + 100° C. müssen in ein Gemisch aus 5 ***kg*** Eis von — 10° C. und 3 ***kg*** Wasser von + 15° C. eingeleitet werden, um eine Endtemperatur von + 90° C. zu erzielen? ($w = 80$, $w' = 540$, $c = 0{\cdot}5$.) — **47.** Bei einer Niederdruckdampfmaschine hat der Dampf im Kessel 1,5 at., im Kondensator 0,3 at. Spannkraft. Die Kolbenfläche ist 500 ***cm***², in der Minute finden 50 Doppelhübe von der Hubhöhe 1,5 ***m*** statt. Wie viel Prozente der indizierten Leistung gehen verloren, wenn die Nutzleistung mit 12,396 P. S. gemessen wurde? — **48.** Ein Apparat von der Form Fig. 209 enthält bei 20° C. in seiner graduierten Röhre 100 ***cm***³ Wasserdampf. Der Barometerstand ist 756 ***mm***, die Höhe der Quecksilbersäule über dem äußeren Niveau 752 ***mm***. Bis auf welches Volumen wird man den Dampf durch Einsenken der Röhre zu verdichten haben, damit Kondensation eintrete? — **49.** 1 ***m***³ mit Wasserdampf gesättigter Luft von + 10° C. mischt sich mit 1 ***m***³ gleichfalls mit Wasserdampf gesättigter Luft von + 20° C. Wie viel Wasser sollte sich ausscheiden? Warum scheidet sich tatsächlich weniger aus? — **50.** 152 ***cm***³ Sauerstoff sind in einer graduierten Röhre über Wasser aufgefangen worden. Nach mehrstündigem Stehen bei + 27° C. steht das Wasser in der Röhre bei 750 ***mm*** äußerem Barometerstande 270,6 ***mm*** über dem Niveau der pneumatischen Wanne. Wie schwer ist der enthaltene Sauerstoff, wenn 1 ***cm***³ desselben

unter normalen Verhältnissen 0,00143 **g** wiegt und die Dichte des Quecksilbers bei 27° C. 13,53 beträgt? — **51.** Wie groß ist der Feuchtigkeitsgrad der Luft, wenn die Lufttemperatur + 20° C., die Taupunktstemperatur + 15° C. beträgt? — **52.** Die Lufttemperatur ist + 20° C., die Taupunktstemperatur + 12° C. Wie ändert sich die Spannkraft des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes, wenn die Temperatur von + 20° C. auf + 15° C. sinkt? — **53.** Durch Versuche ergibt sich, daß man aus 1 **g** Wasser 1,7 *l* Wasserdampf von 100° C. und 760 **mm** Druck bekommt. Wie groß ist nach diesem die Dampfdichte des Wassers? — **54.** Wie viel Wasser schlägt sich nieder, wenn 1 m^3 gesättigter Wasserdampf von + 20° C. auf + 12° C. abgekühlt wird? — **55.** Welches ist die Siedetemperatur des Wassers auf dem Sonnblick? (3095 **m.**) — **56.** 1 *l* Wasser von + 134° C. wird unter gewöhnlichen Atmosphärendruck gesetzt. Wie viel Wasser verdampft nun? — **57.** 100 **kg** Steinkohle kosten 2,8 K, 1 **kg** Petroleum 40 h, 1 **kg** Alkohol 60 h. Wenn man von jedem dieser Stoffe um 1 h verbrennt, welcher hat den größten Heizwert? (Verbrennungswärmen: Steinkohle 7500, Petroleum 11 000, Alkohol 7200 Kalorien.)

VI. Wellenlehre.

117. Schwingende Bewegung eines Punktes. Ein an einer elastischen Spiralfeder hängender schwerer Körper (Fig. 100 a. S. 93) führt, wenn man denselben aus seiner Ruhelage, d. i. aus jener Lage, in welcher dem Gewichte des Körpers durch die elastischen Kräfte der Feder Gleichgewicht gehalten wird, herausbringt und wieder frei läßt, eine hin und her gehende Bewegung aus, welche wir im Art. **55** als harmonische oder schwingende Bewegung kennen gelernt haben.

Fig. 224.



Als Gesetze dieser Bewegung (Fig. 224) ergaben sich im Art. 55 für die Schwingungsdauer T, für den Abstand x von der Ruhelage oder für die Elongation, endlich für die daselbst vorhandene Geschwindigkeit v die Formeln

$$T = 2\pi\sqrt{m \cdot \frac{1}{K'}} \qquad \text{(27 a)}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= a \sin \alpha = a \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t \\ v &= c \cos \alpha = \frac{2a\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t \end{aligned}\right\} \qquad \text{(27 b)}$$

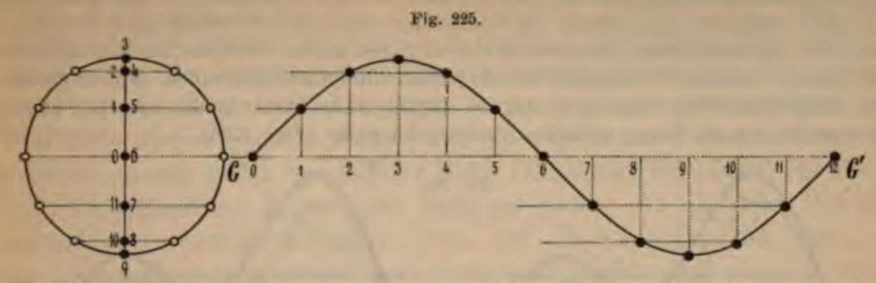
in welchen a die größte Elongation oder die Amplitude bezeichnet. Die Bedeutung der anderen Größen ist im Art. 55 angegeben.

Welche Werte ergeben sich für x und v, wenn wir für die veränderliche (variable) Zeit t, welche vom Passieren der Ruhelage angefangen gezählt wird, der Reihe nach die Werte 0, $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{4}$, T... annehmen? Warum bezeichneten wir diese Bewegung als eine periodische? Was sagen die Ausdrücke: Phase der Schwingung, Phasenwinkel, Phasenzeit?

Ein deutliches Bild der Bewegung des harmonisch schwingenden Punktes erhalten wir, wenn wir (Fig. 225) auf einer horizontalen Geraden GG' Stücke, welche den verflossenen Zeiten proportional sind, und normal hierzu Strecken auf-

tragen, welche der zugehörigen Elongation gleichkommen. Da die hierdurch erhaltene krumme Linie auch die Zu- und Abnahme des Sinus von 0° bis 360°

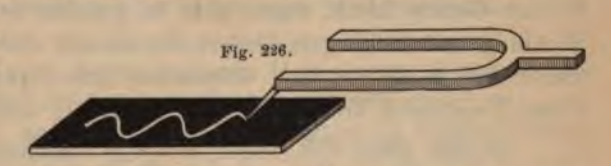
Fig. 225.



vorstellt (Sinuslinie), nennen wir die schwingende Bewegung des Punktes auch eine Sinusschwingung. Schneiden wir in ein Kartenblatt einen Schlitz, legen dasselbe so auf Fig. 225, daß die Schlitzrichtung normal zu *G G'* steht, und ziehen dann die Figur in der Richtung von *G'* nach *G* unter dem Schlitze vorbei, so wird durch letzteren die schwingende Bewegung wieder sichtbar.

Auch auf experimentellem Wege können wir die in Fig. 225 ausgeführte Konstruktion von einem harmonisch schwingenden Körper aufzeichnen lassen, wenn wir z. B. eine Stimmgabel an einer Zinke mit einer feinen Spitze versehen und die Gabel, wie Fig. 226 andeutet, über eine berußte Glasplatte hinführen.

Fig. 226.



118. Zusammensetzung schwingender Bewegungen. Soll ein Punkt zufolge mehrerer Veranlassungen gleichzeitig harmonische oder Sinusschwingungen ausführen, so tritt eine Zusammensetzung oder Interferenz dieser Schwingungen ein. Da hierbei das Unabhängigkeitsprinzip (Art. **23**) gilt, vollzieht sie sich nach den in der Mechanik gewonnenen Sätzen (Art. **30**) so, daß die Wirkung der einen Bewegungsursache durch die gleichzeitige Wirkung der anderen nicht beeinträchtigt wird.

Fallen die Bewegungsrichtungen der beiden zusammenzusetzenden Sinusschwingungen in eine Gerade, so ist sowohl die Elongation wie die Geschwindigkeit der resultierenden Bewegung in jedem Augenblicke gleich der algebraischen Summe der Elongationen wie der Geschwindigkeiten der einzelnen Bewegungen.

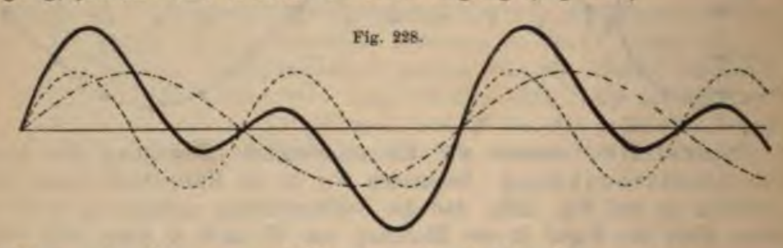
Wenn dabei die beiden Schwingungen gleiche Schwingungsdauer und Schwingungsrichtung besitzen, aber einen beliebigen Phasenunterschied zeigen,

Fig. 227.



d. h. wenn zwischen dem Durchgange der beiden Punkte durch die Ruhelage eine gewisse Zeit vergeht, so setzen sich die beiden Sinusschwingungen, wie sich auch mathematisch beweisen läßt, wieder zu einer Sinusschwingung zusammen. Fig. 227 erläutert dies, indem die Sinuslinien der beiden Schwingungen gezeichnet sind und aus denselben punktweise durch algebraische Addition der Elongationen eine neue Sinuslinie abgeleitet wird. Sind die interferierenden Schwingungen von ungleicher Schwingungsdauer, so ergibt sich wohl auch eine periodische Bewegung, jedoch keine einfache Sinusschwingung (Fig. 228).

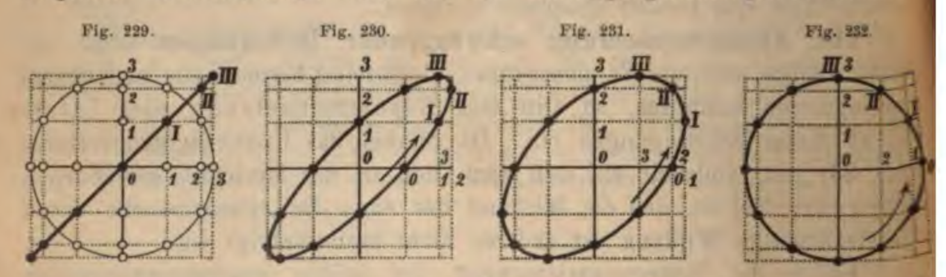
Fig. 228.



Wenn die Bewegungsrichtungen der beiden Sinusschwingungen nicht in eine Gerade fallen, ergibt sich bei gleicher Schwingungsdauer, beliebiger Richtung und beliebigem Phasenunterschiede eine Schwingung von derselben Dauer mit im allgemeinen elliptischer Schwingungsbahn, die unter besonderen Umständen kreisförmig oder geradlinig sein kann.

Die Fig. 229—232 zeigen derartige Zusammensetzungen zweier Schwingungen unter den Annahmen, daß dieselben in der Schwingungsdauer wie in der Amplitude übereinstimmen und daß die Schwingungsrichtungen aufeinander

Fig. 229. Fig. 230. Fig. 231. Fig. 232.



normal stehen; dabei ist in Fig. 229 der Phasenunterschied 0 (oder $T, 2\,T \ldots$), in Fig. 230 $\frac{T}{12}$, in Fig. 231 $\frac{2\,T}{12}$, in Fig. 232 $\frac{3\,T}{12}$. Man vervollständige diese Figuren zu einer Serie, bei welcher der Reihe nach die Phasendifferenz um $\frac{T}{12}$ (bis zu $\frac{12\,T}{12}$) wächst. Bei Zusammensetzung von derartigen Schwingungen von ungleicher Dauer erhält man kompliziertere Bahnformen. Experimentelle Zusammensetzung von Schwingungen beim Lissajousschen Stimmgabelapparate.

119. Schwingungen einer Punktreihe. Wellenbewegung. Führt ein Punkt eines in allen Teilen gleichartigen, elastischen Körpers eine schwingende oder harmonische Bewegung aus, so geht dies nicht ohne Störung seiner Nachbarpunkte vor sich. Da dieselben nämlich durch elastische Kräfte mit dem ersten Punkte verknüpft sind, werden auch sie in ähnliche

Schwingungen versetzt, übertragen dieselben auf andere, weiter entfernt liegende Punkte u. s. w. Wegen des Beharrungsvermögens vergeht aber dabei immer eine kleine Zeit, bis das nächste Teilchen seine Bewegung beginnt, so daß also ein Teilchen um so später in Schwingung gerät, je weiter dasselbe von der ursprünglichen Erregungsstelle entfernt ist. Wir nennen diese Fortpflanzung von Schwingungen in einem Körper (Punktsysteme) eine Wellenbewegung und erkennen, daß eine solche das Vorhandensein einer größeren Anzahl gleich beschaffener Dinge (Elemente) voraussetzt, welche in ihrer Gesamtheit das Mittel oder Medium bilden; die einzelnen Elemente müssen so miteinander verbunden sein, daß die Bewegung von einem auf das andere übertragen werden kann, und endlich muß eines dieser Elemente durch äußere Kräfte zu einer Bewegung veranlaßt werden. Sind die Elemente längs einer geraden Linie angeordnet, so nennen wir die entstehende Wellenbewegung eine lineare (gespannter Kautschukschlauch, Saite), sind sie in einer Ebene ausgebreitet (z. B. in gespannten Membranen), so entsteht eine ebene, bei räumlicher Ausbreitung eine räumliche Wellenbewegung (z. B. in der Luft).

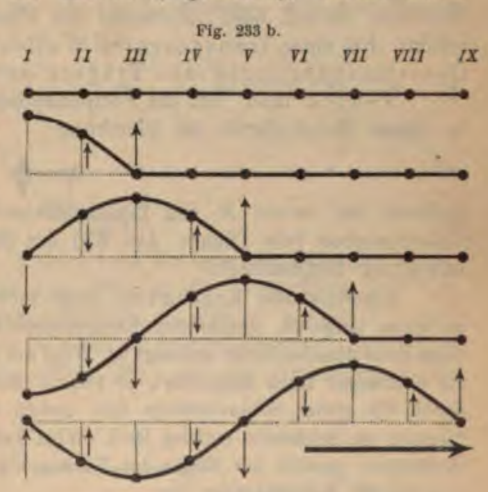
Die einfachsten Beispiele für Wellenbewegungen bietet ein vom Winde bewegtes Ährenfeld sowie das Wasser eines Teiches, in welches wir einen Stein werfen etc.

Um uns den Vorgang einer linearen Wellenbewegung zu erklären, denken wir uns eine Reihe von Punkten *I*, *II*, *III*... (Fig. 233 b), welche durch Kräfte verbunden sind, die sich proportional der Entfernung von der Gleichgewichtslage ändern. Wir nehmen ferner an, daß das nächste Teilchen immer nach der Zeit $T/8$ seine Schwingung beginnt, wobei T die Schwingungsdauer eines Teilchens ist. In der Hilfsfigur 233 a sind zunächst die Elongationen des ersten Teilchens *I* für $T/8$, $2.\ T/8$, $3.\ T/8$... konstruiert; in den 5 Reihen der Fig. 233 b ist der jeweilige Stand der Wellenbewegung für die Zeitmomente $0 \cdot T/8$, $2 \cdot T/8$, $4 \cdot T/8$... gezeichnet, wobei einfach zu beachten ist, daß z. B. zur Zeit $6.T/8 = \frac{3\,T}{4}$ das Teilchen *I* die Elongation $\overline{06}$ aus der Hilfsfigur 233 a, das Teilchen *II*, welches seine Bewegung um $\frac{T}{8}$ später begonnen hat, die Elongation $\overline{05}$, das Teilchen *III* die Elongation $\overline{04}$ haben, also in der Ruhelage sein muß etc. Trägt man alle diese Elongationen von Punkt zu Punkt auf, so erhält man die vierte der Reihen in Fig. 233 b.*) Aus der Konstruktion geht im Vergleiche zu

Fig. 233 a.



Fig. 233 b.



*) Die Pfeile in den Fig. 233 a, b und in Fig. 235 geben die jeweilige Richtung und (annäherungsweise) die Geschwindigkeit für jedes Teilchen an.

Fig. 225 unmittelbar hervor, daß die entstehende Wellenkurve wieder eine Sinuslinie sein muß. Man nennt das Stück von $I—V$ (letzte Reihe) ein Wellental, das Stück von $V—IX$ einen Wellenberg. Beide bilden zusammen eine ganze Welle, deren Länge wir stets mit λ bezeichnen wollen. Die Wellenlänge kann definiert werden als der Abstand zweier unmittelbar aufeinanderfolgenden Punkte von derselben Schwingungsphase; zwei Teilchen, deren Abstand eine halbe Wellenlänge beträgt, befinden sich daher in der entgegengesetzten Schwingungsphase. — Die Wellenbewegung rückt immer um eine Wellenlänge vor, wenn das erste, die Schwingung veranlassende Teilchen eine ganze Schwingung (Hin- und Hergang) vollendet hat, was in der Zeit T geschieht. Die Wellenlänge ist daher auch als der Weg zu betrachten, um welchen die Wellenbewegung in der Zeitdauer einer Schwingung vorrückt. Dieses Vorrücken erfolgt aber mit konstant bleibender Geschwindigkeit in Form einer gleichförmigen Bewegung. Bezeichnet man den Weg, um welchen die Wellenbewegung in der Zeiteinheit (Sekunde) vorrückt, als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung (c), so gilt (nach der Formel $s = c \cdot t$) die wichtige Beziehung

$$\lambda = c \cdot T \text{ oder } c = \frac{\lambda}{T} \ldots\ldots (44);$$

führt man die Schwingungszahl $n = \frac{1}{T}$ in diese Gleichungen ein, so erhält man

$$\lambda = \frac{c}{n} \text{ oder } c = n\,\lambda \ldots\ldots (45).$$

Die besprochene Wellenbewegung heißt eine fortschreitende, transversale Wellenbewegung, weil die Schwingungsrichtung eines einzelnen Teilchens normal oder transversal zur Punktreihe oder zur Fortpflanzungsrichtung erfolgt. Bei einer transversalen Wellenbewegung kommt es zu Form- oder Gestaltsänderungen des Trägers der Wellenbewegung (Fig. **233** b).

Newton fand, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung in einem Mittel durch die Gleichung

$$c = \sqrt{\frac{E}{d}} \ldots\ldots (46)$$

gegeben ist, worin E den Elastizitätsmodulus (Art. **61**) und d die Masse der Volumseinheit (die Dichte, Art. **21**) des Mittels bedeutet, in welchem die Wellenbewegung fortschreitet.

Experimentelle Erzeugung einer fortschreitenden, transversalen Wellenbewegung an einem längeren, gespannten Kautschukschlauche, der auf dem Tische liegt und dessen eines Ende daselbst leicht befestigt ist. Wird mit dem anderen Ende, das man in der Hand hält, ein einmaliger Ruck ausgeführt, so pflanzt sich diese einmalige Störung als Wellenstoß durch die ganze Schlauchlänge fort, indem die durch den Schlag hervorgerufene Ausbiegung am Schlauche entlang läuft. Wird dagegen das lose Ende mit der Hand dauernd rhythmisch parallel zur Ebene des Tisches hin- und herbewegt, so schreitet ein Wellenzug an der Schlauchlänge fort.

Ein experimenteller Beweis für die Richtigkeit der Formel (46) wird später (Art. 121) erbracht werden. Hier möge vorläufig nur darauf hingewiesen werden, daß die Wellenlänge fortschreitender Schlauchwellen, also nach Formel (44) auch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit zunimmt, wenn man den Schlauch stärker spannt, also die elastischen Kräfte in ihm vergrößert, dagegen abnimmt, wenn man ihn mit Sand oder dgl. füllt, also seine Masse vergrößert. —

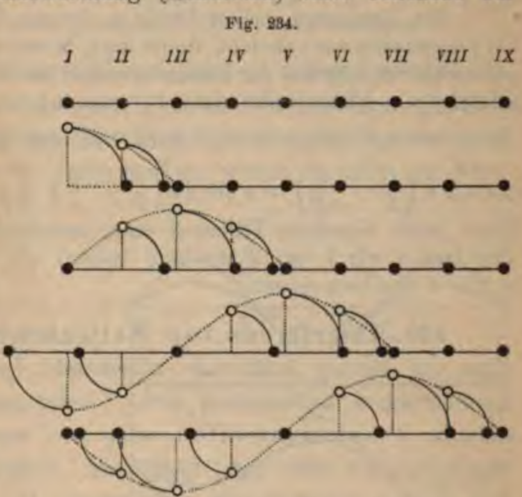
Nachahmung dieser Erscheinung an Wellenmaschinen. Bei der Machschen Wellenmaschine sind die „Elemente der Punktreihe" durch bifilar aufgehängte Fadenpendel

gebildet, die durch eine besondere Vorrichtung der Reihe nach in schwingende Bewegung versetzt werden können.

Das Fortschreiten einer Wellenbewegung macht den Eindruck, als ob das erste erregte Teilchen durch die ganze Länge der Punktreihe hindurchlaufe. Es ist dies eine ähnliche Täuschung, wie man sie mit einer Schraube, einem Bohrer, einem spiralig um ein zylindrisches Rohr herumgeklebten Papierstreifen hervorbringen kann; dreht man diese Gegenstände um ihre Achse, so scheint die Spirale je nach der Drehungsrichtung in dem einen oder in dem anderen Sinne sich vorwärts zu bewegen; auch hier beschreiben aber die einzelnen Teilchen feste (Kreis-) Bahnen, deren gesamte Anordnung die Täuschung des Vorwärtsrückens veranlaßt. —

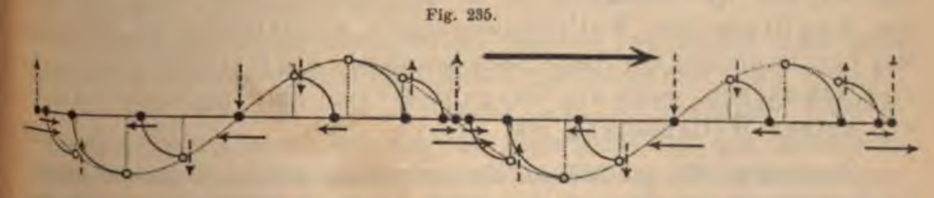
Erfolgt die Schwingung der einzelnen Teilchen in der Richtung der Punktreihe (in der Fortpflanzungsrichtung), so entsteht eine **fortschreitende, longitudinale Wellenbewegung.** Dieselbe kann aus der transversalen (Fig. 233 b) abgeleitet werden, wenn wir jede Ausweichung (Exkursion) eines Teilchens um 90° in einerlei Drehungssinne drehen, also Exkursionen nach aufwärts in solche nach rechts, Exkursionen nach abwärts in solche nach links verwandeln (Fig. 234).

Fig. 234.



An der Machschen Wellenmaschine läßt sich diese Umwandlung einer transversalen in eine longitudinale Wellenbewegung tatsächlich durchführen, indem die Schwingungsebenen der Pendel durch eine einfache Vorrichtung um 90° gedreht werden können. Bei der fortschreitenden, longitudinalen Wellenbewegung sehen wir abwechselnd die Teilchen einander näher oder entfernter rücken als in der Ruhelage; es entstehen **Verdichtungen** und **Verdünnungen,** welche vom Erregungspunkte aus in der Punktreihe vorrücken. In den Reihen der Fig. 234 ist die Vorrückung der Verdichtung und der ihr folgenden Verdünnung deutlich erkennbar. Bei einer **longitudinalen Wellenbewegung** kommt es also zu **Dichtenänderungen des Trägers der Wellenbewegung.** Aus Fig. 235, wo die Umklappung der

Fig. 235.



Wellenbewegung für zwei Wellenlängen durchgeführt ist, kann die wichtige Tatsache entnommen werden, daß **bei den Verdichtungen die Teilchen immer in der Richtung der Fortpflanzung, bei den Verdünnungen jedoch in der entgegengesetzten Richtung sich bewegen.**

Die in den Formeln (44)—(46) ausgedrückten Beziehungen gelten natürlich auch für longitudinale Wellenbewegungen, da die bloße Änderung der Schwingungsrichtung auf diese Beziehungen keinerlei Einfluß übt.

Experimentelle Erzeugung longitudinaler Wellen an einer längeren Spirale aus Draht, deren einzelne Windungen an Fäden so aufgehängt sind, daß die Spirale horizontal schwebt. Gegen das eine Ende der Spirale wird entweder ein Stoß in der Richtung der Spirale ausgeübt oder dasselbe in dauernde rhythmische Schwingung gebracht. —

Die Wasserwellen, welche auf den ersten Blick als fortschreitende, ebene Transversalwellen erscheinen, sind in Wirklichkeit aus transversalen und longitudinalen Wellenbewegungen zusammengesetzt; die einzelnen Wasserteilchen beschreiben infolge von Gleichgewichtsstörungen (nicht infolge von Änderungen der Elastizität) kreisförmige oder elliptische Bahnen, die in vertikalen Ebenen liegen, welche in ihrer Gesamtheit ein Ebenenbüschel bilden, dessen Achse eine im Erregungspunkte auf die Wasserfläche errichtete Normale ist.

Die Elongation x eines Punktes, der um den Abstand y vom Erregungspunkte (Wellenzentrum) absteht, findet man, wenn man bedenkt, daß dieser Punkt dieselbe Schwingung wie der Erregungspunkt ausführt, daß aber zwischen ihm und dem letzteren ein Phasenunterschied t' vorhanden ist, welcher nach Formel (1), Seite 7 durch $t' = \frac{y}{c}$ gegeben ist. Somit ist die Elongation $x = a \sin \frac{2\pi(t-t')}{T} = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{cT}\right) = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right)$. Auch diese Gleichung sagt aus, daß die Lage jedes einzelnen Teilchens eine periodische ist, und zwar sowohl nach der Zeit (wenn wir t um T wachsen lassen) wie auch nach dem Raume (wenn wir y um λ wachsen lassen).

120. Interferenz von Wellenbewegungen. Treffen zwei Wellenzüge von kleiner Amplitude aufeinander, so beeinflussen sie sich in ihrer geometrischen Ausbreitung nicht. Jedes einzelne Teilchen macht bei einem solchen Zusammentreffen oder bei einer Interferenz der Wellenbewegungen die ihm nach den Gesetzen der Zusammensetzung von Bewegungen zukommende resultierende Bewegung. Wir betrachten hier nur einige spezielle Fälle dieser Interferenz und setzen zunächst voraus, daß die beiden interferierenden Wellen gleiche Wellenlänge, gleiche Schwingungs- und Fortpflanzungsrichtung haben sollen. Beträgt hierbei die Entfernung der beiden Wellenzentra oder der Gangunterschied eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen, so ist das Ergebnis eine Vergrößerung der Amplitude: die Wellenbewegungen verstärken sich, wogegen eine Verkleinerung der Amplitude eintritt oder die Wellenbewegungen sich schwächen, wenn der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen ist.

In den Fig. 236 und 237 sind die zusammenzusetzenden Wellenbewegungen durch gestrichelte und durch strichpunktierte Kurven dargestellt. Die resultierende Wellenbewegung — stark gezeichnet — wird nach der Methode der algebraischen Addition oder nach der sogenannten Superposition der Wellen erhalten; sie stellt sich das einemal als eine Wellenbewegung mit vergrößerter, das anderemal mit verkleinerter Amplitude dar. Zu denselben Resultaten gelangen wir natürlich,

wenn wir die Bewegungen um $\frac{T}{4}$, $2\frac{T}{4}$, $3 \cdot \frac{T}{4} \ldots$ später betrachten und zusammensetzen. — Das Gesagte gilt auch für longitudinale Wellenbewegungen, da dieselben aus transversalen durch die Methode der Umlegung der Exkursionen abgeleitet werden können.

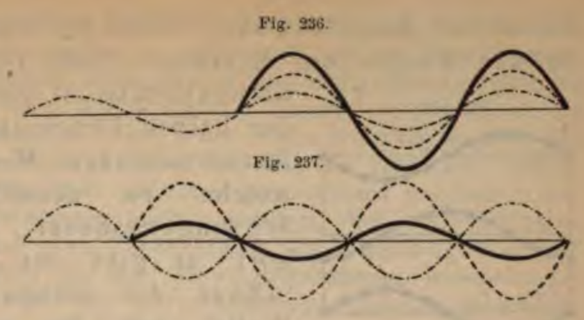

Fig. 236.

Fig. 237.

Beträgt der Gangunterschied der interferierenden Wellenbewegungen eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen und sind die Amplituden beider Wellenbewegungen gleich, so tritt eine vollständige Auslöschung der Wellenbewegung ein. Es kann also Bewegung zu Bewegung hinzugefügt Ruhe hervorbringen.

Besonders wichtig zur Erklärung späterer Erscheinungen erscheint die Interferenz zweier Wellenzüge, welche von gleicher Wellenlänge, gleicher Schwingungsrichtung, aber entgegengesetzter Fortpflanzungsrichtung sind und von zwei Punkten aus gegeneinander fortschreiten, deren Distanz ein Vielfaches von halben Wellenlängen ist.

In der Fig. 238 ist dieser Gangunterschied der Einfachheit halber mit drei halben Wellenlängen angenommen. Der von links nach rechts vorrückende Wellenzug ist zur Zeit 0, $\frac{T}{4}$, $\frac{2\,T}{4}$, $\frac{3\,T}{4}$, T strichpunktiert, der von rechts nach links vorrückende Wellenzug in denselben Zeitmomenten gestrichelt, endlich das aus beiden Wellenzügen nach der Methode der Superposition abgeleitete Resultat der Interferenz stark gezeichnet.

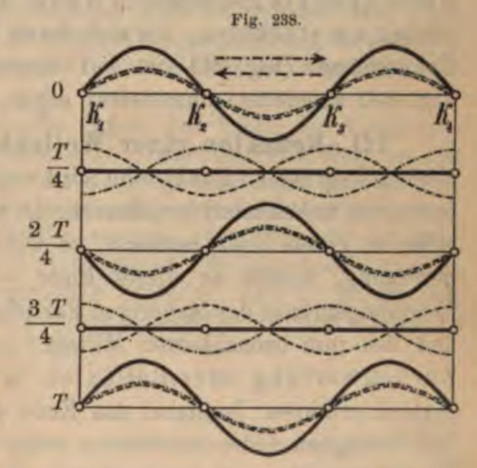


Fig. 238.

Das Ergebnis der Interferenz zeigt in diesem Falle, daß gewisse Punkte K_1, K_2, K_3, K_4, welche man **Knotenpunkte** heißt, immer in Ruhe bleiben, daß dagegen jene Punkte, welche zwischen zwei Knoten in der Mitte liegen, eine größte Bewegung machen; diese Punkte nennt man **Schwingungsbäuche**. Der sich ergebende Wellenzug wird als **stehende Wellenbewegung** bezeichnet, weil ihm die Eigentümlichkeit der scheinbaren Vorwärtsbewegung in der Richtung der Fortpflanzung (Art. **119**) mangelt. Das Charakteristische dieser stehenden Wellenbewegung liegt darin, daß bei derselben alle Punkte gleichzeitig die Ruhelage passieren und auch gleichzeitig ihren größten Abstand von derselben erreichen; sie führen dabei Schwingungen von ver-

schiedener Amplitude aus, welche an den Bäuchen ein Maximum, an den Knoten ein Minimum (Null) ist. Der Abstand zweier Knotenpunkte ist gleich der halben Länge jener fortschreitenden Welle, welche zu derselben Schwingungsdauer gehört; er gibt uns die „Länge der stehenden Welle“ an. In zwei nebeneinander liegenden stehenden Wellenschwingen die Teilchen gleichzeitig nach entgegengesetzten Richtungen.

Fig. 239.

Fig. 240.

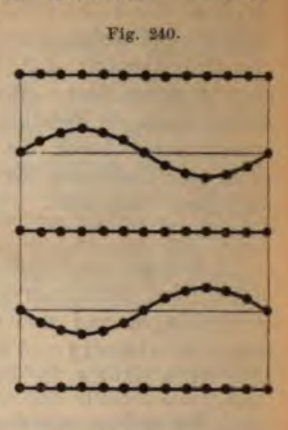
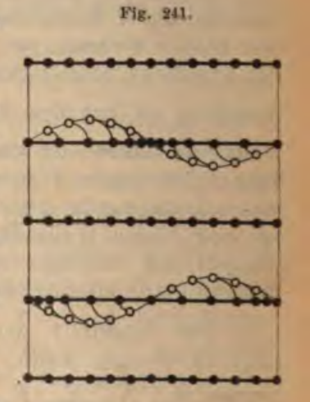


Fig. 239 und 240 stellen zum Vergleiche schematisch eine fortschreitende und eine stehende Welle derselben Schwingungsdauer vor.

Bei stehenden, longitudinalen Wellenbewegungen sind die Knotenpunkte gleichfalls in Ruhe; die Dichte variiert jedoch an denselben am stärksten, wie sich durch Umlegung der Exkursionen (Fig. 241 ist auf diesem Wege aus Fig. 240 abgeleitet) unmittelbar ergibt.

Fig. 241.



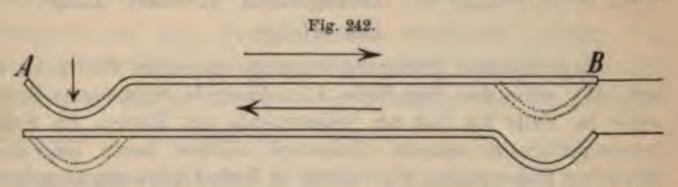
121. Reflexion einer Wellenbewegung. In einer unbegrenzten Punktreihe wird sich eine Wellenbewegung unbehindert fortpflanzen. Ist aber die Punktreihe an einem Ende begrenzt, so wird eine Wellenbewegung, welche an dieses Ende — also an die Trennungsgrenze des bisherigen Fortpflanzungsmittels und des ihm benachbarten Mittels — gelangt, eine Zurückwerfung oder Reflexion in das frühere Mittel erfahren. Ist dabei das Ende der Punktreihe frei beweglich (oder mindestens freier beweglich als die anderen Elemente der Punktreihe), so erfolgt die Reflexion ohne Änderung der Phase der Schwingung, das heißt: ein Wellenberg kommt wieder als Wellenberg, ein Wellental wieder als Wellental zurück. Ist dagegen das Ende der Punktreihe nicht beweglich (oder mindestens weniger frei beweglich als die anderen Elemente der Punktreihe), so verwandelt sich bei der Reflexion die Phase der Schwingung in die entgegengesetzte, das heißt: ein Wellenberg kommt als Wellental, ein Wellental als Wellenberg zurück.

Zur Erklärung dieser Erscheinungen müssen wir ins Auge fassen, daß jedes Element der Punktreihe auf das in der Richtung der Fortpflanzung vor ihm gelegene beschleunigend, das letztere dagegen auf das erstere verzögernd

irkt. An dem frei beweglichen Ende der Punktreihe liegt nun vor dem tzten Elemente kein weiteres mehr, das verzögernd auf das letzte Element irken könnte, das frei bewegliche Ende schwingt also mit größerer Amplitude as, wirkt dabei auf seinen weiter zurückgelegenen Nachbar beschleunigend, so aß hierdurch wieder ein Anstoß zu einer neuen Wellenbewegung gegeben ist, ie in das frühere Mittel zurückläuft; diese ist eben die reflektierte Wellen-ewegung. Dabei kann das freie Ende seine Bewegungsrichtung unbehindert bei-ehalten, die Phase seiner Schwingung bleibt ungeändert. Bei longitudinaler Vellenbewegung kommt dabei eine Verdichtung als Verdünnung zurück, la im reflektierten Wellenzuge die ihre Schwingungsrichtung beibehaltenden Teilchen nun entgegengesetzt zur Fortpflanzungsrichtung schwingen, also eine Verdünnung bilden (Art. **119**, Fig. 235).

Bindet man einen Gummischlauch an einen dünneren Bindfaden, befestigt letzteren an einer Wand (Fig. 242) und führt nahe dem in der Hand gehaltenen Ende *A* des mäßig gespannten Schlauches einen Schlag in der Richtung des Pfeiles, so pflanzt sich die entstehende Ausbiegung von *A* bis *B* fort (Fig. 242 oben) und kehrt von dort als Ausbiegung nach derselben Seite gegen den Punkt *A* zurück (Fig. 242 unten). Man vergleiche damit den Stoß einer elastischen Kugel von größerer Masse gegen eine ruhende von kleinerer Masse; nach dem Stoße ist die Bewegungsrichtung der stoßenden Kugel, welche mit dem freien Ende der Punktreihe zu vergleichen ist, dieselbe wie vor dem Stoße.

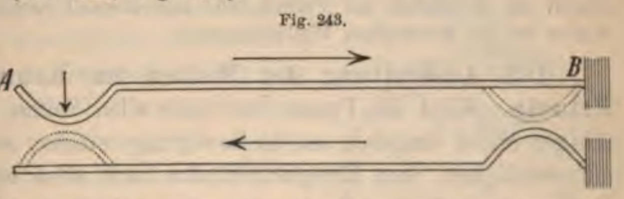
Fig. 242.



Anders gestaltet sich die Erscheinung, wenn das Ende der Punktreihe fest ist. Das vorletzte Teilchen kann dann seine Geschwindigkeit nicht an das letzte Teilchen weitergeben, da dieses fest ist; die Folge davon ist, daß das vorletzte Teilchen gleichsam zurückprallt, wobei es seine Bewegungsrichtung umkehrt. Auch hier entsteht also eine reflektierte Wellenbewegung, aber eine mit entgegengesetzter Schwingungsrichtung. Bei longitudinalen Wellen kommt daher, weil die Teilchen nun ihre Schwingungsrichtung umkehren, also im reflektierten Wellenzuge wieder in der Fortpflanzungsrichtung schwingen, eine Verdichtung als Verdichtung zurück (Art. **119**, Fig. 235).

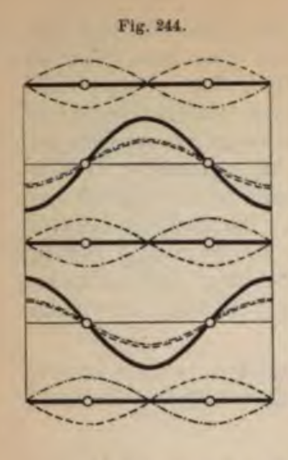
Ist das Ende *B* eines Gummischlauches (Fig. 243) direkt an der Wand befestigt, so kehrt eine Ausbiegung nach unten als Ausbiegung nach oben zurück. Man vergleiche hiemit den Stoß einer elastischen Kugel von kleinerer Masse gegen eine ruhende von größerer Masse; die erstere kehrt ihre Bewegungsrichtung um. — Es ist selbstverständlich, daß in den beiden betrachteten Fällen ein Teil der Bewegungsenergie der fortschreitenden Welle auch in das Nachbarmittel übertritt (Art. 124).

Fig. 243.



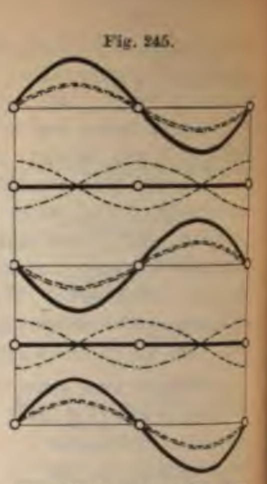
Es läßt sich nun leicht einsehen, daß die fortschreitende Welle in jedem der beiden besprochenen Fälle mit der reflektierten durch Interferenz stehende Wellen bildet. Erfolgt dabei die Reflexion von einem freier

Fig. 244.



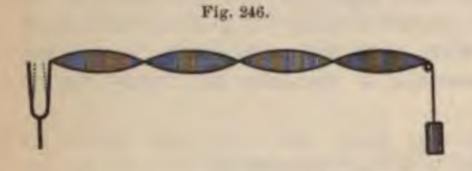
beweglichen Ende, so bilden sich, wie Fig. 244 erkennen läßt, Knoten im Abstande $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$... von dem reflektierenden Ende aus, während diese Knoten, wie Fig. 245 zeigt, in den Abständen 0 (am festen Ende), $\frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}$... entstehen, wenn die Reflexion von einem minder frei beweglichen (festen) Ende aus erfolgt.

Fig. 245.



Experimentelle Erzeugung derartiger stehender Wellen an dem Schlauche (Fig. 242 und 243), wenn das freie Ende A in dauernde rhythmische Schwingungen versetzt wird, wobei im Falle Fig. 243 am Schlauchende ein Knoten, im Falle Fig. 242 daselbst ein Schwingungsbauch entsteht. Bedeutend schöner lassen sich diese Erscheinungen nach Melde mit Fäden zeigen, von welchen ein Ende durch einen harmonisch schwingenden Körper, z. B. durch eine elektromagnetisch anregbare Stimmgabel (vgl. Art. **206**) rhythmisch bewegt wird (Fig. 246). Der Faden wird dabei durch ein Gewicht gespannt gehalten. Durch passende Wahl desselben kann man die Wellenlänge, welche in diesem Falle im Hinblick auf Formel 46 (Seite 188) proportional ist mit $\sqrt{\frac{\text{Spannung}}{\text{Dichte}}}$, so regulieren, daß an das befestigte Ende ein Knoten kommt und sich auf der ganzen Fadenlänge eine gerade Anzahl stehender Wellen zeigt. Vergrößert man dann bei ungeänderter Fadenlänge das spannende Gewicht auf das Vierfache, so wird die Wellenlänge — also auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit — verdoppelt. Ein Faden von vierfachem Querschnitte (vier gleiche Fäden, die zu einem einzigen leicht zusammengedreht sind) gibt dagegen nur halb so lange Wellen. Damit erscheint die Richtigkeit der Formel (46) experimentell bewiesen. Nachahmung stehender Wellen an der Machschen Wellenmaschine.

Fig. 246.



122. Ausbreitung der Wellen im Raume. Das Huygenssche Prinzip. Wird ein Punkt, der nach allen Seiten von einem schwingungsfähigen Mittel umgeben ist, in Bewegung versetzt, so pflanzt sich die letztere auf sämtlichen, vom Erregungspunkte nach allen möglichen Richtungen des Raumes verlaufenden Punktreihen fort. Besitzt nun das schwingungsfähige Mittel in allen diesen Richtungen gleiche physikalische Eigenschaften — ist es isotrop — so erfolgt die Fortpflanzung der Wellenbewegung in allen Richtungen in völlig gleichartiger Weise. Es müssen sich also alle Punkte, welche auf einer um das Wellenzentrum beschriebenen Kugelfläche liegen, jederzeit in demselben Schwingungszustand (Schwingungsphase) befinden. Jede zusammenhängende Fläche, deren Punkte einerlei Schwingungsphase

besitzen, heißt eine Wellenfläche. In einem isotropen Mittel sind somit die Wellenflächen konzentrische Kugelflächen, deren Mittelpunkt das Wellenzentrum ist. Man sagt in diesem Falle daher, die Wellenbewegung breitet sich in Kugelwellen aus, und bezeichnet jeden Radius einer solchen als Wellenstrahl.

Während nun bei der Fortpflanzung einer Wellenbewegung in einer Punktreihe, abgesehen von Bewegungshindernissen, keine Schwächung der Intensität der Wellenbewegung eintritt, weil die Bewegungsenergie eines jeden Teilchens vollständig auf sein Nachbarteilchen übertragen wird, ist bei einer allseitigen Ausbreitung der Wellenbewegung die Intensität der letzteren dem Quadrate der Entfernung vom Wellenzentrum verkehrt proportional. Es muß nämlich die Bewegungsenergie der schwingenden Teilchen an eine immer größer werdende Anzahl von Nachbarteilchen abgegeben werden; sie wird also verkehrt proportional der Größe der Wellenfläche sein; da die letztere dem Quadrate des Radius proportional ist, ergibt sich das oben angeführte Gesetz.

Liegt das Wellenzentrum sehr fern, so kann mindestens ein nicht zu großes Stück einer Kugelwelle als eben gelten; man spricht in diesem Falle von Wellenebenen (Planwellen), welche stets normal auf den Strahlen des zugehörigen Strahlenbündels stehen.

Man vergleiche mit dem Obigen die Ausbreitung der von einem Steine verursachten Wasserwellen in der Wasseroberfläche! — Ist das Mittel nicht in allen Richtungen isotrop (also anisotrop), so sind die Wellenflächen nicht mehr Kugelflächen, sondern haben kompliziertere Gestalt.

In einem allseitig die Erregungsstelle (das Wellenzentrum) umgebenden Mittel muß nun jeder von der Wellenbewegung getroffene Punkt, weil er ein mit dem Erregungspunkte gleichbeschaffenes Element des Mittels bildet (Art. **119**), den empfangenen Anstoß nach allen Richtungen weitergeben, er muß selbst zum Zentrum einer neuen Wellenbewegung werden. Alle diese neuen Wellen (Elementarwellen) breiten sich mit derselben Geschwindigkeit aus, welche die Hauptwelle besitzt. Die von den Punkten $a, b, c, d \ldots$ (Fig. 247) ausgehenden Elementarwellen besitzen also als Umhüllungsfläche die Wellenfläche $A, B, C, D \ldots$ der Hauptwelle; sie bringen durch ihr Zusammenwirken diese Hauptwelle hervor, welche rings um den Erregungspunkt tatsächlich vorhanden ist. Jeder Punkt A der Hauptwelle besitzt dabei gleichsam die Resultierende aller Einzelbewegungen, welche die sämtlichen von den Punkten $a, b, c, d \ldots$ ausgehenden Elementarwellen in A hervorbringen. Man nennt diese Vorstellung von der

Fig. 247.



räumlichen Ausbreitung einer Wellenbewegung nach ihrem Erfinder das Huygenssche Prinzip.

123. Reflexion räumlicher Wellen. Wir nehmen nun an, das die Fortpflanzung einer räumlichen Welle vermittelnde Medium sei irgendwo durch eine ebene Grenzfläche von einem zweiten Mittel mit anderen physikalischen Eigenschaften geschieden. Rückt die Wellenbewegung bis zu dieser trennenden Wand vor, so wird sie von hier aus in das ursprüngliche Mittel zurückgeworfen (reflektiert), und zwar so, als ob sie von einem Punkte des zweiten Mittels ausgegangen wäre, welcher mit dem ursprünglichen Erregungspunkte in einer Normalen zur trennenden Ebene gelegen ist und ebensoweit hinter der letzteren liegt wie das ursprüngliche Wellenzentrum vor derselben.

Fig. 248.

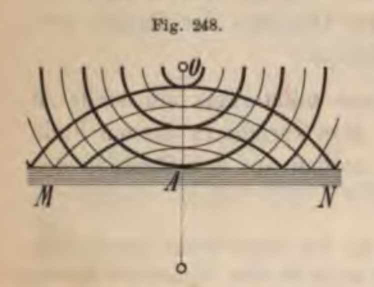


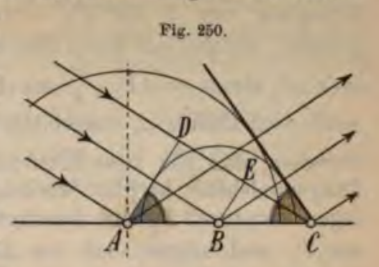
Fig. 248 erläutert dies für die von einem hineingeworfenen Steine erregte Wellenbewegung an einer ruhenden Teichfläche, welche längs MN durch eine geradlinige Uferstrecke begrenzt ist. — Um uns diese Erscheinung nach dem Huygensschen Prinzipe zu erklären, denken wir uns die von O (Fig. 249) ausgehende Wellenbewegung bis A vorgedrungen; von diesem Augenblicke an wird A das Zentrum einer Elementarwelle, die, wenn C von der ursprünglichen Wellenbewegung getroffen wird, bereits einen Radius besitzt, welcher der Strecke CD gleichkommt. In diesem Augenblicke wird die um B entstandene Elementarwelle einen Halbmesser von der Größe CE erlangt haben. Nach dem Huygensschen Prinzipe müßten diese Elementarwellen bei ungehinderter Ausbreitung der ursprünglichen Welle von einer Kugelwelle K_2 (Kalotte CFC') umhüllt werden. Somit müssen auch die in das ursprüngliche Mittel zurückkehrenden Hälften dieser Elementarwellen von einer symmetrisch gelegenen Kalotte $CF'C'$ umhüllt werden, die zu einer Kugel mit dem Mittelpunkt O' gehört, wobei also $\overline{O'F'} = \overline{FO}$, also auch $\overline{OA} = \overline{AO'}$ ist.

Fig. 249.

Der in der Richtung OB einfallende Wellenstrahl wird nach diesem in der Richtung $O'B$ zurückgeworfen, wobei OB, $O'B$ und die Normale LL auf MN — das Einfallslot — in einer Ebene (Einfallsebene) liegen müssen. Wegen der Gleichheit der Winkel α und α' ($\triangle\ OBA \cong O'BA$) und der Winkel α' und β müssen auch die beiden Winkel e und r, welche beziehungsweise der einfallende und der reflektierte Wellenstrahl mit dem Einfallslote bilden (Einfallswinkel und Reflexionswinkel) gleich groß sein.

In Fig. 250 ist nach denselben Gesichtspunkten die Reflexion einer Planwelle dargestellt. Man erkläre die Figur und weise auch hier die Richtigkeit der beiden Reflexionsgesetze nach: 1. Der einfallende und der reflektierte Strahl liegen mit dem Einfallslote in einer Ebene, der sogenannten Einfallsebene. 2. Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel.

Fig. 250.



124. Brechung räumlicher Wellen. Anknüpfend an den in Fig. 250 dargestellten Fall der Reflexion einer Planwelle wollen wir nun untersuchen, welche Erscheinung eintreten muß, wenn die Wellenbewegung in das jenseits der trennenden Wand MN befindliche Mittel eintreten kann, in welchem zweiten Mittel jedoch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c' einen anderen Wert besitzen möge wie im ersten Mittel, wo diese Geschwindigkeit c sein soll. Das Verhältnis dieser beiden Geschwindigkeiten $c : c'$ möge den Wert $m : n$ besitzen. Es ist dann $c' = \frac{n}{m}\ c$.*) Es läßt sich zeigen, daß die Wellenbewegung auch im zweiten Mittel als Planwelle fortschreitet, daß aber die Richtung der neuen Wellenstrahlen gegen diejenige im ersten Mittel eine andere, von der ursprünglichen Richtung abgelenkte ist. Man bezeichnet diese Erscheinung als die Brechung der Wellenbewegung. Nennt man auch hier die Normale auf der Trennungsebene das Einfallslot, so bilden die Wellenstrahlen im ersten Mittel mit dem Einfallslote den Einfallswinkel, während sie im zweiten Mittel mit dem Lote den Brechungswinkel bilden. Es läßt sich beweisen, daß der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels in einem konstanten Verhältnisse steht, welches dem Verhältnisse der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Mitteln gleichkommt und den Namen Brechungsverhältnis oder Brechungsquotient führt. Auch hier liegt der einfallende und der gebrochene Wellenstrahl mit dem zugehörigen Einfallslote in einer Ebene, der Einfallsebene.

Fig. 251.

In Fig. 251 stellen $X_1 P_1$, $X_2 P_2$, $X_3 P_3$ drei Wellenstrahlen der Planwelle vor, welche parallel zueinander in der Zeichenfläche (Einfallsebene) liegen. Die

*) In Fig. 251 ist für $m : n$ der Wert $3 : 2$ angenommen worden.

Punkte der normal zu diesen Strahlen gelegten Ebene $P_1 A$ enthalten somit Punkte derselben Phase (Wellenebene). In derselben Zeit, in welcher die Wellenbewegung von A bis P_3 vorschreitet, hat sich um P_1 eine Elementarwelle gebildet, welche mit einem Radius ρ_1 in das neue Mittel vordringt, wobei $\overline{AP_3} : \rho_1 = c : c'$, also $\rho_1 = \overline{AP_3} \cdot \frac{c'}{c}$ ist. Ebenso wird sich um P_2 eine derartige Elementarwelle vom Radius ρ_2 ausgebildet haben, wobei analog $\rho_2 = \overline{BP_3} \cdot \frac{c'}{c}$ ist. Um zu beweisen, daß alle diese Elementarwellen im neuen Mittel von einer gemeinsamen Tangentialebene berührt werden, also wieder eine ebene Wellenfläche bilden, legen wir durch P_3 eine derartige Tangentialebene an die Kugel mit dem Radius ρ_1 um P_1 und zeigen, daß der Abstand $\overline{P_2 C}$ des Punktes P_2 von dieser Ebene gerade so groß ist als der obige Wert von ρ_2. Es folgt aus $\triangle P_2 P_3 C \sim P_1 P_3 D$, daß $\overline{P_2 C} : \rho_1 = \overline{P_2 P_3} : \overline{P_1 P_3}$ ist, und aus $\triangle P_2 P_3 B \sim P_1 P_3 A$, daß $\overline{P_2 P_3} : \overline{P_1 P_3} = \overline{BP_3} : \overline{AP_3}$ ist; aus beiden Proportionen ergibt sich $\overline{P_2 C} : \rho_1 = \overline{BP_3} : \overline{AP_3}$ oder nach Vertauschung der inneren Glieder und, da für $\rho_1 : \overline{AP_3}$ auch $c' : c$ zu setzen ist, $\overline{P_2 C} = \overline{BP_3} \cdot \frac{c'}{c} = \rho_2$. Aus den Dreiecken $AP_1 P_3$ und $DP_1 P_3$ folgt ferner $\overline{AP_3} = \overline{P_1 P_3} \cdot \sin \alpha$ und $\overline{P_1 D} = \overline{P_1 P_3} \cdot \sin \beta$ oder durch Division $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\overline{AP_3}}{\overline{P_1 D}}$ und daher $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{c'}$.

Ist also $c > c'$ (wie in der Figur), so ist $\alpha > \beta$; die Brechung der Wellenstrahlen erfolgt zum Lote; ist $c < c'$, so ist $\alpha < \beta$; die Brechung erfolgt vom Lote.

Nach Dove erläutert den Vorgang der Brechung der folgende mechanische Vergleich: Stellt die Halbebene oberhalb von MN (Fig. 251) eine Wiese mit festem Boden, jene unter MN einen frisch gepflügten Acker vor, so wird eine Front $P_1 A$ marschierender Soldaten, da jeder einzelne auf dem schlechteren Boden langsamer vorwärtskommt, eine Schwenkung erfahren und später mit der Frontlinie DP_3 weitermarschieren.

VII. Akustik.

125. Schallerregung. Arten des Schalles. Jede Empfindung, welche uns durch den Gehörsinn von außen vermittelt wird, heißt Schallempfindung, ihre Veranlassung Schall. So oft wir eine Schallempfindung haben, ist immer ein Körper auffindbar, von welchem der Schall ausgeht. Dieser Körper — der Schallerreger — muß sich in hinlänglich starker und hinlänglich rascher Bewegung befinden. Die Bewegung des Schallerregers muß ferner durch einen elastischen Körper — Schallmittel oder Schalleiter — in Form einer fortschreitenden Wellenbewegung weiterverbreitet und von unserem Gehörorgane aufgenommen werden, von welchem aus durch Vermittlung der Gehörnerven im Gehirne die mechanische (objektive) Bewegung der Schallwellen in die (subjektive) Empfindung des Schalles umgewandelt wird.

Nachweis der (schwingenden) Bewegung verschiedener Schallerreger (Saiten, Stimmgabeln, Glocken etc.) durch den Tastsinn und Sichtbarmachung derselben durch leichte Körperchen (Papierreiter, leichte Pendel etc.), welche den Schallerreger berühren. — Nachweis des Schalleitungsvermögens der Luft: der Klang eines unter dem Rezipienten einer Luftpumpe auf Filzunterlage aufgestellten Läutewerkes wird bei hinlänglicher Verdünnung nicht mehr gehört, obwohl man den Klöppel des Läutewerkes noch fortwährend gegen die Glocke schlagen sieht. Schalleitung durch feste Körper: Holzstäbe, Fadentelephon etc.

Unter den Schallempfindungen unterscheiden wir Geräusche und Klänge. Die ersteren, welche einen unregelmäßig wechselnden Eindruck machen (Rauschen eines Wasserfalles, Plätschern eines Springbrunnens, Rasseln einer in Bewegung befindlichen Maschine etc.), sind durch unregelmäßig auf das Schallmittel ausgeübte Stöße hervorgebracht. Dauern solche Geräusche nur kurze Zeit an, so bestehen sie aus wenigen, vielleicht nur aus einer einzigen starken Erschütterung, welche sich in Form eines Wellenstoßes zum Gehörorgane fortpflanzt. Man bezeichnet dieselben dann als Knall (Explosion von Pulver, von Knallgas, Hineinstürzen der Luft in einen leeren Raum, z. B. beim Eindrücken der einen Luftpumpenrezipienten verschließenden Blase, Knistern des elektrischen Funkens etc.). Dagegen bringen periodische, d. h. in gleichen Zeitabschnitten sich regelmäßig wiederholende Bewegungen bei hinlänglich schneller Folge eine ganz bestimmte kontinuierliche Schallempfindung hervor, welche wir als Ton (Klang) bezeichnen. An einem solchen Tone unterscheiden wir vor allem seine Höhe.

126. Die Tonhöhe. Die Höhe eines Tones hängt nur von seiner Schwingungszahl ab.

Zum Nachweise dieses Satzes dient die Seebecksche Sirene, eine Scheibe aus Pappe oder Blech, in welche längs einer oder längs mehrerer konzentrischen Kreislinien in gleichen Abständen voneinander runde (oder besser schlitzförmige) Öffnungen eingeschlagen sind (Fig. 252). Wird eine solche Scheibe rasch um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse gedreht und gleichzeitig gegen eine Löcherreihe mittels eines feststehenden Röhrchens ein Luftstrahl geblasen, so hören wir einen Ton. Es wird in diesem Falle eine periodische Schwingungsbewegung der Luft dadurch eingeleitet, daß jedesmal, wenn ein Loch an der Röhrenöffnung vorbeipassiert, eine gewisse Luftmenge durch die Scheibe hindurchgeht, wogegen der Luftstrom eine Unterbrechung erfährt, wenn das zwischen zwei Löchern befindliche Stück der Scheibe vor die Röhrenöffnung kommt. Bezeichnen wir die Anzahl der in der Sekunde stattfindenden Umdrehungen (Tourenzahl) mit n, die Anzahl der Löcher in der angeblasenen Reihe mit z, so entstehen in der Sekunde (nz) Anstöße, deren jeder sich durch die schalleitende Luft in Form eines longitudinalen Wellenstoßes nach allen Seiten ausbreitet und daher auch zu unserem Ohre gelangt. Jede durch einen solchen Anstoß erzeugte Welle bringt die Luft im Gehörgange des Ohres abwechselnd in eine nach innen und nach außen gerichtete Bewegung, deren Periode gleich ist dem Intervalle zwischen dem Eintreffen zweier aufeinanderfolgenden Wellen. Die Anzahl dieser in der Sekunde stattfindenden

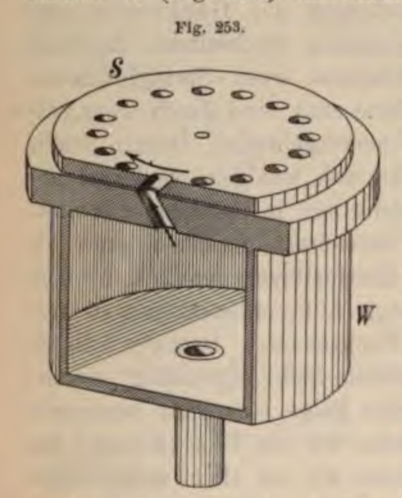
Fig. 252.



ganzen Schwingungen der Luft bezeichnen wir als **Schwingungszahl** des gehörten Tones; diese ist somit durch (nz) gegeben. Wächst nun die Tourenzahl der Scheibe, nimmt also die Schwingungszahl zu, so erscheint uns auch der Ton höher, während die Tonhöhe unverändert bleibt, solange die Scheibe konstante Umdrehungsgeschwindigkeit behält.

Bei der Sirene nach Cagniard de la Tour sind im Deckel des Windkastens W (Fig. 253) eine Anzahl von Löchern in einer Kreislinie angeordnet, während die unmittelbar darüber drehbare Sirenenscheibe S eine korrespondierende Löcherreihe besitzt. Die Löcher beider Scheiben sind mit entgegengesetzter Neigung schief zueinander gebohrt, so daß sich die Sirene durch den Luftstrom selbst in Bewegung setzt. Auch hier ist, wie oben, die Anzahl der in der Sekunde stattfindenden Stöße gleich nz. Die Achse der Sirenenscheibe trägt ein Schraubengewinde, welches in ein Zahnrad eingreift, dessen Zähne gleichsam ein Stück der zugehörigen Schraubenmutter bilden. Daher rückt bei jeder Umdrehung der Scheibe das Zahnrad um einen Zahn vorwärts; ein mit dem Rade in Verbindung befindlicher Zeiger (Zählwerk) läßt so die Anzahl n der Scheibenumdrehungen bestimmen. Mit Hilfe dieser Sirene kann also die Schwingungszahl eines Tones (z. B. einer Orgelpfeife) bestimmt werden, indem man den Luftstrom der Sirene so reguliert, daß sie den gleichen Ton gibt und dann am Zählwerke die Anzahl der in einer bestimmten Zeit erfolgten Umdrehungen und hieraus die Tourenzahl n bestimmt.

Fig. 253.



Auch mittels der vibrographischen Methode kann die Schwingungszahl bestimmt werden, wenn man den tönenden Körper (z. B. eine Stimmgabel), ähnlich wie in Fig. 226 dargestellt wurde, eine Wellenlinie auf eine berußte Unterlage (oder auf eine berußte Trommel — Königs Phonautograph) aufschreiben läßt und die Anzahl der Wellenlängen abzählt, welche auf die in der Sekunde zurückgelegte Wegstrecke entfallen.

Wenn auch die Versuche mit der Sirene zeigen, daß die Empfindung eines Tones durch eine periodische Bewegung hervorgerufen wird, so ist aber nicht jede schwingende Bewegung mit einer Tonempfindung verbunden. Verschiedene Versuche zeigten, daß von unserem Ohre nur Schwingungen als Töne wahrgenommen werden, deren Schwingungszahl etwa zwischen einerseits 30 und anderseits 30 000—40 000 Schwingungen liegt. Musikalisch werden sogar nur Töne zwischen 32 und etwa 4000 ganzen Schwingungen verwendet. Die oben angeführten Grenzen der Hörbarkeit sind für verschiedene Menschen sehr verschieden.

127. Tonleiter. Blasen wir an einer rotierenden Sirene, welche in acht konzentrischen Lochreihen von innen nach außen gezählt

24 27 30 32 36 40 45 48

Löcher hat, diese Lochreihen der Reihe nach an, so erhalten wir acht Töne, deren **Tonfolge** bei jeder beliebigen Rotationsgeschwindigkeit doch denselben Charakter besitzt. Wir nennen diese Tonfolge die **diatonische Tonleiter**.

[M]an bezeichnet ihre Tonstufen der Reihe nach als

Grundton (Prim),	Sekunde,	Terz,	Quarte,	Quinte,	Sexte,	Septime,	Oktave.
C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*

Macht die Scheibe in der Sekunde *n* Touren, so sind die Schwingungs[z]ahlen dieser Töne oder ihre **absoluten Tonhöhen**

$$24\,n,\quad 27\,n,\quad 30\,n,\quad 32\,n,\quad 36\,n,\quad 40\,n,\quad 45\,n,\quad 48\,n.$$

Da nun der Charakter der Tonfolge von der Zahl *n* **unabhängig** ist, [s]o kann derselbe nur von dem Verhältnis der obigen Schwingungszahlen abhängig sein, welche sich, wenn man die ganze Reihe durch $24\,n$ dividiert, verhalten wie

$$1 \;:\; {}^{9}/_{8} \;:\; {}^{5}/_{4} \;:\; {}^{4}/_{3} \;:\; {}^{3}/_{2} \;:\; {}^{5}/_{3} \;:\; {}^{15}/_{8} \;:\; 2.$$

Man bezeichnet diese auf den Grundton 1 bezogenen Schwingungszahlen als die **relativen Tonhöhen**. Die relative Tonhöhe, z. B. der Quinte, ist ${}^{3}/_{2}$, heißt: so oft der Grundton 1 Schwingung macht, macht die Quinte ${}^{3}/_{2}$ oder auf je 2 Schwingungen des Grundtones entfallen für die Quinte 3 Schwingungen.

Dividieren wir die Schwingungszahl jedes Tones der Tonleiter durch die des unmittelbar vorhergehenden, so erhalten wir die **Intervalle** dieser Töne. Wir finden

C		*D*		*E*		*F*		*G*		*A*		*H*		*c.*
	${}^{9}/_{8}$		${}^{10}/_{9}$		${}^{16}/_{15}$		${}^{9}/_{8}$		${}^{10}/_{9}$		${}^{9}/_{8}$		${}^{16}/_{15}$	

Das Intervall ${}^{9}/_{8}$ führt die Bezeichnung eines **großen ganzen Tones** (*T*), das etwas kleinere Intervall ${}^{10}/_{9}$ heißt ein **kleiner ganzer Ton** (*t*), während das bedeutend kleinere Intervall ${}^{16}/_{15}$ ein **halber Ton** (*H*) genannt wird. Das Intervall zwischen einem kleinen ganzen Ton und einem halben Ton, also ${}^{10}/_{9} : {}^{16}/_{15} = {}^{25}/_{24}$, wird als **kleiner halber Ton** (*h*) bezeichnet. Es folgen somit in der diatonischen Tonleiter die Intervalle *T*, *t*, *H*, *T*, *t*, *T*, *H*.

Die Intervalle ${}^{9}/_{8}$ und ${}^{10}/_{9}$ zeigen einander gegenüber ein sehr geringes Intervall ${}^{9}/_{8} : {}^{10}/_{9} = {}^{81}/_{80}$, welches ein **Komma** heißt.

Von dem Tone *c* aus kann man eine neue diatonische Tonleiter aufbauen, die man mit *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *a*, *h*, $\bar{c}$ bezeichnet. Die nächste Oktave führt von $\bar{c}$ bis $\bar{\bar{c}}$, die weitere von $\bar{\bar{c}}$ bis $\bar{\bar{\bar{c}}}$ u. s. w. Ebenso kann die Tonleiter von *C* nach abwärts geführt werden, wodurch man die Oktaven $\underline{C}$, $\underline{\underline{C}}$, $\underline{\underline{\underline{C}}}$ u. s. w. erhält.

Versucht man von einem der Töne der obigen Tonleiter, z. B. von der Quinte (*G*) als Grundton aus, eine Tonleiter gleichen Charakters aufzubauen, so findet man, daß alle Stufen derselben, nämlich *T*, *t*, *H*, *T*, *t*, *T*, *H*, mit bereits zwischen *C* und $\bar{c}$ vorhandenen Tönen entweder vollständig oder annäherungsweise (bis auf ein Komma) zusammenfallen, mit Ausnahme der Septime von *G*. Diese liegt zwischen den Tönen *f* und *g* ziemlich in der Mitte. Man nennt diesen Ton, welcher zwischen *f* und *g* eingeschaltet werden muß, *fis*. Setzt man diese Versuche, die Tonleiter von anderen Tönen der ursprünglichen Tonfolge als Grundton aufzubauen, fort, so findet man, daß man zwischen je zwei Töne der ursprüng-

lichen Tonleiter, deren Intervall ein (großer oder kleiner) ganzer Ton ist, Töne einschalten muß, welche entweder immer um einen kleinen halben Ton höher als der vorausgehende oder um einen kleinen halben Ton tiefer als der nachfolgende Ton sind. Man erhält je nach diesem die Tonleitern

C Cis D Dis E F Fis G Gis A Ais H c oder
C Des D Es E F Ges G As A $\overset{(Hes)}{B}$ *H c.*

Streng genommen sind dabei die Töne *Cis* und *Des*, *Dis* und *Es* etc. nicht genau gleich; da aber ihr Intervall nur ein Komma beträgt, läßt man bei Instrumenten mit fester Stimmung (Klavier, Harmonium, Orgel und andere) beide in einen Ton zusammenfallen. Man erhält so eine Tonleiter, welche aus 12 halben Tönen besteht und chromatische Tonleiter heißt. Den obigen Ausgleich weiter fortführend, teilt man bei derselben das ganze Intervall der Oktave in 12 gleich große Tonintervalle (Halbtöne). Ein solches Intervall (x) ergibt sich durch Interpolation von 11 Gliedern, welche mit dem Grundtone = 1 und der Oktave = 2 eine geometrische Reihe bilden, aus der Gleichung $x^{12} = 2$ mit $x = \sqrt[12]{2}$. Man erhält durch diesen Vorgang der Ausgleichung oder Temperierung die nach gleichschwebender Temperatur ausgeglichene chromatische Tonleiter. Bei ihr sind strenge genommen nur die Oktaven, für deren Reinheit unser Ohr besonders empfindlich ist, richtig gestimmt, alle anderen Töne dagegen — natürlich in geringem Maße — unrein. So wird man beispielweise in der gleichschwebend temperierten chromatischen Tonleiter, da die Oktave aus 12 halben Tönen, die Quinte aus 7 halben Tönen besteht, vom Grundtone durch 12 Quinten, also durch 12 mal 7 Halbtöne, aufsteigend, zu demselben Tone gelangen, den man durch 7 Oktaven, also 7 mal 12 Halbtöne, aufsteigend erhält. Bei reiner Stimmung der Quinten wäre dies aber unmöglich, da $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ nicht gleich $(2)^7$ sein kann.

Wenn man bei dem am Eingange dieses Artikels geschilderten Versuche eine Sirene mit 120, 135, **144**, 160, 180, **192**, 225, 240 Löchern (gegenüber der fünffach genommenen früheren Reihe: 120, 135, **150**, 160, 180, **200**, 225, 240) verwendet, so ergibt sich eine andere Tonleiter, welche man als (harmonische) Moll-Tonleiter bezeichnet, zum Unterschiede von der früher besprochenen Dur-Tonleiter. Der Charakter dieser neuen Tonfolge, welche sich von der früheren durch Verwendung der kleinen Terz ($^6/_5$) und der kleinen Sexte ($^8/_5$) unterscheidet, ist weniger hell und kräftig als jener der Dur-Tonleiter, sondern klingt mehr düster und schwermütig.

Den Ausgangspunkt der musikalischen Stimmung bildet gegenwärtig das „eingestrichene" $\overline{a}$ (Kammerton) mit 435 ganzen Schwingungen (870 einfachen Schwingungen) in der Sekunde. (Internationale Stimmkonferenz in Wien 1885.)

Der gleichzeitige Zusammenklang zweier oder mehrerer Töne erscheint dem Ohre entweder als Wohlklang (Konsonanz, Harmonie) oder als Mißklang (Dissonanz, Disharmonie). Man findet, daß Konsonanz und Dissonanz zwischen zwei Tönen durch das Verhältnis der Schwingungszahlen beider Töne insofern bedingt sind, als die Konsonanz eine um so vollkommenere ist, durch je kleinere Zahlen das genannte Verhältnis ausgedrückt erscheint.

Daher wird die vollständigste Konsonanz durch den Zusammenklang zweier gleicher Töne — durch das Unisono (1 : 1) — gebildet; nächst diesem stehen Grundton und Oktave (1 : 2), Grundton und Quinte (2 : 3), Grundton und Quarte (3 : 4), Grundton und große Terz (4 : 5), Grundton und kleine Terz (5 : 6), Grundton und Sexte (3 : 5), wogegen Grundton und Septime (8 : 15) sowie Grundton und Sekunde (8 : 9) Dissonanzen bilden. — Konsonanz des Dur-Dreiklanges (*C—E—G—c*; 4 : 5 : 6 : 8) und des Moll-Dreiklanges (*C—Es—G—c*; 10 : 12 : 15 : 20).

Eine Reihe von Tönen, deren Schwingungszahlen sich wie 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 . . . verhalten, bezeichnet man als Reihe der harmonischen Obertöne des Grundtones 1. So ergibt sich z. B. zum Subkontra-*C* ($\underline{\underline{C}}$) als Reihe der Obertöne:

$\underline{\underline{C}}$	$\underline{C}$	$\underline{G}$	*C*	*E*	*G*	(zwischen *A* und *H*)	*c*	*d*	*e*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 u. s. w.

128. Töne gespannter Saiten. Zur Erzeugung von Tönen verwendet man elastische Körper, welche sich leicht in Schwingung versetzen lassen. Wird ein elastischer Faden oder Draht hinlänglich stark gespannt und die Mitte desselben seitwärts gezogen, so wird der Faden (Draht) gedehnt und verbogen. Die dabei geweckten elastischen Kräfte suchen die ursprüngliche Gestalt herzustellen, so daß beim Freilassen des gespannten Körpers derselbe mit wachsender Geschwindigkeit in die Gleichgewichtslage zurückkehrt, dieselbe infolge der Trägheit überschreitet, die ihm innewohnende Geschwindigkeit verliert und zur Ruhe kommt, dann von neuem umkehrt etc. Wir nennen nun einen derartigen fadenförmigen, gespannten, elastischen Körper eine Saite und haben im beschriebenen Versuche den einfachsten Fall der Bewegung der Saite vor Augen gehabt. Diese Bewegung muß als stehende Wellenbewegung bezeichnet werden, bei welcher — da die Enden der Punktreihe fest sind — an diesen Enden Knoten entstehen. Ist λ_1 die Wellenlänge jener fortschreitenden Wellenbewegung, durch welche im Vereine mit ihrer reflektierten die stehende Saitenschwingung entsteht, so ist für den oben betrachteten Fall $l = \lambda_1/_2$ und daher nach Art. **119**, Formel (45), wenn n_1 die Schwingungszahl der Saite bedeutet, $n_1 = \frac{c}{2l}$. Es ist demnach die Schwingungszahl bei sonst gleichen Umständen verkehrt proportional der Saitenlänge.

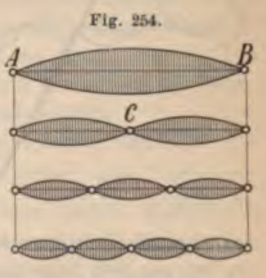


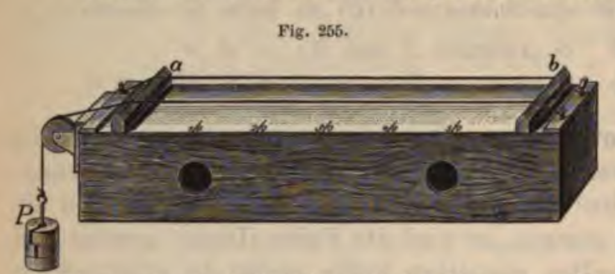
Fig. 254.

Wir können jedoch die Saite noch in anderer Weise in Schwingungen versetzen. Halten wir z. B. die Mitte *C* (Fig. 254) fest und bringen die Hälfte *AC* wie oben in Schwingung, so wird sich durch Interferenz der in der ganzen Saitenlänge *AB* fortschreitenden Welle mit der von *B* reflektierten eine stehende Schwingung ausbilden, bei welcher außer an den Enden *A*, *B* auch in der Mitte *C* ein Knoten vorhanden ist. Nun ist $l = \lambda_2$ und $n_2 = \frac{c}{l} = 2n_1$; der zustandekommende Ton besitzt also die doppelte Schwingungszahl und ist somit die Oktave des

Grundtones, den die Saite gibt, wenn sie als Ganzes schwingt. Ebenso kann man die Saite veranlassen, in Drittel, Viertel etc. geteilt zu schwingen (Fig. 254). Es ist dann $l = \frac{3\lambda_3}{2}$, $l = \frac{4\lambda_4}{2} \ldots$; $n_3 = \frac{3c}{2l} = 3n_1$; $n_4 = \frac{2c}{l} = 4n_1$ u. s. w. Die Saite gibt demnach Töne, deren Schwingungszahlen sich wie 1 : 2 : 3 : 4... verhalten, d. h. sie gibt die Reihe der harmonischen Obertöne (Art. **127**).

Versuche mit dem Monochorde (Fig. 255), einem Holzkasten, über dessen dünnen elastischen Deckel eine oder mehrere Saiten durch Wirtel oder durch angehängte Gewichte über zwei feste Stege gespannt werden. Durch einen verschiebbaren dritten Steg kann die Saite im Verhältnis 1 : 1, 1 : 2, 1 : 3... geteilt und darauf der kürzere Teil entweder durch Zupfen mit dem Finger oder durch Streichen mit dem Bogen zum Tönen gebracht werden. Die außer den Stegen liegenden Knoten können durch Papierreiter nachgewiesen werden.

Fig. 255.



Wie immer man eine Saite in Schwingung bringen mag — durch Zupfen, Streichen, Schlagen — niemals kommt eine einzige der oben dargestellten Schwingungsformen zu stande; es sind vielmehr stets neben dem Grundtone noch verschiedene harmonische Obertöne vorhanden; welche von ihnen und in welcher Stärke dieselben vorhanden sind, hängt von der Art und von der Stelle der Erregung ab. Bei gleichbleibender Höhe des Grundtones der Saite ändert sich dabei die Klangfarbe,*) so daß letztere durch die Beimischung verschiedener und verschieden starker Obertöne geändert wird, also verschieden ist bei verschiedener Anregungsweise der Saite. Die schwingende Saite zeigt aus diesen Gründen daher nicht mehr die Gestalt der einfachen Sinuslinie, sondern vielmehr die Form einer anderen periodischen Schwingung, welche aus Sinusschwingungen zusammengesetzt ist. Die Wellenberge gleichen dabei fast gleichschenkligen Dreiecken, wie man durch Zeichnung ähnlich wie in Fig. 256 finden kann, wo nur die Töne 1, 3, 5 kombiniert wurden und, um das Resultat besonders auffällig zu gestalten, die Amplitude des Grundtones übertrieben groß angenommen wurde.

Fig. 256.



Wird beispielsweise eine Saite in $^1/_4$ ihrer Länge gestrichen, so bilden sich auf ihr alle jene Schwingungsweisen aus, für welche an dieser Stelle kein Knoten liegt, also der Grundton (n), der erste Oberton ($2n$), der zweite ($3n$), wogegen der dritte ($4n$) fehlt u. s. w. Berühren wir nun die schwingende Saite kurz nach der Anregung an einer anderen Stelle, z. B. in der Mitte, so werden aus dem Schwingungsgemische alle jene Schwingungsformen ausgeschieden, welche

*) Unter der Klangfarbe versteht man die Gesamtheit aller Merkmale, durch welche zwei Töne derselben Tonhöhe abgesehen von ihrer Stärke sich unterscheiden. (Vgl. Art. **132**.)

an der berührten Stelle einen Schwingungsbauch haben, wogegen nur jene verbleiben, welche an der berührten Stelle einen Knoten haben. In unserem Falle wird also hauptsächlich nur die Oktave ($2n$) fortklingen (Flageoletton), während die Töne mit den Schwingungszahlen n, $3n$, $5n$ gedämpft werden. Durch ähnliche Versuche kann man die Existenz von 14—20 Obertönen im Saitenklange nachweisen. Durch die Beimischung der höheren Obertöne, welche insbesondere beim Zupfen der Saite mit dem Fingernagel oder mit einem harten Stifte (Zither) dem Grundtone sich beimischen, erhält letzterer einen scharfen, klimpernden Klang und die Saitenform eine eckige Gestalt.

Mit Hilfe des Monochordes läßt sich auf experimentellem Wege bestätigen, daß die Schwingungszahl einer Saite nicht bloß von der Saitenlänge abhängt — welcher sie nach obigem umgekehrt proportional ist — sondern daß sie außerdem umgekehrt proportional ist dem Saitendurchmesser, direkt proportional der Quadratwurzel aus der Spannung und umgekehrt proportional ist der Quadratwurzel aus dem spezifischen Gewichte des Saitenmaterials.

Gibt eine Saite den Grundton, so ist die Länge λ jener fortschreitenden Welle, aus welcher die stehende Welle (Fig. 254) hervorgeht, doppelt so groß als die Saitenlänge. Es ist also im Hinblick auf die Formel (45) die Schwingungszahl der Saite $n = \frac{c}{2l}$. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c gilt aber nach Art. 119 wieder $c = \sqrt{\frac{P}{\mu}}\,cm$, worin P die Spannung der Saite in Dynen und μ die Masse eines Saitenstückes von 1 *cm* Länge vorstellt. Es ist also

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{P}{\mu}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (47).$$

Wird die Spannung statt in Dynen in Grammen angegeben und statt der Masse μ eines 1 *cm* langen Saitenstückes die Dicke d der Saite und das spezifische Gewicht σ eingeführt, so geht die Formel (47) über in

$$n = \frac{1}{ld}\sqrt{\frac{P \cdot g}{\pi \sigma}} \text{ (Taylor, 1716)} \ldots\ldots\ldots\ldots (48).$$

Für den experimentellen Nachweis wird eine Saite mit dem vierfachen Gewichte gespannt, wodurch sich ihr Ton auf die Oktave erhöht; ebenso erhält man bei Belastung mit $\frac{9}{4}$ des ursprünglichen Gewichtes die Quinte. — Eine Aluminiumsaite gibt im Vergleiche zu einer Silbersaite von gleicher Länge, Dicke und Spannung die nächsthöhere Oktave, da das spezifische Gewicht des Silbers nahezu viermal so groß ist als jenes des Aluminiums.

Man erläutere, in welcher Weise bei den gebräuchlichen Saiteninstrumenten die Anregung zum Tönen erfolgt und verschieden hohe Töne hervorgebracht werden können. — Beim Klavier werden die Saiten in einem derartigen Bruchteil der Länge ($^1/_7$—$^1/_9$) vom Hammer getroffen, daß diejenigen höheren Obertöne (unter anderem der 7. und 9.), welche den Klang der Metallsaiten schrill machen würden, nicht entstehen können.

129. Töne schwingender Stäbe. Während eine Saite erst im gespannten Zustande Elastizität der Gestalt erhält, besitzt ein Stab aus elastischem Material dieselbe von vornherein und kann daher gleichfalls in Schwingungen und zum Tönen gebracht werden. Er wird sich dabei je nach seiner Länge und Dicke sowie nach der Art seiner Befestigung (Unterstützung) verschieden verhalten, ferner auch je nach dem er transversal oder longitudinal schwingt.

Ein an beiden Enden freier Stab führt, wenn er in der Mitte angeschlagen wird, transversale Schwingungen aus und zeigt in seiner einfachsten Schwingungsform zwei Knoten, welche um etwa $^1/_5$ der Stablänge von den Enden abstehen. Legt man daher in diesen Punkten den Stab auf Unterlagen, so kann er frei ausschwingen (Holz- und Strohinstrument, ähnliche Instrumente mit Metallstäben u. s. w.; kürzere und dickere Stäbe geben dabei die höheren Töne). Die Obertöne eines solchen Stabes sind nicht die harmonischen, sondern steigen viel rascher an; aus ihrem Auftreten erklärt sich das Schrille des Klanges insbesondere im Momente des Anschlagens (Triangel etc.)

Fig. 257.



Der U-förmige Stab der Stimmgabel führt transversale Schwingungen aus (Fig. 257), bei welchen die beiden Knoten der Biegung naheliegen; ihr Ton ist ziemlich frei von Obertönen, abgesehen vom ersten Momente des Anschlagens oder Streichens.

Auch ein nur an einem Ende befestigter Stab führt pendelartige Schwingungen um seine Ruhelage aus, die bei hinlänglicher Geschwindigkeit einen Ton erzeugen (Maultrommel, Spieldosen). —

Reibt man einen Stab aus Glas, Holz, Metall seiner Länge nach mit einem beharzten oder befeuchteten Tuchlappen, so gibt er einen sehr hohen Ton, welcher durch longitudinale Schwingungen des Stabes zu stande kommt. Experimenteller Nachweis mit einer einseitig geschlossenen Glasröhre, in welche man ein kleines Metallkügelchen bringt und die in vertikaler Lage mit dem geschlossenen Ende nach unten in der vorhin beschriebenen Weise zum Tönen gebracht wird. — An den Enden des Stabes findet nach Art. **121** eine Reflexion der longitudinalen Welle statt, wobei sich an einem freien Ende, welches unbehindert ausschwingen kann, immer nur ein Schwingungsbauch, an einem festen ein Knoten ausbilden kann. In den Fig. 258 und 259 sind die longitudinalen stehenden Wellen in transversale umgewandelt und läßt daher Fig. 258 die Schwingungsformen eines an beiden Enden freien Stabes, Fig. 259 jene eines an einem Ende festen, am anderen freien Stabes von der Länge l erkennen. Im ersten Falle kann daher die Wellenlänge $2l, \frac{2l}{2}, \frac{2l}{3} \ldots$ betragen, so daß die hervorgebrachten Töne die Reihe der harmonischen Obertöne bilden. Bei dem nur an einem Ende befestigten Stabe sind dagegen die Wellenlängen der entstehenden Töne $4l, \frac{4l}{3}, \frac{4l}{5} \ldots$, so daß nur die ungeradzahligen Töne der harmonischen Tonleiter entstehen können.

Fig. 258.

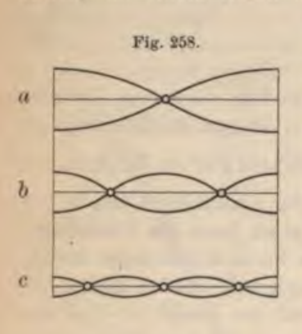
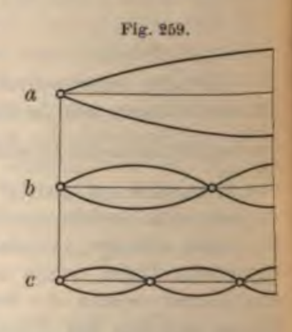


Fig. 259.



130. Töne schwingender Platten. Platten (Becken, Tam-tam, Glocken etc.) und Membranen (Trommel- und Paukenfelle) können durch Streichen mit einem Bogen oder durch Anschlagen mit einem Hammer zum Tönen gebracht werden, wobei sie in einzelnen Abteilungen stehend

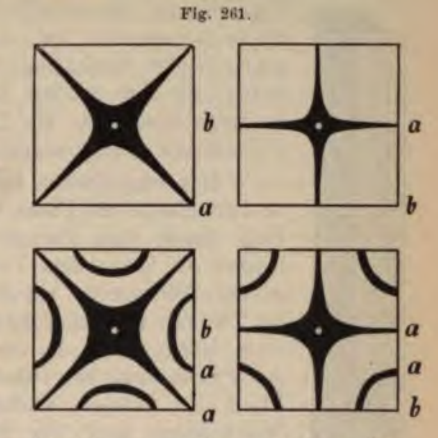
schwingen, zwischen denen ganze Linien (Knotenlinien) in Ruhe bleiben, die durch aufgestreuten feinen Sand kenntlich gemacht werden können (Chladnische Klangfiguren, 1787).

Zur Sichtbarmachung derselben wird die Platte an einer oder mehreren Stellen befestigt (z. B in der Mitte, Fig. 260), außerdem hält man gewisse Stellen (in Fig. 261 mit *a* bezeichnet) fest und streicht die zuvor gleichmäßig mit Streusand bedeckte Platte bei *b* mit einem Bogen.

Fig. 260.



Fig. 261.



Die Glocken sind als gekrümmte Platten aufzufassen, bei denen die Knotenstellen durch eingegossenes Wasser oder durch berührende Pendel wahrnehmbar gemacht werden können. Der Ton einer Glocke erweist sich um so höher, je kleiner ihre Oberfläche und je größer ihre Dicke ist. Vergleich mit den Gesetzen über transversal schwingende Stäbe; Platten und Glocken können als ein System derartiger Stäbe aufgefaßt werden.

131. Töne schwingender Luftsäulen. Auch Luft- oder Gassäulen, welche in einer Röhre eingeschlossen sind, lassen sich in Schwingungen versetzen und zum Tönen bringen. Diese Schwingungen können aber, da der schwingende Körper nur Elastizität des Volumens, nicht aber solche der Gestalt besitzt, nicht transversale, sondern nur longitudinale sein, bei welchen sich somit an den verschiedenen Stellen der Luftsäule nur die Dichte periodisch verändert (Art. **119**). Da der schwingende Körper gleichsam einen longitudinal schwingenden Stab aus Luft vorstellt, gelten die im Art. **129** gewonnenen Beziehungen auch für schwingende Luftsäulen.

Führt man gegen das Ende einer beiderseits offenen Röhre einen Schlag mit flacher Hand und läßt letztere nach dem Schlage auf der Röhre aufruhen, so hört man einen Klang, dessen Tonhöhe steigt, wenn man zu dem Versuche immer kürzere Röhren verwendet. Hebt man sofort nach dem Schlage die Hand von der Röhre ab, so folgt dem ersten Klange ein um die Oktave höherer. Im ersten Falle erfolgt nämlich die wiederholte Reflexion der durch den Schlag entstehenden Verdichtungswelle derartig, daß an der verschließenden Handfläche ein Knoten entsteht (ähnlich wie Fig. 259 a andeutet), während im zweiten Falle an beiden offenen Enden sich Bäuche bilden (ähnlich wie in Fig. 258 a), die Wellenlänge daher nur halb so lang, die Schwingungszahl also doppelt so groß ist.

Dieselben Klänge wie oben, jedoch andauernd, erhält man, wenn man an dem einen Ende der Röhre einen Luftstrom vorbeibläst; ist dabei das andere Ende der Röhre offen, so ist der entstehende Klang um eine Oktave höher, als wenn das letztere Ende geschlossen ist.

Am kräftigsten wird die in einer Röhre eingeschlossene Luft bei einer Lippenpfeife oder Labialpfeife zum Tönen gebracht. Der in den Pfeifenfuß K (Fig. 262) eingeblasene Luftstrom entweicht aus der Kernspalte c gegen die scharfe Kante a (Oberlippe) in Form eines Luftbandes, welches sich hier teilt; ein Teil dringt ins Innere des Rohres und erzeugt hier eine Verdichtung, der zweite Teil streicht außen an der Mundöffnung der Pfeife vorbei und übt eine saugende Wirkung aus. Der Rhythmus dieser beiden wechselnd auftretenden Wirkungen des Luftstrahles wird durch die sich in der Röhre ausbildenden stehenden Schwingungen so lange beeinflußt, bis Luftsäule und Luftstrahl ihre Bewegungen in vollkommen übereinstimmender Periode vollziehen.

Fig. 262.

Das angeblasene Ende der Lippenpfeife ist stets als ein offenes zu betrachten; die Pfeife heißt eine geschlossene, wenn das andere Ende durch einen Deckel abgeschlossen ist, sonst wird sie als offene bezeichnet. Eine offene Pfeife gibt ihren tiefsten Ton (Grundton), wenn in der Röhrenmitte ein Knoten entsteht (Fig. 258 a). Es muß somit die Tonhöhe (Schwingungszahl) der offenen Pfeife verkehrt proportional ihrer Länge sein, da die auftretende Wellenlänge direkt proportional der Pfeifenlänge ist. Dieselbe Betrachtung gilt auch für eine gedeckte Pfeife, bei welcher, im Falle sie den Grundton gibt, ein Knoten an der Wand liegen muß (Fig. 259 a). Ist die Pfeifenlänge in beiden Fällen (Fig. 258 a und Fig. 259 a) dieselbe, so ist die Wellenlänge des Grundtones in der gedeckten Pfeife doppelt so lang wie in der offenen, die Schwingungszahl im ersten Falle daher nur halb so groß wie im zweiten Falle, was in Übereinstimmung mit den eingangs beschriebenen Versuchen steht.

Es gelten daher, da für den Grundton einer offenen Pfeife von der Länge l die Wellenlänge $\lambda = 2l$, für die geschlossene Pfeife aber $\lambda = 4l$ ist, für beide beziehungsweise die Formeln

$$n = \frac{c}{2l}, \ldots\ldots\ldots n = \frac{c}{4l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (49)$$

Bei stärkerem Anblasen einer Pfeife erfolgen die Verdichtungen und Verdünnungen in rascherem Wechsel: die Pfeife gibt höhere Obertöne. Dabei muß eine offene Pfeife die Reihe der harmonischen Obertöne geben, eine geschlossene nur die ungeradzahligen Obertöne (Art. **129**).

Da bei stehenden Longitudinalwellen an den Knoten die größten Variationen der Dichte herrschen (Fig. 241 a. S. 192), läßt sich das Vorhandensein von Knoten in Lippenpfeifen durch die Methode der Königschen Flammenkapseln nachweisen. Die an einer Stelle durchbohrte Wand der Pfeife ist mit einer dünnen Membran m überdeckt (Fig. 263), welche nach außen mit einer Kapsel überwölbt ist, in welche bei a Leuchtgas eingeleitet wird, das bei b angezündet wird. Entsteht an der betreffenden Stelle ein Knoten, so gerät nach Obigem die Membran in starke Schwingungen, die Flamme vergrößert und verkleinert sich in demselben Rhythmus und kann bei genügender Schwingungsweite der Membran sogar auslöschen. Bei der Königschen (offenen) Membranenpfeife sind solche Kapseln in $^1/_4$, $^1/_2$ und $^3/_4$ der Länge angebracht, wovon die mittlere beim Ertönen des Grundtones heftiger als die anderen vibriert (auslöscht), während durch den ersten Oberton dies an den beiden anderen Flammen der Fall ist. Auch mittels

Fig. 263.



eines kleinen in die vertikal stehende Pfeife eingesenkten, mit Sand bestreuten Tambourins lassen sich die Knoten nachweisen, da an denselben der Sand in Ruhe bleibt (Hopkins). —

Zur Erklärung der Bildung stehender Wellen in einer offenen Pfeife muß angenommen werden, daß auch am offenen Ende der Röhre eine Reflexion der Wellenbewegung stattfindet, was daraus erklärlich ist, daß die außerhalb der Röhre befindlichen Luftteilchen freier beweglich sind als jene innerhalb der Röhre. Eine direkte Bestätigung hierfür gibt die Erfahrungstatsache, daß auch das offene Ende eines Ganges (Tunnels) ein Echo gibt.

Die besprochenen Gesetze über Lippenpfeifen gelten nur annäherungsweise und stimmt der Versuch mit ihnen um so besser, je enger die Pfeife im Vergleiche zu ihrer Länge ist. Dagegen gelten für weite und kurze Pfeifen (kubische Pfeifen) andere Gesetze. Der Hauptgrund dieser Abweichungen liegt wohl darin, daß das angeblasene Ende wegen des daselbst befindlichen Anblasapparates kein vollständig freies (offenes) ist; auch verschwinden die Dichtenwechsel nicht genau am offenen Pfeifenende, sondern herrscht erst etwas weiter außerhalb von demselben normale Luftdichte. Durch beide Umstände wird der Ton der Pfeife etwas vertieft.

Anwendung der Lippenpfeifen zu musikalischen und praktischen Zwecken: Lippenpfeifen der Orgel, Flöte, Piccolo, Panspfeife, Signalpfeifchen u. s. w.

Bei dem bekannten Versuche der **chemischen Harmonika** wird die Luftsäule der verwendeten Röhre durch eine kleine, sehr heiße Flamme zum Tönen gebracht; die Flamme zeigt dabei Änderungen der Gestalt, welche im Rhythmus der stehenden Schwingungen der Luftsäule stehen. Nachweis mit einem rotierenden Spiegel. — **Sensitive Flammen** ändern ihre Gestalt insbesondere durch hohe Töne oder durch Geräusche, welche gleichsam ein Gewirre hoher Töne sind, wie z. B. Zischen, Knarren, Schnalzen mit den Fingern etc. Fig. 264 zeigt die Herstellung einer sensitiven Flamme nach Hopkins. *a* ist ein Gaszuführungsrohr mit enger Spitze, *b* ein darüber in einigen Zentimetern Entfernung befindliches engmaschiges Drahtnetz. Der Gasstrom wie auch die Entfernung des Netzes muß so reguliert werden, daß die Flamme ruhig brennt. Auf die oben angeführten Geräusche wird sie niedriger und rauschend, wobei im Innern ein grünlicher Kegel erscheint. Hebt man das Netz noch höher, so daß die Flamme rauschend und unruhig wird, und stülpt von oben eine Röhre (Lampenzylinder) darüber, so tönt die darin enthaltene Luftsäule sehr stark.

Fig. 264.

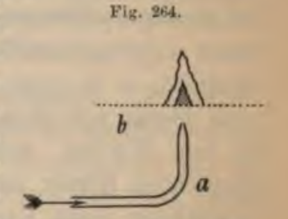


Fig. 265.

Bei den **Zungenpfeifen** (Fig. 265) wird die Tonbildung ähnlich wie bei der Sirene durch Luftstöße eingeleitet, indem die in den Fuß der Pfeife eingeblasene Luft die schmale Öffnung passieren muß, welche zwischen der elastischen **Zunge** *z* und der Kanüle *a b* frei bleibt. Durch den Luftstrom gerät die Zunge in Schwingungen und unterbricht periodisch den ersteren, indem sie die Kanüle abwechselnd versperrt und wieder freigibt. Der Schallbecher *R* verstärkt und verändert den Ton, der Stimmdraht *J K* gestattet, die Länge und damit die Schwingungszahl der Zunge abzuändern.

Durchschlagende und aufschlagende Zungen (Schnarrwerke). — Ist die Zunge aus hartelastischem Material (z. B. Messing), so wird die Luft im Schallbecher bei passender Länge des letzteren den Ton durch Mittönen (Art. 132) verstärken. Ist die Zunge aber aus weichelastischem Material (wie z. B. bei den später angeführten Holz- und Blechinstrumenten), so wirken die Schwingungen der Luftsäule auf die Zunge ein, welche nun

nicht freie, sondern erzwungene Schwingungen ausführt, wobei also die Länge der Luftsäule die Schwingungszahl der Zunge und daher die Tonhöhe wesentlich beeinflußt.

Fig. 266.

Anwendung der Zungenpfeifen zu musikalischen Zwecken: Zungenwerke der Orgel (das Harmonium, die Mund- und Ziehharmonika verwenden nur Zungen ohne Schallbecher), Instrumente der Holzharmonie (Klarinette, Oboë, Fagott) sowie jene der Blechharmonie (Horn, Trompete etc.). Bei den ersteren sind weichelastische Rohrblattzungen in Verwendung, bei den letzteren ersetzen die Lippen des Musikers die Zunge, ähnlich wie bei der Membranenpfeife (Fig. 266) die zwei sich längs *ab* berührenden Gummibänder. Zur Änderung der Rohrlänge dienen Klappen oder verschiebbare Rohrteile, wie z. B. bei der Zugposaune.

Das menschliche Stimmorgan ähnelt einer Zungenpfeife (am meisten der Membranenpfeife), indem der aus den Lungen kommende Luftstrom die elastischen Stimmbänder, welche die Luftröhre bis auf einen kleinen Spalt — die Stimmritze — verschließen, in Schwingungen versetzt; da die Stimmbänder durch Muskeln veränderliche Spannung erfahren, kann die Tonhöhe beim Singen und Sprechen geändert werden. Die menschliche Stimme umfaßt etwa zwei Oktaven; sie ist beim Manne infolge größerer Länge der Stimmbänder tiefer als bei Frauen und Knaben; beim Mutieren der Knabenstimme (im 15.—16. Lebensjahre) tritt eine Verlängerung der Stimmbänder ein. An der Bildung der Töne und der Sprache beteiligen sich auch die als Schallbecher wirkende Mundhöhle und ihre Organe (vgl. Art. **132**).

132. Resonanz und Mittönen. Der Ton eines schwach tönenden Schallerregers (Stimmgabel, Saite etc.) wird verstärkt, wenn man ihn mit einem schwingungsfähigen (elastischen) Körper von größerer Ausdehnung verbindet, z. B. eine Stimmgabel mit dem Stiele auf die Tischplatte oder noch besser auf einen dünnwandigen hohlen Holzkasten mit Luftöffnungen in den Wänden aufsetzt. Diese Übertragung von Schwingungen vom schallenden Körper auf einen anderen und die hieraus entstehende Schallverstärkung heißt Resonanz (Resonanzkasten der Saiteninstrumente). Die Schallverstärkung bedingt dabei naturgemäß einen Energieverbrauch des Schallerregers, der infolgedessen früher zur Ruhe kommt.

Sind zwei Tonerreger auf denselben Ton abgestimmt, so kann der eine von beiden, wenn er in Schwingung versetzt wird, dieselben durch Vermittlung des den Schall fortpflanzenden Mittels auf den zweiten übertragen und denselben dadurch zum selbständigen Tönen anregen. Diese Übertragung der Schwingungen auf einen übereinstimmend (synchron) gestimmten Körper heißt Mittönen.

Fig. 267.

Versuche mit zwei gleichgestimmten Stimmgabeln, mit zwei gleichgestimmten Saiten am Monochorde u. s. w. Verstärkung eines Stimmgabeltones durch eine auf denselben abgestimmte Luftsäule — für $\bar{a}$ muß sie 193 *mm* lang sein, vgl. Art. **133** — (Fig. 267). Resonator von Helmholtz (Fig. 268). — Mechanische Analogien: Übertragung der Schwingungen eines Fadenpendels auf eines von gleicher Schwingungsdauer, wenn beide an einem gespannten elastischen Kautschukschlauche aufgehängt sind (Fig. 269).

Fig. 268.

Hält man ein Fadenpendel am freien Ende und bewegt die das Pendel haltende Hand in gleichem Takte hin und her, so wird das Pendel nur dann in ausgiebige Schwingungen kommen, wenn der Rhythmus der Handbewegung in Übereinstimmung steht mit der Schwingungsdauer des frei schwingenden Pendels. Läuten großer Kirchenglocken durch rhythmisches Ziehen am Seile; Aufhalten der Glocke durch Ziehen im entgegengesetzten Rhythmus.

Fig. 269.



Die Helmholtzschen Resonatoren haben die Möglichkeit gegeben, Klänge auf das Vorhandensein von Obertönen zu prüfen. Dabei wurden die bereits teilweise im Art. **128** u. ff. besprochenen Tatsachen gewonnen, daß Töne, welche von den harmonischen Obertönen begleitet sind, jene reiche Klangfarbe besitzen, welche für musikalische Zwecke wertvoll ist, daß ferner das Hinzutreten besonders hoher Obertöne (wie bei Stäben, Platten etc.) den Ton klirrend und schrill, daher nur zu besonderen musikalischen Effekten brauchbar macht. Das Fehlen der geradzähligen Obertöne macht den Ton gedeckter Pfeifen dumpf und hohl. Der Ton der Stimmgabel klingt des Mangels von Obertönen wegen ausdruckslos.

Mit Hilfe der Resonatoren gelang Helmholtz auch der Nachweis, daß die Vokale der menschlichen Stimme Tongemische verschiedener Obertöne sind, deren Bildung durch Veränderung der Weite und Stellung der Mundhöhle zu stande kommt. Bei *u* ist fast nur der Grundton vorhanden, bei *o* tritt die Oktave dazu, bei *a*, *e*, *i*, noch andere höhere Obertöne. Hineinsingen eines Tones auf verschiedene Vokale in ein Klavier mit gehobener Dämpfung. Untersuchung der Flammenbilder von Vokalen mit Hilfe einer Flammenkapsel und eines rotierenden Spiegels. — Die Konsonanten sind kurzdauernde Geräusche, bei deren Hervorbringung sich Lippen, Zunge, Zähne, Gaumen beteiligen.

133. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft wurde auf experimentellem Wege nach verschiedenen Methoden ermittelt und für trockene Luft und für 0° C. gleich 332,8 *m* pro Sekunde (Versuche von Moll und von Beek 1823) gefunden.

Eine der ältesten und einfachsten Methoden besteht darin, daß in zwei Stationen *A* und *B*, deren Abstand genau bekannt ist, zur Nachtzeit abwechselnd Kanonenschüsse abgefeuert werden und in dem einen Orte die Zeit möglichst genau bestimmt wird, welche zwischen der Beobachtung des Blitzes und dem Eintreffen des Knalles der am zweiten Orte abgeschossenen Kanone vergeht. Aus dieser Zeit und der Entfernung *AB* läßt sich der in der Sekunde vom Schalle durchlaufene Weg, also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, bestimmen, wobei jedoch nur in windstillen Nächten beobachtet wird oder der Einfluß des Windes auf dem Wege der Rechnung möglichst eliminiert werden muß.

Versuche der Florentiner Akademie durch Mersenne 1660, der Pariser Akademie 1738 und 1822 (die Beobachtung leiteten A. v. Humboldt und Arago u. a.). Regnault benützte 1862 und 1863 zu derartigen Versuchen das noch ungefüllte Wasserleitungsrohrsystem der Stadt Paris. — Nach ähnlicher Methode bestimmten auch Colladon und Sturm im Genfersee (1827) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser mit 1435 *m* pro Sekunde.

Bei diesen Versuchen ergab sich, daß die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft unabhängig ist vom Barometerstande, dagegen mit wachsender Temperatur und mit wachsendem Feuchtigkeitsgehalte wächst. Dies läßt sich auch auf Grund der Formel 46 (Seite 188) einsehen. An Stelle des Zählers tritt bei der Fort-

pflanzung in einem Gase die Wurzel aus der Spannkraft p des Gases, an Stelle des Nenners die Wurzel aus der Dichte δ des Gases, so daß also bei passender Wahl der Einheiten $c = \sqrt{\frac{p}{\delta}}$ wird. Da nun die Dichte δ bei gleichbleibender Temperatur dem Drucke p direkt proportional ist, dagegen selbst von der Temperatur insofern abhängig ist, als nach dem Gay-Lussacschen Gesetze $\frac{\delta}{p} = \frac{\delta_0}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}$ ist (Art. **96**), so bleibt $\sqrt{\frac{p}{\delta}} = \sqrt{\frac{p_0}{\delta_0}(1+\alpha t)}$ also auch c konstant, so lange sich t nicht ändert.

Ermittelt man nach dieser Formel nun c, so findet man hierfür nur zirka 280 ***m***, also einen beträchtlich zu kleinen Wert. Laplace klärte diesen Widerspruch auf, indem er darauf hinwies, daß bei der Verdichtung der Luft Erwärmung, bei der Verdünnung Abkühlung entsteht (Art. **99**) und hierdurch eine Vergrößerung der Druckzunahme, beziehungsweise -abnahme erfolgt. Er zeigte, daß man den richtigen Wert erhält, wenn man in der Formel unter dem Wurzelzeichen mit dem Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Drucke zu jener bei konstantem Volumen $k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$ (Art. **101**) multipliziert. Man erhält somit $c = \sqrt{\frac{p_0}{\delta_0} k \cdot (1+\alpha t)}$. Hieraus ergibt sich, da $t = 0°$, $p_0 = 1033\,\boldsymbol{g} = 1033 \cdot 981$ Dynen pro ***cm***², $\delta_0 = 0{,}001293\,\boldsymbol{g}$ pro 1 ***cm***³ wird, $c_0 = 332{,}4\,\boldsymbol{m}$, also ein mit der Beobachtung sehr gut übereinstimmendes Resultat. —

Fig. 270.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einem festen Körper, der sich in Stabform bringen läßt, kann ermittelt werden, indem man die Schwingungszahl n des Grundtones ermittelt, den ein derartiger Stab von der Länge l gibt, wenn er in der Mitte eingeklemmt zum longitudinalen Tönen gebracht wird. Aus $c = n\lambda$ folgt wegen $l = \frac{\lambda}{2}$ auch $c = 2\,n\,l$. So ergab sich c für Eisen mit etwa 5000 ***m*** pro Sekunde, für Glas mit etwa 4500 ***m*** pro Sekunde etc.

In sinnreicher Weise hat Kundt diese Methode verbessert, indem er das eine Ende des Stabes mit einem dünnen Korkscheibchen s versah (Fig. 270) und es in ein Glasrohr ragen ließ, in welchem sich etwas Korkpulver in gleichmäßiger Verteilung befindet. Beim Reiben des Stabes setzt dann das Scheibchen s, welches ja die Bewegung des am Stabende befindlichen Schwingungsbauches vollführt, die Luftsäule im Rohre in schwingende Bewegung; durch Reflexion vom geschlossenen Ende kommen stehende Luftwellen zu stande, wobei das Korkpulver an den Knotenpunkten fast ruhig liegen bleibt oder kleine Ringe bildet, dagegen an den Bäuchen lebhaft in Bewegung gerät und sich schließlich in schmalen Rippen anhäuft. Die Ausbildung dieser Kundtschen Staubfiguren erfolgt am besten, wenn sich im Rohre eine ganze Zahl halber Wellen bildet, was man durch Verschieben des Stempels S leicht erreichen kann. Der Stab von der Länge L stellt ½ Wellenlänge im Material des Stabes $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ vor, der leicht bestimmbare Abstand l zweier Knoten in der Röhre dagegen eine halbe Wellenlänge $\left(\frac{\lambda_1}{2}\right)$ desselben Tones in der Luft. Der Quotient $L:l$ gibt also das Verhältnis der Schallgeschwindigkeit in Stab und Luft an. Füllt man dabei das Rohr mit verschiedenen Gasen, so läßt sich aus dem Verhältnis der Wellenlängen das Verhältnis der Geschwindigkeit in einem Gase zu jener in der Luft ermitteln.

Für eine gedeckte Lippenpfeife von der Länge l, welche den Grundton von der Schwingungszahl n gibt, müßte die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft $c = 4\,n\,l$ sein; da aber die stehende Luftwelle in Wirklichkeit etwas länger ist (Art. **131**), würde man einen ungenauen Wert erhalten; jedenfalls kann aber wieder das Verhältnis $c_1 : c_2$ der Geschwindigkeit in zwei verschiedenen Gasen dadurch gefunden werden, daß man die Pfeife mit diesen Gasen anbläst und das Verhältnis der Schwingungszahlen $n_1 : n_2$ der entstehenden Töne ermittelt.

134. Intensität des Schalles. Ein mechanisches Maß für die Stärke oder Intensität eines Schalles bietet uns bei freier (nicht erzwungener) Schwingung des schallenden Körpers die Energie des letzteren, die von ihm auch auf das Schallmittel übertragen wird; dieselbe ist der zweiten Potenz der Schwingungsgeschwindigkeit, also auch der zweiten Potenz der Schwingungsweite und der Masse des Schallerregers proportional.

Von diesem mechanischen Maße der Schallstärke muß die Stärke der subjektiven Empfindung, also das physiologische Maß der Schallstärke, unterschieden werden, welche unter anderem auch von der Beschaffenheit des Gehörorgans abhängt.

Nach dem oben Gesagten wird die Schallstärke um so größer sein, je größer die Schwingungsweite der bewegten Teilchen des Schallerregers ist, ferner je schwerer und je zahlreicher diese Teilchen sind. Beispiele hierüber bietet die Erfahrung. Man erkläre unter anderem die Schwächung des Schalles in dünner Luft (auf hohen Bergen), ferner beim Durchlaufen von Luftschichten von verschiedener Temperatur.

Da sich der Schall in räumlichen Wellen ausbreitet, muß seine Intensität mit der Entfernung abnehmen, und zwar verkehrt proportional dem Quadrate der Entfernung vom Erregungsorte sein (Art. **122**).

In zylindrischen Röhren erfolgt dagegen die Schallfortpflanzung mit ungeschwächter Intensität, abgesehen von der an die Röhrenwände abgegebenen Energie. Kommunikationsrohre.

135. Reflexion des Schalles. An der Trennungsfläche zweier Schallmittel erfolgt eine Reflexion der Schallwellen nach den im Art. **123** gewonnenen Gesetzen.

Versuche über die Reflexion der Schallstrahlen von ebenen wie auch von sphärischen Spiegeln (Art. **226**). In elliptischen Gewölben wird der in dem einen Brennpunkt erzeugte Schall in dem anderen Brennpunkte in fast unveränderter Stärke wahrgenommen. Flüstergalerien. Sprachrohr, Hörrohr.

Ist die reflektierende Wand verhältnismäßig nahe, so fällt der reflektierte Schall mit dem direkten zusammen und verstärkt denselben; deshalb wird Gesprochenes oder Gesungenes in geschlossenen Räumen von mäßiger Größe besser vernommen wie im Freien. Bei größerer Entfernung der zurückwerfenden Wand fällt die Wahrnehmung des reflektierten Schalles nur mehr zum Teile mit dem direkten zusammen; es entsteht ein Nachhall. Derselbe macht sich in großen Räumen (Kirchen, großen Sälen, Theatern etc.) störend bemerkbar; um ihn zu beseitigen oder mindestens zu schwächen, vermeidet man glatte Wandflächen und verkleidet sie mit reichen plastischen Ornamenten, Teppichen, Vorhängen etc. Starker Nachhall in leeren Zimmern. Bei noch größerer Entfernung der reflektierenden Wand wird der reflektierte Schall vom direkten vollkommen getrennt wahrgenommen. Man bezeichnet dann die Erscheinung als Echo. Da unser Gehörorgan nach jeder kurz dauernden Schallempfindung etwa $^1/_9$ Sekunde Zeit benötigt, um sich zur Neuaufnahme eines zweiten Schalles

zu erholen, kann von einem solchen kurz dauernden Schalle (Pistolenschuß) ein Echo nur entstehen, wenn die Wand mindestens $\frac{1}{2} \cdot \frac{333}{9} = 18^1/_2\ m$ weit von der Schallquelle entfernt ist. Für die deutliche Wahrnehmung eines einsilbigen Echos ist, da das Ohr in der Sekunde nur etwa 3—4 Silben deutlich getrennt hören kann, eine noch größere Entfernung der Wand (etwa 40—50 m) nötig. Mehrsilbiges und mehrfaches Echo.

136. Interferenz des Schalles. Zwei Töne von gleicher Höhe und Stärke müssen durch ihr Zusammenwirken (ihre Interferenz) sich verstärken oder aufheben (auslöschen), je nachdem sie mit einem Gangunterschiede von einer geraden oder von einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen zusammentreffen (vgl. Art. **120**).

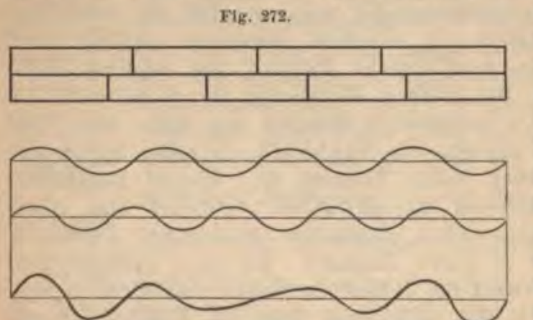
Stefan hat hierüber einen älteren Versuch Quinckes zweckmäßig abgeändert. Die hohen Töne eines longitudinal schwingenden Glasstabes G (Fig. 271) treten bei A in das Interferenzrohr R, dessen einer Schenkel sich ähnlich wie bei einer Zugposaune verlängern läßt. Bei B treffen beide Wellenzüge wieder zusammen; die aus der Interferenz resultierende Welle bringt die Luft in der Kundtschen Röhre C in stehende Schwingungen, deren Wellenlänge nun durch die entstehenden Staubfiguren gemessen werden kann. Die Bildung dieser Staubfiguren bleibt jedoch aus, wenn durch Ausziehen des beweglichen Schenkels zwischen den Wellenzügen ein Gangunterschied von 1, 3, 5...$(2n-1)$ halben Wellenlängen vorhanden ist.

Fig. 271.

Ein eigentümliches Resultat der Interferenz ergibt sich, wenn zwei Töne zusammen erklingen, deren Schwingungszahl (deren Wellenlänge) nahezu gleich ist. Es entstehen dann abwechselnd in gleichem Tempo Anschwellungen und Verminderungen der Tonstärke, welche man als Schwebungen bezeichnet und welche um so langsamer aufeinander folgen, je näher die beiden Töne aneinander liegen.

Versuch mit zwei gleichgestimmten Stimmgabeln auf Resonanzkasten, deren eine durch Bekleben von Wachs an jeder Zinke etwas tiefer gestimmt wird, sowie mit zwei gleichgestimmten Orgelpfeifen, deren eine dadurch etwas tiefer gestimmt wird, daß man ihre obere Öffnung durch teilweises Bedecken mit der Hand etwas verkleinert. — Die Erklärung der Schwebungen gibt Fig. 272, in welcher zwei Wellenbewegungen so angenommen sind, daß vier Wellenlängen der einen gleich fünf Wellenlängen der anderen sind. Das graphisch nach Art. **120** gefundene Resultat der Interferenz zeigt uns eine periodische Bewegung, deren Amplitude sich periodisch verkleinert und darauf wieder vergrößert. Wenn beispielsweise 80 Schwingungen des einen Schallerregers auf 84 Schwin-

Fig. 272.



gungen des anderen kommen und die Schwingungen in einem gegebenen Momente mit gleicher Phase zusammenfallen, sich also verstärken, so wird dies nach $^1/_4$ Sekunde abermals der Fall sein; denn nach dieser Zeit hat der erste Schallerreger 20, der zweite 21 Schwingungen gemacht; der Unterschied beider Zahlen gibt aber gerade eine Schwingung, so daß beide Schallerreger, nun abermals in derselben Phase befindlich, sich wieder verstärken. Wenn also in $^1/_4$ Sekunde eine Verstärkung stattfindet, so müssen in einer Sekunde vier Verstärkungen eintreten, allgemein also soviele, als der Unterschied der Schwingungszahlen angibt. — Anwendung der Schwebungen zum genauen Abstimmen zweier Schallerreger.

Je rascher die Schwebungen erfolgen, einen desto unangenehmeren Eindruck machen sie auf das Gehörorgan. (Zum Vergleiche der unangenehme Eindruck, den flackerndes Licht auf das Auge hervorbringt.) Eine solche unangenehme Wirkung bringt auch z. B. der Grundton mit der verstimmten Oktave hervor. Wären die Schwingungszahlen beider z. B. 200 und 420, so sind die harmonischen Obertöne des Grundtons 400, 600, 800, 1000 u. s. w., jene des höheren Tones 840, 1260, 1680 u. s. w. Es erzeugen nun die Töne 400 und 420 in der Sekunde 20, die Töne 800 und 840 in der Sekunde 40 Schwebungen, welche bei reinen Intervallen (200 und 400) natürlich fehlen.

137. Wahrnehmung des Schalles. Das Gehörorgan. Die subjektive Wahrnehmung des Schalles erfolgt durch das Gehörorgan.

Dasselbe besteht (Fig. 273) aus dem äußeren Ohre (Ohrmuschel und Gehörgang *gg*), welches durch die gespannte Membran des Trommelfelles *tf* von dem mittleren Ohre getrennt ist, welches in der Paukenhöhle *ph* die Gehörknöchelchen: Hammer *h*, Amboß *a*, Steigbügel *s* enthält. Da die Paukenhöhle durch die eustachische Röhre (Ohrtrompete *ot*) mit dem Rachen kommuniziert, enthält die erstere Luft. Die vom Trommelfelle übernommenen Schwingungen werden durch die Gehörknöchelchen auf die Membran des ovalen Fensters geleitet, welches die Paukenhöhle vom inneren Ohre (Labyrinth) trennt. Letzteres enthält den Vorhof *vh*, drei halbzirkelförmige Kanäle (Bogengänge *bg*) und die Schnecke. In den beiden letztgenannten Teilen endigt der Gehörnerv, dessen Endfasern in der Schnecke das Cortische Organ bilden. In der Schnecke erfolgt wahrscheinlich die Analyse eines Klanges in seine einzelnen Komponenten. Die im inneren Ohr enthaltene wässerige Flüssigkeit kann zwischen den Membranen des ovalen und runden Fensters *rf* frei ausschwingen.*)

Fig. 273.

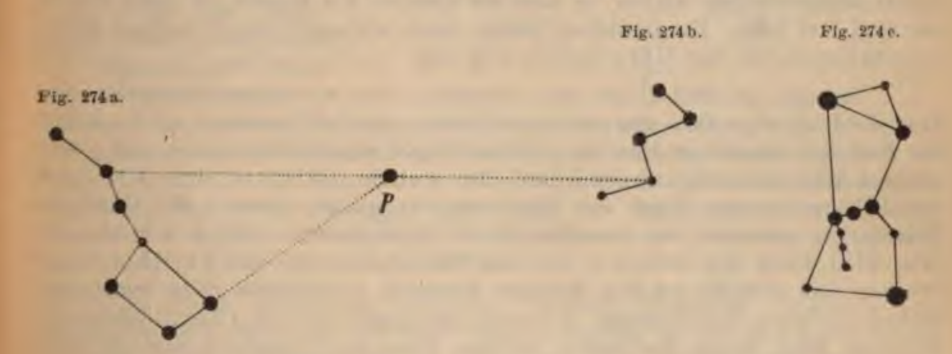


Aufgaben. 1. Wie ist der Ton musikalisch zu bezeichnen, den eine Sirene mit 120 Löchern gibt, wenn sie in 4 Sekunden 29 Touren macht? — **2.** Wie viele Oktaven liegen zwischen den Schwingungszahlen 30 bis 40.000, wie viele zwischen 32 bis 4000?

*) In Fig. 273 sind die Teile des mittleren und inneren Ohres im Vergleiche zum äußeren Ohre der Deutlichkeit halber ungefähr in doppelt so großem Maßstabe dargestellt.

— 3. Welche Schwingungszahlen kommen den Tönen der Dur-Tonleiter von c bis $\bar{c}$ zu? — 4. Die Schwingungszahlen der *A*-Dur-Tonleiter von a bis $\bar{a}$ sind nach reiner Stimmung zu berechnen und mit den in Nr. 3 erlangten zu vergleichen. — 5. Um wie viel unterscheidet sich die Quinte der temperierten Skala von jener der reinen Skala? — 6. Mit welchen Gewichten muß man eine für den Grundton mit 14,4 ***kg*** gespannte Saite belasten, um der Reihe nach die große Terz, Quarte, Quinte, Sexte und Oktave zu erhalten? — 7. Wie verhalten sich die Tonhöhen zweier Saiten von gleicher Dicke und aus gleichem Material, wenn die eine 80 ***cm*** lang und mit 16 ***kg*** gespannt ist, bei der anderen aber die Länge 90 ***cm*** und die Spannung 9 ***kg*** beträgt? — 8. An einem Vibrations-Chronographen macht die Stimmgabel 250 Schwingungen pro Sekunde. Der Anfang und das Ende der Bewegung einer 60 ***cm*** tief frei herabfallenden Kugel sind auf der berußten Unterlage durch elektrische Funken markiert worden und es liegen 87,4 Gabelschwingungen zwischen den beiden Marken. Wie lange dauerte der Fall und wie groß wäre g nach diesem Versuche? — 9. Mit welcher Geschwindigkeit gehen die Zinken einer Normalstimmgabel ($n = 435$) durch die Ruhelage, wenn ihre größte Schwingungsweite 2 ***mm*** beträgt? — 10. Welcher Zugspannung muß eine Stahlsaite von 1 ***m*** Länge ausgesetzt werden, wenn ein 1 ***cm*** langes Stück derselben 0,981 ***g*** wiegt und die Saite den Ton d geben soll? — 11. Welche Spannung erfordert die auf den Ton $\bar{\bar{c}}$ am Klavier abgestimmte Saite, wenn sie 10 ***cm*** lang, 0,6 ***mm*** dick und aus Stahl von $\triangle = 7{,}8$ gefertigt ist? — 12. Wenn eine Saite von 16 ***cm*** Länge 90 ***kg*** Spannung erfordert, um $\bar{\bar{c}}$ zu geben, welche Spannung würde dieselbe Saite brauchen, wenn sie bei 1 ***m*** Länge a geben soll? — 13. Wie lang sind die Wellen, welche den Grundton einer 1 ***m*** langen Lippenpfeife hervorbringen, und wie lang jene der drei ersten Obertöne, wenn die Pfeife *a)* offen, *b)* gedeckt ist? — 14. Jede von vier Proberöhren ist 15 ***cm*** lang; wie hoch müssen drei davon mit Wasser gefüllt werden, damit nun alle vier angeblasen einen Dur-Dreiklang geben? — 15. Wie groß ist die Schwingungszahl eines Tones, dessen Wellenlänge in der Luft 5 ***m*** beträgt? Welchem musikalischen Tone würde dies ungefähr entsprechen? — 16. Wie groß ist die Schwingungsdauer der Luftteilchen bei einer Schallwelle von 3,7 ***m*** Länge? — 17. Welchen Grundton gibt eine 185 ***mm*** lange offene Röhre? — 18. Welches Intervall gibt eine gedeckte Lippenpfeife mit einer offenen, wenn die Längen beider sich wie 5 : 8 verhalten? — 19. In welchem Intervalle stehen die beiden Töne, welche man erhält, wenn eine Pfeife einmal mit Luft, ein zweitesmal mit Leuchtgas angeblasen wird (Dichte des Leuchtgases = 0,49)? — 20. Um die Schwingungsdauer eines Tones zu bestimmen, hat man die Saite eines Monochordes auf den Ton $c = 256$ nach einer Stimmgabel abgestimmt. Wenn man nun diese Saite auf $^{2}/_{5}$ ihrer Länge verkürzen muß, um den zu bestimmenden Ton zu erhalten, wie groß ist die Schwingungszahl dieses Tones, welcher Ton ist es, welche Länge müßte eine offene (eine gedeckte) Luftsäule erhalten, damit sie diesen Ton als Grundton gebe? — 21. Wie lang ist eine beiderseits offene Röhre zu nehmen, damit sie als Grundton den Kammerton gibt? — 22. Wie lang muß bei dem in Fig. 267 dargestellten Versuche die Luftsäule bei Verwendung einer a-Stimmgabel genommen werden? — 23. Um wie viel Schwingungen pro Sekunde erhöht sich der Ton einer offenen Lippenpfeife von 50 ***cm*** Länge, wenn die Temperatur von 0° auf + 20° C. wächst? — 24. Wie erklärt es sich, daß ein Ton uns höher erscheint, wenn wir uns der Tonquelle rasch nähern, dagegen tiefer wird, wenn wir uns von ihr entfernen? (Dopplersches Prinzip.) — 25. Wie groß ist bei einer Interferenzröhre die Differenz der beiden Kanallängen zu nehmen, damit der Ton einer c-Stimmgabel ausgelöscht werde? — 26. Wie groß ist die Schwingungszahl einer Pfeife, wenn ihr Grundton mit dem einer Saite von 90 ***cm*** übereinstimmt und wenn bei einer Verkürzung derselben Saite um 3 ***cm*** ohne Änderung der Spannung 15 Schwebungen erzielt werden? — 27. Welcher Ton gibt mit seiner Sekunde 5 Schwebungen pro Sekunde?

138. Scheinbare tägliche Bewegung des Himmelsgewölbes. Richten wir im Freien unseren Blick aufwärts, so scheint, einer riesigen Kuppel vergleichbar, auf der Erde das Himmelsgewölbe aufzuruhen; in Wahrheit sehen wir in den unendlichen Weltraum hinaus, in welchem wir am Tage außer den nahe der Erde (noch in der Atmosphäre) schwebenden Wolken insbesondere die Sonne, zur Nachtzeit dagegen außer dem zeitweilig sichtbaren Monde eine große Anzahl von Sternen (für das freie Auge einige tausend) von verschiedener Helligkeit (Sterne verschiedener Größenklassen) erblicken. Da wir zunächst keinerlei Maßstab für die Entfernung der genannten Himmelskörper haben, versetzen wir dieselbe unwillkürlich alle in einerlei Entfernung auf die Innenseite einer Kugel, der sogenannten Himmelskugel, von welcher wir jedoch nie mehr als die Hälfte auf einmal überblicken können. Die durch unseren Standpunkt gelegte wagerechte Ebene, welche die sichtbare Hälfte der Himmelskugel von der unsichtbaren scheidet, heißt der Horizont. Eine durch unseren Standpunkt normal zur Ebene des Horizontes gezogene Gerade trifft den sichtbaren Teil der Himmelskugel in einem gerade über unseren Scheitel gelegenen Punkte, welchen wir Zenith nennen, den unsichtbaren Teil im diametral gegenüber liegenden Nadir.



Die menschliche Phantasie hat die Sterne gruppenweise in Sternbildern zusammengefaßt, wie z. B. den Großen Bären oder Himmelswagen (Fig. 274 a), die Cassiopeia (Fig. 274 b), den Orion (Fig. 274 c) u. a. (Sternkarten, insbesondere drehbare Sternkarten.) In der zweiten Hälfte September findet man um 8 Uhr Abends die Cassiopeia, wenn man gegen Südost blickt, den Großen Bären, wenn man sich gegen Nordwesten wendet.

Beobachten wir die Sterne eines Sternbildes im Laufe einiger Abendstunden, so finden wir, daß sie ihre gegenseitige Lage bewahren, weshalb sie als Fixsterne bezeichnet werden; es verschiebt sich aber das ganze Sternbild am Himmel.

Um die oben angegebene Jahreszeit findet man z. B. um 10 Uhr Abends den Großen Bären bereits ziemlich tief gegen den nördlichen Rand des Horizontes gesunken, die Cassiopeia ziemlich hoch gegen den Zenith gestiegen.

Mit Hilfe passender Instrumente (am einfachsten mit einem in beliebiger Stellung fixierbaren Sehrohre) kann man feststellen, was auch schon die oberflächliche Beobachtung mit freiem Auge lehrt, daß ein bestimmter, hellglänzender Stern, der ungefähr in der Mitte zwischen den Sternbildern des Großen Bären und der Cassiopeia steht (*P* in Fig. **274** a, b), im Laufe der ganzen Nacht seine Stellung am Himmel nicht ändert; mit einem entsprechend eingerichteten astronomischen Fernrohre wird man auch während des Tages diesen Stern beständig an derselben Stelle des Himmels finden. Alle anderen Sterne beschreiben dagegen im Laufe eines ganzen Tages (Tag und Nacht) kreisförmige Bahnen am Himmel (Nachweis mit einem Sehrohre, das um eine in die Richtung nach dem früher bezeichneten, festbleibenden Sterne gebrachte Achse drehbar und gegen dieselbe beliebig neigbar ist), und bringen so in ihrer Gesamtheit den Eindruck hervor, als ob die Himmelskugel, an welcher uns die Sternbilder gleichsam wie angeheftet erscheinen, im Laufe eines Tages eine volle Umdrehung machen würde; die Achse dieser Drehung geht ungefähr von dem mehrerwähnten Sterne — dem Polarsterne*) — durch unseren Standpunkt. Wir nennen sie die Weltachse; sie trifft die Himmelskugel in den beiden Himmelspolen, von denen der uns sichtbare, nahe dem Polarsterne gelegene der Nordpol, der andere der Südpol heißt. Alle Sterne bewegen sich um die Weltachse in zueinander parallelen und auf der Weltachse normalen Kreisen (Parallelkreise). Die uns so erscheinende Bewegung bezeichnen wir als scheinbare tägliche Bewegung des Sternenhimmels (Nachahmung derselben am Himmelsglobus).

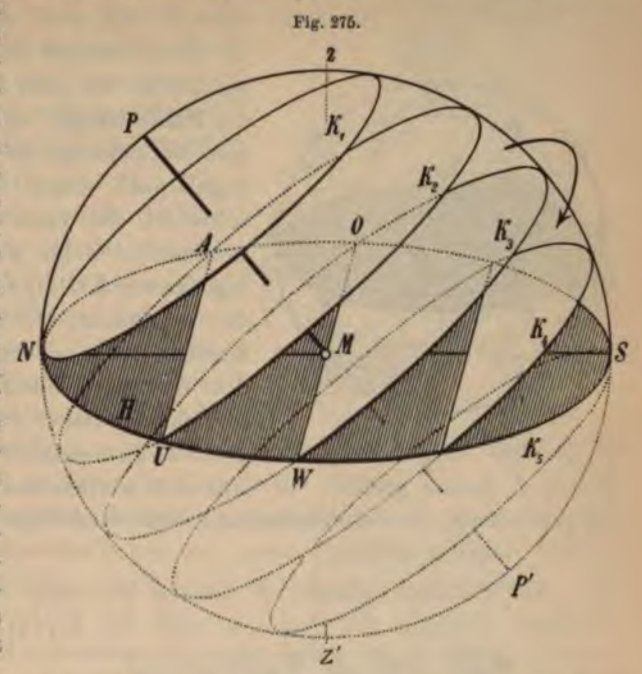
Die Zeitdauer einer vollen Umdrehung der Himmelskugel ist — soweit unsere Beobachtungen reichen — stets die gleiche; wir nennen sie einen Sterntag (vgl. Art. **140**). Die Drehung erfolgt, wenn wir gegen den Polarstern sehen, entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung.

Von nun ab wollen wir uns vorstellen, daß wir unsere Beobachtungen vom Erdmittelpunkte aus machen könnten; dies ist gestattet, da die Größe der Erdkugel gegenüber jener der Himmelskugel verschwindend klein ist. Wir ersetzen dabei den scheinbaren durch den wahren Horizont, d. i. durch eine parallel zum ersteren durch den Erdmittelpunkt gelegte Ebene. Mit Hilfe des Polarsternes gewinnen wir zunächst die Weltgegenden. Legen wir nämlich (Fig. 275) durch den Zenith z und den Himmels-Nordpol eine Vertikalebene (warum steht dieselbe auf dem Horizont normal?), so schneidet diese sogenannte Meridianebene den Horizont H in der Mittagslinie NS (Meridianlinie). Derjenige ihrer beiden Endpunkte, welcher näher an P liegt — also N, weil $\widehat{NP}$ kleiner ist als $\widehat{SP}$ — heißt der Nordpunkt, S der Südpunkt. Legen wir durch unseren Standpunkt M im Horizonte eine Normale OW auf NS, so liefert uns dieselbe den Ostpunkt O und den Westpunkt W des Horizontes. Für unsere Gegend liegt der Polarstern etwa 50^0 über dem Horizonte (für Berlin $52^1/_2{}^0$); ist nämlich der Kreisbogen Nz in 90^0 geteilt, so entfallen 50^0 hiervon auf die Polhöhe NP. Aus Fig. **275** wird uns dann klar, daß alle Sterne, welche in der durch den Parallelkreis K_1 abgegrenzten Polkappe liegen, für unseren Standpunkt immer über dem Horizonte sichtbar sind; sie heißen Zirkumpolar-

*) Den Polarstern findet man, wenn man (Fig. 274 a) die beiden rückwärtigen Sterne des Großen Himmelswagens geradlinig verbindet und ihre Distanz auf der Verlängerung dieser Geraden fünfmal nach der Seite, an welcher die Deichsel angeheftet ist, aufträgt. Der Polarstern kann wohl für unsere Zwecke als Nordpol des Himmels gelten, in Wahrheit liegt letzterer jedoch in einer kleinen Entfernung ($1^1/_2{}^0$ oder etwa 3 Vollmondbreiten) vom Polarsterne.

sterne.*) Dagegen ist von allen zwischen K_1 und K_5 gelegenen Sternen nicht die ganze Kreisbahn, sondern nur der über dem Horizonte liegende Tagbogen sichtbar, während der unterhalb liegende Nachtbogen unsichtbar bleibt. Diese Sterne gehen daher täglich an einem Punkte (A) des Ostrandes des Horizontes (d. i. des Halbkreises NOS) auf und an einem Punkte (U) des Westrandes des Horizontes (d. i. des Halbkreises SWN) unter.**) (Warum ist dabei $AU \perp NS$?) Für einen auf K_2 liegenden Stern ist der Tagbogen größer als der Nachtbogen, für einen auf K_4 liegenden ist das Umgekehrte der Fall. Für Sterne, welche auf demjenigen Parallelkreise K_3 liegen, dessen Ebene durch unseren Standpunkt M normal zur Weltachse steht, ist der Tagbogen gleich dem Nachtbogen. Dieser (größte) Kreis der Himmelskugel heißt der Himmelsäquator.

Fig. 275.



Gestirne, die auf dem Himmelsäquator liegen, bewegen sich auch in demselben und gehen genau im Ostpunkte auf, im Westpunkte unter. Endlich bleiben die Sterne, welche in der um den Südpol des Himmels herum gelegenen, vom Kreise K_5 begrenzten Polkappe liegen, für uns immer unsichtbar.***) Die Drehung des Fixsternhimmels erfolgt über den sichtbaren Teil des Himmelsgewölbes von Ost nach West.

Alle Sterne passieren bei ihrer täglichen Bewegung zweimal den Meridian; man sagt auch: sie kulminieren zweimal (obere und untere Kulmination). Bei Zirkumpolarsternen können wir beide Kulminationen beobachten, bei auf- und untergehenden Sternen nur die obere.

Die Entfernung des Aufgangspunktes eines Gestirnes vom Ostpunkte (also der Bogen AO) wird als Morgenweite, die Entfernung des Untergangspunktes von dem Westpunkte (UW) als Abendweite bezeichnet. Beide sind für ein und dasselbe Gestirn gleich und werden nördlich oder positiv genannt, wenn Aufgangs- und Untergangspunkt (A und U) näher gegen den Nordpunkt als gegen den Südpunkt des Horizontes liegen; anderenfalls gelten sie als südlich oder negativ. Die sich im Äquator bewegenden Gestirne haben die Morgen- und Abendweite Null.

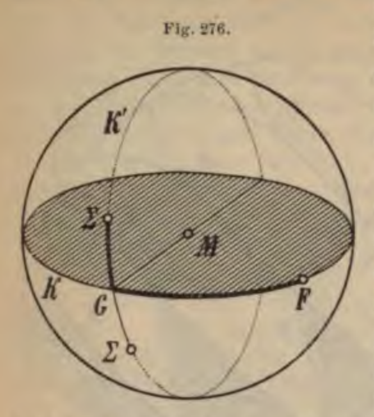
*) Zur Gruppe unserer Zirkumpolarsterne gehören unter anderem der Große Himmelswagen und die Cassiopeia.

**) Zur Gruppe unserer auf- und untergehenden Sterne gehört unter anderem das Sternbild des Orion.

***) Zu diesen für uns nie sichtbar werdenden Sternen gehört unter anderem das schönste Sternbild des Himmels, das südliche Kreuz.

139. Bestimmung der Lage eines Gestirnes (Koordinaten des Horizontes und des Äquators). Um die Lage eines Sternes oder eines sonstigen Punktes der Himmelskugel vollständig bestimmt angeben zu können, nehmen wir einen Hauptkreis K (Fig. 276) der Himmelskugel und auf ihm einen Punkt F als fest an. Ist dann Σ der zu fixierende Punkt der Himmelskugel, so legen wir durch Σ und M eine Normalebene zu K, welche die Himmelskugel nach einem zweiten Hauptkreise K' schneidet. Die Lage von Σ ist dann eindeutig festgestellt, wenn wir den Bogen FG, die sogenannte Abszisse, und den Bogen $G\Sigma$, die sogenannte Ordinate des Punktes Σ kennen; Abszisse und Ordinate werden als die beiden Koordinaten des Punktes Σ bezeichnet. Dabei werden die Abszissen von 0° bis 360° in der Peripherie des Fundamentalkreises K vom Ausgangspunkte F herum gezählt; die Ordinaten werden von 0° bis 90° gezählt und müssen, damit die Ortsbestimmung eine eindeutige werde, mit einem Vorzeichen versehen werden.

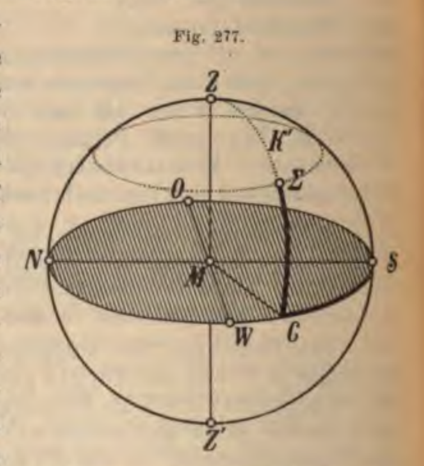
Fig. 276.



Als Fundamentalkreis K können wir nach dem im vorigen Artikel Gelernten vorläufig den Horizont oder den Äquator wählen.

1. Wählt man als Fundamentalkreis den Horizont, so heißt die Abszisse das Azimuth; die Ordinate wird als Höhe bezeichnet. Den Ausgangspunkt für die in der Richtung Süd-West-Nord-Ost-Süd von 0° bis 360° erfolgende Azimuthzählung bildet der Südpunkt S des Horizontes (Fig. 277). Die zur Gewinnung der Ordinaten auf den Horizont normal errichteten, durch Zenith Z und Nadir Z' gehenden Hauptkreise (K' nach Fig. 276) heißen Höhen- oder Vertikalkreise. Derjenige Höhenkreis, welcher normal steht auf dem Meridian (also das Azimuth 90°, beziehungsweise 270° hat, somit durch Zenith, Ostpunkt und Westpunkt geht), heißt der erste Vertikal. Die Höhe der uns sichtbaren (über dem Horizonte befindlichen) Gestirne soll als positiv, jene der unsichtbaren als negativ gelten.

Fig. 277.

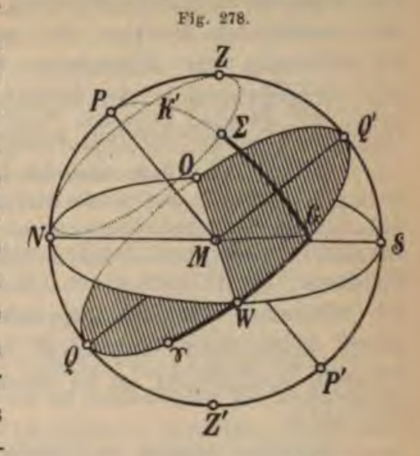


Die Höhe des Nordpoles P, d. i. der Bogen NP (Fig. 278) führt speziell den Namen Polhöhe (vgl. Art. **141**); das Azimuth des Nordpols ist 180°. Als Äquatorhöhe ist der Bogen SQ' zu bezeichnen. Polhöhe und Äquatorhöhe sind komplementär. — Der

Bogenabstand eines Gestirnes vom Zenithe — die **Zenithdistanz** ΣZ (Fig. 277) ist mit der **Höhe komplementär**. Welches Azimuth haben die Punkte S, W, N, O?

2. Wählt man als **Fundamentalkreis** den **Äquator**, so heißt die Abszisse die **Rektaszension** (**gerade Aufsteigung**), die Ordinate die **Deklination**. Der Ausgangspunkt für die entgegengesetzt der scheinbaren täglichen Bewegung der Himmelskugel (Fig. 275) erfolgende Zählung der Rektaszension bildet der **Frühlingspunkt**, d. i. jener Punkt des Äquators, in welchem die Sonne am Frühlingsanfang (21. März) sich befindet (γ in Fig. 278) (Art. **145**). Die zur Gewinnung der Ordinaten auf den Äquator normal errichteten, durch die Weltpole PP' gehenden Hauptkreise (K' in Fig. 276) heißen **Deklinations-** oder **Stundenkreise**. Die Deklination gilt als positiv, wenn sie nördlich ist (also für Gestirne der nördlichen Himmelshalbkugel), als negativ, wenn sie südlich ist. Sterne von gleicher Deklination liegen auf einem **Parallelkreise**.

Fig. 278.



Für Punkte des Äquators ist die Deklination $\delta = 0°$, für den Nordpol ist $\delta = +90°$, für den Südpol $\delta = -90°$.

Das **System der Horizontkoordinaten** besitzt den Nachteil, daß sich Höhe und Azimuth infolge der Drehung der Himmelskugel beständig ändern. Hingegen bleiben Deklination und Rektaszension, also die Bestimmungselemente des **Systemes der Äquatorkoordinaten**, ungeachtet der Drehung dieselben (vgl. Art. **155**).

140. Sternzeit und Stundenwinkel. Die Zeit, welche zwischen je zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen eines und desselben Fixsternes vergeht, wird ein **Sterntag** genannt; er wird in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden geteilt.

Auf den **Sternwarten** benötigt man Uhren, welche nach **Sternzeit** gehen, d. h. deren Minutenzeiger im Laufe eines Sterntages 24 volle Umläufe macht. Man könnte diese Sternzeit von der oberen Kulmination eines **beliebigen** Fixsternes zu zählen beginnen. Nach Ablauf von 24 Stunden Sternzeit würde dieser Fixstern abermals seine obere Kulmination ausführen. Die Astronomie hat jedoch als Beginn des Sterntages — als „**Null Uhr Sternzeit**" — die obere Kulmination des auf dem Himmelsäquator liegenden Frühlingspunktes (vgl. Art. **145**) festgestellt. Die Rektaszension eines Sternes wird entweder in Winkelgraden (Winkelminuten, Winkelsekunden) oder häufiger in Stunden (Zeitminuten, Zeitsekunden) ausgedrückt.*)

*) Da nämlich im Verlaufe eines Sterntages sämtliche 360° des Äquators durch den Meridian gehen (und zwar jeder einzelne Grad in derselben Zeit von je $^1/_{15}$ Stunde oder von je 4 Zeitminuten), so wird eine Anzahl von ω Graden gleich ($^1/_{15}\,\omega$) Stunden sein müssen. Um also Winkelgrade in (Stern-) Stunden zu verwandeln, dividiere man die Anzahl der ersteren durch 15. Umgekehrt werden daher (Stern-) Stunden in Winkelgrade verwandelt, indem man ihre Anzahl mit 15 multipliziert.

Die im Zeitmaße ausgedrückte Rektaszension eines Punktes der Himmelskugel gibt uns an, um wie viel Uhr der Sternzeit der betreffende Punkt seine obere Kulmination ausführt.

Als Stundenwinkel eines Punktes der Himmelskugel versteht man den sphärischen Winkel zwischen dem Meridian und dem Deklinationskreise des betreffenden Punktes. Er wird vom Meridian aus von 0°—360° in der Richtung der scheinbaren täglichen Bewegung des Sternenhimmels (also entgegengesetzt der Rektaszension) gezählt und zumeist in Stunden (Zeitminuten, Zeitsekunden) ausgedrückt.

In Fig. 278 würde also der Bogen $Q'G$ den Stundenwinkel des Sternes Σ abmessen. Der im Zeitmaße ausgedrückte Stundenwinkel eines Punktes der Himmelskugel sagt aus, wie viel Stunden (Minuten, Sekunden) Sternzeit seit der letzten oberen Kulmination des betreffenden Punktes bereits verflossen sind.

Zwischen der Rektaszension und dem Stundenwinkel herrscht nach diesen Erklärungen eine leicht nachweisbare Beziehung. Sind beide im Zeitmaße ausgedrückt, so ist immer Rektaszension + Stundenwinkel = Sternzeit.

Kulminiert nämlich der Frühlingspunkt, so zählen wir „Null Uhr Sternzeit". Ein Stern, der die Rektaszension von a Stunden besitzt, kulminiert um „a Uhr Sternzeit". Hat nun dieser Stern noch einen Stundenwinkel von t Stunden erlangt, so sind weitere t Stunden vergangen; die Uhr zeigt dann eine Sternzeit s von $(a + t)$ Stunden.

141. Die Hauptinstrumente der Astronomie. Ihre Benützung zur Bestimmung der Lage eines Gestirnes sowie zur Bestimmung des Meridians und der Polhöhe. Außer den Uhren können als Hauptinstrumente des Astronomen gelten: der Theodolit, das Äquatorial und der Meridiankreis (Passageninstrument).

Der Theodolit besteht im wesentlichen aus zwei geteilten Kreisen, von denen der eine vertikal, der zweite horizontal liegt. Der erstere ist samt einem damit starr verbundenen Fadenkreuzfernrohr um eine horizontale Achse drehbar; das den Vertikalkreis tragende Gestelle ist um eine vertikale Achse drehbar. Die Größe jeder der beiden Drehungen läßt sich an den geteilten Kreisen, deren Teilung durch Nonien (vgl. Art. 3) gleichsam verfeinert erscheint, ablesen. Ist der Horizontalkreis parallel zum Horizonte gestellt, so vermag man mit dem Instrumente Höhe (am Vertikalkreise) und Azimuth (am Horizontalkreise) zu bestimmen.

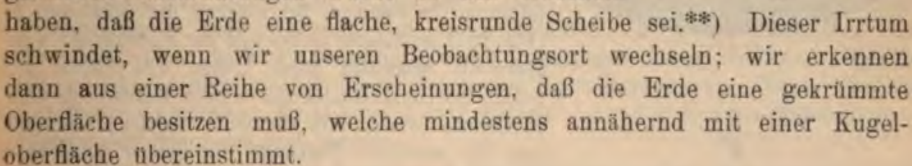
Das Äquatorial gleicht im Prinzipe einem in großem Maßstabe ausgeführten Theodoliten, bei welchem der (frühere) Horizontalkreis in die Ebene des Himmelsäquators, die auf ihm normale Umdrehungsachse daher in die Richtung der Weltachse gebracht wird. Der so erhaltene Kreis heißt Äquatorialkreis; aus dem früheren Vertikalkreis des Theodoliten wird der Deklinationskreis des Äquatorials. Mit einem derartig „parallaktisch aufgestellten" Instrumente würden sich die Äquatorkoordinaten ebenso bestimmen lassen, wie früher die Horizontkoordinaten mit dem Theodoliten. Es dient jedoch weniger diesem Zwecke, als es vielmehr das eigentliche Beobachtungsinstrument des Astronomen ist. Die Teilkreise des Instrumentes dienen dann zum Einstellen auf einen Stern, dessen Deklination und Rektaszension aus einem Sternkataloge (vgl. Art. 155) ent-

nommen wird. Aus der Rektaszension und der an einer Uhr ablesbaren Sternzeit findet man den Stundenwinkel, stellt denselben auf dem Äquatorialkreise, die Deklination auf dem Deklinationskreise ein und findet nun den Stern in der Gesichtsfeldmitte. Da jedes größere Äquatorial mit einem Uhrwerk versehen ist, welches das Rohr in 24 (Stern-) Stunden im Sinne der täglichen Bewegung um die Weltachse dreht, so bleibt ein anvisiertes Objekt des Himmels unverändert im Gesichtsfelde des Fernrohres stehen. (Wichtigkeit für photographische Aufnahmen astronomischer Objekte. — Astrophotographie.) Das größte derartige Fernrohr (Durchmesser des Objektives 40 englische Zoll) besitzt gegenwärtig die Yerkes-Sternwarte der Universität von Chicago, das größte Äquatorial Europas (31,1 englische Zoll) das astrophysikalische Observatorium in Potsdam.*) Das große Äquatorial der Wiener Sternwarte (27 englische Zoll) wird gegenwärtig von 9 Instrumenten an Größe übertroffen.

Der Meridiankreis ist ebenfalls eine große Ausführung eines Theodoliten, der aber nur einen Vertikalkreis besitzt, welcher unverrückbar in die Meridianebene eingestellt ist, so daß man durch das Fernrohr desselben die Gestirne nur im Momente ihrer Kulmination erblicken kann. Er gestattet, sehr genau die Deklination und Rektaszension eines Gestirnes zu bestimmen. Mißt man nämlich die Höhe desselben im Meridian, so ist dieselbe die algebraische Summe aus Deklination und Äquatorhöhe, woraus die erstere gefunden werden kann. Der an der Uhr konstatierbare Zeitunterschied der Kulmination eines Sternes Σ und derjenigen eines anderen Sternes Σ' von bekannter Rektaszension ist auch der Rektaszensionsunterschied beider Gestirne, wonach die Rektaszension von Σ bekannt ist.

Mit dem Theodoliten läßt sich die Meridianebene ermitteln, indem man das Fernrohr auf einen Stern vor seiner Kulmination einstellt und den Stand der Vertikalkreisebene auf dem Horizontalkreise abliest. Dann dreht man unter Beibehaltung des Höhenwinkels des Fernrohres das letztere mit dem Vertikalkreise nach Westen und wartet ab, bis der Stern nach seiner oberen Kulmination wieder in derselben Höhe erscheint. Die Symmetrale des am Horizontalkreise dabei beschriebenen Winkels ist die Mittagslinie (Methode der korrespondierenden Höhen; vgl. Art. **145**); drehen wir daher den Vertikalkreis um die Hälfte dieses Winkels zurück, so ist der Vertikalkreis im Meridian. Mißt man mit dem so eingestellten Instrumente (weit genauer natürlich mit dem Meridiankreis) die Höhe eines Zirkumpolarsternes bei seinen beiden Kulminationen C_1 und C_2 (Fig. 279), so gibt das arithmetische Mittel der beiden die Polhöhe an; denn es ist $\widehat{NP} = \widehat{NC_1} - \widehat{C_1P}$, $\widehat{NP} = \widehat{NC_2} + \widehat{C_2P}$, woraus durch Addition unter Berücksichtigung von $\widehat{C_1P} = \widehat{C_2P}$ folgt $\widehat{NP} = \frac{NC_1 + NC_2}{2}$.

Fig. 279.



142. Gestalt und Größe der Erde.

Nach den bisher immer von unserem Wohnorte aus angestellten Beobachtungen würde es den Anschein haben, daß die Erde eine flache, kreisrunde Scheibe sei.**) Dieser Irrtum schwindet, wenn wir unseren Beobachtungsort wechseln; wir erkennen dann aus einer Reihe von Erscheinungen, daß die Erde eine gekrümmte Oberfläche besitzen muß, welche mindestens annähernd mit einer Kugeloberfläche übereinstimmt.

*) 1 engl. Zoll = 2,54 *cm*.

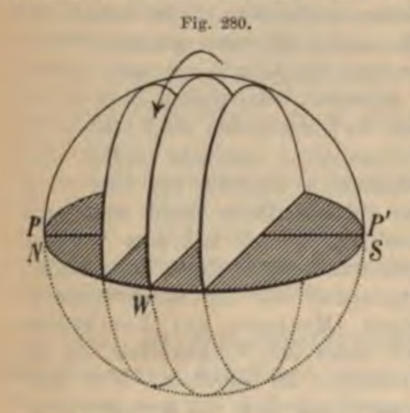
**) So sollte nach den Vorstellungen der Griechen der ältesten Zeit die Erde eine platte, kreisförmige Scheibe sein, welche rings vom Okeanos umflossen und vom Himmelsgewölbe überdeckt sei, dessen Last der Titane Atlas zu tragen hätte.

Derartige Erscheinungen sind unter anderem: Auf dem Meere und sogar auf ausgedehnteren Binnenseen erblickt man von Gegenden (Schiffen), an die man sich annähert, anfänglich immer die oberen und erst nach und nach die unteren Teile. Beim Besteigen von Bergen (bei Erhebung im Luftballon) wächst die Aussichtsweite und Aussichtsfläche; beständig jedoch behält dabei der scheinbare Horizont eine kreisförmige Begrenzung. Auch die Möglichkeit von Erdumseglungen, die kreisbogenförmige Gestalt des bei partiellen Mondesfinsternissen sichtbar werdenden Erdschattens, endlich der Analogieschluß, daß andere Himmelskörper (z. B. Sonne, Mond) uns als runde (kugelförmige) Körper erscheinen, können mindestens teilweise die aufgestellte Behauptung bekräftigen.

Einen wissenschaftlich unumstößlichen Beweis dafür, daß die Erde annähernd eine Kugel sei, bietet die Betrachtung des gestirnten Himmels selbst.

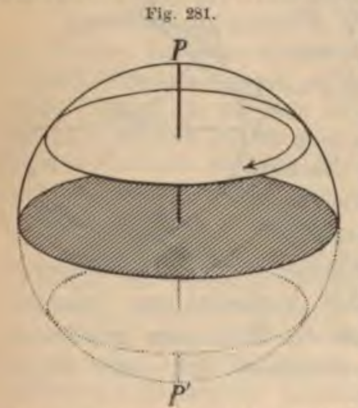
Reisen wir längs der Mittagslinie unseres früheren Beobachtungsortes nach Süden, so bemerken wir, daß der Polarstern tiefer gegen den Horizont sinkt. Die Parallelkreisbahnen der Gestirne fallen unter größerem Neigungswinkel gegen den Horizont ein; die Anzahl der Zirkumpolarsterne vermindert sich. Dabei nimmt die Polhöhe immer um eine konstante Anzahl von Winkelgraden ab, wenn wir gleich lange Wege gegen Süden zurücklegen.

Fig. 280.



Wir kommen dabei endlich an eine Stelle, wo die Polhöhe Null ist und die Bahnen der Gestirne normal auf der Ebene des Horizontes stehen (Fig. 280). Alle Sterne mit Ausnahme der Polarsterne PP'*) sind daselbst zu auf- und untergehenden geworden und für alle ist der Tagbogen gleich dem Nachtbogen. Im Laufe eines Sterntages hat hier das Auge Gelegenheit, den ganzen Sternenhimmel zu überblicken. Bei noch weiterem Vorrücken in südlicher Richtung sinkt der Nordpol P unter den Horizont, wogegen der Südpol P' immer höher aufsteigt. Die vorhin gegen Norden einfallenden Sternbahnen (Fig. 275) würden nun gegen Süden zu einfallen.

Fig. 281.



Reisen wir umgekehrt von unserem Wohnsitze längs der Mittagslinie gegen Norden, so steigt der Nordpol immer höher gegen den Zenith auf, die Parallelkreisbahnen der Sterne nähern sich immer mehr einer zum Horizonte parallelen Lage; die Kalotte der Zirkumpolarsterne wächst. Dabei müßten wir schließlich an einen Ort kommen, für welchen der Polarstern P (Fig. 281) im Zenithe stehen und der Äquator mit dem Horizonte zusammen fallen müßte. Alle Sterne der nördlichen Himmelshalbkugel würden zirkumpolar sich in Kreisen parallel zum Horizonte bewegen, wogegen jene der südlichen Halbkugel für immer unsichtbar bleiben müßten. Die im Art. 138 besprochene Gewinnung der Weltgegenden wäre daselbst geschwunden.

*) Ein Südpolarstern P' existiert allerdings insofern nicht, als daselbst kein größerer (hellerer) Stern steht; überhaupt ist die Himmelsgegend um P' sehr sternenarm.

Dieselben Wahrnehmungen würden wir machen, wenn wir uns nach einem östlich oder westlich von unserem Wohnsitze gelegenen Orte begeben und längs dessen Mittagslinie nach Süden, beziehungsweise nach Norden reisen würden. Auf diese Weise gelangen wir zu der Überzeugung, daß unsere Erde ein allseitig geschlossener Körper sein muß, dessen lückenlos zusammenhängende Oberfläche in der Nord-Südrichtung eine völlig gleichmäßige Krümmung besitzt. Zugleich erkennen wir, daß die Horizontkoordinaten sich nicht bloß mit der Zeit (vgl. Art. **139**), sondern auch mit dem Orte ändern, während die Äquatorkoordinaten der Gestirne für alle Orte dieselben bleiben.

Wenn wir ferner von unserem Wohnsitze nach Westen vorrücken, beobachten wir, daß alle Aufgänge — und natürlich ebenso alle Untergänge — eines bestimmten Gestirnes sich verspäten, während sie bei Vorrückung nach Osten sich verfrühen. Da auch diese Veränderungen der Zeit des Aufganges sowie des Unterganges genau proportional bleiben der Größe der Vorrückung, erkennen wir, daß die Erde auch in der Ost-Westrichtung eine völlig gleichmäßige Krümmung besitzt. Da nun beide Eigenschaften nur für die Kugelfläche zutreffen, gelangen wir zu dem Satze:

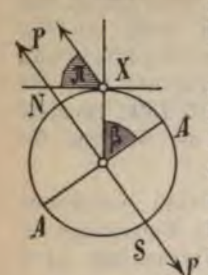
Die Erde ist eine zur Himmelskugel konzentrische und in dem Hohlraume der letzteren frei schwebende Kugel.

Nachdem auf diese Weise die Kugelgestalt der Erde sichergestellt ist, läßt sich die Lage eines Ortes auf der Erde nach der im Art. **139** angegebenen allgemeinen Methode durch Koordinaten feststellen. Die beiden Punkte der Erde, von welchen aus gesehen die scheinbare tägliche Bewegung des Himmels in der in Fig. 281 angedeuteten Weise erfolgen würde, mögen Erdpole, ihre geradlinige Verbindung Erdachse heißen; letztere fällt offenbar mit der Weltachse in eine und dieselbe Gerade. Die zur Erdachse normale Hauptkreisebene der Himmelskugel schneidet die Erde in dem Erdäquator, von dessen Punkten aus die Bewegung des gestirnten Himmels sich so vollziehen müßte, wie Fig. 280 andeutet; diese Ebene müßte offenbar mit der Ebene des Himmelsäquators zusammenfallen. Sie möge im Sinne des Art. **139** als Fundamentalkreisebene angenommen werden. Die Abszisse eines Erdortes heißt dann geographische Länge, die Ordinate führt den Namen der geographischen Breite. Die zur Gewinnung der Ordinaten auf die Äquatorebene normal errichteten, durch die Erdpole gehenden Hauptkreise (K' in Fig. 276) heißen Meridian- oder Mittagskreise. Den Ausgangspunkt der im Sinne der Rektaszensionszählung von 0^0—360^0 erfolgenden Abszissenzählung bildet ein bestimmter, willkürlich gewählter Anfangsmeridian, und zwar jener der englischen Nationalsternwarte von „Greenwich“, unweit von London, östlich; die älteren (von „Ferro“, 20^0 westlich von Paris angenommen, und von Paris) stehen kaum mehr in Gebrauch. Statt die Längenzählung von 0^0—360^0 durchzuführen, kann sie auch vom Anfangsmeridian in beiden Richtungen von 0^0—180^0 als „östliche“, beziehungsweise „westliche“ Länge erfolgen. Punkte von gleicher geographischer Breite liegen auf Parallelkreisen. Dieses System der geographischen Erdkoordinaten stimmt also mit dem Äquatorkoordinatensystem der Himmelskugel überein.

Die Polhöhe eines Ortes auf der Erde ist seiner geographischen Breite gleich. In Fig. 282 stellt NS die Erdachse, PP die dagegen unendlich lange Weltachse, AA den Erdäquator vor. Für den Beobachtungsort X ist dann $\sphericalangle \beta$ die geographische Breite und $\sphericalangle \pi$ die Polhöhe; beide sind als „Normalen-

winkel" einander gleich. Um also die geographische Breite eines Ortes zu bestimmen, mißt man seine Polhöhe (vgl. Art. **141**).

Fig. 282.



Die Bestimmung der geographischen Länge erfolgt auf Grund der durch Beobachtung der Bewegung des gestirnten Himmels ermittelbaren Differenz der Ortszeit.

Reist man mit einem Chronometer gegen Osten, so geht man der scheinbaren täglichen Bewegung des Sternenhimmels gleichsam entgegen. Könnte man dabei täglich um 15 Längengrade nach Osten vordringen, so müßte die Zeitdauer zwischen zwei oberen Kulminationen eines und desselben Sternes um eine Stunde abgekürzt erscheinen, bei einer Vorrückung um einen Längengrad daher um $^1/_{15}$ Stunde = 4 Minuten. Wie müßte sich dies bei einer Reise nach Westen gestalten? Finden wir, daß die Zeit eines Ortes B um t Minuten gegen die Zeit des Ausgangsortes A voraus (zurück) ist, so liegt der Ort B um $\frac{t}{4}$ Längengrade östlich (westlich) von A.

Nur Orte desselben Meridians haben dieselbe Ortszeit. Mit Rücksicht auf den Eisenbahnverkehr hat man in der letzten Zeit die sogenannte Zonenzeit eingeführt. Hiernach haben die Bahnuhren aller Orte innerhalb einer Zone (eigentlich innerhalb eines sphärischen Zweieckes) zwischen zwei um 15 Längengrade abstehenden Meridianen nach der Ortszeit des mittleren Meridians gerichtet zu sein. Österreich-Ungarn, Deutschland und die Schweiz (Mitteleuropa) befinden sich in der zweiten Zone, für welche der 15. Grad östlicher Länge von Greenwich) die Zeit normiert (daher mitteleuropäische Zeit). Dieser Meridian geht durch Görlitz (Preuß. Schlesien), Gmünd (Niederösterreich) u. s. w. Da also Wien um rund 1° 20', d. i. $1^1/_3{}^0$ östlicher liegt, ist die Ortszeit von Wien um $1^1/_3 \times 4$ Minuten = 5 min. 20 sek. gegen die mitteleuropäische Zeit voraus. Nachdem dies auf sechs Minuten abgerundet wurde, sind die Uhren der Wiener Bahnhöfe gegen die Ortszeit von Wien um 6 Minuten zurück, in Bregenz der dortigen Ortszeit um 20 Minuten voraus, in Budapest gegen die Ortszeit um 17 Minuten zurück. —

Nachdem die Gestalt der Erde erkannt ist, kann auch die Frage nach ihrer Größe behandelt werden. Dieselbe ließ sich durch Erdmessungen feststellen.

Liegen zwei Orte A und B auf einem und demselben Meridiane und mißt man den zwischen ihnen gelegenen Meridianbogen a geodätisch aus, bestimmt ferner den Breitenunterschied $(\beta_A - \beta_B)$, welcher gleich ist dem astronomisch feststellbaren Polhöhenunterschiede $(\pi_A - \pi_B) = \gamma$,*) so läßt sich aus der Proportion $2r\pi : \widehat{a} = 360 : \gamma$ die Größe des Erdhalbmessers berechnen. Die Messung des Bogens $\widehat{a}$ erfolgt dabei nach der vom Holländer Snellius**) angegebenen Methode der Triangulierung. Von einem Ende A des zu messenden Bogens aus wird zuerst eine Standlinie (Basis) AC durch direkte Aneinanderlegung von Metallmaßstäben gemessen. Von C und A aus wird nach einem passenden weiteren Punkte D visiert und die Linie CD trigonometrisch berechnet, von C und D nach einem neuen Punkte E visiert und so ein Dreieck CDE angegliedert. Durch

*) Falls die Orte A und B auf verschiedenen Seiten des Äquators liegen, würde, da für den auf der südlichen Halbkugel liegenden Punkt B die Größe β_B negativ ist, der Breitenunterschied $\beta_A + \beta_B$ sein.

) Willebrord **Snellius (Snell), (geb. 1591 zu Leiden, gest. 1626 ebendaselbst), wirkte als Professor der Mathematik in seiner Vaterstadt. Seine wichtigste Entdeckung ist jene des Brechungsgesetzes (Art. 227); die Triangulierungsmethode wandte er bei der Gradmessung zwischen Alkmar und Bergen op Zoom (Niederlande) an (1617).

weitere Fortsetzung dieses Verfahrens wird eine Kette von Dreiecken gewonnen, deren letztes den zweiten Endpunkt B des zu messenden Bogens als Spitze erhält. Auf dem Wege der Rechnung findet man nun aus der einzigen Basis- (Längen-) Messung und den Winkelmessungen die Länge des Bogens AB. Bei den älteren derartigen Messungen wählte man den Bogen $\frown{a}$ gleich einem Grade, weshalb man diese Operation noch jetzt Gradmessung nennt.

An demselben Meridiane in verschiedenen Breiten vorgenommene Gradmessungen ergaben, daß nahe an den Polen der Meridiangrad größer ist als in der Nähe des Äquators. Das Ergebnis dieser Gradmessungen, die übrigens heutzutage beständig fortgesetzt werden (internationale Erdmessung mit dem Zentralbureau in Berlin), führte zu dem vorläufigen Ergebnisse, daß die Erde mit großer Annäherung ein abgeplattetes Rotationsellipsoid ist, dessen kleine Achse $2b$ der Distanz der Pole und dessen große Achse $2a$ dem Äquatordurchmesser gleichkommt. Der echte Bruch $\alpha = \frac{a-b}{a}$ ist das Maß der Abplattung. Aus $a = 6378{,}3\ km$ und $b = 6356{,}5\ km$ (Clarke 1880) ergibt sich $\alpha = {}^1/_{293}$, also rund ${}^1/_{300}$. Der Radius einer Kugel von gleichem Volumen würde $6370\ km$ betragen.

143. Erklärung der scheinbaren Drehung des Sternenhimmels. Beweise für die Achsendrehung der Erde. Die scheinbare tägliche Drehung des Sternenhimmels verleitete die Menschheit durch Jahrtausende zu der Ansicht, daß die Erde im Zentrum der Himmelskugel ruhe und die letztere sich in einem Sterntage einmal von Ost nach West um die Weltachse drehe. Der Verlauf der im Art. **138** beschriebenen Erscheinungen wäre aber derselbe, wenn wir annehmen würden, daß der Sternenhimmel ruhe und die Erde sich in einem Sterntage einmal von West nach Ost drehe. Die Drehungsachse (Erdachse) müßte dabei mit der Weltachse in eine Gerade, der Erdäquator mit dem Himmelsäquator in eine Ebene fallen. Daß diese Erklärung der scheinbaren Drehung der Himmelskugel durch eine wirkliche Drehung (Rotation) der Erdkugel die richtige sei, dafür sprechen mehrere unwiderlegbare Gründe.

Es ist von vornherein unwahrscheinlich, daß die unzählbaren, verschieden großen und ganz sicher von der Erde verschieden weit entfernten Gestirne ihre verschieden langen Bahnen im Laufe eines Tages so durchlaufen müßten, daß sie ihre gegenseitigen Stellungen beständig unverändert beibehielten; dazu kommt, daß die von der Erde sehr weit entfernten Fixsterne unfaßbar große Geschwindigkeiten besitzen müßten. — Sollten sich ferner alle Gestirne um die Erde drehen, so müßte der Erde eine unendlich große anziehende Kraft innewohnen, welche noch dazu auf die entfernten Körper viel stärker einwirken müßte als auf die näheren, was mit allen Erfahrungen und Gesetzen der Mechanik in unlösbarem Widerspruche steht.

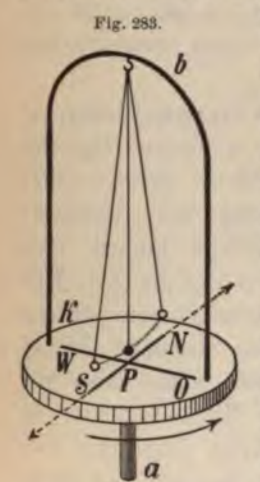
Auf experimentellem Wege läßt sich die Rotation der Erde durch die Ablenkung frei fallender Körper von der Richtung des Lotes (Fallversuche) sowie durch die scheinbare Drehung der Ebene eines frei schwingenden Pendels (Foucaultscher Pendelversuch) beweisen.

Als zur Zeit des Copernicus (Art. **148**) und Galilei die Behauptung aufgestellt wurde, daß die Erde sich um eine Achse von Westen nach Osten

drehe, wurde von den Gegnern dieser Ansicht, unter anderem von Tycho Brahe*) behauptet, daß dann ein von einem Turme herabfallender Stein westlich, also gleichsam hinter dem Fuße des Turmes niederfallen müßte, weil die Erde sich während der Fallbewegung des Steines vorwärts gedreht hätte. Umgekehrt schlossen jedoch Galilei und nach ihm Newton, daß der Stein östlich, d. h. vor dem Fußpunkte der ursprünglichen Vertikalen den Boden erreichen muß, weil er nämlich die seinem Ausgangspunkt entsprechend größere Geschwindigkeit während des Falles beibehält. Dies wurde nun durch Fallversuche von Benzenberg (1802—1804 angestellt vom Michaelisturme in Hamburg, 235 Fuß, sowie im Kohlenschacht bei Schlebusch, 262 Fuß Fallhöhe) und Reich (1831, Dreibrüderschacht bei Freiberg, 488 Fuß Fallhöhe) tatsächlich nachgewiesen.

Weit einfacher — in jedem Laboratorium ausführbar — ist der Foucaultsche Pendelversuch. Demselben schicken wir folgendes Experiment voraus. Eine kreisrunde Scheibe K (Fig. 283), die um eine normal zu ihr gerichtete Achse a drehbar ist, trägt einen steifen Drahtbügel b, von welchem ein Fadenpendel genau über den Scheibenmittelpunkt P herabhängt. Zwei aufeinander normale Gerade bezeichnen die Weltgegenden. Schwingt das Pendel längs NS und drehen wir die Scheibe im Sinne des Pfeiles, so bleibt die Schwingungsebene des Pendels zufolge des Trägheitsgesetzes unverändert erhalten: das Kreuz $NSOW$ dreht sich darunter im Sinne des Pfeiles. Würden wir diese Drehung des Kreuzes $NSOW$ nicht wahrnehmen, so hätte es den Anschein, als ob die Schwingungsebene des Pendels sich in einem der Pfeilrichtung entgegengesetzten Drehungssinne gedreht hätte. Wäre nun über dem Nordpole der Erde ein Laboratorium errichtet, von dessen Decke ein langes und schweres Pendel (Kanonenkugel an einem Stahldraht) herabhängen würde, wären ferner unter dem Ruhepunkte des Pendels von Grad zu Grad die 360, sich daselbst schneidenden Erdmeridiane gezeichnet und würde endlich das Pendel längs eines besonders hervorgehobenen Meridianes seine Schwingungen beginnen, so würde, falls die Erde sich wirklich von West nach Ost dreht, die Schwingungsebene des Pendels unverrückt im Raume erhalten bleiben; dagegen müßten die 360 Strahlen unter dem Ruhepunkte des Pendels sich — von der Zimmerdecke aus gesehen — in einem der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzten Sinne (wie beim Versuche in Fig. 283) um ihren Schnittpunkt drehen. Da sich aber die Rotation der Erde vollkommen ruhig (ohne Stöße etc.) vollzieht, würde ein im Laboratorium abseits stehender Beobachter von derselben nichts verspüren, vielmehr den Eindruck empfangen, daß die Pendelebene sich — von oben gesehen — im Sinne des Uhrzeigers drehe. Die Größe dieser Drehung müßte in einer Stunde offenbar $360^0 : 24 = 15^0$ betragen. Würde der Versuch in einem Laboratorium über einem Orte des Äquators ausgeführt,

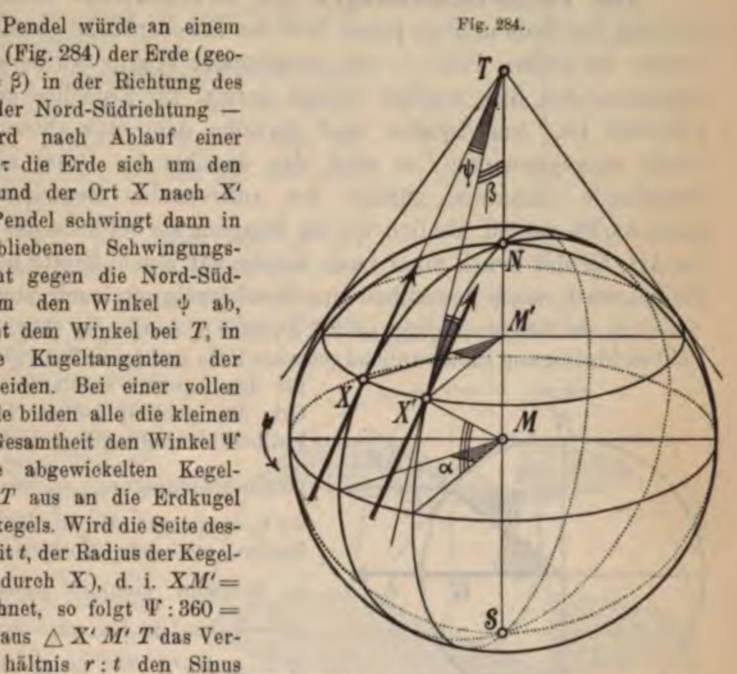
Fig. 283.



*) Tycho Brahe (geb. 1546 zu Knudstrup in Schweden, gest. 1601 in Prag) betrieb nach seinen Studien (Jurisprudenz an den Universitäten Kopenhagen und Leipzig) in Dänemark Astronomie und begründete daselbst auf der Insel Hveen die schloßähnliche Sternwarte Uranienburg. Später mußte er, durch Feinde verdächtigt, Dänemark verlassen und kam als Hofastronom zu Kaiser Rudolf II. nach Prag, wo er teilweise gemeinsam mit Kepler (Art. 150) wirkte. Die Astronomie verdankt ihm zahlreiche wertvolle Beobachtungen und Verbesserungen der astronomischen Instrumente.

so würde zu einer derartigen scheinbaren Drehung der Pendelebene keinerlei Veranlassung vorliegen. Nach diesem liegt nun die Vermutung nahe, daß an einem zwischen Pol und Äquator gelegenen Erdorte von der geographischen Breite β die stündliche Drehung der Pendelebene ein Winkel ψ zwischen 0^0 und 15^0 sein wird. Tatsächlich bestätigen Versuche die Richtigkeit der Formel $\psi = 15^0 \cdot \sin \beta$.

Fig. 284.

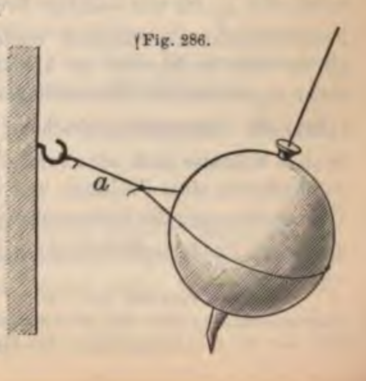


Gesetzt, das Pendel würde an einem Beobachtungsorte X (Fig. 284) der Erde (geographische Breite $= \beta$) in der Richtung des Pfeiles — also in der Nord-Südrichtung — schwingen, so wird nach Ablauf einer kleinen Zeitdauer τ die Erde sich um den Winkel α gedreht und der Ort X nach X' gelangt sein. Das Pendel schwingt dann in einer parallel verbliebenen Schwingungsrichtung und weicht gegen die Nord-Südrichtung in X' um den Winkel ψ ab, welcher gleichkommt dem Winkel bei T, in welchem sich die Kugeltangenten der Punkte X, X' schneiden. Bei einer vollen Umdrehung der Erde bilden alle die kleinen Winkel ψ in ihrer Gesamtheit den Winkel Ψ des in die Ebene abgewickelten Kegelmantels eines von T aus an die Erdkugel gelegten Tangentialkegels. Wird die Seite desselben $XT = X'T$ mit t, der Radius der Kegelbasis (Parallelkreis durch X), d. i. $XM' = X'M'$, mit r bezeichnet, so folgt $\Psi : 360 = 2 r \pi : 2 t \pi$ oder, da aus $\triangle X'M'T$ das Verhältnis $r : t$ den Sinus des Winkels β ausdrückt, $\Psi = 360^\circ \cdot \sin \beta$ als Größe der scheinbaren Drehung der Pendelebene in 24 Stunden. Die stündliche Drehung beträgt also $(15 \cdot \sin \beta)^\circ$. Der Sinn der eintretenden Drehung der Pendelebene ist — wie die Figur erkennen läßt — vom Aufhängepunkt des Pendels aus betrachtet, derjenige der Uhrzeigerbewegung. — Was ergibt die Formel für Pol und Äquator? Wie würde der Pendelversuch auf der südlichen Halbkugel verlaufen? — Die Ausführung des Versuches erfordert, da die Pendelschwingungen längere Zeit (womöglich stundenlang, mindestens aber eine Viertelstunde lang) eine möglichst unveränderte Amplitude behalten sollten, die sorgsamste Aufhängung einer möglichst schweren, dabei hinsichtlich des Schwerpunktes völlig zentrierten Kugel (mit Blei ausgegossene Eisenhohlkugel) an einem mindestens 3—4 m langen Stahldrahte (Klaviersaite). Fig. 285 zeigt die Art der Aufhängung in einem mit der Decke

Fig. 285.



Fig. 286.

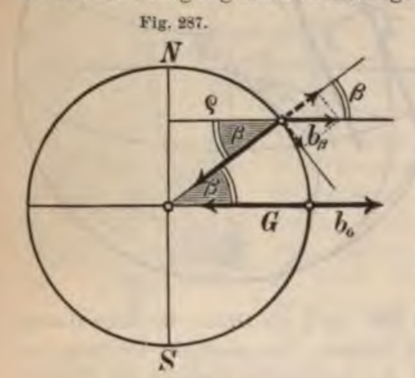


des Raumes fest verbundenen Lagerträger l; Fig. 286 läßt erkennen, wie das Pendel behufs völliger Beruhigung längere Zeit vor dem Versuche durch eine Fadenschlinge an der Seitenwand des Zimmers fixiert ist. Nach dem Durchbrennen des Fadens (bei a) beginnen die Schwingungen. — Foucault*) selbst führte den Versuch im Pariser Pantheon (1852) mit einem 67 *m* langen und 28 *kg* schweren Pendel aus.

144. Folgeerscheinungen der Erdrotation. Zufolge der Achsendrehung der Erde muß an jedem Orte der Erdoberfläche — mit alleiniger Ausnahme der beiden Pole — ein zentrifugaler Trägheitswiderstand (Fliehkraft) entstehen (Art. **52**), welcher überall normal zur Erdachse und von ihr fort gerichtet ist. Am Äquator muß derselbe dem Gewichtszuge der Schwere direkt entgegenwirken; es wird also daselbst der Druck einer Last auf die horizontale Unterlage zufolge der auftretenden Zentripetalbeschleunigung geschwächt werden, ähnlich wie im Beispiele am Schlusse des zweiten Absatzes im Art. **52** der Druck einer Last, welche auf einem Brette liegt, auf das Brett kleiner wird, wenn demselben eine Beschleunigung nach abwärts erteilt wird.

Die Fallbeschleunigung ist am Äquator $g_0 = G - b_0$ (Fig. 287), worin G die Fallbeschleunigung für die ruhend gedachte Erde und b_0 die Zentripetalbeschleunigung für den Äquator vorstellen würde. Für einen Ort der geographischen Breite β wäre die Fallbeschleunigung g_β, da hier von der Zentripetalbeschleunigung $b_\beta = \frac{4\rho\pi^2}{T^2} = \frac{4r\cos\beta\pi^2}{T^2} = b_0 \cos\beta$ nur die in der Verlängerung des Radius wirkende Komponente, also $b_\beta \cos\beta$ in Betracht kommt, gegeben durch $g_\beta = G - b_0 \cos^2\beta$. Es wäre demnach $g_\beta - g_0 = G - b_0\cos^2\beta - G + b_0 = b_0(1 - \cos^2\beta) = b_0 \sin^2\beta$ und daher $g_\beta = g_0 + b_0 \sin^2\beta = g_0\left(1 + \frac{b_0}{g_0}\sin^2\beta\right)$.

Fig. 287.



Da $b_0 = \frac{4r\pi^2}{T^2}$ ist, somit aus der bekannten Größe des Erdhalbmessers r und der Sekundenzahl des Sterntages (d. i. 86164 Sekunden; vgl. Art. **147**) berechnet und da ferner g_0 aus Pendelbeobachtungen am Äquator experimentell bestimmt werden kann (Art. **57**), würde sich g_β für eine beliebige Breite β vorher berechnen lassen. Wird nun g_β auch durch Pendelversuche experimentell bestimmt, so weicht das letztere Resultat vom berechneten ab, da noch im letzteren die Abplattung der Erde berücksichtigt werden müßte. Auf Grund vieler experimenteller Bestimmungen des g_β an Orten verschiedener Breite β fand Helmert (1884) die Interpolationsgleichung $g_\beta = 978{,}00\,(1 + 0{,}005310 \cdot \sin^2\beta)$ [*cm* pro Sekunde]. So läßt sich also auch auf Grund von Pendelbeobachtungen die Abplattung der Erde, damit das Auftreten einer Fliehkraft und daraus die Rotation der Erde nachweisen. — Eine volle Übereinstimmung des theoretisch auch für ein Erdellipsoid ableitbaren Wertes von g_β mit dem durch Pendelbeobachtungen gefundenen ist schon deshalb nicht zu erwarten, weil auch

*) Léon **Foucault** (geb. 1819 zu Paris, gest. 1868 ebendaselbst), hervorragender Physiker, erfand unter anderem die erste sich selbstregulierende elektrische Bogenlampe. Er lieferte wertvolle Beiträge zur Lehre von den Induktionsströmen (Art. **212**) und bestimmte die Geschwindigkeit irdischen Lichtes (Art. **222**).

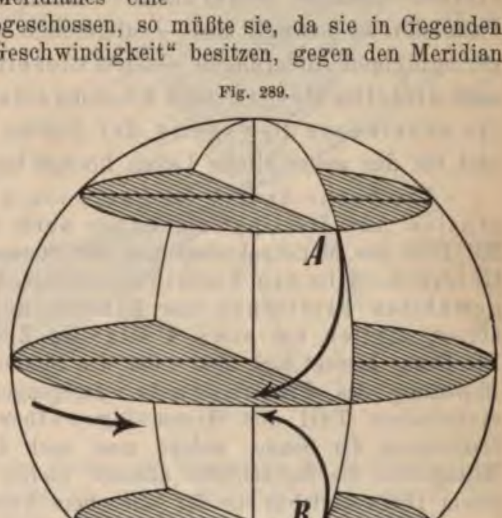
lokale geologische Einflüsse am Beobachtungsorte die Größe g_β modifizieren. Jedenfalls ist aber die Resultierende aus Gewichtszug und Fliehkraft (also auch die Richtung des frei hängenden Lotes) nur für die Pole und für Punkte des Äquators genau nach dem Erdzentrum gerichtet. Für andere Orte muß sie von demselben abweichen (Fig. 288). Wieder äußern sich dabei lokale Störungen geologischer Natur, indem sie die theoretisch zu erwartende „Lotabweichung" weiter beeinflussen. —

Fig. 288.

Eine zweite Folgeerscheinung der Erdrotation ist die Abweichung von im Horizonte bewegten Massen, welche auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links erfolgt.

Würde (Fig. 289) von einem Orte *A* der nördlichen Halbkugel längs des Meridianes eine Kanonenkugel genau nach Süden abgeschossen, so müßte sie, da sie in Gegenden kommt, die eine größere „West-Ost-Geschwindigkeit" besitzen, gegen den Meridian — wie die Figur andeutet — zurückbleiben. Eine derartige Deviation will man an fliegenden Geschossen tatsächlich beobachtet haben.*) Sie ist quantitativ ein Maximum bei meridionaler Bewegung und verschwindet bei Bewegungen längs des Parallelkreises.

Fig. 289.



Auch für bewegte Luftmassen tritt eine derartige Deviation ein; es erklärt sich somit die bereits im Art. **116** erwähnte Buys-Ballotsche Windregel und die Drehung des Unterpassates (Art. **116**).

Erkläre diese Erscheinungen für die südliche Halbkugel! Wie erfolgt die Deviation für eine längs des Meridianes von *A* (von *B*) gegen Norden (gegen Süden) bewegte Masse? — Als ähnliche Folgeerscheinungen will man auf der nördlichen Halbkugel — insbesondere bei meridionalem Verlaufe — eine stärkere Abnützung der rechtsseitigen Bahnschienen und eine stärkere Auswaschung (Erosion) der rechtsseitigen Flußufer beobachtet haben.

145. Scheinbare tägliche und jährliche Bewegung der Sonne. An der scheinbaren täglichen Bewegung des Fixsternhimmels nimmt auch die Sonne teil.

Sie geht in unseren Gegenden gleich einem Sterne täglich Morgens am Ostrande des Horizontes auf, steigt Vormittags in einem Bogen empor, geht durch den Meridian (kulminiert), sinkt Nachmittags immer mehr, bis sie Abends

*) Nicht zu verwechseln mit der als Derivation bezeichneten seitlichen Abweichung, welche infolge der Rotation des Langgeschosses durch die im Drall gewundenen Züge (Art. 53) entsteht.

am Westrande des Horizontes verschwindet. Die Zeit der Sonnenkulmination liegt in der Mitte zwischen der Zeit des Aufganges und Unterganges und heißt deshalb Mittag. Im Mittage steht die Sonne am höchsten, weshalb um diese Zeit der genau nach Norden gerichtete Schatten eines vertikalen Stabes (Gnomon; Obelisken der alten Ägypter) seine geringste Länge hat. Deshalb heißt die Meridianlinie des Beobachtungsortes auch Mittagslinie.

Die Bestimmung der Mittagslinie (Art. **141**) kann mittels korrespondierender Sonnenhöhen geschehen, wozu in erster Annäherung ein wagrechtes Reißbrett mit einer Schar konzentrischer Kreise benützt wird, in deren gemeinsamem Mittelpunkt ein dünner Stab vertikal befestigt ist. Berührt Vormittags (z. B. etwa um 10^h) die Spitze des Stabschattens einen Kreis, so wird sie Nachmittags (etwa um 2^h) genau denselben Kreis berühren. Die Halbierungslinie des durch beide Lagen des Schattens gebildeten Winkels ist die Mittagslinie. — Alle Orte desselben Meridianes haben in demselben Augenblicke Mittag. Deshalb heißen die Meridiankreise der Erde auch Mittagskreise.

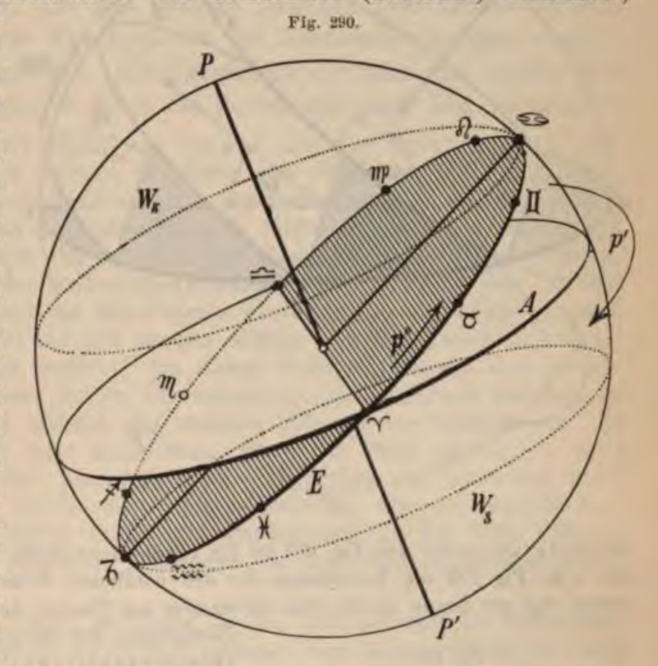
Während die tägliche scheinbare Bewegung eines jeden Fixsternes insofern unverändert bleibt, als er sich immer in demselben Parallelkreise bewegt, also — abgesehen von den im Art. **155** besprochenen geringfügigen Änderungen — stets dieselben Äquatorkoordinaten, daher auch dieselbe Morgen- und Abendweite beibehält, zeigt in dieser Beziehung die scheinbare Bewegung der Sonne im Laufe des Jahres auffällige und für das menschliche Leben höchst bedeutungsvolle Änderungen.

Die Sonne ändert im Laufe eines Jahres beständig ihre Rektaszension und Deklination, daher auch ihre Morgen- und Abendweite. Mit Hilfe des Meridiankreises und der Sternzeituhr läßt sich feststellen, daß der Unterschied in den Kulminationszeiten der Sonne und eines beliebig gewählten Fixsternes (der Rektaszensionsunterschied beider Himmelskörper) täglich um etwa 4 Minuten Zeit (also etwa 1^0 Bogen) zunimmt. Die Sonne bewegt sich also unter den Sternen in einer der scheinbaren täglichen Bewegung des Fixsternhimmels entgegengesetzten Richtung, also über den sichtbaren Teil des Himmelsgewölbes von West nach Ost. Auch die Deklination der Sonne, welche man nach Art. **141** erhält, wenn man von der Mittagshöhe die Äquatorhöhe abzieht, ändert sich fortwährend. Trägt man auf einem Himmelsglobus die für jede obere Kulmination der Sonne in der beschriebenen Weise ermittelte Stellung der Sonne unter den Fixsternen auf, so bilden die 365 im Laufe eines Jahres aufgefundenen Sonnenorte einen größten Kreis auf dem Himmelsgewölbe, welcher die scheinbare jährliche Sonnenbahn vorstellt und Ekliptik heißt. Die Ekliptik schneidet den Himmelsäquator unter einem Winkel von $23^1/_2{}^0$ (genauer $23^0\ 27'\ 10''4$), welchen man die Schiefe der Ekliptik nennt, in zwei diametral gegenüberliegenden Punkten; diese führen den Namen Äquinoktialpunkte, da Tag- und Nachtgleiche (Äquinoctium) herrscht, wenn die Sonne daselbst steht. In diesen Punkten befindet sich die Sonne am 21. März und am 23. September (Frühlingspunkt, Herbstpunkt). Von den beiden zwischen den Äquinoktialpunkten gelegenen Hälften der Ekliptik liegt die eine über dem Himmelsäquator, die andere unter demselben. Befindet sich die Sonne in der ersteren, besitzt sie also eine nördliche Deklination, so ist für Bewohner der nördlichen Halbkugel ihr Tagbogen länger als ihr Nachtbogen (die Dauer des Tages größer als jene der Nacht), ihre Morgen- und Abendweite eine nördliche; für die Stellung der Sonne in der unterhalb des Äquators befindlichen Hälfte, wo die Sonne südliche

Deklination besitzt, ist das Umgekehrte der Fall. Die zwischen den Äquinoktien in der Mitte liegenden Punkte, in welchen die Deklination der Sonne ihren größten nördlichen und südlichen Betrag hat, wo also die Tageslänge vom Wachstum in die Abnahme und umgekehrt übergeht, nennt man die Solstitialpunkte. In denselben befindet sich die Sonne am 21. Juni und 21. Dezember (Sommersolstitium, Wintersolstitium).

Die am Himmelsglobus eingezeichnete Ekliptik führt durch zwölf Sternbilder, welche man seit alters als die Sternbilder des Tierkreises (Zodiakus) bezeichnet.*) Man teilt die Ekliptik in zwölf gleiche Teile und setzt an jeden Teilungspunkt das Zeichen des in der Nähe befindlichen Sternbildes (Fig. 290). So steht beim Frühlingspunkt das Zeichen des Widders (♈), beim Herbstpunkt das Zeichen der Wage (♎), beim Sommersolstitium das Zeichen des Krebses (♋), beim Wintersolstitium jenes des Steinbockes (♑) u. s. w. (vgl. Art. **155**). — Während die tägliche Bahn eines Fixsternes stets derselbe Parallelkreis bleibt, beschreibt die Sonne täglich einen anderen; die Gesamtheit dieser täglichen Sonnenbahnen bildet eine Art Schraubenlinie, die zwischen den beiden Parallelkreisen von $+23\frac{1}{2}°$ und $-23\frac{1}{2}°$ (Wendekreis des Krebses und Wendekreis des Steinbocks) liegt, und welche von der Sonne vom 21. Dezember bis zum 21. Juni aufsteigend, vom 21. Juni bis zum 21. Dezember absteigend durchlaufen wird.

Fig. 290.



Man beschreibe die Änderungen der täglichen Sonnenbahn im Laufe eines Jahres für einen Ort von der geographischen Breite 50° nördlich und bespreche die Änderungen der Taglänge (Morgen- und Abendweite) sowie der Mittagshöhe im Zusammenhange (Fig. 291).

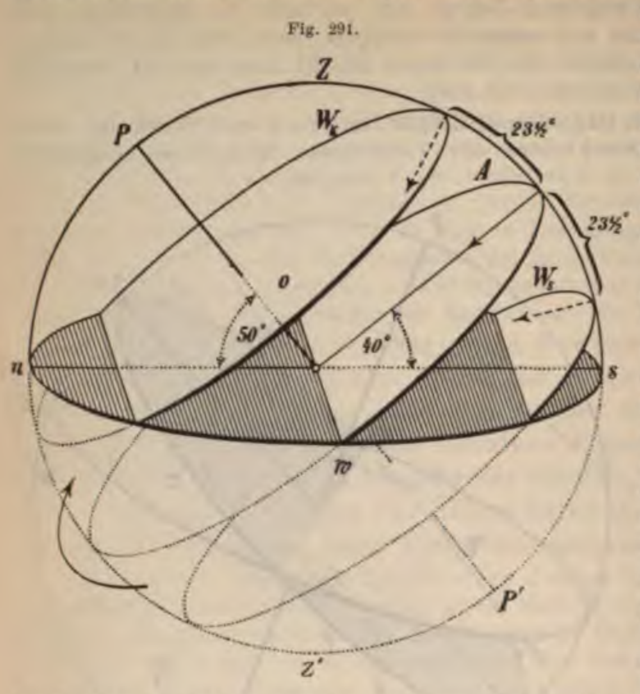
Warum erfolgen die Änderungen der Tag- und Nachtlänge in der Nähe der Äquinoktien am stärksten, in der Nähe der Solstitien am langsamsten?

Wie erklärt sich die Wahl der Ausdrücke: Solstitium = Sonnenstillstand, Sonnenwende, Wendekreis des Krebses (Steinbocks)? Welche Äquatorkoordinaten hat die Sonne am 21. März, 21. Juni, 23. September, 21. Dezember? Wie erklärt sich die Tatsache, daß der Anblick des Sternenhimmels, von demselben Beobachtungsorte zu einer bestimmten Abendstunde gesehen, im Laufe des Jahres sich ändert? (So können wir z. B. den Sirius

*) Die zwölf Sternbilder des Tierkreises und ihre astronomischen Zeichen sind:
Widder (♈), Stier (♉) und Zwillinge (♊),
dann Krebs (♋), Löwe (♌), Jungfrau (♍),
Wage (♎), Skorpion (♏), Schütze (♐),
Steinbock (♑), Wassermann (♒), Fische (♓).

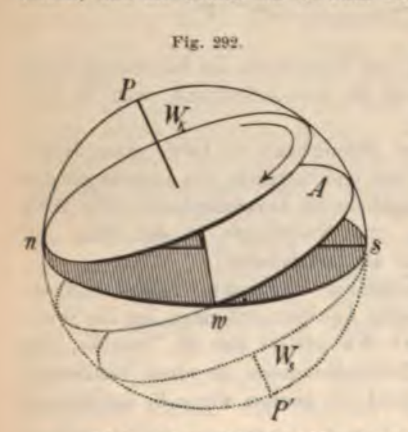
[α des „Großen Hundes"], den schönsten Fixstern des Sternenhimmels um 9ʰ Abends nur in der Zeit von Mitte Dezember bis Mitte April, am günstigsten — nahe der oberen Kulmination — nur im Februar am Himmel erblicken.) Erkläre, warum das schöne Sternbild „Orion" im Dezember ungefähr um Mitternacht, im Jänner etwa um 10ʰ Abends, im Februar beiläufig um 8ʰ Abends seine obere Kulmination ausführt! (Himmelsglobus!)

Fig. 291.



Welche Erscheinungen muß die Sonnenbahn zeigen, wenn wir unseren Beobachtungsort gegen Süden (an den Äquator, auf die südliche Halbkugel), welche, wenn wir den Beobachtungsort nach Norden verlegen? Welche Erscheinungen zeigen sich an den Polen, welche an Orten von $23^1/_2{}^\circ$ nördlicher (südlicher) Breite (an den Wendekreisen der Erde), welche an Orten von $66^1/_2{}^\circ$ nördlicher (südlicher) Breite (an den Polarkreisen)? Die Fig. 291 ist für verschiedene dieser Fälle auszuführen. So zeigt uns z. B. Fig. 292 die Verhältnisse für den nördlichen Polarkreis. Man sieht aus derselben, daß die Sonne am 21. Juni 24 Stunden am Himmel weilt und um Mitternacht im Nordpunkte des Horizontes den letzteren berührt (Mitternachtssonne), dagegen am 21. Dezember für 24 Stunden vollständig unsichtbar bleibt. — Es möge die Erklärung der folgenden Sätze gegeben werden: Die Bewohner der heißen Zone sind einmal im Jahre (unter den Wendekreisen) oder zweimal im Jahre (sonst überall) „Unschattige", an den übrigen Tagen des Jahres „Zweischattige". Die Bewohner der beiden gemäßigten Zonen sind „Einschattige". Die Bewohner der kalten Zonen sind im Winter „Unschattige" (aber aus einem anderen Grunde wie die Tropenbewohner), im Frühjahr und Herbst „Einschattige", im Sommer „Ringsumschattige". Die Bewohner eines Erdpoles könnten nur „Unschattige" oder „Ringsumschattige" sein.

Fig. 292.



146. Das Ekliptik-Koordinatensystem. Wählt man zur Lagebestimmung eines Gestirnes nach der im Art. **139** besprochenen allgemeinen Methode als Fundamentalebene die Ekliptik, so heißt die Abszisse die (astronomische) Länge, die Ordinate die (astronomische) Breite. Der normal

auf die Ekliptikebene errichtete Durchmesser der Himmelskugel trifft dieselbe in den Polen der Ekliptik. Der Ausgangspunkt für die Zählung der Länge ist der Frühlingspunkt; dieselbe wird von 0—360° im Sinne der jährlichen scheinbaren Verschiebung der Sonne in der Ekliptik (also in denselben Sinne wie die Rektaszension) gezählt.

147. Wahre und mittlere Sonnenzeit. Siderisches und tropisches Jahr. Kalenderwesen. Die Zeit, welche zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden oberen Kulminationen des Sonnenmittelpunktes vergeht, heißt ein wahrer Sonnentag. Die Tätigkeiten der Menschen regeln sich seit alters nach dem täglichen Laufe der Sonne, also nach dem Sonnentage.

Der Sonnentag ist zunächst länger als der Sterntag. Da sich nämlich die Sonne in der Ekliptik im Sinne des Pfeiles p'' (Fig. 290) vom Frühlingspunkte immer weiter entfernt (ihre Rektaszension also wächst), schiebt sie sich der Bewegung des gestirnten Himmels entgegen (gleichsam am Himmel zurück). Infolgedessen muß der Zeitraum zwischen zwei aufeinander folgenden Sonnenkulminationen — der wahre Sonnentag — etwas länger sein als der Sterntag. Denn kulminiert die Sonne heute gleichzeitig mit einem gewissen Sterne der Ekliptik, so hat sie sich morgen Mittags von ihm bereits um (rund) den 360. Teil der Ekliptik entfernt; um dieses Wegstück hat sie also bis zur morgigen Kulmination bereits weiter. Übermorgen ist sie bereits um das doppelte Wegstück von dem Sterne entfernt, am nächsten Tag um das dreifache etc. Es bleibt also die Sonne bei ihrer Kulmination gegen den Stern zurück; in rund 360 Tagen muß dies gerade hinsichtlich der Kulmination von Sonne und Stern einen Zeitunterschied von einem vollen Tage ausmachen, also die tägliche Verspätung der Sonnenkulmination (rund und durchschnittlich) den 360. Teil von 24 Stunden, d. s. vier Minuten ausmachen, so daß 365 Sonnentage gleich 366 Sterntagen sind.

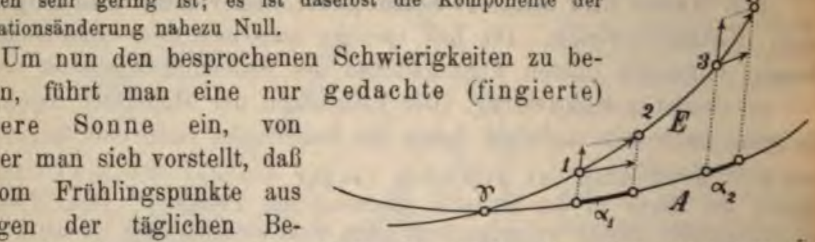
Zwei richtig gehende Uhren, von denen die eine nach Sternzeit, die andere nach Sonnenzeit reguliert wäre, würden am 21. März (genauer: beim Zusammenfallen der Sonne mit dem Frühlingspunkte) übereinstimmen. Dann würde die Sternzeituhr der anderen beständig vorgehen, bis am 21. März des nächsten Jahres wieder Übereinstimmung eintreten müßte; während die erstere bis dorthin 366 Sterntage angezeigt hätte, würde die letztere nur 365 Sonnentage angegeben haben.

Eine Schwierigkeit für die Zeitbestimmung liegt darin, daß die Sonnentage unter sich nicht gleich lang sind. Da sich nämlich vom 21. März bis zum 23. September, d. i. in 186 Tagen die Rektaszension der Sonne von 0°—180°, in der Zeit vom 23. September bis zum 21. März, d. i. in 179 Tagen von 180°—360°, also um dieselbe Größe ändert, erkennen wir, daß die Änderungen der Rektaszension im Winter stärker erfolgen als im Sommer. Es durchläuft also die Sonne den oberhalb des Äquators liegenden Halbkreisbogen der Ekliptik im Sommerhalbjahre langsamer, als sie den unterhalb des Äquators liegenden Bogen im Winterhalbjahre zurücklegt. Aber selbst wenn die Ekliptik von der Sonne gleichförmig durchlaufen würde, könnten die Sonnentage nicht gleiche Länge haben. Da nämlich jede der zwei gleichen, in der Ekliptik erfolgenden Verschiebungen $\widehat{12}$ und $\widehat{34}$ (Fig. 293) zerlegt werden kann in zwei Komponenten, von denen die eine als Deklinationsänderung, die andere als Rektaszensionsänderung zu bezeichnen ist, werden wegen der Ver-

schiedenheit der Neigung der Bogenelemente $\widehat{12}$ und $\widehat{34}$ gegen den Äquator die Rektaszensionsänderungen α_1 und α_2 an verschiedenen Stellen ungleiche Größe haben. Nur diese Änderungen können aber die Dauer des Sonnentages beeinflussen.

Nun erklärt sich auch nachträglich die Tatsache, daß die Zunahme, beziehungsweise Abnahme des Tages in der Nähe der Solstitien sehr gering ist; es ist daselbst die Komponente der Deklinationsänderung nahezu Null.

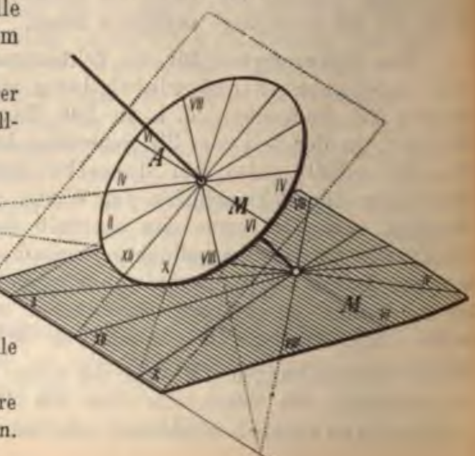
Fig. 293.



Um nun den besprochenen Schwierigkeiten zu begegnen, führt man eine nur gedachte (fingierte) mittlere Sonne ein, von welcher man sich vorstellt, daß sie vom Frühlingspunkte aus entgegen der täglichen Bewegung des Himmels den Himmelsäquator in derselben Zeit gleichförmig durchlaufe, in welcher die wahre Sonne die Ekliptik ungleichförmig zurücklegt. Die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen dieser fingierten Sonne gibt dann den mittleren oder bürgerlichen Sonnentag. Alle mittleren Sonnentage sind gleich lang. Jeder kommt 24 Stunden 3 Minuten 56·5 Sekunden Sternzeit gleich. Es entfallen daher auf einen Sterntag 86 164 Sekunden mittlerer Sonnenzeit.

Zwischen den beiden an demselben Tage erfolgenden Kulminationen der mittleren und der wahren Sonne besteht nach dem Gesagten ein gewisser Zeitunterschied, welcher als Zeitgleichung bezeichnet wird. Beide Sonnen kulminieren an 4 Jahrestagen (15. April, 14. Juni, 31. August und 24. Dezember) gleichzeitig, die Zeitgleichung ist an diesen Tagen = 0. Am 10. Februar beträgt die Zeitgleichung ein Maximum von + 14 Minuten 27 Sekunden; der bürgerliche Mittag findet dann 14 Minuten 27 Sekunden vor der Kulmination der (wirklichen) Sonne statt. Ein zweites Maximum von — 16 Minuten 19 Sekunden findet am 2. November statt. Der bürgerliche Mittag findet dann 16 Minuten 19 Sekunden nach der Kulmination der (wirklichen) Sonne statt. Eine Tabelle der Zeitgleichung findet man in jedem größeren Kalender.

Fig. 294.



Unsere Uhren sind nach mittlerer Sonnenzeit reguliert; Chronometer so vollkommen, daß sie höchst selten nur eine Vergleichung mit der Sonne unter Berücksichtigung der Zeitgleichung erfordern. Zeitballsignale und Mittagsschuß der großen Seehäfen behufs Chronometerkontrolle der Schiffe.

Die einfachsten Uhren, welche wahre Sonnenzeit anzeigen, sind die Sonnenuhren.

Fig. 294 zeigt das Prinzip einer Äquatorialsonnenuhr, welche aus einer parallel zum Himmelsäquator liegenden, in 24 gleiche Stundenwinkel geteilten, kreisförmigen Platte besteht, in deren Mitte normal (also parallel zur Weltachse) ein schattenwerfender Stab (Stilus) angebracht ist. Warum müßte eine solche Sonnenuhr auf beiden Seiten der Kreisscheibe eine Einteilung besitzen? Die Überführung der Teilung auf eine horizontale oder auf eine vertikale, von Ost nach West orientierte Ebene, d. i. die Anfertigung einer horizontalen oder einer vertikalen Sonnenuhr ist ein Problem der Projektionslehre und kann auch auf rechnendem Wege (mit Hilfe der sphärischen Trigonometrie) verfolgt werden. (Unsere Figur deutet den Weg der konstruktiven Lösung für eine horizontale Sonnenuhr an.) —

Die Zeit, welche vergeht, bis die Sonne in ihrer jährlichen Umwanderung des Sternenhimmels bis zu demselben Fixsterne zurückkehrt, bezeichnet man als ein siderisches Jahr oder Sternjahr. Es ist — ebenso wie der Sterntag — eine unveränderliche Größe, die wir vorhin abgerundet mit 366 Sterntagen = 365 Sonnentagen angenommen haben, die aber in Wirklichkeit 365,25637 mittlere Sonnentage beträgt. Dagegen nennt man die Zeit, welche vergeht, bis die Sonne zum Frühlingspunkte zurückkehrt, ein tropisches oder Äquinoktialjahr. Das tropische Jahr ist, da der Frühlingspunkt infolge der Präzession (Art. **155**) immer etwas der Sonne entgegenrückt, um ein geringes kürzer als das siderische. Es beträgt 365,2422 mittlere Sonnentage, ist aber, da die Größe der Vorschiebung des Frühlingspunktes keine vollkommen konstante ist, eine mit der Zeit veränderliche Größe.*) Das bürgerliche Jahr zählt begreiflicherweise eine ganze Anzahl von mittleren Sonnentagen, nämlich 365.

Das bürgerliche Jahr ist somit um rund $^1/_4$ mittleren Sonnentag kürzer als das tropische. Würde man — wie es in ältesten Zeiten geschah — die Differenz von jährlich 0,2422 mittleren Sonnentagen unberücksichtigt lassen, so würde das Zusammentreffen der Sonne mit dem Frühlingspunkte, welches den Frühlingsanfang bestimmt, im Laufe der Jahre nicht mehr auf einen und denselben Kalendertag (21. März) fallen. Tatsächlich war unter Julius Cäsar im Jahre 47 v. Chr. der Kalender bereits um 67 Tage vom tropischen Jahre entfernt. Unter Beihilfe von Astronomen regulierte Julius Cäsar diese Abweichung, indem er 1. dem 708. Jahre nach der Erbauung Roms, d. i. dem 46. Jahre v. Chr., noch 67 Tage anfügte (daher „Jahr der Verwirrung") und 2. für die Zukunft festsetzte, daß in jedem vierten Jahre ein Schalttag eingeschaltet werde (Schaltjahr); nach diesem „julianischen Kalender" wird der jährliche Verlust von 0,2422 zwar so ziemlich korrigiert, aber zu ausgiebig korrigiert, und zwar jährlich um 0,0078 Tage zu ausgiebig, was in 400 Jahren 400mal 0,0078 Tage oder rund 3 Tage ausmacht. Zur Zeit des Konzils von Nikäa (325 n. Chr.) mußte dieser Fehler daher bereits rund 3 Tage betragen, weshalb das Konzil die Überspringung von 3 Tagen anordnete. Da aber keine Verbesserung der julianischen Einschaltungsmethode stattfand, war im Jahre 1582 (also in 1257 Jahren) der Fehler wieder bereits auf rund 10 Tage angewachsen. Papst Gregor XIII. ordnete deshalb an, 1. daß im Jahre 1582 10 Tage übersprungen werden (weshalb auf den 4. Oktober sofort der 15. folgte), und 2. daß künftig in je 400 Jahren 3 Schalttage auszulassen seien, was durch die Bestimmung erreicht wird, daß von den Säkularjahren (wie z. B. 1800, 1900, 2000, 2100 . . .) nur jene als Schaltjahre gelten, von welchen die Anzahl der Hunderter ein

*) Der Name „tropisches Jahr" rührt davon her, daß man zu seiner Feststellung früher bestimmte, wie lange es dauert, bis die Sonne zu demselben Wendekreise (tropicus) zurückkehrt.

Vierfaches ist. Von den oben angeführten Säkularjahren ist daher nur das Jahr 2000 ein Schaltjahr. Dieser gregorianische Kalender, welcher sich der Sonnenbewegung so gut anschmiegt, daß der noch restliche Fehler erst alle 3900 Jahre die Auslassung eines Schalttages notwendig machen wird, wurde sogleich von den Völkern, welche der katholischen Kirche angehören, und bald darauf auch von den Protestanten angenommen. Die Griechen und Russen behielten aber bis heutzutage den julianischen Kalender, so daß ihre Zeitrechnung gegen die gregorianische nun bereits um 13 Tage differiert. Der 1. Jänner alten Stils fällt daher derzeit auf den 14. Jänner neuen Stils.

148. Erklärung der scheinbaren Sonnenbewegungen. Die scheinbare tägliche Bewegung der Sonne findet — genau so wie jene der Fixsterne — ihre Erklärung in der Achsendrehung der Erde (Art. **143**). —

Die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne ließe sich (so wie jene des Sternenhimmels) unter der Annahme erklären, daß die Erde den Mittelpunkt des Weltsystemes bilde (geozentrische Weltanschauung) und daß sich die Himmelskugel mit der daran gehefteten Sonne sowie mit den anderen Himmelskörpern in 24 Stunden einmal um die Weltachse drehe, wenn außerdem sich noch die Sonne in der im Art. **145** geschilderten Weise in der Ekliptik der Bewegung des Himmels entgegenschieben würde. Da diese Annahme insbesondere von dem großen Astronomen Ptolemäos*) ausgearbeitet wurde, bezeichnet man sie als das ptolemäische Weltsystem.

Gegen die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme sprechen ähnliche Gründe, wie sie im Art. **143** ausgesprochen wurden, insbesondere die mechanische Unmöglichkeit, daß die Sonne, die gegenüber der Erde ein Körper von ungeheurer Masse ist (Art. **153**), eine Zentralbewegung um die winzige, ruhende Erde ausführen sollte. Als direkte Beweise (gleichwertig etwa denjenigen für die Rotation der Erde) (Art. **143**) kommen für uns in Betracht die Erscheinung der Phasen der unteren Planeten (Art. **156**), die jährliche Fixsternparallaxe (Art. **149**), die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes (Art. **222**).

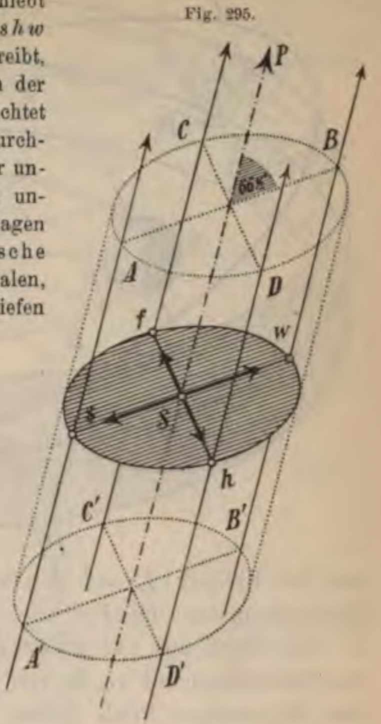
Die Erscheinung der jährlichen Sonnenbewegung läßt sich vollständig und naturgemäß unter der Annahme erklären, daß die Sonne sich im Mittelpunkte des Weltsystemes befinde (heliozentrische Weltanschauung) und daß die Erde sich in einer kreisförmigen oder mindestens kreisähnlichen Bahn im Laufe eines Jahres einmal um die Sonne herumbewege, wobei sie sich gleichzeitig 365 mal (genauer 365,2422 mal) um eine Achse drehen müßte, welche stets unter einem Winkel von $66^1/_2{}^0$ (genauer $66^0 32' 49'' 6$) gegen die Ebene der Erdbahn geneigt bleibt. Diese Achse würde — parallel zu ihrer Lage an der Peripherie der Erdbahn gleitend — in einem Jahre die Mantelfläche eines Zylinders beschreiben. Der Sinn der jährlichen Bewegung der Erde müßte dabei übereinstimmen mit dem Sinne der täglichen Achsendrehung. Diese Annahme wurde nach ihrem Begründer, dem berühmten

*) Claudius **Ptolemäos**, neben Hipparch von Nikäa der berühmteste Astronom, Mathematiker und Geograph des Altertums, war etwa um 150 n. Chr. in Alexandria (Ägypten) tätig.

Gelehrten Nikolaus Copernicus,*) als copernicanisches Weltsystem bezeichnet und bildet seitdem die Grundlage aller astronomischen Forschung.

Die Rotationsachse AA' (Fig. 295) der Erde verschiebt sich bei der Vorrückung der Erde in ihrer Bahn $fshw$ fortwährend parallel, wobei sie eine Zylinderfläche beschreibt, deren sämtliche Erzeugende in ihrer Verlängerung in der Richtung von S gegen P nach dem Polarsterne gerichtet sind. Infolge seiner — selbst gegen den Erdbahndurchmesser (300 Millionen Kilometer) sozusagen noch immer unendlich großen — Entfernung stellt er gleichsam den unendlich fernen Schnittpunkt aller parallelen Achsenlagen dar. — Für später sei noch auf das charakteristische Parallelogramm $AA'BB'$ sowie auf den darauf normalen, rechtwinkligen Achsenschnitt $CC'DD'$ des schiefen Zylinders besonders hingewiesen.

Fig. 295.



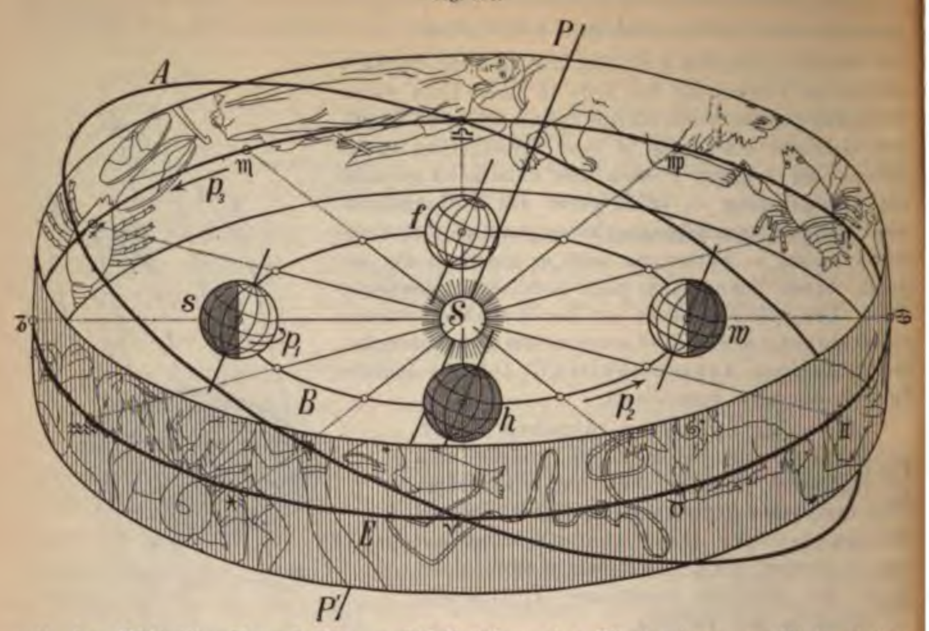
Die oben getroffene Annahme einer Doppelbewegung der Erde, welche aus der täglichen Rotation und der jährlichen Sonnenumkreisung zusammengesetzt ist und als Wälzungs- oder Revolutionsbewegung bezeichnet wird, erklärt zunächst in einfachster Weise die jährliche scheinbare Vorrückung der Sonne in der Ekliptik.

Zum leichteren Verständnisse dieser Erklärung kann eine in der Zimmermitte (etwa in Kopfhöhe) schwebende Hängelampe dienen, welche die „Sonne" vorstellt. Der Rand eines runden, unterhalb befindlichen Tisches versinnlicht die „Erdbahn". An den Zimmerwänden denken wir uns die „Sternbilder des Tierkreises". Wir selbst stellen die „Erde" vor und gehen — zunächst immer nach der Hängelampe blickend — einmal um den Tischrand herum. Das Bild der Hängelampe schiebt sich in unserem Bewegungssinne vor allen vier Wänden (vor allen zwölf Tierkreisbildern) vorbei. Wir selbst haben uns dabei einmal um die vertikale Achse gedreht. Um auch den 365maligen Wechsel zwischen Tag und Nacht in einem Jahre darzustellen, müßten wir uns während einer Umkreisung 365mal um eine vertikale Achse, und zwar so drehen, daß — von der Zimmerdecke aus gesehen — der Sinn der Achsendrehung wie auch der Sinn der Umkreisung entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung erfolge. Wir würden dann im ganzen 365mal die Lampe erscheinen und wieder verschwinden sehen, hätten aber dabei — weil wir außerdem, wie oben erklärt wurde, uns noch einmal um die Achse gedreht hätten — im ganzen 366 Drehungen gemacht.

In Fig. 296 stellt S die Sonne, B die (perspektivisch gezeichnete) Erdbahn mit den vier Hauptstellungen f am 21. März, s am 21. Juni, h am 23. September, w am 21. Dezember, der Zylindermantel den Tierkreisgürtel

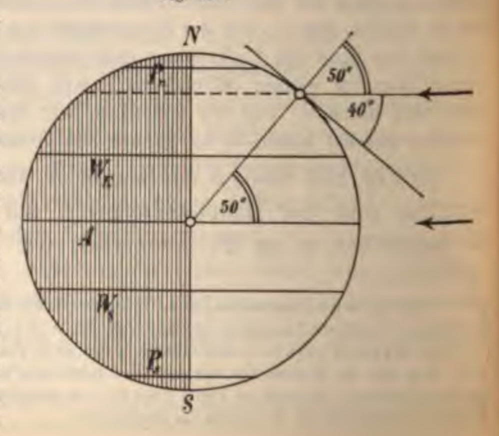
*) **Nikolaus Copernicus** (geb. 1473 zu Thorn in Ostpreußen, gest. 1543 zu Frauenburg (?) in Ostpreußen). Studierte Theologie, Medizin und (in Wien als Schüler der berühmten Astronomen Peuerbach und Regiomontanus) Astronomie, später auch Jurisprudenz und wurde 1497 Domherr zu Frauenburg. Sein für die Astronomie der späteren Jahrhunderte grundlegendes Werk „Von den Umwälzungen der Himmelskörper" widmete er Papst Paul III.; es erschien zu Nürnberg 1543 und wurde seinem gelehrten Verfasser überbracht, als er bereits im Sterben lag.

Fig. 296.



mit der Ekliptik *E* und den zwölf Zeichen des Tierkreises, endlich *A* den Himmelsäquator und *PP'* die Weltachse vor. Von jeder Stellung der Erde in ihrer Bahn aus projizieren wir gleichsam die Sonne auf eine Partie des Tierkreisgürtels (z. B. von *f* aus nach ♈, von *s* nach ♋ u. s. w.). Die drei beigesetzten Pfeile geben an: p_1 den Rotationssinn der Erde, p_2 den Sinn der Umkreisung, p_3 den Sinn der scheinbaren jährlichen Verschiebung der Sonne durch die Sternbilder des Tierkreises; der Sinn dieser drei Bewegungen ist, wie die Figur erkennen läßt, derselbe. Auf 365 Umdrehungen der Erde um ihre Achse, bezogen auf die Sonne (d. i. auf 365 Sonnentage), entfallen nach obigem 366 Umdrehungen in Bezug auf den Sternenhimmel (d. i. 366 Sterntage).

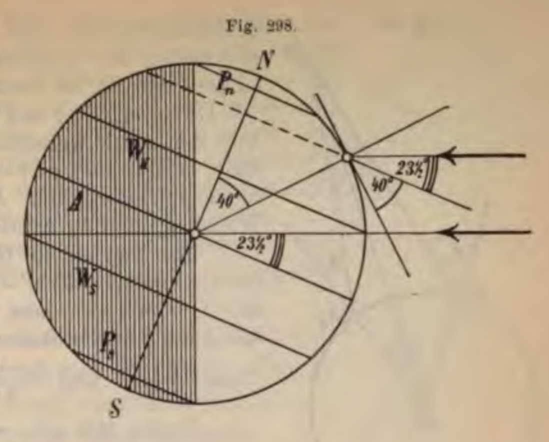
Fig. 297.



Auch der Wechsel der Jahreszeiten und die Lage der jährlichen Sonnenbahnen für Orte verschiedener geographischer Breite ergeben sich zwanglos aus den obigen Annahmen. Aus Fig. 295 und Fig. 296 ist zu erkennen, daß die Sonnenstrahlen die Erdachse bei den Stellungen *f* und *h* normal, bei den Stellungen *s* und *w* dagegen unter Winkeln von $66^1/_2{}^\circ$ und $113^1/_2{}^\circ$ treffen. Somit treffen am 21. März und am 23. September die Strahlen normal auf den Äquator (Fig. 297), Tag- und Nachtbogen der Sonne muß

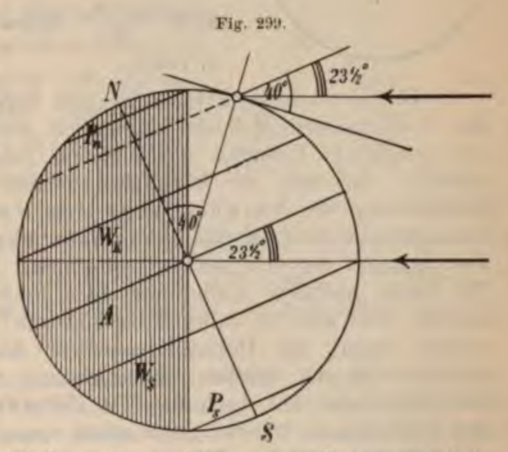
gleich sein, da die Licht- und Schattengrenze durch die Erdpole geht. Für einen Ort von der Breite 50° (gestrichelter Parallelkreis) treffen daher die Sonnenstrahlen Mittags den Horizont unter einem Winkel von 40° (Höhe der Sonne = Äquatorhöhe; vgl. Fig. 291). Analog zeigen uns Fig. 298 und 299 die Beleuchtungsverhältnisse der Erde für den 21. Juni und für den 21. Dezember. Erkläre die Figuren und die daraus resultierenden Erscheinungen für alle Erdzonen! Gibt es Orte der Erde, für welche im ganzen Jahre Tag- und Nachtgleiche herrscht?

Fig. 298.



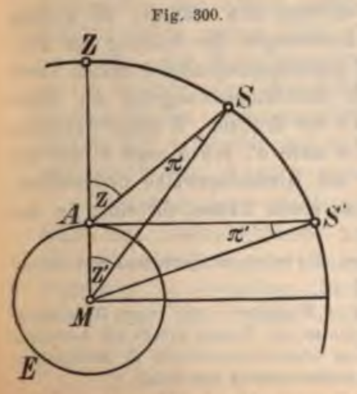
149. Entfernung der Sonne. Parallaxe. Zur Bestimmung der Entfernung der Himmelskörper von der Erde ist die Methode mit Hilfe des parallaktischen Winkels oder der Parallaxe anwendbar.

Fig. 299.



Stellt E (Fig. 300) die Erdkugel, S einen Himmelskörper vor, so würden die beiden Visierlinien, welche wir von einem Beobachtungsorte A der Erde und vom Erdmittelpunkte M aus nach diesem Himmelskörper ziehen könnten, einen Winkel π einschließen, welchen wir als Parallaxe des Himmelskörpers S bezeichnen. Sie wäre offenbar gleich dem Sehwinkel, unter welchem von S aus gesehen der Erdradius MA erscheinen würde. Würden wir die Zenithdistanzen z und z' des Himmelskörpers messen können, wie sie sich vom Beobachtungsorte A und vom Erdmittelpunkte M aus ergeben, so wäre $\pi = z - z'$. Bezeichnet AM den Erdradius r, SM die gesuchte Entfernung x des Himmelskörpers, so ist dann nach dem Sinussatze $x : r = \sin z : \sin \pi$ und daraus die Größe x bekannt. Noch einfacher würde sich die Berechnung gestalten, wenn die Horizontalparallaxe π' bestimmbar wäre. Dann wäre $x = r : \sin \pi'$.

Fig. 300.



Die Bestimmung der Parallaxe wird unter anderem nach der folgenden Methode durchgeführt, welche wohl prinzipiell auf alle Himmelskörper anwendbar ist, jedoch bei weiter entfernten keine genauen Resultate mehr ergibt. Von zwei Orten A_1 und A_2, die auf demselben Erdmeridiane liegen (Fig. 301) und einen möglichst großen



Breitenunterschied (vgl. Art. **142**) γ haben, mißt man gleichzeitig die Zenithdistanzen z_1 und z_2 des Himmelskörpers S. Es ist dann $\pi_1 + \pi_2 = 360^0 - (180 - z_1) - (180 - z_2) - \gamma$ und daher $\pi_1 + \pi_2 = z_1 + z_2 - \gamma$ (I). Aus den zwei weiteren Gleichungen (Sinussatz) $x : r = \sin z_1 : \sin \pi_1$ und $x : r = \sin z_2 : \sin \pi_2$ folgt $\sin \pi_1 : \sin \pi_2 = \sin z_1 : \sin z_2$ (II). Aus (I) und (II) lassen sich die Winkel π_1 und π_2 berechnen und mit ihrer Hilfe r finden.

Zur Lösung der Gleichungen (I) und (II) bildet man $(\sin \pi_1 + \sin \pi_2) : (\sin \pi_1 - \sin \pi_2) = (\sin z_1 + \sin z_2) : (\sin z_1 - \sin z_2)$, woraus sich unter Zuhilfenahme der bekannten trigonometrischen Additionstheoreme ergibt:

$$\operatorname{tang} \frac{\pi_1 + \pi_2}{2} : \operatorname{tang} \frac{\pi_1 - \pi_2}{2} = \operatorname{tang} \frac{z_1 + z_2}{2} : \operatorname{tang} \frac{z_1 - z_2}{2}$$

Daraus läßt sich, weil $\frac{\pi_1 + \pi_2}{2}$ nach (I) bekannt ist, auch $\frac{\pi_1 - \pi_2}{2}$ finden und daher in Verbindung mit (I) auch π_1 und π_2.

Die Sonnenparallaxe ist nun bereits zu klein, als daß sie sich nach der beschriebenen Methode hinlänglich genau bestimmen ließe. Es war daher eine glänzende Leistung menschlichen Scharfsinns, als Halley (1691) zuerst mitteilte, daß man die Horizontalparallaxe der Sonne weit genauer durch die Beobachtung der Vorübergänge des Planeten Venus (Art. **150**) vor der Sonnenscheibe (sogenannte Venusdurchgänge) zu bestimmen imstande sei.*) Das Resultat der vier seither beobachteten Venusdurchgänge (1761 — also erst 70 Jahre, nachdem Halley die Idee entwickelte — 1769, 1874, 1882, der nächste wird erst im Jahre 2004 eintreten!) ergab (wie hier nicht näher erklärt werden kann) die Horizontalparallaxe der Sonne mit 8,80 Winkelsekunden, wonach sich der mittlere Sonnenabstand von der Erde mit ungefähr 24 266 Erdradien oder mit beiläufig 154 750 000 ***km*** ergibt. Unter Zugrundelegung des meßbaren mittleren Sehwinkels, unter dem uns die Sonnenscheibe erscheint (31′ 59″ 26), welchen Winkel man auch als den scheinbaren Durchmesser der Sonne bezeichnet, ergibt sich daraus, daß der wirkliche Durchmesser der Sonne ungefähr 109 Erddurchmessern gleichkommt.

Die Parallaxe der Fixsterne ergab sich nach älteren Methoden gleich Null, wonach die Fixsterne unendlich weit von der Erde entfernt sein müßten. Es gelang jedoch dem Astronomen Bessel**) der Nachweis, daß Änderungen der Stellung der Fixsterne zu konstatieren sind, wenn die Erde an diametral gegenüberliegenden Punkten ihrer Bahn steht; hierdurch ist zugleich ein Beweis für die Revolutionsbewegung der Erde erbracht (vgl. Art. **148**). Bedeutet (Fig. 302) der Kreis ab die Erdbahn, S einen Fixstern, so muß derselbe im Laufe eines Jahres, da wir ihn von a nach a', von b nach b' auf die Himmelskugel projizieren, scheinbar eine Ellipse $a'b'$ am Himmelsgewölbe beschreiben, welche für einen am Pole der Ekliptik stehenden Stern zu einem Kreise, für einen in der

*) Die Astronomie kennt gegenwärtig übrigens noch andere, wie es scheint noch genauere, Wege zur Bestimmung der Sonnenparallaxe.

**) Friedr. Wilh. Bessel (geb. 1784 zu Minden, gest. 1846 zu Königsberg) war zuerst Handlungslehrling, eignete sich später mathematische und astronomische Kenntnisse an. Früher bereits als Astronom tätig, wirkte er von 1810 angefangen an der nach seinen Angaben erbauten Sternwarte in Königsberg. *Seine hauptsächlichsten* Untersuchungen beziehen sich auf die Größenbestimmung der Erde.

Ebene der Erdbahn befindlichen Stern zu einer geradlinigen, in doppeltem Sinne durchlaufenen Strecke wird. Die große Achse dieser Ellipse bedeutet die jährliche Parallaxe des Sternes, sie ist offenbar für nahe Sterne größer als für entfernte. So ergibt sich dieselbe für den hellsten Stern α des „Centauren"*) mit 0,92", für den hellsten Stern α des „Großen Hundes" (genannt Sirius) mit 0,23". Wegen der Kleinheit der Winkel ist es gestattet, daraus zu schließen, daß Sirius etwa 4mal so weit von der Erde abstehe als α des „Centauren". Die Entfernung des letzteren — der Erde nächsten — Fixsternes ergibt sich aus seiner jährlichen Parallaxe mit ungefähr 4 Billionen Meilen.

Fig. 302.

b' a' S a b

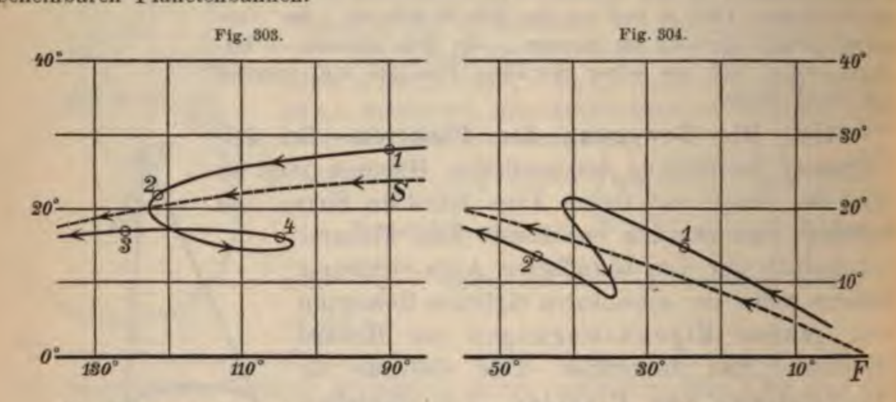
150. Die Bewegung der Planeten. Bei aufmerksamer Betrachtung des gestirnten Himmels zeigt es sich, daß einige mit freiem Auge sichtbare Sterne und außerdem eine ziemlich bedeutende Zahl kleinerer und deshalb nur dem bewaffneten Auge sichtbarer Gestirne außer der scheinbaren täglichen Bewegung noch gewisse Eigenbewegungen am Himmel ausführen. Man bezeichnet diese Gestirne als Wandelsterne oder Planeten. Von denselben kannten die Astronomen des Altertums nur fünf: Merkur (☿), Venus (♀), Mars (♂), Jupiter (♃) und Saturn (♄). Sie zeichnen sich gegenüber den lebhaft glitzernden (szintillierenden) Fixsternen durch einen ruhigeren Glanz aus. Im Fernrohre betrachtet, erscheinen sie als helle Scheibchen, während die Fixsterne selbst bei Anwendung stärkster Vergrößerungen nur Lichtpunkte bleiben.

Von den fünf genannten Planeten beschreiben die drei letzten, ähnlich der Sonne, im Laufe einer gewissen Periode eine um die ganze Himmelskugel durch den Tierkreisgürtel laufende, geschlossene Bahn, wobei sie zu verschiedenen Zeiten in den verschiedensten Stunden der Nacht sowie in allen möglichen Entfernungen von der Sonne sichtbar sind, so daß sie z. B. auch um Mitternacht ihre obere Kulmination ausführen können. Man bezeichnet sie als obere Planeten, im Gegensatze zu den unteren Planeten Merkur und Venus, welche sich stets nur wenig von der Sonne entfernen (geringe Elongation zeigen — Venus 46°, Merkur 23°), wobei jeder von beiden Planeten eine Zeitlang vor der Sonne aufgeht oder Morgenstern ist, darauf eine Zeit der Sonne so nahe steht, daß er im Scheine der Morgendämmerung verschwindet, höchst selten dabei vor der Sonnenscheibe vorbeipassiert (Merkur- und Venusdurchgänge), worauf er einige Zeit hindurch auf der anderen Seite der Sonne wieder sichtbar wird und nun nach der Sonne untergeht oder Abendstern wird.

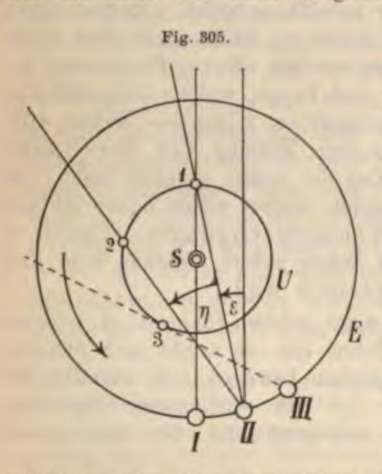
Zeichnet man die Gesamtheit der Lagen eines solchen Planeten, d. i. seine Bahn am Sternenhimmel, auf einem Himmelsglobus ein, so ergibt sich dieselbe als eine ziemlich verwickelte Kurve. Im allgemeinen bewegen sich nämlich die Planeten in derselben Richtung, welche wir bei der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne erkannt haben, also entgegengesetzt der scheinbaren

*) In Europa nicht sichtbar.

Umwälzung der Himmelskugel; wir wollen diese Bewegung als rechtläufige bezeichnen. Es kommt jedoch auch vor, daß sie nach Verlangsamung dieser Bewegung einige Zeit stille stehen (stationär werden) und dann eine Bewegung in entgegengesetztem Sinne — eine rückläufige Bewegung — einschlagen. Der Wechsel beider Bewegungsrichtungen führt häufig, jedoch nicht immer, zu einer Schleifenbildung. Die Fig. 303 und 304 zeigen Stücke von derartigen scheinbaren Planetenbahnen.

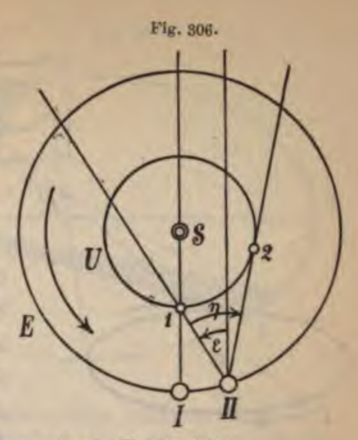


Um diese merkwürdigen Bewegungserscheinungen zu erklären, mußten die geozentrischen Weltsysteme zu sehr komplizierten und unwahrscheinlichen Hypothesen greifen (Theorie der Epizykeln, wonach sich der Planet in einem Kreise bewegt, dessen Mittelpunkt wieder eine Kreisbahn um die Erde beschreibt u. s. w.). In zwangloser Weise ergeben sich wieder die scheinbaren Eigenbewegungen der Planeten bei Annahme eines heliozentrischen Systemes als bloße Projektionserscheinungen — als eine solche erkannten wir ja auch die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne (Fig. 296) — hervorgerufen einerseits durch die Eigenbewegung der Erde in ihrer Bahn, anderseits durch die Eigenbewegung der Planeten um die Sonne. Wir nehmen hierzu vorläufig an, daß die Planeten (ebenso wie die Erde und auch in gleichem Bewegungssinne) Kreisbahnen oder kreisähnliche Bahnen um die feststehende Sonne beschreiben, wobei die Bahnen der unteren Planeten innerhalb der Erdbahn, jene der oberen Planeten außerhalb der Erdbahn liegen und betrachten unter dieser Voraussetzung zunächst einen unteren Planeten. *S* (Fig. 305) sei die Sonne, *E* bezeichne die Erdbahn, *U* die (vorläufig mit *E* in einer Ebene gedachte) Bahn eines unteren Planeten. Den Planeten denken wir uns zunächst in *1* stille stehend; würde die Erde sich von *I* nach *II* verschieben, so würde sich die Projektion von *1* auf die Himmelskugel um den Winkel ε, und zwar in gleichem Sinne wie die Erde in ihrer Bahn geht, verschoben haben. Hätte sich währenddessen auch der Planet, und zwar von *1* nach *2* bewegt, so würde sich die Verschiebung der Planetenprojektion noch außerdem um den Winkel η, also zwar



ausgiebiger, aber in gleichem Sinne, demnach rechtläufig vollzogen haben. Wäre dagegen der Planet (Fig. 306) in *1* ruhig und würde die Erde von *I* nach *II* gehen, so würde die Verschiebung der Planetenprojektion um den Winkel ε rechtläufig erfolgen. Rückt aber der Planet in derselben Zeit von *1* nach *2*, wobei Bogen *1 2* größer als Bogen *I II* ist, so erfolgt eine rückläufige Verschiebung um einen Winkel η, wobei $\eta > \varepsilon$ ist. Das Gesamtergebnis ist also ein Überwiegen der rückläufigen Verschiebung. — In den Stellungen *1* (Fig. 305 und 306) kulminiert der Planet gleichzeitig mit der Sonne oder ist — wie man sagt — mit der Sonne in Konjunktion; wir nennen die erstere Stellung (in Fig. 305) die obere, die andere (in Fig. 306) die untere Konjunktion.

Fig. 306.



Genau dieselben Betrachtungen knüpfen sich an die Fig. 307 und 308, welche die Bewegungserscheinungen für einen oberen Planeten darstellen. Dabei wird zu betrachten sein jene Stellung, in welcher der Planet gleichzeitig mit der Sonne seine obere Kulmination ausführt — mit der Sonne in Konjunktion steht — (Fig. 307), welche eine rechtläufige Bewegung ergibt, und jene Stellung, bei welcher der Planet um zwölf Stunden später als die Sonne seine obere Kulmination ausführt — mit der Sonne in Opposition steht —, bei welcher eine rückläufige Bewegung eintritt.

Fig. 307.

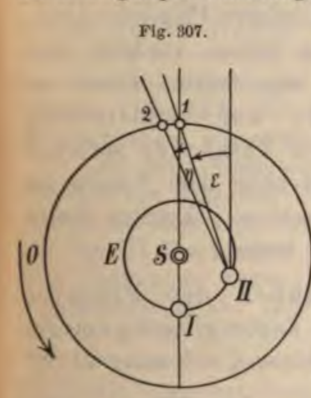
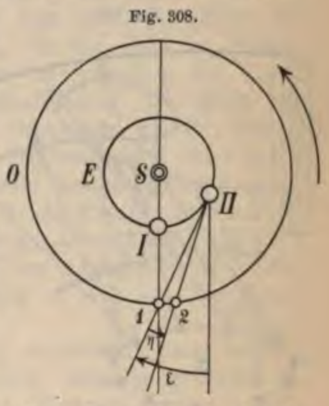


Fig. 308.



Würden die Planetenbahnen — wie bisher angenommen wurde — mit der Erdbahn in eine Ebene fallen, so müßte sich nach dem Gesagten jeder Planet je nach seiner Stellung zur Erde entweder rechtläufig oder rückläufig in der Ekliptik verschieben. Zwischen beiden Bewegungen, deren Geschwindigkeit bei den in den Fig. 305—308 betrachteten Stellungen *1* ein Maximum wäre, müßte ein Abnehmen der Geschwindigkeit, ein Stillestehen (Stationärwerden) (vgl. die Stellung *III*, *3*, in Fig. 305, wo der Planet sich gerade in der Richtung zur Erde und *II 2* in Fig. 306, wo der Planet sich gerade von der Erde weg bewegt) und darauf wieder ein Anwachsen der Geschwindigkeit eintreten. Nehmen wir nun noch an, daß die Bahnen der Planeten gegen die Erdbahn unter einem spitzen Winkel geneigt sind, so setzen sich die besprochenen recht- und rückläufigen Rektaszensionsänderungen mit den gleichzeitig eintretenden Deklinationsänderungen zu einer Schleifenbewegung zusammen.

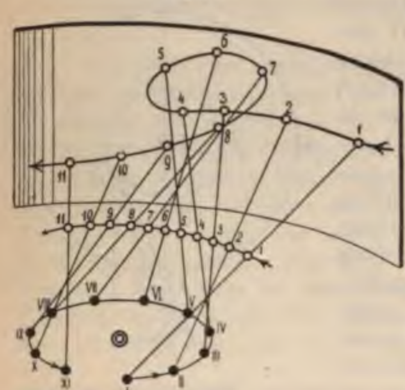
Würde ein ziemlich nahe der Ebene der Ekliptik gelegener Planet *P* (Fig. 309) stille stehen, so müßte er während eines Erdenjahres am Himmelsgewölbe eine parallaktische Ellipse beschreiben. Zufolge der gleichzeitigen Eigenbewegung des Planeten zieht sich diese Ellipse

Fig. 309.

zu einer Schleife aus (Fig. 310). Man beachte in Fig. 309, daß die Rechtläufigkeit für die Konjunktionsstellung, die Rückläufigkeit für die Oppositionsstellung eintritt. Über den Phasenwechsel der unteren Planeten vgl. Art. **156**.

Gegenüber der geozentrischen Theorie des Ptolemäos nimmt die copernicanische Theorie an, daß die Sonne fest stehe und daß alle Planeten, zu denen auch die Erde gehört, um dieselbe kreisförmige Bahnen beschreiben. Aus einem sehr genauen, bezüglich des Planeten Mars von Tycho Brahe gesammelten Beobachtungsmaterial las Johannes Kepler,*) geleitet von bewundernswertem Scharfsinne, die Tatsache ab, daß die Bahn des Mars (und nach Analogie wohl auch jene der anderen Planeten) nicht kreisförmig sein könne, sondern vielmehr elliptisch sein müsse. Diese und noch zwei andere auf empirischem Wege abgeleitete Tatsachen sprechen sich in den seither unter dem Namen der Keplerschen Gesetze bekannten Lehrsätzen aus, welche lauten:

Fig. 310.



1. Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem gemeinsamen Brennpunkte die Sonne steht.

2. Der von der Sonne zum Planeten gezogene Leitstrahl oder Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume. (1. und 2. veröffentlicht 1609.)

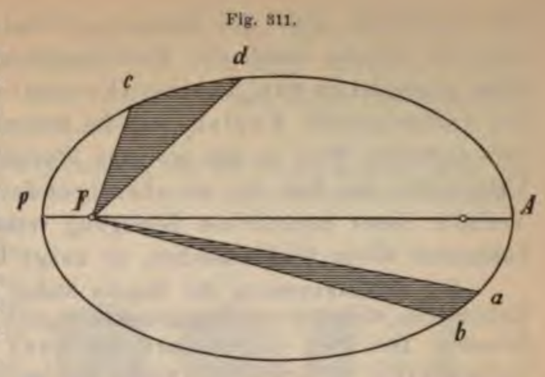
3. Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Das zweite Keplersche Gesetz, welches übereinstimmt mit dem in Art. 54 aufgestellten Flächenprinzip, läßt bereits erkennen, daß die Planetenbewegung eine Zentralbewegung ist. Es klärt uns aber auch darüber auf, daß die Bahngeschwindigkeit eines Planeten keine konstante sein kann.

---

*) Johannes **Kepler** (geb. 1571 zu Weil in Württemberg, gest. 1630 zu Regensburg) studierte unter den dürftigsten Verhältnissen Mathematik, wurde 1593 Professor zu Graz, 1598 Gehilfe bei Tycho Brahe in Prag, 1601 kaiserlicher Mathematiker und Hofastronom, kam 1628 in den Dienst Wallensteins zu Sagan und wurde durch dessen Vermittlung Professor in Rostock. Trotzdem das Leben Keplers eine Kette von Unglück und Widerwärtigkeiten bedeutete, vermochte nichts die Arbeitsfreudigkeit des gelehrten Mannes zu beugen, dessen Forschungen auf astronomischem wie physikalischem Gebiete unschätzbar sind.

Fig. 311.



Stellt uns Fig. 311 eine Planetenbahn*) dar und legt der Planet den Weg *b a* in derselben Zeit zurück wie den Weg *d c*, so muß, wenn Sektor *F b a* inhaltsgleich mit Sektor *F d c* sein soll, weil *F* näher an *d c* wie an *b a* liegt, der Bogen *d c* größer sein als der Bogen *b a*, d. h. die Bahngeschwindigkeit der Planeten muß in der Sonnennähe (im Perihelium) größer sein als in der Sonnenferne (im Aphelium). Ist nämlich φ die veränderliche Winkelgeschwindigkeit des Planeten, r seine (gleichfalls veränderliche) Entfernung von der Sonne, so ist die Bahngeschwindigkeit $v = r\varphi$ keine gleichförmige; wohl aber bleibt das Produkt $v . r = r^2 \varphi$ (geometrisch der doppelte Inhalt eines schmalen Dreieckes mit der Basis $r\varphi$ und der Höhe r) ein konstantes. Aus der letzten Gleichung sieht man daher, daß φ und daher auch die Bahngeschwindigkeit (v) des Planeten kleiner sein muß, je größer die Entfernung (r) von der Sonne ist. Nun erklärt sich, da die Erde im Winter der nördlichen Halbkugel im Perihelium, im Sommer im Aphelium ist, nachträglich (Art. **147**) die längere Dauer des Sommerhalbjahres (21. März bis 23. September) gegenüber dem Winterhalbjahre (23. September bis 21. März).

Das dritte Keplersche Gesetz ermöglicht es, den Sonnenabstand eines jeden Planeten von bekannter Umlaufszeit aus dem anderweitig bestimmbaren Sonnenabstand der Erde (vgl. Art. **149**) abzuleiten. Besitzt z. B. ein Planet eine Umlaufszeit von 27 Erdenjahren (Saturn hat rund 30 Erdenjahre Umlaufszeit), so muß seine Entfernung wegen $1^2 : 27^2 = 1 : 729 = 1^3 : 9^3$ den neunfachen Wert des Sonnenabstandes der Erde betragen (Saturn ist $9\frac{1}{2}$ mal so weit von der Sonne entfernt als die Erde).

Kepler hat seine Gesetze aus der Beobachtung abgeleitet; dem Grunde, der Erklärung der Gesetze forschte er vergeblich nach. Dieselbe gefunden zu haben, ist das glänzendste Verdienst des Engländers J. Newton (vgl. Art. **12**). Bevor darüber in Art. **152** gesprochen werden kann, müssen wir unsere Kenntnis noch hinsichtlich eines besonders auffälligen Himmelskörpers ergänzen; es ist dies der Mond.

151. Die Bewegung des Erdmondes. Die scheinbare Bewegung des Erdmondes ist ähnlich jener der Sonne eine zweifache. Wir unterscheiden zunächst eine tägliche Bewegung, die analog jener der auf- und untergehenden Sterne erfolgt, an welcher jedoch auffällt, daß auch der Mond (ähnlich wie die Sonne) seinen Auf- und Untergangspunkt und daher auch die Länge von Tag- und Nachtbogen verändert. Als zweite Bewegung fällt uns eine Eigenbewegung des Mondes auf, welche denselben in einer Art Wellenlinie ohne Schleifen stets rechtläufig (von West nach Ost über

*) Fig. 311 übertreibt der Deutlichkeit halber die Verhältnisse bedeutend. Die Planetenbahnen sind nämlich Ellipsen, welche nahezu kreisförmig sind. Die numerische Exzentrizität, d. i. die Entfernung zwischen Mittelpunkt der Ellipse und Brennpunkt in Teilen der großen Halbachse beträgt für die Erde 0,017, für Mars 0,093 (relativ groß), für Merkur 0,206 (Maximum), für Venus 0,007, für Jupiter 0,048, für Saturn 0,056.

den sichtbaren Teil des Himmelsgewölbes) in ungefähr einem Monate nahe der Ekliptik durch den Tierkreisgürtel führt. Diese scheinbare Mondbahn schneidet in zwei Punkten (Knoten) die Ekliptik. Davon heißt jener der aufsteigende Knoten, wo die astronomische Breite des Mondes aus dem negativen Wert in den positiven übergeht, während der andere, wo das Umgekehrte der Fall ist, als absteigender Knoten bezeichnet wird. Im Verlaufe dieser monatlichen Bewegung verändert der Mond zudem in der bekannten Weise sein Aussehen, er zeigt Lichtgestalten oder Phasen.

Die Rektaszension des Mondes ändert sich täglich um rund 13°; seine Kulmination verspätet sich infolgedessen täglich um ungefähr $4 \times 13 = 52$ Zeitminuten. Die Zeit, in welcher der Mond wieder zu demselben Deklinationskreis zurückkehrt (wieder gleichzeitig mit einem bestimmten Fixsterne kulminiert), heißt ein siderischer Monat; dieselbe ergibt sich mit $27^d\ 7^h\ 43'\ 11{,}5''$ (also rund gleich $27\,^1/_3$ Tagen). Im Verlaufe eines siderischen Monates kommt der Mond mit der Sonne sowohl in Konjunktion als in Opposition; diese beiden Stellungen des Mondes werden als Syzygien, die von ihnen um einen Rektaszensionsunterschied von 90° entfernten als Quadraturen des Mondes bezeichnet. Auch die Deklination des Mondes unterliegt beständigen Änderungen, welche während eines Monates ähnlich den jährlichen Deklinationsänderungen der Sonne erfolgen, deren periodischer Verlauf jedoch ein sehr komplizierter ist. Im ganzen bleibt der Mond stets nahe der Ekliptik, indem er im Maximum nur bis zu ungefähr 5° über oder unter der Ekliptik steht.

Die monatliche Bewegung des Mondes erklärt sich, wenn man annimmt, daß der Mond im Laufe eines siderischen Monates einmal die Erde umkreise, und zwar in demselben Sinne, in welchem die Erde um die Sonne läuft. Da der scheinbare Durchmesser des Mondes zwischen etwa 29' und 34' variiert, muß die vom Monde durchlaufene Bahn eine elliptische sein. Sie muß ferner gegen die Ebene der Erdbahn geneigt sein (um etwa 5°, genauer 5° 8' 40''); die Schnittlinie beider Ebenen — die Knotenlinie — trifft die Himmelskugel in den früher erwähnten Mondknoten (vgl. Art. **155**).

Die Entfernung des Mondes von der Erde ergibt sich nach der Parallaxenmethode (Art. **149**) im Mittelwerte mit rund 60 Erdhalbmessern, woraus sich der wirkliche Monddurchmesser mit ungefähr 0,2742 Erddurchmessern ergibt. Der Durchmesser des Mondes beträgt somit etwa $^3/_{11}$, seine Oberfläche $^3/_{40}$ und sein Volumen $^2/_{97}$ von den entsprechenden Größen der Erde.

Für die Richtigkeit der Annahme, daß der Mond um die Erde kreise, sprechen in erster Linie mechanische Gründe (ähnlich wie in Art. **143** und **148**).

Die Phasenänderung des Mondes ist eine einfache Beleuchtungserscheinung, hervorgerufen dadurch, daß die stets zur Hälfte von der Sonne beleuchtete Mondkugel uns bei ihrer Erdumkreisung abwechselnd den beleuchteten Teil vollständig, nur teilweise oder gar nicht erblicken läßt. Die Mondscheibe muß offenbar voll beleuchtet erscheinen oder Vollmond muß eintreten, wenn der Mond mit der Sonne in Opposition steht. Die unbeleuchtete Seite kehrt der Mond der Erde zu, wenn sich Sonne und Mond in der Konjunktion befinden. Es ist dann Neu-

mond, der uns, da er mit der Sonne nahezu an derselben Stelle des Himmelsgewölbes steht, unsichtbar bleibt (vgl. Art. **221**). Wenn der Mond mit der Sonne in Quadratur steht, sehen wir den Mond halbbeleuchtet, es tritt das erste und das letzte Viertel ein.

Beide Erscheinungen — die Ortsveränderung und die Phasenänderung seien nun nochmals in Kürze zusammengefaßt. Nach dem Neumond finden wir den Mond kurze Zeit vor Sonnenuntergang am westlichen Himmel in Gestalt einer schmalen, mit der Krümmung der untergehenden Sonne zugekehrten Sichel (Fig. 312, 2) von der Gestalt des Bogens im Kurrent-z. Von da ab entfernt sich die an Breite zunehmende Sichel von der Sonne, bis am 7. Tage nach dem Neumonde der Mond um etwa 90° von der Sonne entfernt ist; er steht in dem ersten Viertel (Fig. 312, 3) und kulminiert bei Sonnenuntergang. Von da ab nimmt der beleuchtete Teil des Mondes weiter zu (Fig. 312, 4), bis er endlich Vollmond wird und nun mit der Sonne in Opposition steht (Fig. 312, 5). Nun nähert er sich wieder von Osten her der Sonne; er verliert an seinem gegen Westen gerichteten Rande (Fig. 312, 6) bis zum letzten Viertel (Fig. 312, 7), wird dann wieder zur Sichel, deren immer schmäler werdende Gestalt (Fig. 312, 8) dem Bogen im Kurrent-a gleicht, bis er 6—7 Tage nach dem letzten Viertel kurz vor der Sonne aufgeht, so daß sein schwaches Licht bald im Glanze des Morgenhimmels verschwindet. Bald danach ist die Konjunktionsstellung erreicht; der eintretende Neumond ist unsichtbar.

Fig. 312.

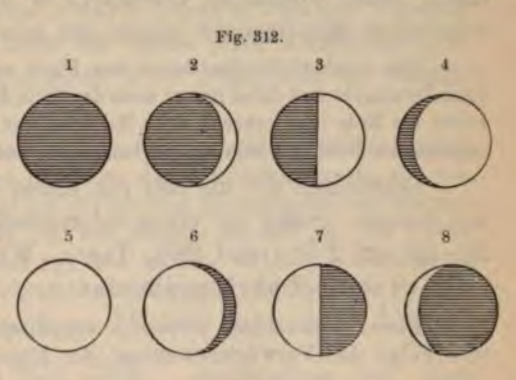
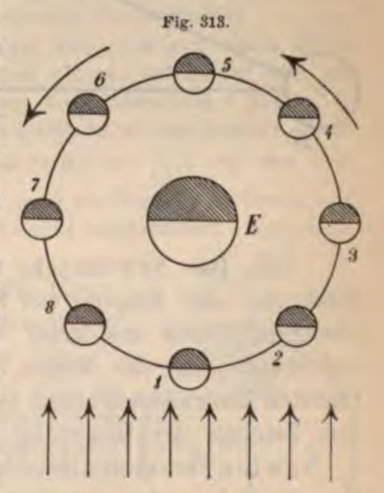


Fig. 313 läßt diese Beleuchtungserscheinung, gesehen etwa vom Nordpole der Ekliptik aus, erkennen. Die Sonnenstrahlen treffen in der Richtung der Pfeile die Erde E; die Stellung des Mondes in *1* entspricht dem Neumonde, in *5* dem Vollmonde, in *3* dem ersten, in *7* dem letzten Viertel; in diesen Stellungen zeigt der Mond die in Fig. 312 gleichbezifferten Lichtphasen. Man erkläre mit Hilfe der Fig. 313, wieso der Mond im ersten Viertel vor Mitternacht, im letzten Viertel nach Mitternacht, als Vollmond die ganze Nacht leuchtet; ferner die Änderung in der Zeit des Mondaufganges von Vollmond zu Vollmond.

Fig. 313.



Zur Nachahmung der Erscheinung der Mondesphasen stelle man sich Abends im Zimmer in einiger Entfernung von einer hell leuchtenden Lampe auf und halte mit dem wagrecht ausgestreckten Arme eine weiße Kugel (Ball). In dieser Stellung drehe man sich langsam einmal um die Körperachse. Der beleuchtete Teil der weißen Kugel zeigt deutlich alle Phasenbilder des Mondes. — Welche größte und welche kleinste Deklination kann der Mond annehmen? — Der Vollmond steht im Sommer nahe dem südlichen Teile der Ekliptik, also unter dem Äquator, im Winter nahe dem nördlichen Teile der Ekliptik, über dem

Äquator; es steht daher der Vollmond im Winter höher am Himmel als im Sommer. In welcher maximalen (minimalen) Höhe kann also der Vollmond für Gegenden von 50°, $67\frac{1}{2}$°, 80° geographischer Breite kulminieren? Bedeutung der daraus resultierenden Tagbogenlänge des Mondes für die Polarnacht.

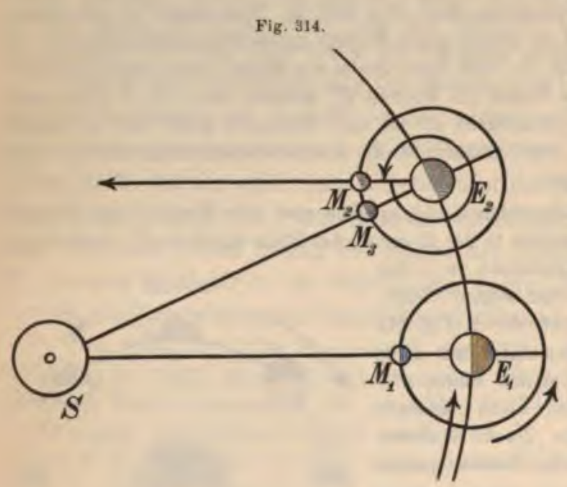
Die Beobachtung des Mondes läßt uns durch das stets gleiche Bild seiner Oberfläche (Art. **156**) erkennen, daß der Mond der Erde stets dieselbe Hälfte seiner Oberfläche zuwendet; er dreht sich somit in der Zeit eines siderischen Mondmonates einmal um seine Achse.

Man versinnliche dies durch eine Figur sowie dadurch, daß man um einen runden Tisch herumgeht und dabei immer nach der Mitte des Tisches blickt. — Welche Erscheinungen würde die Erde uns während eines Mondmonates darbieten, wenn wir dieselbe von der uns zugekehrten Seite des Mondes aus betrachten könnten?

Beobachten wir die Zeit von einem Vollmonde zum nächsten, so finden wir dieselbe größer als einen siderischen Mondmonat; sie beträgt nämlich $29^d\ 12^h\ 44'\ 2{\cdot}7''$ (rund $29\frac{1}{2}$ Tage). Wir bezeichnen diesen Zeitraum als einen synodischen Mondmonat.

Dieser Unterschied zwischen synodischem und siderischem Mondmonat ist eine Folge der Vorwärtsbewegung der Erde in ihrer Bahn um die Sonne. Ist (Fig. 314) die Sonne in S, die Erde in E_1, der Mond in M_1, so haben wir Neumond. Nach Ablauf eines siderischen Mondmonates, d. h. wenn wir von der Erde E_2 aus den Mond M_2 in der Richtung $E_2 M_2 \parallel E_1 M_1$ auf denselben Deklinationskreis der Himmelskugel projizieren, ist noch nicht Neumond eingetreten; derselbe tritt erst wieder ein, wenn der Mond bis M_3 vorgerückt ist, also mehr als einen Umlauf beschrieben hat. — Inwiefern ist der Satz richtig: Der siderische Mondmonat ist für den Mond ein Sterntag, der synodische Mondmonat ist für den Mond ein Sonnentag?

Fig. 314.



152. Das Newtonsche Gravitationsgesetz. Die auf dem Wege der Erfahrung oder Empirie von Kepler aufgefundenen Gesetze der Planetenbewegung führen uns darauf, daß die Bewegung der Planeten um die Sonne und ebenso jene der Monde oder Satelliten um den von ihnen begleiteten Planeten Zentralbewegungen seien (Art. **54**), bei welchen demnach eine nach dem Zentrum der Bewegung hinwirkende Anziehungskraft auftreten muß. J. Newton erkannte dieselbe in der zwischen irgend zwei wägbaren Massen, daher auch zwischen zwei Himmelskörpern stets und zwar gegenseitig wirkenden Anziehungskraft oder allgemeinen Gravitation.

deren Größe dem Quadrate der Entfernung umgekehrt, dem Produkte ihrer Massen jedoch direkt proportional ist. Den mathematischen Ausdruck dieses Newtonschen Gravitationsgesetzes bildet die Formel

$$P = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50),$$

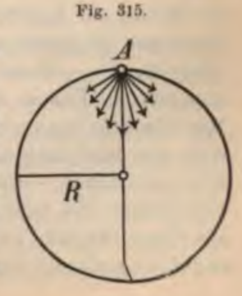
in welcher m_1 und m_2 die Massen der beiden Körper, r ihre Entfernung und f eine Konstante, die sogenannte Gravitationskonstante vorstellt; sie bedeutet offenbar der Maßzahl nach die Größe jener Anziehungskraft, welche die Masseneinheit auf eine kongruente, in der Entfernung der Längeneinheit befindliche Masse ausübt.

Da die Richtigkeit der Keplerschen Gesetze durch direkte Beobachtungen festgestellt ist, läßt sich aus dem dritten derselben das Gravitationsgesetz ableiten. Nehmen wir hierzu an, was mit Rücksicht auf die geringe Exzentrizität der Planetenbahnen gestattet ist, daß zwei Planeten von den Massen m_1 und m_2 ihre kreisförmigen Bahnen, deren Radien r_1 und r_2 sein mögen, in den Umlaufszeiten t_1 und t_2 durchlaufen, so sind die wirksamen Zentripetalkräfte P_1 und P_2 nach Formel (26) des Art. **51** gegeben durch $P_1 = \frac{4\, m_1\, r_1\, \pi^2}{T_1^{\,2}}$ und $P_2 = \frac{4\, m_2\, r_2\, \pi^2}{T_2^{\,2}}$. Es gilt also die Proportion $P_1 : P_2 = \frac{m_1\, r_1}{T_1^{\,2}} : \frac{m_2\, r_2}{T_2^{\,2}}$. Multiplizieren wir diese Proportion gliedweise mit der Proportion $r_1^{\,3} : r_2^{\,3} = T_1^{\,2} : T_2^{\,2}$, welch letztere uns das dritte Keplersche Gesetz ausdrückt, so ergibt sich $P_1\, r_1^{\,3} : P_2\, r_2^{\,3} = m_1\, r_1 : m_2\, r_2$ oder $P_1 : P_2 = \frac{m_1}{r_1^{\,2}} : \frac{m_2}{r_2^{\,2}}$, d. h. die nach dem Zentrum der Bewegung (nach der Sonne) wirkenden Kräfte müssen direkt proportional der Masse des Planeten und umgekehrt proportional dem Quadrate seiner Sonnenentfernung sein. Es ist aber auch ferner klar, daß diese nach dem Zentrum wirkenden Kräfte der Masse des Zentralkörpers direkt proportional sein müssen, da eine Gesamtmasse von M vereinigten Masseneinheiten diese Wirkung M-mal so stark ausüben wird als eine einzige Masseneinheit.

Denken wir uns irgend eine Kraft von einem Zentrum aus nach allen Richtungen des Raumes ausstrahlend und nehmen wir an, daß sie auf eine, um jenes Zentrum mit dem Radius *1* beschriebene Kugelfläche die Kraftwirkung k ausübe, so liegt es nahe, zu vermuten, daß auf eine konzentrische Kugelfläche mit dem Radius r, deren Fläche in Bezug auf die erste somit die (r^2)fache Größe besitzt, nur $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ von der erstgenannten Kraftwirkung k ausgeübt werde. Wir müssen somit der Formel (50) bereits auf dem Wege der Überlegung eine gewisse Wahrscheinlichkeit zuerkennen (vgl. Art. **158** und **166**).

Einen besonderen Fall der allgemeinen Gravitation haben wir in der irdischen Gravitation oder in der Schwere irdischer Körper (Art. **13**) vor uns.

Fig. 315.



Die von allen Massenteilchen der Erde auf eine an ihrer Oberfläche befindliche Masseneinheit ausgeübten Gravitationskräfte (Fig. 315) ergeben eine in der Richtung nach dem Erdmittelpunkte wirksame Resultierende, welche nichts anders als der Gewichtsdruck (-Zug) der Masseneinheit A ist. Seine Größe ist durch $P = f \cdot \frac{M}{R^2}$ gegeben. Bringen wir

daher die Masseneinheit von A auf eine um h höher gelegene Stelle, so wird der Ausdruck $P' = f \frac{M}{(R+h)^2}$ von P solange nicht merklich abweichen, als h gegenüber von R verschwindend klein ist. So wird beispielsweise erst, wenn $h = R$ wird, $P' = \frac{1}{4} \cdot P$ werden.

Daß dieser Gewichtszug bei ruhender Erde direkt nach dem Erdmittelpunkt wirken muß, in welchem man somit die ganze Erdmasse konzentriert denken kann, kann wohl schon aus der allseitigen Symmetrie der kugelförmigen Erde vermutet werden (vgl. Art. **144**). Es läßt sich aber auch mathematisch begründen, daß die Gravitationskraft einer nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze wirkenden gleichartigen (homogenen) Kugel (oder auch einer homogenen Kugelschale) auf einen außerhalb liegenden Punkt genau dieselbe ist, als ob ihre ganze Masse im Mittelpunkte vereinigt wäre. —

Es war einer der genialsten Gedanken Newtons, aus der Zentralbewegung des Erdmondes die tatsächliche Übereinstimmung der irdischen Gravitation mit der Gravitation zwischen Erde und Mond nachzuweisen.

Da der Mond in der 60fachen Entfernung des Erdradius R sich befindet, müßte die Beschleunigung g', mit welcher ein Körper aus dieser Entfernung gegen die Erde fallen müßte — unter Annahme des Gravitationsgesetzes — nur $\frac{1}{60^2} = \frac{1}{3600}$ von jenem Werte g besitzen, der für die Oberfläche der Erde gilt. Es wäre also $g' = \frac{1}{3600} \cdot g$. Genau dieselbe entgegengesetzt gerichtete Beschleunigung (Verzögerung) müßte aber durch den zentrifugalen Trägheitswiderstand hervorgerufen werden, welchen eine mit ($60\ R$) Radius kreisende Masse besitzt, deren Umlaufszeit T gleichkommt der siderischen Umlaufszeit des Mondes. Aus der so erhaltenen Gleichung $\frac{g}{3600} = \frac{4\pi^2 \cdot 60\,R}{T^2}$ folgt $g = \frac{4 \cdot 60^3 \cdot \pi^2 R}{T^2}$. Mit Benützung der Werte T und R ergibt sich daraus $g = 9{,}74\ m$ pro Sekunde, was mit den auf der Erde beobachteten Werten für g (mittlerer Wert $9{,}81\ m$ pro Sekunde) sehr befriedigend übereinstimmt. Die geringe Abweichung erklärt sich einerseits daraus, daß uns für Erdradius und Mondentfernung nur Näherungswerte bekannt sind, ferner aber auch daraus, daß einige unserer Annahmen (Kreisbahn des Mondes, Kugelgestalt der Erde u. s. w.) nicht völlig zutreffen.

Auf Grund des Newtonschen Gravitationsgesetzes lassen sich auch die sogenannten Störungen, das sind Gravitationsbeeinflussungen der Planeten unter sich sowie gegenüber Monden, Kometen etc. erklären und — mindestens teilweise — rechnerisch verfolgen.

Es möge hier nochmals darauf hingewiesen werden, daß die Gravitationskraft zwischen zwei Himmelskörpern stets eine gegenseitige ist. Es zieht also der Mond die Erde mit genau derselben Kraft an, mit welcher die Erde den Mond an sich fesselt. Da aber die Masse der Erde über jene des Mondes bedeutend überwiegt, wird der Mond zur Zentralbewegung um die Erde gezwungen. Das ruhende Zentrum dieser Anziehung ist jedoch nicht der Erdmittelpunkt, sondern der Massenmittelpunkt des Systemes „Erde-Mond". — Ganz ebenso zieht auch der zur Erde fallende Stein mit der Kraft seines Gewichtes die Erde zu sich. Diese Kraft ist aber viel zu gering, als daß sie der ungeheueren Masse der Erde eine merkliche (meßbare) Beschleunigung gegen den Stein hin erteilen könnte; wohl aber wird der kleinen Masse des Steines von der Erde die Beschleunigung g gegen die Erde hin erteilt. — Daß wir von der Massenanziehung eines Hauses, an dem wir vorübergehen, nicht erfaßt und gegen das Haus gezogen werden, erklärt sich daraus, daß wir der Massenanziehung der Erde unterworfen sind, welche weitaus überwiegend ist im Vergleiche zu der unendlich geringfügigen Anziehung, welche das Haus ausübt. Es ist bereits die Masse eines

gewaltigen Gebirgsmassives nötig, damit ein leichtes Pendel um einen winzigen Winkel gegen den Berg hin abgelenkt werde. (Versuche von Maskelyne (1772) am Berge Shehallien in Schottland u. a.)

153. Bestimmung der Sonnenmasse. Masse der Planeten. Das Gravitationsgesetz ermöglicht es, mindestens annähernd die Masse der Sonne sowie jene der Planeten in Vergleich zur Erdmasse zu setzen.

Ist M die Masse der Sonne, m jene der Erde und R der Abstand beider, so ist $f \cdot \frac{M m}{R^2} = \frac{4 \pi^2 m R}{T^2}$ oder $\frac{R^3}{T^2} = f \cdot \frac{M}{4 \pi^2}$. Ganz ebenso gilt aber für den Erdmond, dessen Masse mit μ bezeichnet werden möge, wenn seine Umlaufszeit t und sein Abstand von der Erde r ist, die Gleichung $f \cdot \frac{m \mu}{r^2} = \frac{4 \pi^2 \mu r}{t^2}$ oder $\frac{r^3}{t^2} = f \cdot \frac{m}{4 \pi^2}$. Durch Division beider Gleichungen ergibt sich $\frac{m}{M} = \frac{r^3 T^2}{R^3 t^2}$. Durch Einsetzung der mindestens annähernd bekannten Werte für r, R, t und T ergibt sich $\frac{M}{m}$ beiläufig gleich 355 000, d. h. die Masse der Sonne ist ungefähr 355 000mal so groß als jene der Erde. In Rücksicht darauf, daß das Volumen der Sonne $\frac{4}{3}(109\, r)^3 \pi$ ist (Art. **149**), ergibt sich die mittlere Masse der Volumseinheit (Art. **21**) oder die Dichte der Sonne ungefähr gleich $^1/_4$ der Erddichte (vgl. Art. **154**). Die Sonnenmaterie ist also im Vergleich zur Erdmaterie eine ziemlich lockere.

Da eine Erdmasse in der Entfernung des Erdradius r die Beschleunigung $g = 9{,}81\, m$ pro Sekunde bewirkt, müssen 355 000 Erdmassen in der Entfernung des Sonnenradius, d. i. in der Entfernung von 109 Erdhalbmessern, die Beschleunigung $\gamma = \frac{355000}{109^2} \cdot g$ verursachen, welche somit beiläufig das 28fache der Fallbeschleunigung für die Erde beträgt. Auf der Oberfläche der Sonne hätte also ein Körper das 28fache seines irdischen Gewichtes. —

Die oben gewonnene Formel gibt auch das Verhältnis der Masse m irgend eines Planeten im Vergleiche zur Sonnenmasse an, wenn man für R die Entfernung des Planeten von der Sonne, für r den Abstand eines den Planeten begleitenden Mondes (Satelliten), für T und t die Umlaufszeit des Planeten, beziehungsweise des Satelliten einsetzt. Somit kann die Planetenmasse mit der Sonnenmasse (und dadurch auch mit der Erdmasse) verglichen werden und unter Zuhilfenahme der Größe des Planeten auch seine Dichte bestimmt werden.

154. Bestimmung der Erdmasse und Erddichte. Die im vorigen Art. **153** bestimmten relativen Vergleiche werden zu absoluten Bestimmungen, wenn man die Erdmasse m kennt.

Diese ließ sich in der Tat auf verschiedenen Wegen bestimmen. So verwendete unter anderem Jolly (1880) eine höchst empfindliche Wage, an deren gewöhnlichem Schalenpaar ein zweites durch Vermittlung von etwa 21 *m* langen Drähten angehängt war. Lag ein Körper a (es wurde hierzu eine etwa 5 *kg* schwere Quecksilbermenge, die in einer hohlen Glaskugel eingeschmolzen war, verwendet) auf einer der oberen Schalen und wurde auf der zweiten oberen Schale Gleichgewicht hergestellt und darauf der Körper a in die betreffende untere Schale gelegt, so nahm sein Gewicht um 31,686 *mg* zu (Annäherung an den Erdmittelpunkt). Wurde nun unterhalb der Masse a eine Bleikugel A von

etwa 1 *m* Durchmesser (zusammenstellbar aus Bleibarren) in eine Zentraldistanz von 0,569 *m* gebracht, so erschien der Körper *a* um 0,589 *mg* schwerer.*) Diese Größe ist die Gravitationskraft, hervorgerufen von den Massen *A* und *a* in der Entfernung von 0·569 *m*. Aus einer Reihe derartiger Beobachtungen fand Jolly, daß eine Kugel von der Masse 1 *kg* eine ihr kongruente, im Zentralabstande von 1 *m* von ihr befindliche mit einer Kraft anzieht, welche gleichkommt dem Gewichtszuge von $\frac{1}{147 \cdot 10^9}$ *kg*. Befindet sich nun eine solche Kugel von 1 *kg* Masse an der Erdoberfläche, so muß sie von der Erdkugel, welche *m kg* Masse besitzt, da nun der Zentralabstand der beiden Kugeln dem Erdradius *r* gleichkommt, mit der $\frac{m}{r^2}$ fachen Kraft angezogen werden. Diese Kraft ist aber dann der Gewichtszug von 1 *kg*. Aus der Gleichung $\frac{m}{r^2} \cdot \frac{1}{147 \cdot 10^9} = 1$ folgt unter Einführung des Erdradius $r = 6\,370\,000$ *m* die Erdmasse mit rund 6000 Trillionen (6000 · 10^{18}) Tonnen-Massen. Die (mittlere) Masse der Volumseinheit oder die (mittlere) Dichte der Erde ergibt sich daraus mit 5,5. Da die mittlere Dichte der Erdrinde nur zirka 2,5 beträgt, dürfte der größte Teil des Erdinneren aus spezifisch sehr schweren Stoffen (Schwermetallen?) bestehen.

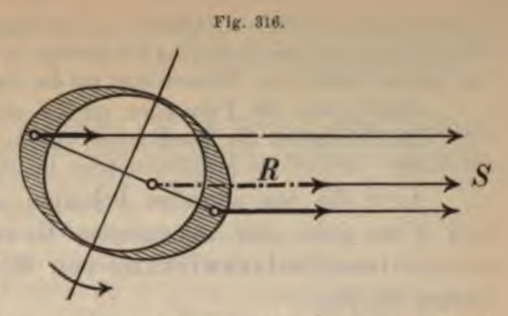
155. Weitere Erscheinungen der Gravitation. (Präzession, Nutation, Ebbe und Flut.) Beobachtet man die scheinbare jährliche Sonnenbewegung durch eine längere Reihe von Jahren, so findet man, daß der Weg, den die Sonne unter den Gestirnen beschreibt (die Ekliptik), im wesentlichen unverändert bleibt, daß aber die Punkte, in welchen die Ekliptik den Himmelsäquator durchschneidet (♈ und ♎) langsam von Ost nach West über den sichtbaren Teil des Himmelsgewölbes (also der Sonne entgegen) sich verschieben. In einem Jahre beträgt die Größe dieser Verschiebung etwa 50″. Da nun — wie erwähnt — die Ebene der Ekliptik gegenüber der Himmelskugel ihre Stellung im wesentlichen unverändert beibehält, ist der in Rede stehende „Rückgang der Äquinoktialpunkte“ oder die Präzession nur durch die Annahme erklärbar, daß die Ebene des Äquators — und natürlich ebenso ihre Normale, die Weltachse — sich derartig dreht, daß die letztere die Mantelfläche eines Kegels beschreibt, dessen geometrische Achse durch die Pole der Ekliptik (vgl. Art. **146**) hindurchgeht. Die Endpunkte der Weltachse beschreiben somit im Laufe einer gewissen Periode (rund 26 000 Jahre, ein platonisches Jahr) am Himmelsgewölbe um die beiden Pole der Ekliptik Kreise, deren sphärischer Radius rund 23½° beträgt. Diese Kreise werden im Sinne der täglichen Umwälzung des Sternenhimmels beschrieben. Alle Sterne, welche in einem solchen Kreise sich befinden, werden im Verlaufe eines platonischen Jahres Polarsterne. Zufolge der Präzession ist das tropische Jahr kürzer als das siderische (Art. **147**).

Zur Erklärung dieser Erscheinung ist zu bedenken, daß die Erdachse im Sinne der Mechanik eine freie Achse (Art. **53**) ist, welche bestrebt ist, ihre Lage im Raume, also auch ihre Neigung gegenüber der unveränderlichen Ekliptik zu

*) Die Aufhängung an den 21 *m* langen Drähten hat den Zweck, den Gravitationseinfluß der großen *Bleimasse* auf die Gleichgewicht herstellenden Gewichtsstücke in der oberen Schale unmerklich zu machen.

bewahren, also sich nur, parallel zu sich selbst bleibend, zu verschieben (vgl. Fig. 295). In diesem Bestreben wird nun die Erde, da sie keine vollkommene Kugel, sondern ein abgeplattetes Ellipsoid ist, durch die Gravitationskraft der Sonne behindert. Da nämlich das Erdellipsoid gleichsam aus einer Kugel mit einem rings um den Äquator aufgesetzten Wulste zusammengesetzt ist (Fig. 316), wird die sehr weit in der Richtung der Pfeile entfernte Sonne S den ihr näher gelegenen Teil dieses Wulstes stärker anziehen als den entfernteren. Die Resultierende R dieser Kräfte wird daher nicht durch den Erdmittelpunkt gehen und somit infolge ihres exzentrischen Angriffes bestrebt sein, die Erdachse gegenüber der Ekliptik aufzurichten oder, was dasselbe ist, die Schiefe der Ekliptik zu verkleinern. Gegen diese Aufrichtung der freien Achse reagiert nun die Erde ganz analog wie der in Fig. 86 (Seite 77) dargestellte Kreisel durch eine Präzessionsbewegung, welche im entgegengesetzten Sinne der Erdrotation und der Erdrevolution erfolgt. Es muß also auch die Verschiebung der Äquinoktialpunkte oder die Präzession im entgegengesetzten Sinne der jährlichen Sonnenbewegung geschehen.

Fig. 316.



Einen ähnlichen Gravitationseinfluß auf den Äquatorwulst der Erde übt auch der Mond aus. Diesem zufolge sollte die Erdachse im Laufe von zirka 19 Jahren eine Kegelfläche von 14—19 Bogensekunden Radius beschreiben. Diese mit dem Namen Nutation bezeichnete Erscheinung kombiniert sich mit der Präzession dahin, daß die Erdachse eine wellenförmig gefurchte (kannelierte) Kegelfläche beschreibt.

Da Pol und Himmelsäquator sich infolge der Präzession ändern, sind die Äquatorkoordinaten (und ebenso die astronomische Länge) der Gestirne veränderliche Größen. Diese Koordinaten werden daher für Sonne, Mond und Planeten für alle Tage des Jahres, für die wichtigeren Fixsterne für eine Mittelstellung im Laufe des Jahres in astronomischen Jahrbüchern (Ephemeriden) vorausberechnet. — Da sich im Laufe der Jahrhunderte andere Sterne an den Himmelspol stellen (nach 12 000 Jahren wird der Stern Wega — der hellste Stern des Sternbildes der „Leier" — zum Polarsterne werden), ändert sich auch die Kalotte der Polarsterne. So erklärt sich eine Stelle des Homer, wonach der vorderste Deichselstern des „Großen Bären" damals nicht zirkumpolar war. Das Sternbild des „südlichen Kreuzes", das heute erst in der Breite von Cairo sichtbar wird, war vor 1800 Jahren noch in ganz Deutschland zu sehen. Orientierung von gewissen griechischen und ägyptischen Tempeln, in denen die aufgehende Sonne durch die Pforte des Tempels das Götterbild an einem bestimmten Tage beleuchten sollte, dessen Datum durch den Aufgang eines bestimmten Sternes vor Tagesanbruch (heliakischer Aufgang) festgesetzt war; zufolge der Präzession mußten diese Tempel im Verlaufe von Jahrhunderten unbrauchbar werden und mußte dann entweder ein neuer mit anders gerichteter Achse erbaut werden (Medînet Abu) oder an der Vorderfront eine neue entsprechende Toröffnung hergestellt werden, wie in Ägina. Die Präzession erklärt auch, wieso die Zeichen des Tierkreises heute nicht mehr (wie es vor etwa 3000 Jahren der Fall war) mit den entsprechenden Sternbildern zusammenfallen. So liegt der Widderpunkt ♈ gegenwärtig bereits im Sternbilde der Fische (vgl. Fig. 296). Aus der genannten Zeit dürften wohl auch die Namen der Zodiakus-Sternbilder herstammen, die im alten Ägypten entstanden sind und sich größtenteils auf die im Ver-

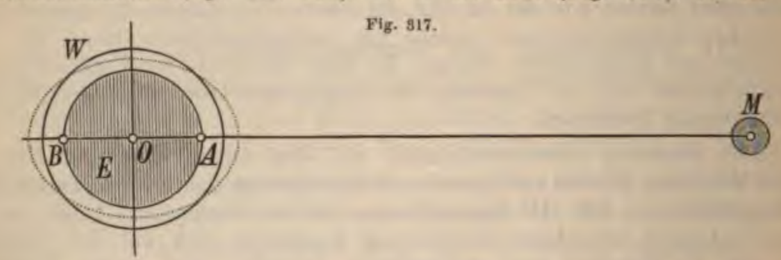
laufe des Jahres wechselnde Tätigkeit des Landmannes bezogen haben dürften; der „Widder" deutet vielleicht auf das Austreiben der Herden im Frühlinge, die „Wage" auf die Gleichheit von Tag und Nacht, der „Wassermann" auf das Maximum der Nilüberschwemmungen u. s. w.

Ähnlich wie die Präzession erklärt sich die Drehung der Mondknotenlinie (Rückläufigkeit der Mondknoten, vgl. Art. **151**) durch das Anziehungsbestreben der Sonne, welche die Mondbahnebene in die Ekliptikebene hineinzudrehen sucht.

Auch die von altersher bekannte periodische Erscheinung der Ebbe und Flut (oder der sogenannten Gezeiten) läßt sich durch die vereinigte Gravitationswirkung von Mond und Sonne auf die irdischen Ozeane erklären.

Ein Wechsel zwischen Ebbe und Flut tritt immer nach beiläufig je 6 Stunden ein; es findet also zweimal im Tage Flut, und zwar zur Zeit der Mondkulminationen, und zweimal Ebbe, und zwar 6 Stunden vor und 6 Stunden nach den Kulminationen statt. Diese Periode erleidet täglich gegenüber der mittleren Sonnenzeit eine Verschiebung von rund 50 Minuten, also dieselbe Verschiebung wie die Mondkulmination (vgl. Art. **151**). Ist E die Erde (Fig. 317), M der Mond,

Fig. 317.



ist ferner d die Entfernung der Zentra beider Himmelskörper, r der Radius der Erde und m die Masse des Mondes, so erfährt die Masseneinheit in A eine Anziehung von der Größe $f \cdot \frac{m}{(d-r)^2}$, bei O von der Größe $f \cdot \frac{m}{d^2}$. Der Unterschied $\triangle$ dieser beiden Anziehungen beträgt $\triangle = fm \left[\frac{1}{(d-r)^2} - \frac{1}{d^2}\right] = fm \cdot \frac{r(2d-r)}{d^2(d-r)^2}$. Vernachlässigt man im Zähler wie im Nenner die gegen $2d$, beziehungsweise gegen d geringe Größe r, so ergibt sich $\triangle = \frac{2fmr}{d^3}$. Diesem Plus von Anziehung vermag die bei A feste Erdrinde allerdings nicht nachzugeben; die bewegliche Wasserkugelschale W des Ozeans (in der Figur der Deutlichkeit halber höchst übertrieben dargestellt) wird aber zufolge dieses Zuges in A gehoben (Flut). Analog muß aber auch bei B eine Hebung des Wassers erfolgen; sie erklärt sich hier aus der bei O größeren Anziehung der Masseneinheit gegenüber einer in B befindlichen. — Ähnlich wie der Mond muß aber auch die Sonne ihre Anziehung auf den Ozean geltend machen. Wiewohl dabei die Masse der Sonne weit größer ist als jene des Mondes, ist doch zufolge der überwiegend größeren Entfernung der Sonne (welche im Nenner von $\triangle$ in der dritten Potenz vorkommt) die Sonnenflut nur etwa halb so groß als die Mondflut. Es ergibt sich nämlich für die Sonnenflut die analoge Größe $\triangle' = \frac{2fm_1r}{d_1^3} = 0{,}488 \cdot \triangle$. Zur Zeit der Syzygien (vgl. Art. **151**) wird nun die gesamte, durch Sonne und Mond hervorgerufene Flut dem Ausdrucke $\triangle + \triangle' = \triangle + 0{,}5 \cdot \triangle = 1{,}5 \cdot \triangle$ proportional sein, wogegen sie zur Zeit der Quadraturen der Größe $\triangle - \triangle' =$

△ — 0,5. △ = 0,5. △ proportional ist. Im ersten Falle tritt eine Springflut ein, welche etwa dreimal so hoch ist als die zur Zeit der Quadraturen auftretende Nippflut.

Das Maximum der jeweiligen Flut tritt stets um eine von Küste zu Küste veränderliche Zeit nach der Kulmination des Mondes ein; diese von lokalen Umständen abhängige Hafenzeit kann mehrere Stunden bis fast zu einem halben Tage betragen. Sie wird ebenso wie die Fluthöhe durch die Konfiguration der Festlandsküsten sowie durch die Tiefenverhältnisse des Meeres beeinflußt. Am größten ist die Fluthöhe dort, wo sich die von Ost nach West vorrückende Flutwelle in Meeresbuchten eindrängt (Ärmelkanal, Fundybai im Südosten von Britisch-Amerika, wo die Fluthöhe bis zu 15·4 *m* beträgt). Im Adriatischen Meere sind die Gezeiten ziemlich gering; es beträgt die Fluthöhe bei Corfu 6 *cm*, bei Triest 60 *cm*; sie verspätet sich auf dieser Strecke um etwa 5 Stunden.

156. Kurze Bemerkungen über die wichtigsten Himmelskörper. Die Sonne bildet mit den Planeten (zu denen auch die Erde gehört) und den Satelliten oder Monden der letzteren das Sonnensystem. Außer den Himmelskörpern desselben bieten noch die Kometen, Sternschnuppenschwärme und das Zodiakallicht, ferner die Fixsterne, Sternhaufen und Nebelflecke der Astronomie ein fast unerschöpfliches Beobachtungsmaterial.

Die Sonne, deren Masse etwa 800mal so groß ist als jene aller übrigen Glieder des Sonnensystemes — weshalb sie durch ihre mächtige Gravitation gleichsam das ganze System ihrer Planeten beherrscht — ist eine in höchster Glühhitze (zirka 6000—7000° C.) befindliche riesige Kugel, deren Radius etwa 109 Erdradien gleichkommt. (Vergleiche hiermit die Entfernung des Mondes von der Erde!) Die an ihrer Oberfläche bemerkbaren Sonnenflecken, welche eine mittlere Periode ihrer Häufigkeit von etwa 11 Jahren zeigen, sind hinsichtlich ihrer Beschaffenheit noch nicht völlig aufgeklärt. Sie lassen eine Achsenrotation der Sonne erkennen, welche sich in etwa $25^1/_3$ Erdentagen vollzieht. Über die zweifellos vorhandene, fortschreitende Bewegung der Sonne (und damit des ganzen Sonnensystemes) besteht die begründete Vermutung, daß dieselbe gegen das Sternbild des „Herkules" stattfindet. In dieser Richtung rücken nämlich die Sterne auseinander, in der entgegengesetzten rücken sie zusammen (Vergleich mit dem Gehen in einer Allee, wo die Bäume vor uns auseinander, die hinter uns zusammenzurücken scheinen). (Über Sonnenfinsternisse vgl. Art. 221; über die physische Beschaffenheit der Sonne vgl. Art. 235.)

In der Reihenfolge von der Sonne weg umgeben diesen Zentralkörper folgende Planeten: 1. Merkur, Durchmesser ungefähr $^2/_5$ des Erddurchmessers; er umläuft die Sonne in ungefähr 85^d und ist als Abend- und Morgenstern wegen seiner geringen Elongation (Art. 150) schwer mit freiem Auge sichtbar. 2. Venus, Durchmesser ziemlich nahe dem Erddurchmesser; Venus bildet den bekannten Morgen- und Abendstern, welcher der hellste Stern des ganzen Himmels ist, so daß zur „Zeit des höchsten Glanzes" die Venus sogar Schatten wirft. Merkur und Venus zeigen einen deutlichen Phasenwechsel, eine notwendige Folgeerscheinung eines heliozentrischen Weltsystemes. 3. Unser Wohnsitz: die Erde, welche der Erdmond als Satellit begleitet. Die Dichte des Erdmondes beträgt etwa 0·6 der Erddichte (Größe des Mondes etc. vgl. Art. 151). Aus mehreren Erscheinungen, insbesondere aus dem Fehlen einer Dämmerung (Art. 224) ist zu schließen, daß dem Monde sowohl Luft wie Wasser (oder Eis) gänzlich fehlen oder er höchstens eine äußerst dünne Atmosphäre besitzt. Wenn der Mond eine sehr schmale Sichel bildet, sieht man auch seinen unbeleuchteten Teil „im aschgrauen Lichte", welches reflektiertes Licht ist, das ihm unsere Erde zustrahlt. An seiner Oberfläche sind Tiefebenen (sogenannte Meere)

sowie Gebirge eigentümlicher Art (bei allen herrscht mehr oder minder die Ringform vor) bemerkbar, deren Höhe sich nach der Länge der geworfenen Schatten bestimmen ließ. Die höchsten Mondberge sind ungefähr ebenso hoch wie die höchsten Berge der Erde. Außerdem fallen noch ziemlich rätselhafte dunkle Rillen und helle Strahlensysteme auf. (Über Mondesfinsternisse vgl. Art. **221.**) 4. Mars: Durchmesser nur wenig größer als der Erdhalbmesser; Dichte etwa 0,7 der Erddichte. Rotiert in $24^1/_2{}^h$ um eine Achse, welche zur Bahnebene eine ähnliche Neigung besitzt wie die Erdachse zur Ekliptik. Umlaufszeit zirka 687^d. Abplattung an den Polen. Atmosphäre mit Wolken sowie weiße Flecke an den Polen (Polareis; in der einen Hälfte des Marsjahres verkleinert sich die nördliche, in der anderen die südliche Eiskappe) stellen das Vorhandensein von Wasser außer Zweifel. Ein Jahreszeitenwechsel ist deutlich konstatierbar. Mars und Erde besitzen somit weitgehende Ähnlichkeiten in physikalischer Beziehung. Ein Rätsel bilden die geradlinig verlaufenden, bisweilen sich scheinbar verdoppelnden „Marskanäle". Ein Phasenwechsel ist wohl noch konstatierbar, muß aber, da Mars bereits zu den oberen Planeten gehört, sich auf eine geringe Lichtabnahme (wie etwa am Monde vier Tage vor und nach dem Vollmonde) beschränken. Mars ist von zwei winzigen Monden begleitet (8—10 *km* Durchmesser!), welche die kleinsten uns bekannten Himmelskörper sind. 5. Der Asteroidenring besteht aus einer großen Zahl (über 400 aufgefunden) sehr kleiner Planeten (Planetoiden, Asteroiden); die größten derselben (Ceres, Vesta, Pallas) erreichen an Durchmesser kaum $^1/_4$ des Monddurchmessers. 6. Jupiter, der größte Planet des Sonnensystems, dessen Durchmesser zirka 11mal so groß ist als der Erddurchmesser. Seine Dichte beträgt nur etwa $^1/_4$ der Erddichte, seine Rotationsdauer nur zirka 10^h, weshalb der Planet eine auffällig starke Polabplattung zeigt. Fünf Monde, vier davon auffallend größer und lichtstärker (vgl. **222**), begleiten ihn auf seiner Reise um die Sonne, welche fast 12 Erdenjahre dauert. Er erscheint uns als ein Stern von wahrhaft majestätischer Schönheit. 7. Saturn, der zweite Riese unter den Planeten, Durchmesser gleich $9^1/_2$ Erddurchmessern, Dichte nur 0,13 der Erddichte; Rotationsdauer von $10^1/_4{}^h$, starke Abplattung. Umlaufszeit um die Sonne zirka $29^1/_2$ Erdenjahre. Acht Monde und ein mehrfach geteilter, freischwebender Ring — wie es scheint, aus einer Unzahl sehr kleiner selbständiger Körperchen bestehend — machen diesen Planeten (der sich übrigens wie Jupiter noch in flüssigem, mindestens in halbflüssigem Zustande befinden dürfte) zu dem rätselhaftesten Gebilde des Sonnensystemes. 8. Uranus, unter besonders günstigen Umständen als wenig heller Stern mit freiem Auge sichtbar. Durchmesser das 4fache des Erddurchmessers. Die Bahnebenen seiner vier Monde stehen fast normal auf seiner eigenen Bahnebene, was darauf zurückzuführen sein dürfte, daß dieser Planet, auf welchen der riesigen Entfernung wegen die Sonne nicht mehr mit überwiegender Gravitation zu wirken vermag, einmal dem Gravitationseinflusse eines anderen großen Himmelskörpers — einer mächtigen Störung — unterworfen gewesen sein mag. 9. Neptun, der Größe nach mit Uranus ziemlich übereinstimmend. Ein Mond, dessen Bahnebene eine noch weitergehende Störung erlitt, indem sie mit der Bahnebene des Planeten sogar einen stumpfen Winkel bildet, so daß also der Rotationssinn des Mondes der entgegengesetzte aller übrigen Planeten und Satelliten ist. Der Astronom Leverrier in Paris (1846) entdeckte auf dem Wege der Rechnung diesen Planeten, indem er von Störungen ausging, welche am Uranus wahrnehmbar waren; es gelang ihm, die Stelle vorherzuberechnen, wo der „störende" Himmelskörper zu finden sein müßte, worauf wenige Tage später tatsächlich Galle in Berlin den sozusagen am Schreibtisch in einem scheinbaren Chaos von Zahlen entdeckten Planeten teleskopisch vorfand. Die Entdeckung des Neptun bildet wohl für alle Zeiten einen der höchsten Triumphe der mathematisch-naturwissenschaftlichen Forschung.

Die Kometen sind von Zeit zu Zeit auftauchende, bisweilen nur teleskopisch sichtbare *Gestirne, deren auffälligstes* Kennzeichen ein fast immer von der Sonne abgewendeter Licht-

schweif bildet. Sie leuchten teils mit eigenem, teils mit reflektiertem Lichte. Ihre Bahnen sind meist parabolischer Natur oder (bei den wiederkehrenden Kometen) Ellipsen mit ziemlich großer Exzentrizität oder (in wenigen Fällen) Hyperbeln. Da sie auf Planeten nie merkbar störend einwirken, dagegen selbst durch Planeten sehr beträchtliche Störungen erleiden, müssen sie aus einer spezifisch äußerst leichten Materie bestehen. Vielleicht spielen auch elektrische Vorgänge bei denselben eine Rolle. — Die Sternschnuppenschwärme oder Meteoriten (in besonderen Fällen auch Feuerkugeln genannt) bestehen aus einer Unzahl kleiner Körperchen, welche beim raschen Passieren der Erdatmosphäre infolge der Bewegungshemmung glühend und daher sichtbar werden. Sie bewegen sich nach Schiaparelli großenteils genau in denselben elliptischen Bahnen wie gewisse Kometen; es scheint sich der Komet im Laufe der Zeit in einen die Bahn füllenden Ring solcher Sternschnuppen aufzulösen, welcher jedoch die Massenteilchen nicht an allen Stellen in gleicher Dichtigkeit enthält. Die Erdbahn kreuzt einige dieser Sternschnuppenbahnen; daraus erklärt sich das Phänomen der bedeutenderen Sternschnuppenfälle am 10. August (Perseiden) und am 12. November (Leoniden); die Bahn der letzteren wurde allmählich durch Jupiter so gestört, daß sie die Erdbahn nicht mehr hinlänglich nahe kreuzt und daher die Menge der sichtbar werdenden Sternschnuppen abnimmt. Diese Phänomene zeigen periodische Maxima (entsprechend der Wiederkehr der dichtesten Stelle des Sternschnuppenringes). Die Namen Perseiden, Leoniden erklären sich daraus, daß der Ausstrahlungs- (Radiations-) punkt für das Augustphänomen im Sternbilde des „Perseus", für das Novemberphänomen im „Löwen" liegt. — Das Zodiakallicht ist ein schwacher, in Gestalt einer Pyramide sich erhebender Lichtschimmer, welcher kurz nach Sonnenuntergang im Frühlinge, kurz vor Sonnenaufgang im Herbste am West-, beziehungsweise Osthimmel sichtbar ist (besonders gut in den Tropen) und immer elliptische Gestalt hat; die große Achse dieser Ellipse fällt annähernd mit der Ekliptik zusammen (daher Tierkreis- oder Zodiakallicht). Seine Entstehung ist noch unaufgeklärt; vielleicht ist es durch einen äußerst zarten Ring hervorgebracht, der die Erdbahn erfüllt.

Die Fixsterne, von welchen mit freiem Auge etwa 3—4 Tausend (jene der sechs ersten Größenklassen) sichtbar sind, während auf teleskopischem und photographischem Wege noch eine außerordentlich große Anzahl (bis zur 16. Größenklasse) konstatiert werden können, sind jedenfalls weißglühende, unserer Sonne ähnliche Himmelskörper; vielleicht Sonnen, deren Planeten und Satelliten der ungeheuren Entfernung halber nicht wahrgenommen werden können. Mitunter ändern sie periodisch ihre Lichtstärke, bisweilen tauchen auch neue auf oder nehmen bereits sichtbaren auffälligen Glanz an („neue Sterne"), ein Phänomen, das vielleicht auf ferne Weltkatastrophen schließen läßt. Auch in der Farbe stechen einzelne von anderen ab. Eine ziemlich große Zahl entpuppen sich im Fernrohr als Doppelsterne, die ihre gegenseitige Lage ändern; es sind Doppelsonnen, die um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt kreisen. Anhäufungen von Sternen bilden die Sternhaufen, z. B. die „Plejaden" im Sternbilde des Stiers. Zu diesen Sternanhäufungen gehört auch die Milchstraße. Die Nebelflecke sind wahrscheinlich fein verteilte Dunstmassen von riesigster Ausdehnung, in denen bisweilen Veränderungen konstatierbar sind und über deren Beschaffenheit vielleicht spätere Jahrtausende Aufklärung bringen werden (vgl. Art. 222).

Aufgaben.*) **1.** In welchen Weltgegenden erblicken wir das Sternbild des „Großen Bären" um Mitternacht, Morgens und Mittags, wenn es (zu Frühlingsanfang) bald nach Sonnenuntergang im Nordosten gesehen wird? — **2.** Um wie viel Uhr kulminiert der „Orion", dessen mittlere Sterne (Jakobsstab, Gürtel des „Orion") sich nahezu im Äquator befinden,

*) Die Lösung der folgenden Aufgaben gelingt ohne größeren Aufwand an Rechnung durch bloße Vorstellung, durch Figuren und durch die Benützung eines mit Meridianring, Horizont, Höhenquadranten, Kompaß und Uhr armierten Himmelsglobus. Wenn nicht Besonderes bemerkt ist, sind die Aufgaben auf den Horizont des Schulortes zu beziehen.

wenn er um 8^h Abends aufgeht? — **3.** Welches Azimuth hat die Sonne am 21. März bei ihrem Aufgange, zu Mittag, beim Untergange, um Mitternacht? — **4.** Wie groß ist das Azimuth der Sonne beim Aufgange, beim Untergange, wenn dieselbe an dem betreffenden Tage eine südliche Morgenweite von 15^0 besitzt? Wie groß ist ihr Azimuth am 21. Juni und am 21. Dezember (Größe der Morgenweite für Berlin jedesmal 41^0)? — **5.** Zwischen welchen Grenzen kann die Deklination eines Gestirnes nur liegen, wenn dasselbe bei der oberen Kulmination ein Azimuth von 180^0 besitzt? — **6.** Welche Deklination hat ein Stern, der durch den Zenith passiert? Wie groß ist die Deklination eines Gestirnes, welches *a*) 30^0 südlich vom Zenithe, *b*) 20^0 nördlich vom Zenithe die obere Kulmination ausführt? — **7.** Welche Deklination hat ein Gestirn, das in einer Höhe von *a*) 75^0, *b*) von 25^0 über dem Südpunkte kulminiert? — **8.** Der Stern „Capella" (α des „Fuhrmanns") kulminiert für Berlin ($\beta = 52^1/_2{}^0$) 4^0 über dem Nordpunkte; welche Deklination hat er und wo steht er bei der oberen Kulmination? — **9.** Wie weit muß man nach Süden reisen, um die Hauptsterne des „Südlichen Kreuzes" (δ von -55^0 bis -60^0) zu sehen? Für welche Erdorte ist dieses Sternbild zirkumpolar? — **10.** Von welcher Breite an wird der „Große Bär" unsichtbar (δ zwischen $+50^0$ und $+65^0$)? — **11.** Wie hoch kulminiert „Sirius" ($\delta = -16^1/_2{}^0$) *a*) für Berlin, *b*) für St. Helena ($\beta = -16^0$), *c*) für Kapstadt ($\beta = -34^0$)? — **12.** Der Stern α des „Widder" hat eine Rektaszension $\alpha = 30^0$; für den „Algol" (β des „Perseus") ist $\alpha = 45^0$. Welcher der beiden Sterne kulminiert früher und um wie viel? — **13.** Der Stern α des „Drachen" kommt immer 11 Stunden nach „Algol" zur oberen Kulmination. Welche Rektaszension hat er? **14.** Welche Rektaszension hat der Stern „Beteigeuze" (α des „Orion"), wenn er um $5^h\,48'$ Sternzeit kulminiert? — **15.** Um wie viel Uhr Sternzeit kulminiert täglich der „Sirius" ($\alpha = 100^0$)? — **16.** Um wie viel Uhr Sternzeit hat „Algol" einen Stundenwinkel von 45^0? — **17.** Um 8^h Sternzeit wollen wir ein Äquatorial auf den „Sirius" einstellen. Welchen Stundenwinkel haben wir dem Instrumente zu geben? — **18.** Unter welcher geographischen Breite muß ein Ort liegen, für welchen der Stern α des „Südlichen Kreuzes" seine obere Kulmination in einer Höhe von 63^0, seine untere in einer Höhe von 7^0, und zwar jedesmal über dem Südpunkte ausführt? — **19.** Welche geographische Länge hat Berlin gegen Greenwich, wenn an der Berliner Sternwarte der Mittag um $53'\,35{,}13''$ früher eintritt als in Greenwich? — **20.** Wie groß ist die Differenz der Ortszeit zwischen Köln ($6^0\,57'\,43''$ ö. v. Gr.) und Königsberg ($20^0\,29'\,45''$ ö. v. Gr.) — **21.** Die „Plejaden" (Sternhaufe im „Stier") stehen nahe dem Wendekreise des Krebses. Wie lange sind sie für einen Ort unter 50^0 nördlicher Breite am Himmel sichtbar? — **22.** Wann geht für einen Ort unter 50^0 nördlicher Breite ein am südlichen Wendekreis gelegener Stern auf und wann unter, wenn er um 10^h Abends kulminiert? — **23.** In welchen Gegenden kann man die Sonne im Laufe eines Jahres in allen Weltgegenden sehen? — **24.** Wie würden die Weltgegenden für einen am Erdäquator gelegenen Ort, wie für einen Ort der südlichen Halbkugel zu definieren sein? Ist es auch möglich, für die Erdpole „Weltgegenden" anzugeben? — **25.** Innerhalb welcher Höhengrenzen vollzieht die Sonne im Laufe eines Jahres ihre obere Kulmination *a*) bei uns, *b*) unter den Wendekreisen, *c*) unter dem Äquator, *d*) unter den Polarkreisen, *e*) für die Erdpole? — **26.** Wie groß ist der Stundenwinkel der Sonne *a*) Mittags, *b*) um 6^h Morgens, *c*) um 6^h Abends, *d*) um Mitternacht, *e*) um 9^h Vormittags, *f*) um 9^h Abends? — **27.** In welcher geographischen Breite beträgt die mittägige Sonnenhöhe am 21. Juni 80^0? (zwei Lösungen!) — **28.** Unter welcher geographischen Breite liegen Orte, für welche am Mittag des 21. Juni die Sonnenhöhe gerade so groß ist wie an demselben Tage für Orte des Äquators? — **29.** Kann es Orte geben, für welche am 21. März Mittags die Sonne so hoch steht wie für Berlin am 21. Juni? (zwei Lösungen!) — **30.** Welche geographische Breite haben Orte, für welche die Sonne am 21. Dezember im Südpunkte des Horizontes steht? Welche Rektaszension, welche astronomische Länge und Breite besitzt die Sonne an diesem Tage? — **31.** Am 25. September 1901 ging die Sonne um $5^h\,51'$ mittlere Sonnenzeit auf und um $5^h\,51'$ mittlere Sonnenzeit unter. Wie groß war die Zeitgleichung an diesem Tage? Welche der

beiden Sonnen, die wahre oder die mittlere, hatte an diesem Tage eine größere Rektaszension und um wie viel? — **32.** Wie viel Uhr Sternzeit ist es beiläufig zur Zeit des wahren Mittags *a*) am 21. März, *b*) am 21. Juni, *c*) am 23. September, *d*) am 21. Dezember? — **33.** In welcher Phase steht der Mond, wenn seine Rektaszension am 21. Juni eines Jahres 90°, am 23. September eines anderen Jahres aber 260° beträgt? — **34.** Ist die Behauptung richtig, daß der Mond nicht alle Tage kulminiert? — **35.** Wenn am 21. März Vollmond ist, in welchem Sternzeichen, in welchem Sternbilde steht er? (Benütze Fig. 296!) — **36.** Am 21. September 1901 trat das erste Viertel, am 22. November 1902 das letzte Viertel ein. In welchem Sternbilde befand sich der Mond? — **37.** Man suche mit Zuhilfenahme des Himmelsglobus die Deklination und die Rektaszension *a*) für einen bestimmten Fixstern, *b*) für die Sonne an einem bestimmten Tage des Jahres. (Der Sonnenort findet sich durch Benützung des am Horizontringe befindlichen Kalenders.) — **38.** Man stelle den Himmelsglobus so ein, daß der über dem Horizontring befindliche Teil desselben den an einem bestimmten Erdorte, an einem bestimmten Tage, zu einer bestimmten Stunde sichtbaren Teil des Sternenhimmels anzeigt. (Die einzelnen Schritte der Lösung sind: Bestimmen des Sonnenortes, Einstellen der Globusuhr, indem man den gefundenen Sonnenort unter den Meridianring bringt und den Uhrzeiger auf 12^h Mittags dreht. Einstellen auf die Polhöhe des Beobachtungsortes. Einstellen auf die gewünschte Stunde.) — **39.** Man suche mittels des Himmelsglobus die Stunde des Sonnenaufgangs- und -untergangs, die Taglänge, die Morgen- und Abendweite sowie die Deklination und Rektaszension der Sonne für einen bestimmten Ort der Erde und einen bestimmten Tag des Jahres. — **40.** Man suche mit Hilfe des Himmelsglobus, um welche Stunde an einem bestimmten Tage des Jahres die beiden Häuserreihen einer genau von Ost nach West verlaufenden Straße im Streiflichte der Sonne stehen, wenn auch die geographische Lage des Ortes eine bestimmte ist. — **41.** Ein Körper von 36 ***kg*** Gewicht ist 15 ***dm*** von einem anderen, 144 ***kg*** schweren Körper entfernt. In welchen beiden Punkten ihrer geradlinigen Verbindung ist die Anziehungskraft beider Körper gleich groß? — **42.** In welcher Entfernung von der Erde wird ein zwischen Erde und Mond befindlicher Körper in Ruhe bleiben, wenn die Entfernung der beiden Himmelskörper mit 60 Erdhalbmessern und die Masse des Mondes mit $^1/_{81}$ der Erdmasse angenommen wird? — **43.** In welchem Abstande von der Erde wird ihre Anziehungskraft durch die Fliehkraft aufgehoben? — **44.** In welcher Entfernung von der Erdoberfläche ist die Schwerkraft um die Hälfte (um 1 Prozent) kleiner? — **45.** Neptun steht von der Sonne um 30 mittlere Erdbahnradien ab; wie groß ist seine Umlaufszeit? — **46.** Wie oftmal so rasch müßte sich die Erde drehen, damit am Äquator ein Körper gewichtlos erschiene? — **47.** Wie groß ist die Fallbeschleunigung sowie die Fallhöhe in der ersten Sekunde auf dem Monde, wenn die Erdmasse 81mal so groß ist als die Mondmasse und die Radien der Himmelskörper sich wie 11 : 3 verhalten? — **48.** Was wiegt 1 ***dm***^{3} Gold auf dem Jupiter, wenn dessen Radius 11·3mal und seine Masse 350mal so groß ist als die entsprechenden Größen für die Erde? — **49.** Wie groß ist die Beschleunigung der Erde gegen einen fallenden Stein? — **50.** In welchem Verhältnisse steht die Bahngeschwindigkeit der Erde im Perihel zu jener im Aphel? (Numerische Exzentrizität der Erdbahn = 0,017.)

IX. Magnetismus.

157. Grunderscheinungen. Manche Stücke eines in der Natur vorkommenden Eisenerzes, des Magneteisensteines (Eisenoxyduloxyd, $Fe_3\ O_4$), besitzen — wie schon im Altertume bekannt war — die merkwürdige Eigenschaft, Eisen- und Stahlstückchen (vgl. Art. **207**) anzuziehen und festzuhalten. Man

sagt, daß diese Mineralien **Magnetismus** besitzen, und bezeichnet sie als **natürliche Magnete**. Wird ein derartiges Stück Magneteisenstein in Eisenfeilspäne getaucht, so bleiben letztere vorzugsweise an zwei Stellen hängen, welche man **Pole** nennt. Ein Stückchen aus weichem Eisen, das man an einen dieser Pole anlegt, erlangt selbst die Fähigkeit, Eisen anzuziehen, es wird selbst ein Magnet (Armierung natürlicher Magnete, Fig. 318), bleibt es aber nur so lange, als es mit dem natürlichen Magnete in Berührung bleibt. Im Gegensatze hierzu erlangt ein Stahlstückchen erst nach länger dauernder Berührung Magnetismus; durch Erschütterungen, oder indem man es mit einem Pole streicht, wird die Magnetisierung beschleunigt. Dafür behält aber das Stahlstückchen den Magnetismus dauernd: es ist ein **künstlicher Magnet** geworden. Man kann derartige künstliche Magnete, wie später und in Art. **205** näher beschrieben wird, auch auf anderen Wegen in beliebigen Formen herstellen. Die gewöhnlichsten Formen sind Stabmagnete (Fig. 319), Hufeisenmagnete (Fig. 320) und Magnetnadeln (Fig. 321).

Fig. 318.



Fig. 319.

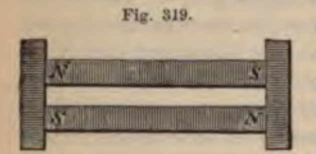


Fig. 320.

Bedeckt man einen Magnetstab mit Eisenspänen und hebt ihn sodann aus denselben heraus, so haften auch an demselben die Späne nicht überall in gleicher Menge. Während die Mitte hiervon fast ganz frei bleibt, bilden die Späne an den Enden bartförmige Büschel. Insbesondere bei im Vergleiche zu ihrer Dicke langgestreckten Magnetstäben (z. B. magnetisierten Stricknadeln) äußert sich diese magnetische Anziehung hauptsächlich nur nahe an den Endpunkten. Diese Stellen stärkster magnetischer Wirkung heißen **Pole**, die wirkungslose Mitte die **Indifferenzzone**.

Macht man einen Magnetstab frei beweglich, indem man ihn entweder an einem torsionsfreien Faden wagebalkenartig aufhängt (Fig. 322) oder mittels Kork auf Wasser schwimmen läßt oder mit einem Hütchen auf einer Spitze leicht drehbar macht (Fig. 321), so nimmt derselbe eine bestimmte Ruhelage an, indem sich der eine Pol ungefähr nach Norden, der andere nach Süden wendet. Wir nennen deshalb den ersteren den „nordweisenden" Pol oder kurz den **Nordpol (positiven Pol)**, den anderen den „südweisenden" Pol oder den **Südpol (negativen Pol)**.

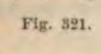


Fig. 321.

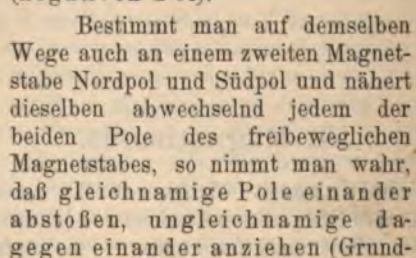


Fig. 322.



Bestimmt man auf demselben Wege auch an einem zweiten Magnetstabe Nordpol und Südpol und nähert dieselben abwechselnd jedem der beiden Pole des freibeweglichen Magnetstabes, so nimmt man wahr, daß **gleichnamige Pole einander abstoßen, ungleichnamige dagegen einander anziehen** (Grundgesetz der magnetischen Wechselwirkung). Unmagnetisches Eisen zieht beide

Pole des beweglichen Magnetes an. Die einfachsten Versuche lassen dabei vorläufig schon erkennen, daß die Wechselwirkung zwischen zwei Magnetpolen um so schwächer ist, je weiter die Pole voneinander entfernt sind. Schiebt man Platten aus Stoffen, die der Magnet nicht anzieht (Art. 207), zwischen die Pole, so wird die Wirkung nicht beeinträchtigt; in erheblichem Maße erfolgt dies jedoch durch Zwischenbringen einer Eisenplatte (magnetische Schirmwirkung).

Bringt man in der Nähe eines drehbaren Magnetes einen Magnetstab in beliebiger, aber fester Lage an, so nimmt der drehbare Magnet eine bestimmte Ruhelage an, in welche er immer wieder zurückkehrt, wenn man ihn aus derselben herausbringt. Der feste Magnet übt also auf den beweglichen eine „richtende" Kraft aus. Da nun ein freibeweglicher Magnet, auch wenn in seiner Nähe keine anderen Magnete (oder keine Eisenmassen) vorhanden sind, eine bestimmte Gleichgewichtslage — ungefähr die Nord-Südrichtung — annimmt, kommen wir schon vorläufig zur Erkenntnis, daß der auf den beweglichen Magnet zweifellos vorhandene „richtende" Einfluß nur von der Erde ausgeübt sein kann.

Brechen wir eine magnetisch gemachte Stricknadel in der Mitte auseinander, so erweist sich das eine Stück an der Bruchstelle als nordpolar, das andere als südpolar (Fig. 323); nach erneuerter Zusammensetzung ist die Bruchstelle wieder indifferent geworden. Setzen wir das Zerbrechen der Nadel in kleinere Stücke fort, so ist jedes derselben ein vollständiger Magnet mit Nordpol und Südpol. Dies führt uns zu der Vorstellung, daß jeder Magnetstab eigentlich aus einer großen Menge sehr kleiner Elementar- oder Molekularmagnete zusammengesetzt sei, welche alle mit den gleichnamigen Polen nach derselben Richtung weisen (W. Webers Hypothese der Elementarmagnete).

Fig. 323.



Nähern wir einen längeren Magnetstab mit einem seiner beiden Pole einem unmagnetischen Stäbchen aus weichem Eisen (Fig. 324), so wird dieses letztere magnetisch, und zwar wird das dem Magnetpole nähere Ende ungleichnamig, das abgewendete gleichnamig magnetisch mit dem genäherten Pole. Man bezeichnet diese Erregung magnetischer Pole in weichem Eisen durch einen benachbarten Magnetpol als magnetische Verteilung oder Influenz. Ein Stück weiches Eisen wird dabei sofort und stark magnetisiert, verliert aber den Magnetismus sogleich wieder, wenn man es aus dem Wirkungsbereiche des influenzierenden Poles herausbringt; es erhält temporären Magnetismus. Im Gegensatze hierzu erlangt ein Stahlstück langsam, aber dafür dauernd magnetische Polarität: es wird zu einem permanenten Magnete. Härtere Eisenstäbe behalten bei dem Versuche mindestens Spuren der erlangten Polarität, welche man als remanenten Magnetismus (vgl. Art. 205) bezeichnet. In Erweiterung der oben angedeuteten Hypothese der Molekularmagnete stellt man sich dabei vor, daß im unmagnetischen Eisen und Stahl die Molekularmagnete bereits vorhanden, aber ungeordnet sind, so daß sie nach außen keine magnetische Wirkung auszuüben vermögen. Der in die Nähe gebrachte influenzierende Pol veranlaßt sie jedoch, sich „gleichzurichten", so daß ihm alle ungleichnamigen

Fig. 324.



Pole zugekehrt sind. Der gehärtete Stahl setzt dieser „Gleichrichtung" einen gewissen Widerstand entgegen, welchen man Koerzitivkraft nennt. Ebenderselbe Widerstand erschwert aber auch den Elementarmagneten die Rückkehr in die frühere Lage, so daß der einmal magnetisierte Stahl dauernd magnetisch bleibt. Während der Magnetisierung begünstigen Erschütterungen des Stahlstückes die Ordnung der Molekularmagnete, wogegen das magnetisierte Stahlstück durch Erschütterungen geschwächt wird, da nun die Rückkehr der Elementarmagnete in die ungeordnete Lagerung erleichtert wird.

Rascher und ausgiebiger als durch Influenz können Stahlstücke durch Streichen mit einem Magnetpole magnetisiert werden; auch dabei stellt man sich vor, daß die Magnetisierung in einem „Gleichrichten" der Elementarmagnete besteht.

Man hat früher verschiedene Strichmethoden zur Erzeugung von Magneten angewendet. Dieselben verloren ihre Bedeutung, seit man viel kräftigere Magnete mit Hilfe des galvanischen Stromes (Art. **205**) herzustellen im stande ist. Es möge also nur der einfache Strich erwähnt werden, bei dem man (Fig. 325) mit einem Pole den Stahlstab der Länge nach wiederholt bestreicht, wobei man immer durch die Luft zurückkehrt, sowie der getrennte Strich, bei welchem man von der Mitte aus die eine Hälfte mit einem Nordpole, die andere mit einem Südpole streicht. In jedem dieser Fälle erhält immer der magnetisierte Stab an dem zuletzt berührten Ende die dem Streichpole entgegengesetzte Polarität (Fig. 325), was mit der obigen Hypothese von Weber im Einklange steht. (Versuch mit einer Eisenspäne enthaltenden Glasröhre, die durch Streichen Polarität erhält, durch Schütteln aber wieder verliert.) Da die Magnetisierung eines Stahlstabes nicht sehr tief ins Innere eindringt, empfiehlt es sich, Magnete aus dünnen Stahlstreifen (Blättern, Lamellen) zusammenzusetzen, welche einzeln magnetisiert, mit den gleichnamigen Polen aufeinander gelegt und passend verbunden werden. (Magnetische Magazine, Fig. 326.)

Fig. 325.

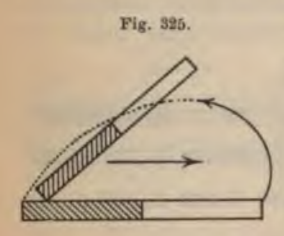
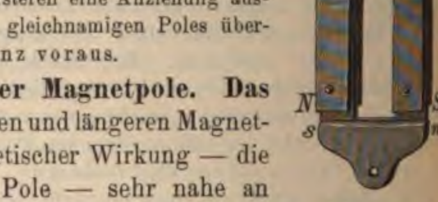


Fig. 326.



Die Anziehung weichen Eisens durch den Magnetpol kann nun auch darauf zurückgeführt werden, daß letzterer im weichen Eisen am näheren Ende einen ungleichnamigen, am entfernteren einen gleichnamigen Pol influenziert und nun auf den ersteren eine Anziehung ausgeübt wird, welche über die Abstoßung des gleichnamigen Poles überwiegt: der Anziehung geht stets Influenz voraus.

158. Genauere Bedeutung der Magnetpole. Das Coulombsche Gesetz.

Bei einem dünnen und längeren Magnetstabe liegen die Stellen stärkster magnetischer Wirkung — die Pole — sehr nahe an den Enden. Im Gegensatze hierzu enthält ein kürzerer Magnetstab in seiner ganzen Nordhälfte freien, d. h. nach außen wirksamen Nordmagnetismus, wie man findet, wenn man demselben der ganzen Länge nach eine Magnetnadel nähert, ferner auch kleine Eisennägel in Ketten an denselben anhängt (Fig. 327); die unteren Spitzen derselben bilden dann ungefähr die punktiert gezeichnete Linie.

Fig. 327.

Wird nun ein derartiger kurzer Magnetstab (Magnetnadel) aus seiner Ruhelage gebracht, so wird durch die „richtende“ magnetische Kraft der Erde (Art. 157) an jedem der nordmagnetischen Elemente der einen Stabhälfte eine Zugkraft in der Richtung gegen Norden, an jedem der südmagnetischen Elemente der anderen Seite eine Zugkraft gegen Süden wirken. Jede dieser beiden Gruppen von parallelgerichteten Komponenten kann durch eine einzige Resultierende ersetzt werden (Art. 37), deren Angriffspunkt — der Mittelpunkt der parallelen Kräfte — ein der Lage nach ganz bestimmter Punkt ist. Die Angriffspunkte der für beide Stabhälften sich ergebenden Resultierenden sind die beiden Magnetpole, in denen man sich somit den ganzen freien Magnetismus jeder Stabhälfte vereinigt denken kann. Ihre geradlinige Verbindung heißt die magnetische Achse, ihre Entfernung der Polarabstand.

Da Magnetpole immer paarweise auftreten und nicht voneinander getrennt werden können (Fig. 323), kann man strenge genommen experimentell nur immer die Wirkung eines Polpaares auf ein zweites bestimmen. Hängt man aber einen möglichst langen und dünnen Magnetstab vertikal an eine empfindliche Wage an und nähert ihm von unten gleichfalls in vertikaler Lage einen ähnlichen Magnet, so wird die Einwirkung der entfernten Pole eine verschwindend kleine sein; man kann dann von der Kraftwirkung der beiden am nächsten aneinander befindlichen Pole allein sprechen und ihre Größe bei Anziehungswirkung durch Auflegen, bei Abstoßungswirkung durch Entfernen von Gewichten an der zweiten Wagschale bestimmen. Verwendet man dabei statt des festen Magnetes ein Bündel von 2, 3, 4... möglichst gleichartigen, langen und dünnen Magnetstäben, so nimmt die Kraftwirkung zu; dasselbe geschieht, wenn die Entfernung der aufeinander einwirkenden Pole verkleinert wird.

Das Grundgesetz der Wechselwirkung zweier Magnetpole aufeinander wurde 1785 durch Coulomb*) ermittelt und durch Versuche bewiesen. Es zeigt diese Wechselwirkung — was schon die vorstehenden Versuche beiläufig vorbereiten — abhängig von der magnetischen Stärke der Pole (Polstärke) sowie von ihrer Entfernung. Dasselbe lautet: Die zwischen zwei punktförmigen, in der Entfernung r voneinander befindlichen Magnetpolen von der Polstärke μ_1 und μ_2 in der Richtung der geradlinigen Verbindungslinie gegenseitig (d. h. als Aktions- wie als Reaktionskraft) wirksame Anziehungs- oder Abstoßungskraft P ist dem Produkte der Polstärken gerade, dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional. Der mathematische Ausdruck dieses Gesetzes wird also lauten:

$$P = \mp \varepsilon \cdot \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots (51),$$

worin ε eine Konstante bedeutet, deren Größe von der Wahl des Maß-

*) Charles Augustin de **Coulomb** (geb. 1736 zu Angoulême, gest. 1806 zu Paris) erreichte den Rang eines Oberstleutnants im Geniekorps und war zuletzt Generalinspektor des öffentlichen Unterrichtes. Seine wichtigsten Arbeiten betreffen die experimentelle Bestätigung der Fernwirkungsgesetze (Magnetismus, Elektrizität), die ihm mit Hilfe der von ihm selbst erfundenen Drehwage gelang (1785).

systems abhängt. Definieren wir als Einheit der Polstärke jene, welche ein Magnetpol besitzt, der auf einen zweiten von gleicher Polstärke in der Entfernung der Längeneinheit (*cm*) die Krafteinheit (*Dyne*) ausübt — wir bezeichnen einen solchen Pol als Einheitspol — so ist $\varepsilon = 1$. Im C.-G.-S.-Systeme lautet also der Ausdruck für das Coulombsche Gesetz:

$$P = \mp \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{r^2} \qquad \text{(51 a)}.$$

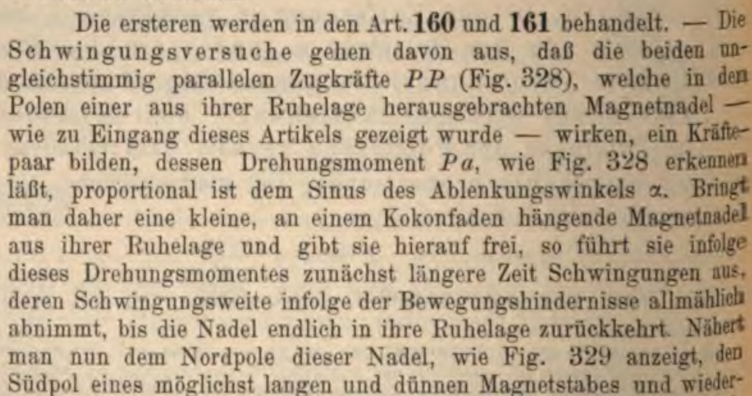
Sind μ_1 und μ_2 die Polstärken ungleichnamiger Magnetpole, so ist ihr Produkt negativ bezeichnet, so daß sich das obere Zeichen in den Formeln (51) und (51 a) auf Anziehungskräfte, das untere auf Abstoßungskräfte bezieht.

Die Kraft ist also mit dem Zeichen — zu versehen, wenn sie die Entfernung der Pole zu verkleinern sucht, mit dem Zeichen +, wenn sie eine Vergrößerung dieser Entfernung veranlaßt. — Mit dem obigen ist das Maß der magnetischen Polstärke auf die drei Grundmaße (Länge, Masse, Zeit) des absoluten Systems zurückgeführt.

Sowie die Richtigkeit der Grundgesetze (Prinzipien) der Mechanik nur auf dem Wege der Überlegung eingesehen werden kann (Art. **12**, **15** und **23**) und erst aus Folgeerscheinungen fortgesetzt bestätigt wird, kann auch das Coulombsche Gesetz, weil es von unrealisierbaren Voraussetzungen (punktförmige, isolierte Magnetpole) ausgeht, nicht auf einem direkten Wege durch das Experiment bewiesen werden. Sein zweiter Teil — das Entfernungsgesetz — leuchtet unmittelbar ein, wenn man bedenkt, daß die von einem punktförmigen Magnetpole ausgehende Kraft nach allen Richtungen des Raumes gleichmäßig ausstrahlen muß (Art. **152**). Der erste Teil des Gesetzes — die Abhängigkeit von der Polstärke — gipfelt dagegen in der gewiß berechtigten Annahme, daß durch Vereinigung von μ Einheitspolen in einem einzigen Punkte unter sonst gleichen Umständen die Größe der Fernwirkung den μfachen Wert annehmen muß.

Auf indirektem Wege wird die Richtigkeit des Coulombschen Gesetzes durch Ablenkungsversuche sowie durch Schwingungsversuche bewiesen.

Fig. 328.



Die ersteren werden in den Art. **160** und **161** behandelt. — Die Schwingungsversuche gehen davon aus, daß die beiden ungleichstimmig parallelen Zugkräfte *PP* (Fig. 328), welche in den Polen einer aus ihrer Ruhelage herausgebrachten Magnetnadel — wie zu Eingang dieses Artikels gezeigt wurde — wirken, ein Kräftepaar bilden, dessen Drehungsmoment *Pa*, wie Fig. 328 erkennen läßt, proportional ist dem Sinus des Ablenkungswinkels α. Bringt man daher eine kleine, an einem Kokonfaden hängende Magnetnadel aus ihrer Ruhelage und gibt sie hierauf frei, so führt sie infolge dieses Drehungsmomentes zunächst längere Zeit Schwingungen aus, deren Schwingungsweite infolge der Bewegungshindernisse allmählich abnimmt, bis die Nadel endlich in ihre Ruhelage zurückkehrt. Nähert man nun dem Nordpole dieser Nadel, wie Fig. 329 anzeigt, den Südpol eines möglichst langen und dünnen Magnetstabes und wiederholt den Versuch wie früher, so verläuft er ähnlich; nur kann man deutlich

wahrnehmen, daß die pendelartigen Schwingungen um so rascher erfolgen, je näher der Magnetpol S dem Nadelpole n gebracht wird.

Fig. 329.

Ist die Nadellänge ns ziemlich klein gegenüber der Entfernung δ der Nadelmitte vom Pole S, erfolgen ferner die Schwingungen der Nadel mit kleiner Amplitude, so ist das vom Pole S auf die Nadel sn ausgeübte Drehungsmoment, welches die Bewegung der Nadel gegen die Ruhelage veranlaßt, abermals proportional dem Sinus des Elongationswinkels, wie es auch beim Pendel der Fall war (Art. **56**). — Der Stabmagnet NS ist bei diesem Versuche recht lang zu nehmen, damit der Einfluß des entfernteren Poles N möglichst außer Betracht kommt. Hingegen ist die Nadellänge ns gegenüber δ ziemlich klein zu wählen, damit die Anziehungswirkung von S auf n möglichst nahe gleich ist der Abstoßungswirkung von S auf s.

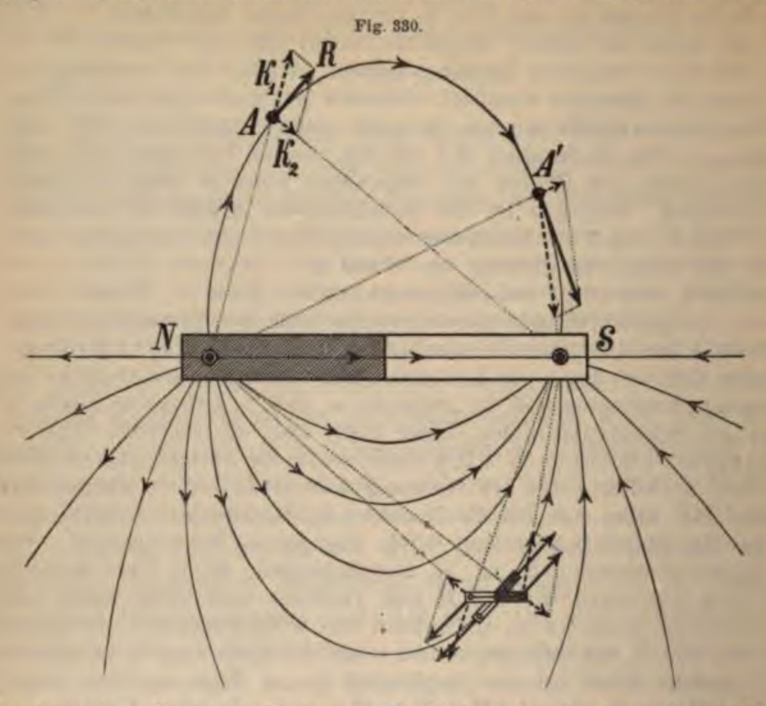
Da sich nun die Schwingungszahlen zweier Pendel verhalten wie die Quadratwurzeln aus den vorhandenen Beschleunigungen, also auch wie die Quadratwurzeln aus den sie veranlassenden Kräften, so verhalten sich bei dem oben beschriebenen Schwingungsversuche bei verschiedenen Entfernungen δ die zwischen n und S wirksamen Kräfte wie die Quadrate der Schwingungszahlen. Dabei findet man experimentell, daß die Anziehungskraft zwischen S und n (und ebenso die Abstoßungskraft zwischen S und s) dem Quadrate der Entfernung der beiden Pole umgekehrt proportional ist. Führt nämlich die Nadel ns in der Minute n Schwingungen aus, wenn der Magnetstab SN entfernt wird, dagegen n_1 Schwingungen, wenn der Pol S in der Entfernung δ_1 ist, n_2 Schwingungen, wenn diese Entfernung δ_2 beträgt, und bezeichnen wir mit H jene vorläufig noch nicht näher bestimmte Kraft, welche die Nadel ns im ersten Falle (bei n Schwingungen) in die Ruhelage zurückführt, mit P_1 die zwischen S und n bei der Entfernung δ_1 wirksame Kraft, mit P_2 dieselbe Kraft bei der Entfernung δ_2, so folgt aus den Gleichungen $(H + P_1) : H = n_1{}^2 : n^2$ und $(H + P_2) : H = n_2{}^2 : n^2$ durch Umformung leicht $P_1 = \frac{n_1{}^2 - n^2}{n^2} \cdot H$ und $P_2 = \frac{n_2{}^2 - n^2}{n^2} \cdot H$ und hieraus $P_1 : P_2 = (n_1{}^2 - n^2) : (n_2{}^2 - n^2)$. Der Versuch ergibt aber dabei, daß das Verhältnis $(n_1{}^2 - n^2) : (n_2{}^2 - n^2)$ denselben Wert hat wie das Verhältnis $\delta_2{}^2 : \delta_1{}^2$, womit das obige Entfernungsgesetz nachgewiesen ist.

159. Das magnetische Feld. Feldstärke. Kraftlinien. Der Raum, innerhalb dessen ein Magnetpol seine magnetische Kraft (also seine Einwirkung auf andere Magnetpole oder auf Eisen, das er durch Influenz selbst magnetisch macht) ausübt, heißt sein magnetisches Feld.

Es sei NS (Fig. 330) ein längerer Stabmagnet, bei welchem die magnetische Kraft an den beiden Polen N und S vereinigt gedacht werden kann. Die Polstärken von N und S mögen durch $+m$ und $-m$ bezeichnet werden. In den Punkt A des magnetischen Feldes dieses Stabmagnetes denken wir uns einen magnetischen Pol von der Polstärke $+1$ gebracht. Auf denselben werden dann von N und S aus Abstoßungs-, beziehungsweise Anziehungskräfte K_1 und K_2 ausgeübt, deren Größe nach dem Coulombschen Gesetze gegeben ist. Beide geben eine Resultierende R, welche bestrebt ist, den Pol $+1$ in ihrer Richtung zu verschieben. Man nennt nun die Kraft R, welche im Punkte A des Feldes auf den nordmagnetischen Einheitspol wirkt, die magnetische Kraft

im Punkte A und bezeichnet ihre Intensität als Feldstärke daselbst. Ist letztere H, so wirkt somit auf einen in A befindlichen Pol von der Polstärke μ die Kraft μH. Die Richtung, in welcher die magnetische Kraft R den Pol $+1$ zu bewegen sucht, wird durch die durch A verlaufende Kraftlinie bestimmt.

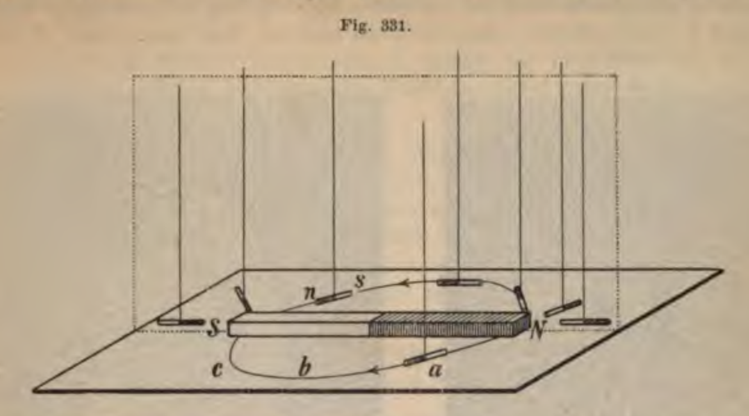
Fig. 330.



Dieselbe kann im allgemeinen keine gerade Linie sein; denn würde der Pol $+1$ an eine andere Linie des Feldes, z. B. nach A' verschoben, so ändert sich ebensowohl Größe wie Richtung der magnetischen Kraft. Auf zeichnendem Wege könnte die durch A verlaufende Kraftlinie verfolgt werden, wenn man den Pol $+1$ immer um kleine Stücke in der Richtung der Kraftlinie verschiebt, jedesmal von neuem K_1 und K_2 und daraus R bestimmt und dieses Verfahren weiter fortsetzt. Die Kraftlinie würde sich hierbei (ähnlich wie in Fig. 330) als eine vom positiven Pole (Nordpole) N ausgehende und zum negativen Pole (Südpole) S zurückkehrende krumme Linie ergeben. Experimentell kann diese Kraftlinie gefunden werden, wenn man statt eines einzigen Magnetpoles eine möglichst kurze, an einem Kokonfaden hängende Magnetnadel in das Feld eines möglichst langen, kräftigen Stabmagnetes NS (Fig. 331) bringt. Die Nadel wird dann durch ein Kräftepaar solange gedreht, bis sie selbst ein Element der durch die betreffende Stelle des Feldes verlaufenden Kraftlinie vorstellt (Fig. 330, untere Hälfte). Als Richtung der Kraftlinie fassen wir immer die Bewegungsrichtung eines beweglichen Nordpoles auf. Die Kraftlinien bilden ein räumliches System (Demonstration derselben in der punktiert gezeichneten Vertikalebene — Fig. 331 — und in anderen Ebenen); ihr gemeinsamer Ausgangspunkt ist der Nordpol, von welchem aus sie gegen den Südpol verlaufen (Fig. 330, untere Hälfte). Verfolgung einer Kraftlinie *abc* nach der in Fig. 331 angedeuteten Methode, indem man die Nadel stets um ein kleines Stückchen in ihrer eigenen Richtung verschiebt.

Man kann die Kraftlinien eines magnetischen Feldes auf folgendem Wege sichtbar machen. Man bedeckt den betreffenden Magnet mit einem Kartonblatte und bestreut dasselbe aus möglichst großer Höhe recht gleichmäßig mit nicht

Fig. 331.



zu feinen Eisenspänen. Jedes Spänchen wird dann durch Influenz zu einer kleinen Magnetnadel. Klopft man nun leise auf den Karton, so können sich je zwei nahebefindliche kleine Magnete mit den ungleichnamigen Polen aneinanderschließen; es bilden sich feine Ketten aus Eisenspänen, welche mit den Kraftlinien des Magnetes übereinstimmen müssen.

Die Fig. 332, 333 und 334 zeigen verschiedene auf photographischem Wege reproduzierte Kraftlinienbilder, und zwar Fig. 332 das magnetische Feld zweier Stabmagnete,

Fig. 332.

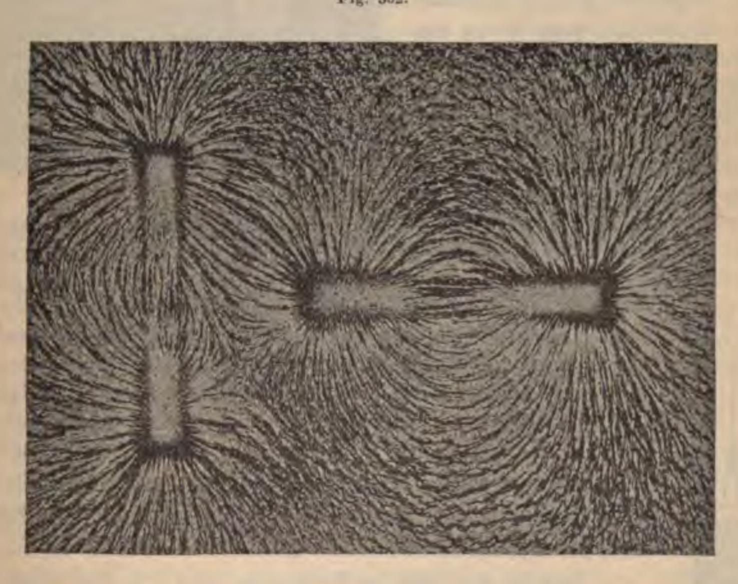
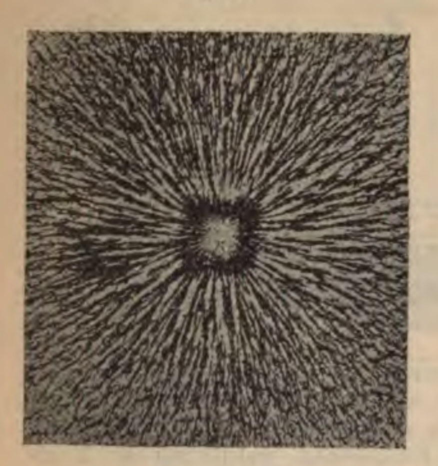


Fig. 333 dasjenige eines Magnetpoles in einer Ebene normal zur Längenachse des Stabes, endlich Fig. 334 dasjenige eines Hufeisenmagnetes, vor dessen einem Schenkel sich ein

Stück weichen Eisens befindet. Die Kraftlinien werden im letzten Falle vom Eisen gleichsam aufgenommen und weitergeleitet; man sagt deshalb: das Eisen hat eine größere Durchlässigkeit oder Permeabilität für Kraftlinien als die Luft. — Erzeugt man das Kraftlinienbild eines Hufeisenmagnetes, welchem ein Stück Weicheisen an die Pole angelegt

Fig. 333.



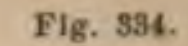


Fig. 334.



ist, so vermindert sich die Anzahl der äußeren Kraftlinien, da das Eisenstück eine größere Menge derselben in sich hineinzieht. Man nennt das Eisenstück in diesem Falle einen Anker; derselbe schließt die Molekularmagnetketten des Magnetes und hilft hierdurch mit, daß die Elementarmagnete ihre Gleichrichtung beibehalten. Das Anlegen von Ankern (Fig. 319 und 320) bewirkt daher, daß die Stärke von Magneten bewahrt bleibt (vgl. auch Art. 205). — Wenn man die Fig. 332, 333, 334 ins Auge faßt und sich die betreffenden Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen vergegenwärtigt, hat es den Anschein, als ob längs der Kraftlinien eine Zugspannung herrsche; es wären also die Kraftlinien gleichsam mit gespannten „Schnüren" zu vergleichen, die sich zu verkürzen streben. Quer zu den Kraftlinien scheint dagegen ein Druck vorhanden zu sein, der sie auseinanderzustreuen sucht; eine Erläuterung hierzu gibt der Versuch (Fig. 335), bei dem man unter zwei sich berührende Eisenpendel einen stärkeren Magnetpol bringt: die Pendel drängen sich auseinander.

Fig. 335.



Ein Magnetfeld wird als ein homogenes bezeichnet, wenn in demselben die Kraftlinien unter sich durchwegs parallel sind und die Feldstärke überall dieselbe ist.

Zwischen den Polen des Hufeisenmagnetes (Fig. 334) ist das Magnetfeld annäherungsweise homogen. Warum? Was läßt Fig. 334 über die *Indifferenzzone* des zu diesem Versuche verwendeten Hufeisenmagnetes erkennen?

Die Kraftlinien eines Magnetes können uns nicht nur die Richtung, sondern auch die Intensität der an jeder Stelle des Feldes wirksamen Kraft ausdrücken. Schon die Kraftlinienbilder Fig. 332 u. ff. lassen erkennen, daß die Kraftlinien um so dichter verlaufen, je größer die Feldstärke der betreffenden Stelle ist. Nach Faraday*) macht man nun die Zahl der Kraftlinien, welche durch 1 cm^2 eines homogenen Feldes normal hindurchgehen, gleich der Feldstärke H. Bei einem nicht homogenen Felde wäre an jeder Stelle die auf 1 cm^2 reduzierte Kraftlinienzahl der Feldstärke gleichzumachen.

Denkt man sich um einen Einheitspol eine Kugel vom Radius 1 cm, also von (4π) cm^2 Oberfläche geschlagen, so ist auf ihrer Fläche die Feldstärke nach dem Coulombschen Gesetze überall gleich 1; es geht also nach der Faradayschen Annahme durch jedes cm^2 dieser Kugelfläche nur eine Kraftlinie. Vom Einheitspole strahlen somit (4π) Kraftlinien, von einem Pole von der Polstärke m dagegen $(4m\pi)$ Kraftlinien gleichmäßig nach allen Raumrichtungen aus. Daß diese Annahme mit dem Coulombschen Gesetze im Einklange steht, ist unmittelbar klar. Denn vergrößern wir den Radius der um einen Pol von der Polstärke m geschlagenen Kugel von 1 cm auf r cm, so vergrößert sich die Oberfläche von (4π) cm^2 auf $(4r^2\pi)$ cm^2; durch 1 cm^2 ihrer Fläche gehen jetzt also nur $\frac{4m\pi}{4r^2\pi}$, also $\frac{m}{r^2}$ Kraftlinien, während früher $\frac{4m\pi}{4\pi}$, also m Kraftlinien hindurchgingen. Sowie aber die Kraftlinienzahl pro cm^2 auf $\frac{1}{r^2}$ ihres Wertes herabsank, so hat sich auch die Feldstärke nach dem Coulombschen Gesetz auf $\frac{1}{r^2}$ ihres früheren Wertes vermindert.

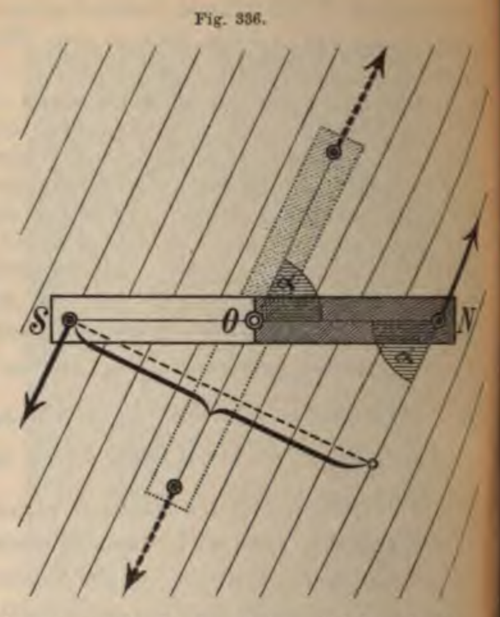
160. Magnetisches Moment eines Magnetstabes. Gesamtwirkung eines Magnetstabes auf einen Magnetpol. Befindet sich ein Magnetstab in einem homogenen Felde von der Feldstärke H, so wirken auf seine freien nordmagnetischen Elemente von der Stärke $+\mu_1$, $+\mu_2$, $+\mu_3, \ldots$ gleichstimmig parallele Kräfte von der Intensität $\mu_1 H$, $\mu_2 H$, $\mu_3 H, \ldots$, welche nach Art. 37 eine Resultierende ergeben, die gleich ihrer Summe $(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots) . H$ ist und die parallel zu ihrer Richtung in dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte angreift. Dieser Mittelpunkt, welcher demnach ebenso zu bestimmen ist, wie wenn μ_1, μ_2, $\mu_3, \ldots$ wägbare Massen wären, wurde bereits im Art. 158 als „Mittelpunkt der nordmagnetischen Massen" oder als Nordpol erkannt; in demselben kann man den ganzen freien Nordmagnetismus $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots = +m$ vereinigt denken. Diese Betrachtungen — die ebenso für die Südhälfte des Magnetes gelten — führen uns zu dem Resultate, daß wir in einem homogenen Magnetfelde jeden Magnet ersetzen können durch seine beiden Pole, deren geradlinige Verbindung als magnetische Achse und deren Entfernung als Polabstand bezeichnet wurde.

---

*) Michael **Faraday**, geb. 22. September 1791 zu Newington Butts (Südlondon), Sohn eines Hufschmiedes, gest. 25. August 1867 zu Hampton-Court, war neun Jahre als Lehrling und Gehilfe bei einem Buchbinder und studierte nebenbei Physik und Chemie. Durch Davy erhielt er 1813 eine Assistentenstelle bei der Royal-Institution (gelehrte Akademie Londons, welche fast ausschließlich Naturwissenschaften und Mathematik pflegt), an der er später (seit 1827) als Professor der Chemie wirkte. Abgesehen von seinen Verdiensten auf dem Gebiete der Chemie („Naturgeschichte einer Kerze", ein Muster volkstümlicher Darstellung), kann er als einer der hervorragendsten Elektriker bezeichnet werden, dessen Schriften noch heute in vielem grundlegende Bedeutung besitzen.

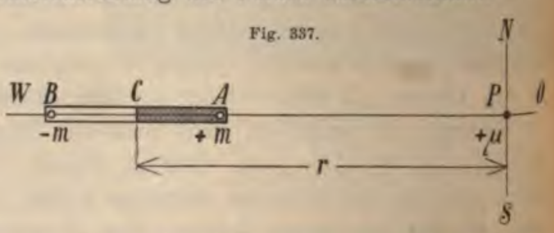
Im Sinne der Mechanik ist daher das **Drehungsmoment** des Magnetstabes, dessen Achse in einem homogenen Felde von der Feldstärke H mit der Kraftlinienrichtung den Winkel α bildet (Fig. 336), gegeben durch $Hm.l \sin\alpha$, worin m die Polstärke und l den Polabstand $\overline{SN}$ bezeichnet. Der größte Wert, den dieses Drehungsmoment annimmt, wenn die magnetische Achse normal auf den Kraftlinien steht ($\alpha = 90^\circ$), ist somit Hml. Das hierin vorkommende **Produkt** (ml) aus **Polstärke und Polabstand** nennt man das **magnetische Moment des Magnetstabes**; diese Größe, die mit M bezeichnet werden soll, kann daher auch definiert werden als jenes (größte) Drehmoment, welches der Stab in einem homogenen Felde von der Feldstärke 1 erlangt, wenn die magnetische Achse normal zu der Kraftlinienrichtung steht. — Ist der in Fig. 336 dargestellte Magnetstab um eine normal zur Kraftlinienrichtung verlaufende Achse leicht drehbar (z. B. um O in Fig. 336), so muß er sich solange drehen, bis seine magnetische Achse mit der Kraftlinienrichtung des Feldes zusammenfällt. —

Fig. 336.



Wir denken uns nun einen Magnetstab AB von der Polstärke m und dem Polabstande l in der Richtung WO liegend (Fig. 337) und in seiner Achse im Abstande $CP = r$ von seiner Mitte einen Magnetpol von der Polstärke $+\mu$. Dann ist die Intensität der Resultierenden der beiden Abstoßungs- und Anziehungskräfte, welche die Pole A und B auf den Pol $+\mu$ ausüben, nach dem Coulombschen Gesetze gegeben durch $R = \frac{m\mu}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{m\mu}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{2\mu m l r}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$. Ist dabei l gegen r sehr klein, so ist mit großer Annäherung $R = \frac{2\mu m l}{r^3}$ und, da ml das magnetische Moment M des Magnetstabes AB vorstellt, auch $R = \frac{2\mu M}{r^3}$. Man ersieht daraus, daß die **Gesamtwirkung des Stabes** AB (seiner

Fig. 337.



beiden Pole) auf einen in seiner Achse liegenden Pol umgekehrt proportional ist der dritten Potenz der Entfernung.

161. Erdmagnetismus. Ein in horizontaler Ebene drehbarer Magnetstab (Magnetnadel) stellt sich — wie schon im Art. **157** erwähnt wurde — in eine bestimmte Ruhelage ein, welche ungefähr mit der Nord-Südrichtung übereinstimmt. Bei genauerer Beobachtung findet man, daß die Vertikalebene, welche man durch die magnetische Achse einer solchen Nadel legen kann — der magnetische Meridian — mit dem astronomischen Meridiane im allgemeinen einen Winkel einschließt, welchen man die magnetische Abweichung oder Deklination nennt. Dieser Winkel, der für einzelne Orte der Erde westlich, für andere östlich ist, der ferner im Laufe der Zeit gewissen regelmäßigen, täglichen sowie jährlichen Schwankungen (Variationen) ausgesetzt ist und außerdem unregelmäßigen Störungen (Perturbationen, magnetische Ungewitter), welche letzteren oft mit Erdbeben, Nordlichtern etc. zusammenfallen, unterworfen ist, beträgt für Berlin gegenwärtig 9° 27′ westlich und nimmt jährlich durchschnittlich um 6′ ab.

Verbindet man Orte gleicher magnetischer Deklination auf der Erde durch Kurven, so erhält man die Isogonen. Die Agonen verbinden die Orte mit der Deklination „Null“. Durch die genaue Kenntnis der Deklination, auf welche zuerst Kolumbus gelegentlich seiner ersten Entdeckungsreise aufmerksam wurde, wird der Kompaß oder die Bussole das wichtigste Orientierungsmittel für die Schiffahrt sowie für Vermessungen (insbesondere im Bergbau — Markscheiderei). Die Bestimmung der Deklination erfolgt mit Hilfe eines Deklinatoriums, welches der Hauptsache nach aus einem Kompaß besteht, der durch ein Ablesefernrohr mit seiner Nord-Südlinie genau in den astronomischen Meridian eingestellt werden kann. Da bei den meisten Magnetnadeln die geometrische Achse (längere Diagonale des langgezogenen Rhombus) nicht mit der magnetischen Achse zusammenfällt, muß bei genauen Deklinatorien die Nadel auch um 180° gewälzt werden, so daß die untere Fläche nach oben zu liegen kommt. Das arithmetische Mittel aus beiden Ablesungen gibt dann die genaue Ruhelage der magnetischen Achse an.

Fig. 338.



Eine vollkommen frei bewegliche Magnetnadel, welche — wie Fig. 338 zeigt — um eine horizontale, durch den Schwerpunkt der Nadel gehende Achse in einer Schere drehbar ist, die sich wieder selbst um einen vertikal hängenden, torsionsfreien Faden drehen kann, stellt sich so ein, daß sie in der Ebene des magnetischen Meridians mit der horizontalen Richtung im allgemeinen einen Winkel bildet, welchen man als magnetische Neigung oder Inklination bezeichnet. Deshalb nennt man auch die in Fig. 338 dargestellte Nadel Inklinationsnadel, zum Unterschiede von einer in der Horizontalebene drehbaren Deklinationsnadel (Fig. 321). Die

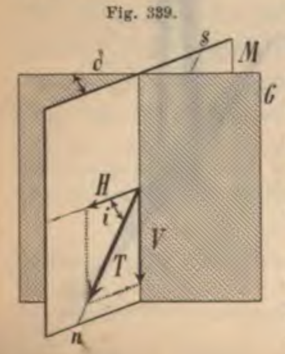
magnetische Inklination ist ebenso wie die Deklination mit der Zeit und mit dem Orte veränderlich. Auf der nördlichen Halbkugel ist sie größtenteils eine nördliche, d. h. es senkt sich daselbst der Nordpol der Nadel, während sie auf der südlichen Halbkugel zumeist eine südliche ist. In Berlin ist sie gegenwärtig 66° 39'; sie nimmt jährlich ungefähr um 1' ab.

Orte gleicher magnetischer Inklination werden auf der Erde durch Isoklinen verbunden. Die Akline verbindet die Orte von der Inklination „Null"; für dieselben steht also eine Inklinationsnadel wagerecht. Die Akline heißt auch magnetischer Äquator, weil nördlich von derselben die Inklination eine nördliche, südlich davon eine südliche ist. Zur Bestimmung der Inklination dient das Inklinatorium, welches der Hauptsache nach aus einer größeren, in vertikaler Ebene inmitten eines Teilkreises schwingenden Nadel besteht; der Teilkreis wird möglichst genau in den magnetischen Meridian gebracht und wird, um unvermeidliche Fehler des Instrumentes unschädlich zu machen, die Nadel sowohl um ihre Längsachse um 180° gewälzt, als auch unmagnetisiert, wobei jedesmal beide Spitzen abgelesen werden und aus allen Ablesungen das Mittel genommen wird. Bei allen Bestimmungen der Deklination und Inklination ist darauf zu achten, daß nicht größere Eisenmassen das Resultat zu einem unrichtigen machen. —

Wird eine Inklinationsnadel an beliebige Stellen eines größeren, eisenfreien Raumes gebracht, so sind alle Lagen derselben zueinander parallel; sogar in einem ziemlich ausgedehnten Bereiche, z. B. im Gebiete einer größeren Stadt, wird kein Unterschied der Lage nachgewiesen werden können.

Daß die Inklinationsnadel in diesem Falle eine bestimmte Ruhelage besitzt, ist nur erklärbar, wenn wir annehmen, daß die Erde selbst ein ungeheurer Magnet ist, in dessen magnetischem Felde somit die Erdoberfläche liegt. Die freibewegliche Inklinationsnadel stellt sich stets in die Richtung der Kraftlinien dieses Erdmagnetes ein; nach den oben ausgesprochenen Erfahrungen darf das Feld der Erde für nicht zu ausgedehnte Bereiche als homogen gelten. In unseren Gegenden verlaufen die Kraftlinien dieses homogenen Feldes von Süden nach Norden (mit geringer Abweichung gegen Westen), und zwar unter einem Winkel von rund 60° von oben nach unten in den Erdboden hinein. Es muß somit gegen den geographischen Nordpol der Erde hin der magnetische Südpol des Erdmagnetes liegen; denn sonst dürfte das „nordweisende" Ende der Magnetnadel nicht den Namen Nordpol führen. In Fig. 339 stellt uns M die Ebene des magnetischen, G jene des geographischen Meridianes vor; die Inklinationsnadel stellt sich in die Richtung ns ein, wobei ihr Nordpol gegen n weist. δ ist der Deklinations- und i der Inklinationswinkel. Die Feldstärke des Erdmagnetes bezeichnet man gewöhnlich als Intensität T der erdmagnetischen Kraft. Sie wirkt in der Richtung der Inklinationsnadel und kann in eine horizontale und in eine vertikale Komponente zerlegt werden,

Fig. 339.



deren Intensitäten als Horizontalintensität H und als Vertikalintensität V bezeichnet werden. Aus Fig. 339 folgt dann

$$\left.\begin{array}{ll} H = T \cos i, & V = T \sin i \\ T^2 = H^2 + V^2, & \operatorname{tang} i = \frac{V}{H} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (52).$$

Deklination, Inklination und Intensität bilden die Elemente des Erdmagnetismus.

Die Bestimmung der Deklination und Inklination wurde oben im Prinzipe besprochen. Die von K. F. Gauß herrührende Bestimmung der Intensität kann hier nur angedeutet werden. Das größte Drehmoment, welches ein Magnetstab vom magnetischen Momente M durch die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus erfährt, wenn er normal auf dem magnetischen Meridiane steht, ist nach Art. **160** durch $(M \cdot H)$ gegeben, worin H die Horizontalintensität bedeutet. Dieses Moment kann statisch (etwa durch eine Wage) bestimmt werden. Man erhält so für MH einen bestimmten Wert A, also $MH = A$. Legt man nun denselben Magnetstab in die Ost-Westrichtung eines genauen Kompasses (Fig. 337) oder, wie man sagt, in die erste Hauptlage zur Nadel, so lenkt er die Nadel aus der Nord-Südrichtung um einen gewissen Winkel α ab (Fig. 340). Ist dabei die Nadellänge klein gegen die Entfernung des Ablenkungsmagnetes, so können wir die Pole der Nadel in ihre Mitte verlegen und die Ergebnisse der Fig. 337 des Art. **160** benützen. Auf die Nadel wirken dann zwei Kräftepaare; für das eine RR (Fig. 340), hervorgerufen durch den Ablenkungsmagnet, ist die Größe der Kraft $R = \frac{2\mu M}{r^3}$, worin μ die Polstärke eines Nadelpoles bedeutet. Das zweite Kräftepaar rührt von der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus her; seine Komponente ist also μH. Gleichgewicht wird eintreten, wenn die Nadel in die Richtung der Resultierenden aus R und μH fällt. Es gilt dann $\frac{R}{\mu H} = \frac{2\mu M}{r^3 \mu H} = \operatorname{tang} \alpha$, woraus $\frac{H}{M} = \frac{2}{r^3 \operatorname{tang} \alpha}$ ist. So ergibt sich für diesen Bruch ein Wert B, also $\frac{H}{M} = B$. Aus A und B folgt $H = \sqrt{AB}$. Im C.-G.-S.-Systeme ist H für Mitteleuropa gegenwärtig abgerundet gleich 0·2 Dynen.

Fig. 340.



Fig. 341.

Der zuletzt beschriebene Ablenkungsversuch kann auch dazu dienen, die Richtigkeit des Coulombschen Grundgesetzes (Art. **158**) zu erweisen. Verwendet man nämlich als ablenkenden Magnet einen und denselben Stab in zwei verschiedenen Entfernungen, so folgt aus $\frac{H}{M} = \frac{2}{r_1^3 \cdot \operatorname{tang} \alpha_1} = \frac{2}{r_2^3 \cdot \operatorname{tang} \alpha_2}$, daß $\operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2 = r_2^3 : r_1^3$ sein muß, was durch den Versuch in der Tat bestätigt wird.

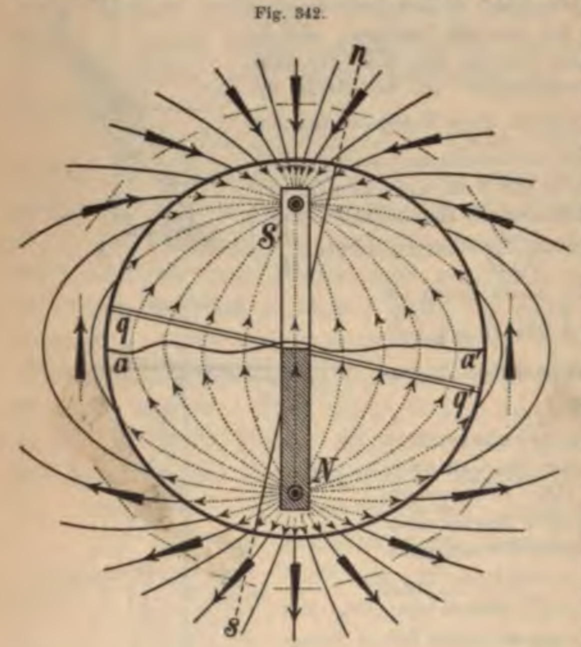
Zur Ausführung des beschriebenen Ablenkungsversuches bedient man sich der auch sonst in der Physik vielverwendeten, durch Poggendorff und Gauß eingeführten Methode der Spiegelablesung, welche hier kurz in jener Form beschrieben sein soll, wie sie von einer größeren Zahl von Beobachtern

(objektiv, im Gegensatze zur subjektiven Beobachtung durch einen einzelnen) verwendet wird. Die Magnetnadel wird mit einem kleinen Spiegel *ab* (Fig. 341) versehen (oder gleich ein magnetisiertes Stahlspiegelchen verwendet). Mittels einer Sammellinse *l* leitet man das Licht eines durch eine Lampe *G* hell beleuchteten Spaltes *ss'* auf den Spiegel *ab* und verschiebt die Linse (in der Richtung *Oo*) so, daß durch die vom Spiegel *ab* zurückgeworfenen Lichtstrahlen auf einer entsprechend oberhalb oder unterhalb des Spaltes angebrachten Zentimeterskala *SS'* in *O* ein scharfes Bild des Spaltes entsteht. Dreht sich nun der Spiegel *ab* um den Winkel α, so verschiebt sich das Bild des Spaltes auf der Skala bis zum Punkte *X*, wobei nach dem bekannten Reflexionsgesetze der Winkel *OoX* gleich 2α sein muß. (*oL* ist das Einfallslot; der Einfallswinkel *OoL* ist als Normalenwinkel zu *aoa'* gleich α, der Winkel *LoX* als Reflexionswinkel also ebenfalls gleich α.) — Für den beschriebenen Ablenkungsversuch würde man somit $\overline{OX}$ und $\overline{Oo}$ abmessen und erhielte aus $\frac{OX}{Oo}$ den Wert tang 2α und daraus den Ablenkungswinkel α.

Ist an einem Orte die Horizontalintensität genau bestimmt, so kann man diese Größe durch Schwingungsversuche für einen anderen Ort erhalten. Nach Art. **158** muß nämlich die Proportion bestehen $H_1 : H_2 = n_1^2 : n_2^2$.

Um einen Überblick über die Wirkungen des Erdmagnetismus zu gewinnen, müßte man sich innerhalb der Erdkugel (Fig. 342) einen entsprechend gelagerten, riesigen Magnet denken, dessen Kraftlinien, wie die Figur andeutet, zum Teile auch außerhalb der Erde verlaufen würden. Die magnetische Achse *SN* dieses Magnetes müßte ungefähr unter einem Winkel von 17° gegen die Erdachse *ns* verlaufen. Die freibewegliche Magnetnadel (in der Figur durch kleine Pfeile bezeichnet), die sich in die Richtung der Kraftlinien einstellt, würde dann an verschiedenen Orten verschiedene Neigungen zur Horizontalebene — die letztere ist durch punktierte Linienstücke angedeutet — einnehmen. Unmittelbar über den Polen dieses gedachten Magnetes müßte die Inklinationsnadel sich vertikal stellen; den einen dieser Punkte fand Kapitän **Roß** auf Boothia felix unter 70° 5' nördl. Breite und 96° 46' westl. Länge. Die Lage des zweiten, in der südlichen Polarzone gelegenen Punktes ist nur annähernd bekannt.

Fig. 342.



Der Erdmagnet wirkt auch auf weiches Eisen influenzierend, wie man sehr deutlich zeigen kann, wenn man eine Stange aus weichem Eisen in die Richtung der Inklinationsnadel bringt und dabei durch einige gegen das Ende geführte Hammerschläge erschüttert; das untere Ende der Stange wird ein Nordpol.

Die magnetische Wirkung der Erde dürfte wahrscheinlich nicht von magnetischem Metalle, sondern von elektrischen Strömen, die in der Erde fließen, herrühren (Art. **204**).

Will man eine Magnetnadel (Deklinationsnadel) unabhängig von der Wirkung des Erdmagnetes machen oder sie astasieren, so nimmt man einen zweiten Magnet zu Hilfe. Nähert man z. B. den Nordpol eines Magnetstabes N (Fig. 343) von Norden her dem Nordpole der im magnetischen Meridiane befindlichen Nadel ns, so findet man endlich eine Stellung, in welcher die Nadel allen Magnetismus verloren zu haben scheint (kritische Lage). Ähnliches läßt sich erreichen, wenn man den „astasierenden" Magnetstab der Nadel von der Seite (Stellung $N'S'$ in Fig. 343) oder von oben nähert. Derselbe Erfolg wird auch erreicht, wenn man zwei möglichst kongruente und gleich starke Nadeln, wie Fig. 344 andeutet, starr miteinander verbindet. Wenn es auch nicht möglich ist, ein solches Nadelsystem vollkommen zu astasieren, so zeigt doch seine große Schwingungsdauer an, wie gering sein magnetisches Moment ist.

Fig. 343.[1]

N N' n s S'

Fig. 344.

n s s' n'

Aufgaben. 1. Wie stark müßte ein Magnetpol sein, der auf einen Einheitspol im Abstande von 1 *cm* eine Abstoßung von 1 *g* ausüben sollte? — **2.** Zwei Magnetpole sind 12 *cm* voneinander entfernt; ihre Polstärken stehen im Verhältnisse von 1 : 4. In welchem Punkte ihrer geradlinigen Verbindung ist ihre Wirkung gleich groß? — **3.** Wie groß ist die Feldstärke eines magnetischen Poles von der Polstärke von 400 absoluten Einheiten im Abstande von 2, 4, 8 *cm*? — **4.** Wie groß ist die Feldstärke zwischen zwei entgegengesetzten Magnetpolen von der Polstärke + 180 und — 300 absoluten Einheiten in einem Punkte der 8 *cm* langen Verbindungslinie, welcher 3 *cm* vom schwächeren Pole entfernt ist? — **5.** Eine kleine Magnetnadel macht in der Minute n_1 Schwingungen. Bringt man ihr einen Magnetpol in der Richtung des magnetischen Meridianes und in a *cm* Entfernung nahe, so macht sie n_2 Schwingungen. Wie verhält sich die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus zur Anziehungskraft des Magnetes? — **6.** Wie verändert sich der Neigungswinkel einer Inklinationsnadel, wenn ihre Schwingungsebene mit dem magnetischen Meridian den Winkel ω bildet? Wie groß ist dieser Neigungswinkel der Nadel für $\omega = 90^0$. (Man trachte, durch eine Zeichnung ähnlich wie Fig. 339 zum Ziele zu kommen.) — **7.** Eine Inklinationsnadel macht im magnetischen Meridiane n_1, senkrecht dazu n_2 Schwingungen. Wie läßt sich hieraus die Inklination finden? — **8.** An zwei Orten, deren Inklination i_1 und i_2 ist, macht eine und dieselbe Deklinationsnadel n_1 und n_2 Schwingungen pro Minute. Wie verhalten sich die magnetischen Intensitäten an diesen Orten? — **9.** Zwei geometrisch genau gleiche Magnete machen an demselben Orte unter dem Einflusse der Horizontalkomponente n_1 und n_2 Schwingungen pro Minute; wie verhalten sich ihre magnetischen Momente, wie ihre Polstärken? — **10.** Eine Magnetnadel macht in einer auf dem magnetischen Meridiane normalen Vertikalebene n_1, in einer Horizontalebene n_2 Schwingungen pro Minute. Man bestimme die Inklination des Beobachtungsortes. — **11.** Zwei Magnetstäbe mit den Poldistanzen l_1 und l_2 werden normal aufeinander befestigt und das System so aufgehängt, daß es in horizontaler Ebene schwingen kann. Wenn nun die Stäbe mit dem magnetischen Meridiane, beziehungsweise die Winkel α und $(90 - \alpha)$ bilden, wie verhalten sich ihre Polstärken? — **12.** Zwei Magnete lenken in der ersten Hauptlage im

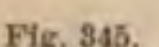
einer kleinen Magnetnadel, wenn immer die Stabmitte von der Nadelmitte r *cm* weit absteht, die Nadel beziehungsweise um $\alpha_1{}^0$ und $\alpha_2{}^0$ ab. Wie verhalten sich die magnetischen Momente beider Stäbe?

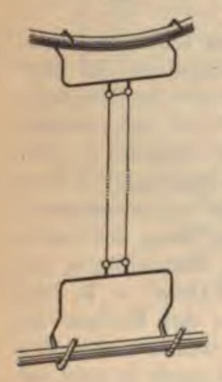
X. Elektrizität.

a) Erscheinungen der ruhenden (statischen) Elektrizität.

162. Grunderscheinungen. Die Körper, insbesondere Harze und Kautschukkörper (z. B. Bernstein, Schellack, Siegellack, Guttapercha, Hartgummi oder Ebonit), ferner Glas, Schwefel, Paraffin etc. werden durch Reiben mit Wolle, Seide, Pelzwerk, amalgamiertem*) Leder u. dgl. in einen von ihrem gewöhnlichen Verhalten abweichenden Zustand — den elektrischen Zustand — versetzt; sie werden, wie man auch sagt, elektrisiert oder elektrisch geladen: sie besitzen eine elektrische Ladung. In diesem elektrischen Zustande vermögen sie leichte Körperchen (Papierschnitzel, Stückchen aus Holunder- oder aus Sonnenblumenmark) anzuziehen und nach erfolgter Berührung wieder abzustoßen. Ferner springen von einem elektrischen Körper auf den angenäherten Fingerknöchel kleine Fünkchen über, welche ein knisterndes Geräusch und einen schwachen, stechenden Schmerz verursachen. Das vorläufig noch unbekannte Agens, welches diese Erscheinungen veranlaßt, nennt man Elektrizität (Bernsteinkraft vom Bernstein oder Elektron, an welchem die alten Griechen zuerst diese Erscheinung beobachteten).

Auch Körper von größerer Masse können durch elektrische Körper angezogen werden, wenn man sie leicht beweglich macht, z. B. ein größerer Holzstab, der an Doppelfäden aus Seide — bifilar — aufgehängt ist. — Bringt man in diese Aufhängevorrichtung (Fig. 345) einen elektrischen Glas- oder Hartgummistab und nähert demselben von der Seite die Hand, so bewegt sich der Stab zur Hand. Die Anziehungskraft ist also wechselseitig (als Aktions- und Reaktionskraft) zwischen dem elektrisierten und dem angezogenen Körper tätig. — Schon aus diesen Grundversuchen erkennt man, daß der elektrische Zustand verschiedene Abstufungen (einen verschiedenen Elektrizitätsgrad) besitzt, ähnlich wie der Wärmezustand solche Abstufungen (einen verschiedenen Wärmegrad) zeigt; denn die beschriebenen Erscheinungen treten bald mehr, bald weniger deutlich auf.


Fig. 345.



Zum Zwecke bequemerer Untersuchung empfiehlt es sich, die leichten Körperchen (Markkugeln, Papierballons u. dgl.) an Kokonfäden möglichst leicht beweglich aufzuhängen (elektrisches Pendel, Fig. 346). Nähert man demselben einen geriebenen Stab, so zeigt sich die Erscheinung der Anziehung und darauffolgenden Abstoßung sehr auffällig. Je näher man dabei mit dem Stabe dem Pendel kommt, desto höher wird es gehoben: es ist somit die Kraft der Anziehung (und ebenso auch jene der Abstoßung) eine in die Ferne wirkende, aber mit wachsender Entfernung abnehmende Kraft (vgl. Art. **166**).

---

*) Das Kienmayersche Amalgam besteht aus 1 Teil Zink, 1 Teil Zinn und 2 Teilen Quecksilber. Es wird im gepulverten Zustande mit einer sehr geringen Menge Fett auf Leder aufgerieben.

Nähert man nun dem beim vorigen Versuche verwendeten Pendel allmählich ein zweites, das man zuvor mit der Hand berührt hat, so wird nun auch dieses letztere Pendel vom ersteren angezogen, worauf sich beide Pendel abstoßen. Man ersieht daraus, daß das erste Pendel durch die Berührung mit dem elektrisierten Stabe selbst in den elektrischen Zustand versetzt wurde, da es danach selbst im stande war, auf das zweite Pendel eine elektrische Wirkung auszuüben. Man bezeichnet diese Art der Übertragung der elektrischen Ladung von einem elektrischen Körper auf einen unelektrischen als Elektrisierung durch Mitteilung.*) Wenn man diese Übertragung wiederholt auf mehrere Körper vornimmt, so vermindert sich dabei allmählich die Wirksamkeit des ursprünglich elektrisierten Körpers, während die anderen Körper an Wirksamkeit gewinnen. Man drückt dies dadurch aus, daß man sagt, die Menge der elektrischen Ladung des ersten Körpers hat sich vermindert, während jene der berührten Körper sich vermehrt hat. Man nennt also die Menge des unbekannten Agens, welches der elektrisierte Körper besitzt, seine Ladungsmenge oder kurz: seine Ladung.

Fig. 346.



Hängt man einen durch Reiben mit einem Seidentuche elektrisierten Glasstab bifilar wagebalkenartig auf (Fig. 345) und nähert demselben von der Seite einen zweiten auf gleiche Weise elektrisierten Glasstab, so tritt eine lebhafte Abstoßung des beweglichen Stabes ein. In gleicher Weise verläuft die Erscheinung, wenn man zwei mit einem Fuchsschwanze geriebene Harz- oder Hartgummistäbe verwendet. Dagegen findet zwischen einem Harzstabe und einem Glasstabe lebhafte Anziehung statt. — Ebenso stoßen sich auch zwei mit einem Glasstabe oder zwei mit einem Harzstabe berührte Pendel ab (Fig. 346), wogegen sie sich anziehen, wenn das eine mit einem Glasstabe, das andere mit einem Hartgummistabe berührt wurde. Daraus gewinnen wir die Überzeugung, daß die elektrische Ladung, welche ein mit Seide geriebener Glasstab besitzt, ein anderes Verhalten zeigt wie diejenige eines mit Fell geriebenen Harz- oder Hartgummistabes. Da nun verschiedene Körper, mit verschiedenen Reibzeugen gerieben, sich immer so wie einer dieser beiden Stäbe verhalten, so gibt es nur zwei Arten des elektrischen Zustandes oder zwei Elektrizitäten. Man nennt die eine die Glaselektrizität, die andere die Harzelektrizität und spricht das den obigen Erscheinungen zu Grunde liegende Gesetz der Wechselwirkung elektrisch geladener Körper in den Worten aus: Gleichnamige Elektrizitäten (richtiger: die Träger gleichnamig elektrischer Ladungen) stoßen einander ab, ungleichnamige Elektrizitäten ziehen einander an. Da ferner zwei gleich stark, aber entgegengesetzt geladene Pendel nach erfolgter gegenseitiger Berührung ohne weitere Abstoßung nebeneinander herabhängen, demnach unelektrisch sind, sieht man ein, daß gleich große Ladungen von Glas- und Harzelektrizität, auf denselben Körper gebracht, keine Einwirkung nach außen ausüben, sich also gleichsam aufheben oder neutralisieren; beide Arten des elektrischen Zustandes zeigen in dieser Hinsicht somit entgegengesetzte Eigenschaften, weshalb man die Glaselektrizität auch als positive

*) Deutlicher wird die Erscheinung, wenn man eine an einem Schellackgriffe angekittete Metallkugel (Probekugel) mit dem geriebenen Stabe berührt und sie sodann einem zuvor mit der Hand berührten Pendel nähert. Die Kugel erweist sich als elektrisiert.

Elektrizität, die Harzelektrizität als negative Elektrizität bezeichnet. Abkürzungsweise wird hierfür häufig $+E$ und $-E$ geschrieben werden.

Fig. 347.

Hängen wir an einem Glasstabe zwei sich berührende Pendel an dünnen Metalldrähten (Fig. 347) auf und berühren wir sie von unten mit einem geladenen Stabe, so stoßen sich beide lebhaft ab. Auf dieser Tatsache beruht das bekannte Goldblattelektroskop, welches Fig. 348 in einer von Beetz herrührenden Form zeigt, welche zur optischen Projektion der Goldblättchen auf einen Schirm geeignet ist.

Fig. 348.



Die vorn und rückwärts durch Glasplatten abgeschlossene Metalltrommel besitzt oben einen Ebonitpfropf, durch welchen ein Metallstäbchen hindurchgeht, das am oberen Ende einen Knopf (Platte) trägt; an dem unteren Ende dieses Stäbchens sind die beiden Gold- (oder Aluminium-) Foliestreifchen befestigt. Mit dem Elektroskope kann man erkennen, ob ein Körper elektrisch ist oder nicht, wenn man den Knopf des Elektroskopes entweder mit dem Körper selbst oder (bei zu starker Ladung des letzteren) mit einem kleinen, an einem Schellackstäbchen befestigten Probekügelchen berührt, das man zuvor mit dem zu prüfenden Körper in Berührung gebracht hat. Die Größe des Winkels, den die sich abstoßenden Blättchen bilden, gibt uns — wie im Art. **172** ausführlicher erörtert ist — ein Maß für die Höhe des Elektrizitätsgrades. Aber auch über die Art der elektrischen Ladung gibt das Instrument Aufschluß. Ladet man es vor der Prüfung des Körpers z. B. mit $+E$ und berührt den Knopf desselben sodann mit einem gleichfalls mit $+E$ geladenen Körper, so gehen die Pendel weiter auseinander, wogegen sie (mindestens anfänglich) zusammenfallen, wenn man den Knopf des Elektroskopes mit einem mit $-E$ geladenen Körper berührt. — Für manche Zwecke ist eine Abänderung des Goldblattelektroskopes sehr zweckmäßig, welche Braun angegeben hat (Fig. 349). Bei derselben ist das eine der beiden Goldblättchen ersetzt durch einen feststehenden Arm, das andere durch eine ganz nahe oberhalb ihres Schwerpunktes drehbare Aluminiumnadel. Ein Gradbogen mit Skala (vgl. Art. 175) macht das Instrument zum Elektrometer. — Zu roheren Untersuchungen dienen auch mitunter gewöhnliche Doppelpendel als einfache Elektroskope.

Fig. 349.



Berührt man die Kugel eines geladenen Elektroskopes mit unelektrischen Stäben aus Glas, Schellack, Harz, Ebonit, Paraffin sowie mit Fäden aus Seide, so bleibt dasselbe geladen. Dagegen verliert es bei Berührung mit Metallstäben und Drähten sowie bei Berührung mit dem befeuchteten Finger augenblicklich, bei Berührung mit Holzstäben sowie mit Baumwoll- oder Leinenfäden allmählich seine Ladung. Deshalb bezeichnet man die zuerst genannten Körper als schlechte Leiter, jene der zweiten Gruppe als gute Leiter, endlich die zuletzt genannten als Halbleiter der Elektrizität.

Ein mit schlechten Leitern umgebener guter Leiter kann seine Ladung nicht nach außen abgeben; er heißt deshalb auch isoliert.

Es erklärt sich nun nachträglich die Verwendung von Glas-, Hartgummi- und Schellackstäben sowie von Seide- (Kokon-) Fäden bei früher verwendeten Apparaten, wie bei elektrischen Pendeln, beim Elektroskope etc. Aus der Beobachtung, daß ein Elektroskop seine Ladung ziemlich lange behält, kann man schließen, daß auch die atmosphärische Luft ein schlechter Leiter ist. Bei feuchter Luft überziehen sich jedoch alle Isolatoren mit einer unsichtbaren Schichte kondensierten Wasserdampfes, wodurch sie mehr oder weniger leitend werden, so daß die Ladungen zur Erde entweichen (Stützenverlust). Die Wasserhaut des Glases (Art. **80**) macht gewöhnliches Glas leitend, so daß es nötig ist, die Glasstützen elektrischer Apparate von Zeit zu Zeit mit Alkohol abzureiben, zu erwärmen und sie bei der Benützung wärmer zu erhalten als ihre Umgebung. — Wird ein elektrischer Körper durch gute Leiter mit dem feuchten Erdreich verbunden (z. B. mit dem Eisenrohrsysteme einer Gas- oder Wasserleitung), so sagt man, der Körper sei zur Erde abgeleitet oder „geerdet“.

Mit Hilfe des Elektroskopes läßt sich unter anderem auch der Nachweis erbringen, daß jederzeit „Reiber“ und „Reibzeug“ entgegengesetzt elektrisch werden; ein späterer Versuch (Art. **164**) zeigt, daß die beiden Ladungen gleich groß sind. Es bleibt also bei jedem Vorgange, bei welchem Elektrizität erzeugt wird, die algebraische Summe der vorhandenen Elektrizität ungeändert, welche Tatsache man als Gesetz von der Erhaltung der Elektrizität bezeichnet. — Wie erklärt es sich, daß durch Reibung der Kugel eines Elektroskopes mit einem Felle die Pendel divergieren, jedoch diese Divergenz erst merklich zu Tage tritt, wenn das Fellstückchen entfernt wird? Was kann man aus diesem Versuche sowie auch daraus schließen, daß eine auf Glasfuß isolierte Metallkugel — ein Konduktor — durch Peitschen mit einem Fuchsschwanze elektrisch wird? — Wenn man von zwei möglichst kongruenten Elektroskopen das eine positiv, das andere zu gleichem Ausschlage negativ ladet, worauf man beide durch einen isoliert gehaltenen Draht verbindet, so erweisen sich beide als ungeladen, wodurch ein etwas genauerer Nachweis für die schon früher besprochene Tatsache gewonnen ist, daß gleich große Mengen entgegengesetzter Ladungen sich aufheben.

Um die besprochenen elektrischen Grunderscheinungen zu erklären, nahm Symmer (1759) an, daß ein jeder Körper von Natur aus gleichgroße Mengen positiver und negativer Elektrizität (etwa in Form unwägbarer Flüssigkeiten — Fluida) enthalte, die nach außen unwirksam sind, weil sie gleichmäßig gemischt sind. Beim Vorgang des Reibens kommt es zu einer Trennung derselben, da die verschiedenen Körper zu den beiden Elektrizitätsarten eine verschiedene Verwandtschaft besitzen; so würde also der mit Seide innig berührte (geriebene) Glasstab einen Überschuß des + Fluidums an sich ziehen und positiv erscheinen, wogegen das Reibzeug nun einen Überschuß an $-E$ enthalten würde und sich deshalb negativ erweisen müßte. Nach dieser Hypothese würde also ein Körper positiv elektrisch erscheinen, wenn man ihm entweder eine gewisse Menge des + Fluidums zuführt, oder wenn man ihm eine gewisse Menge — Fluidum wegnimmt. Im Gegensatze zu dieser dualistischen oder Zweiflüssigkeitshypothese nahm Benjamin Franklin*) (1755) die unitarische oder Einflüssigkeitshypothese an. Nach dieser soll ein unelektrischer Körper das „Fluidum

*) **Benjamin Franklin** (geb. 1706 als 16. und jüngstes Kind eines Seifensieders auf Governorsisland bei Boston, gest. 1790 zu Philadelphia) lernte die Buchdruckerei und bildete sich durch Lektüre. Als politischer Schriftsteller bald bekannt, wurde er Generalpostmeister der englisch-amerikanischen Kolonien, wirkte für die Unabhängigkeit derselben und fungierte dann bis 1784 als Präsident des Kongresses von Pennsylvanien. Erst in der zweiten Hälfte seines Lebens beschäftigte er sich mit Physik, und zwar vorzugsweise mit der Lehre von der Elektrizität. Er erfand unter anderem den Blitzableiter. Auf den trefflichen und edlen Charakter wurde in Frankreich ein berühmt gewordener lateinischer Vers gedichtet, dessen Übersetzung lautet: „Er entriß dem Himmel den Blitz, den Tyrannen das Zepter.“

Elektrizität" in einer normalen Menge, ein positiver dagegen im Überschusse besitzen, wogegen ein negativer gegenüber der normalen Menge einen Mangel, ein Defizit an Fluidum enthalten würde. Den Vorgang der Elektrisierung hätte man sich nach dieser Hypothese so vorzustellen, daß das in allen Körpern in normaler Verteilung vorhandene Fluidum durch eine elektrizitätsbewegende (elektromotorische) Kraft von einem Körper auf den anderen verschoben wird, so daß also z. B. dem Reiber ebensoviel an Fluidum hinzugefügt wird, wie dem Reibzeuge entnommen wird.

Wenn man sich gegenwärtig, um ein Bild der elektrischen Vorgänge zu gewinnen, dieser Stoffhypothesen bedient, so ist die Frage keineswegs entgiltig entschieden, ob das unbekannte Agens der Elektrizität wirklich ein Stoff ist. Es könnte dieses Agens auch nur eine geänderte Form von Energie sein; die Grundideen der betreffenden von Faraday und Maxwell aufgestellten Hypothese werden im Art. **218** berührt werden.

163. Sitz der elektrischen Ladung. Elektrische Dichte. Elektrostatischer Druck. Die elektrische Ladung eines isoliert aufgestellten Leiters kann sich im Zustande des Gleichgewichtes immer nur auf seiner Oberfläche und nie im Innern befinden.

Denkt man sich nämlich die elektrische Ladung des Leiters in kleine Teile zerlegt, so müssen diese nach dem Grundgesetze der elektrischen Wechselwirkung einander gegenseitig abstoßen. Die Ladung sucht sich daher auf einem gut leitenden Körper so weit als möglich auszubreiten, was erreicht ist, wenn dieselbe auf die Oberfläche des Leiters gelangt ist. Wäre über das Innere des kugelförmigen Konduktors (Fig. 350) die Ladung gleichmäßig verteilt, so würden auf das Ladungsteilchen *e* alle innerhalb der Kugel mit dem Radius *ea* befindlichen Teilchen sich in ihren Abstoßungswirkungen Gleichgewicht halten, wogegen die im übrigen (schraffiert gezeichneten) Teile befindlichen durch eine in der Richtung *ea* gelegene Resultierende das Teilchen *e* an die Oberfläche drängen würden.

Fig. 350.

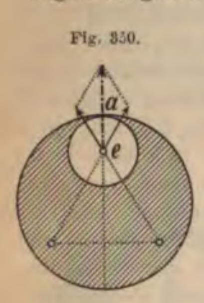
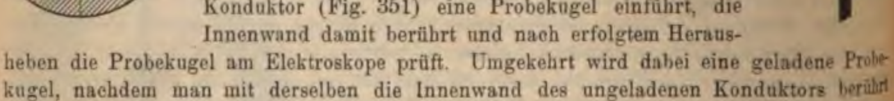


Fig. 351.



Experimentell zeigt man diese Tatsache, indem man (nach Coulomb) in einen hohlen, geladenen Konduktor (Fig. 351) eine Probekugel einführt, die Innenwand damit berührt und nach erfolgtem Herausheben die Probekugel am Elektroskope prüft. Umgekehrt wird dabei eine geladene Probekugel, nachdem man mit derselben die Innenwand des ungeladenen Konduktors berührt hat, unelektrisch sein, während ihre Ladung nunmehr auf der Außenfläche des Konduktors nachweisbar ist. — Auf einer Ebonitscheibe *e* (Fig. 352) liegt eine Metall- (Stanniol-) Scheibe *s*; auf letztere ist ein Drahtnetzzylinder *n*, der außen und innen elektrische Pendel trägt, aufgestellt; wird letzterer stark geladen, so zeigen nur die äußeren Pendel Divergenz. (Faradays Versuch mit einem großen Hohlwürfel.) — Wird (nach Mach) ein Elektroskop auf eine Bleiplatte

Fig. 352.

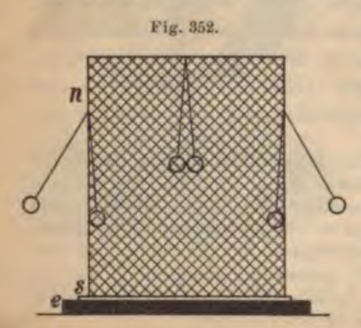
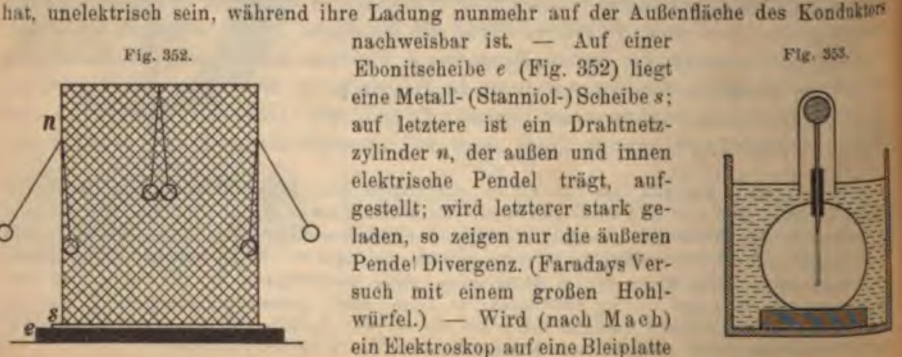


Fig. 353.



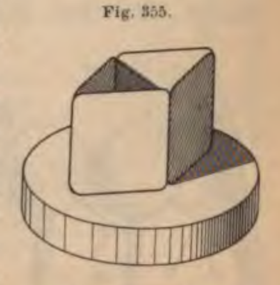
gekittet und in ein mit Wasser gefülltes Zylinderglas gestellt (Fig. 353), so zeigt es sich noch immer empfindlich. Stülpt man aber eine Metallkappe darüber, die in das Wasser eintaucht, so kann auch eine beliebig große Ladung dieser Kappe keinen Pendelausschlag hervorrufen (vgl. Art. 173). — Ein isoliert aufgestelltes, biegsames Metallnetz enthält die Ladung immer nur auf der konvexen Oberfläche. Verwendung hohler Metallteile (Kugeln, Stangen) an elektrischen Apparaten.

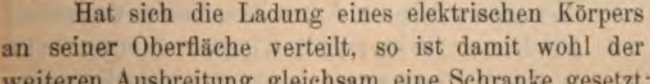
Nach dem Gesagten ist von vornherein zu erwarten, daß sich auf einem isolierten, kugelförmigen Leiter, der keiner äußeren Einwirkung unterworfen ist, die Ladung überall gleichmäßig verteilen muß. Man sagt, sie besitzt überall dieselbe Dichte, d. h. auf der Flächeneinheit und ebenso auf gleichen Flächenstücken ist stets dieselbe Ladungsmenge vorhanden, auf ungleichen Flächenstücken verhalten sich jedoch die Ladungen wie die Flächenstücke selbst. Auf einem ellipsoidischen Konduktor (ähnlich auf zwei aneinandergeschobenen, kugelförmigen Konduktoren) muß sich die Ladung zufolge ihres Ausbreitungsbestrebens nahe an den Scheiteln der längsten Achse am dichtesten anhäufen. Im allgemeinen ist dabei die elektrische Dichte um so größer, je kleiner der Krümmungsradius der betreffenden Stelle ist; daher ist sie an Spitzen und Kanten (wo dieser Radius gleichsam Null geworden ist) am größten. Man kann diese Verhältnisse bildlich andeuten, wenn man die Ladung als eine den Leiter umgebende Schichte darstellt, deren Dicke der Dichte an der betreffenden Stelle entspricht (Fig. 354 *a, b, c*). Wenn die Dichte von Ort zu Ort wechselt, versteht man darunter immer den Quotienten aus der auf einem sehr kleinen Flächenstücke vorhandenen Ladung durch die Größe des Flächenstückes.



Fig. 354.

Den experimentellen Nachweis von Punkt zu Punkt wechselnder Dichte liefert man, indem man ein Probekügelchen mit dem Leiter an verschiedenen Stellen zur Berührung bringt und jedesmal am Elektroskope prüft. Man nimmt dabei immer die Ladungsmenge an der Berührungsstelle ab und überträgt sie auf das Elektroskop. — Untersuchung eines Prismenmantels aus vier scharnierartig verbundenen, mit Stanniol überzogenen Pappestücken, der auf einem Paraffinblocke steht (Fig. 355). Gibt man demselben einen rhombischen Querschnitt, so ist die Dichte an den scharfen Kanten größer als an den stumpfen; die Innenfläche ist natürlich ohne Ladung. — Vergrößert man die Oberfläche eines geladenen Körpers (teleskopartig ineinandergeschobene Zylindermäntel, Papierlampion, Seifenblase), so nimmt die elektrische Dichte ab.

Fig. 355.



Hat sich die Ladung eines elektrischen Körpers an seiner Oberfläche verteilt, so ist damit wohl der weiteren Ausbreitung gleichsam eine Schranke gesetzt; das Bestreben, sich

auszubreiten, dauert aber an und äußert sich als ein gegen die Oberfläche normal gerichteter Druck, welchen man den elektrostatischen Druck nennt.

Ist die Ladung in den Zustand des Gleichgewichtes gekommen, so muß dieser Druck normal zur Fläche stehen; denn andernfalls würde eine Komponente dieser Druckkraft in die Oberfläche fallen und eine Verschiebung der Ladung längs derselben veranlassen. Der elektrostatische Druck ist — wie hier nicht näher bewiesen werden kann — dem Quadrate der an der betreffenden Stelle herrschenden Dichte proportional. Er muß deshalb am stärksten an Spitzen und Kanten sein, so daß daselbst die Ladung auf die umgebenden Luft- und Staubteilchen übergehen kann; da die hierdurch gleichnamig geladenen Teilchen abgestoßen werden und neue an ihre Stelle treten, hat es den Anschein, als ob die Ladung an Spitzen oder Kanten ausströme. Die auftretende Luftströmung, die mit der Hand fühlbar ist und durch das Seitwärtsflackern einer Kerzenflamme sichtbar gemacht werden kann, heißt elektrischer Wind. — Elektrisches Flugrad. — Ähnlich wie Spitzen wirken auch Flammen und Rauchsäulen, welche von glimmenden Körpern erzeugt werden; deshalb können elektrische Körper durch Überstreichen mit einer Flamme am zuverlässigsten entladen werden.

164. Elektrische Verteilung oder Influenz. Zwei isoliert aufgestellte Kugeln A und B (Fig. 356) sind mit Doppelpendeln versehen und berühren sich. Nähert man der Kugel A einen elektrisierten Glasstab C, so divergieren beide Pendel, fallen aber wieder zusammen, wenn C entfernt wird. Wiederholt man diesen Versuch, trennt jedoch die Kugeln, solange C noch in der Nähe ist, so bleiben die Ausschläge auch nach späterer Entfernung von C erhalten (Fig. 357); dabei erweist sich A negativ, B positiv elektrisch. Verbindet man hierauf A und B durch den isoliert gehaltenen Stab D, so fallen die Pendel zusammen. Es waren somit bei dem Versuche gleich große Mengen entgegengesetzter Ladungen vorhanden. Bei einer dritten Wiederholung des Versuches berührt man, bevor der Stab C entfernt wird, die aneinandergeschobenen Kugeln irgendwo mit der Hand (Fig. 358). Die an B befindlichen Pendel fallen zusammen. Wird nun zuerst die ableitende Hand, dann C entfernt, so verbreitet sich die negative Ladung von A auf B und beide Pendelpaare divergieren mit — E. — Bei diesen Versuchen wurden unelektrische Körper durch bloße Annäherung eines elektrischen Körpers

Fig. 356.

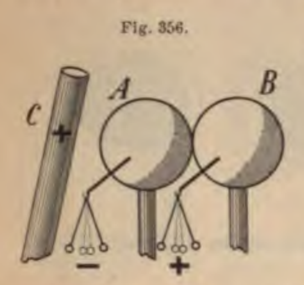


Fig. 357.

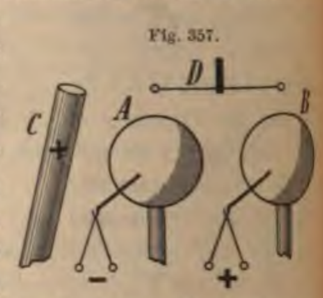
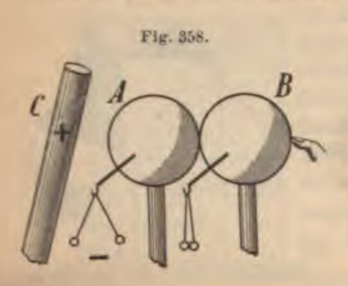


Fig. 358.

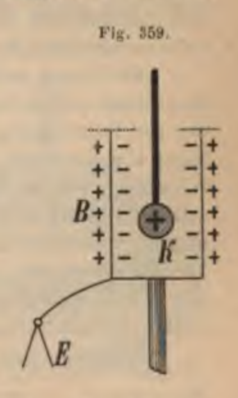


geladen. Man sagt in diesem Falle, die Ladung sei durch elektrische Verteilung oder Influenz erfolgt; bei den obigen Versuchen waren der Glasstab C der influenzierende, die vereinigten Kugeln A und B der influenzierte Körper. Die entgegengesetzten Ladungen, welche A und B erhielten, werden auch häufig als Influenzelektrizitäten bezeichnet, und zwar heißt die mit der influenzierenden Ladung ungleichnamige die Influenzelektrizität erster Art, die gleichnamige dagegen die Influenzelektrizität zweiter Art; mit Rücksicht auf das Ergebnis des dritten Versuches wird die letztere auch als ableitbar oder frei, die erstere als nicht ableitbar oder gebunden bezeichnet.

Die Elektrisierung durch Influenz wird nach der dualistischen Hypothese (Art. **162**) als eine Verschiebung der beiden in jedem Körper angenommenen entgegengesetzten Ladungen gedeutet, von denen die ungleichnamige vom influenzierenden Körper herangezogen wird, während die gleichnamige so weit als möglich abgestoßen wird, also bei leitender Verbindung von B mit der Erde zur letzteren abfließt. Im Sinne der unitarischen Hypothese treibt der positiv gedachte influenzierende Körper die im influenzierten anfänglich in normaler Menge vorhandene Ladung fort, so daß sie sich vorwiegend an den entferntesten Stellen des influenzierten Körpers anhäuft, wodurch daselbst ein Überschuß über den normalen Zustand — also positive Ladung — zu stande kommt, während in den benachbarten Partien ein Ladungsdefizit — also negative Ladung — entsteht. (Wie wäre die Erklärung zu geben, wenn der influenzierende Körper negativ ist?) Nach jeder dieser beiden Vorstellungen besteht somit die Elektrisierung durch Influenz in einer Verschiebung bereits vorhandener Ladungen, wobei der influenzierende Körper „elektrizitätsbewegende“ oder elektromotorische Kräfte auf den influenzierten ausübt, zum Unterschiede von den „wägbare Körper bewegenden“ oder ponderomotorischen Kräften der Anziehung und Abstoßung.

Besonders lehrreich gestalten sich die zuerst von Faraday entdeckten Influenzwirkungen eines elektrischen Körpers auf einen ihn einschließenden hohlen Leiter. Zu dem wichtigsten dieser Versuche*) benützt man einen hohlen Blech- oder Drahtnetzzylinder B (Fig. 359), welcher isoliert aufgestellt und mit einem Elektroskope oder Elektrometer E verbunden ist. Bringt man in das Innere dieses „Faradayschen Bechers“ eine positiv geladene Probekugel K, so zeigt E einen gewissen Ausschlag, der sich nicht ändert, wenn man K im Hohlraume von B hin und her bewegt. Nach dem Herausheben von K aus B ist B wieder unelektrisch. Durch die Influenz werden somit gleich große Mengen von positiver und negativer Ladung getrennt. Wird die elektrisierte Kugel K wieder in B gebracht, so daß E mit + Ladung divergiert, und wird hierauf K mit der Innenwand von B in Berührung gebracht, so erfolgt keine Änderung des Ausschlages. Beim Herausziehen von K erweist sich dieses unelektrisch und der Ausschlag von E zeigt wieder keine Änderung: Die Menge von jeder der ge-

Fig. 359.



*) Da Faraday dieselben mit einem metallenen Eiseimer anstellte, werden sie häufig als die Faradayschen Eiseimerversuche bezeichnet.

trennten Influenzelektrizitäten ist also (am Faradayschen Becher) genau ebensogroß wie jene auf dem influenzierenden Körper.

Mit dem Faradayschen Becher kann auch in überzeugender Weise dargetan werden, daß auf dem Reiber und dem Reibzeuge gleich große Mengen entgegengesetzter Ladungen erregt werden. Werden nämlich im Becher zwei Glasstäbe aneinander gerieben, von denen der eine mit amalgamiertem Leder überzogen ist, so zeigt sich kein Ausschlag. Hingegen wird der Ausschlag gleich groß, aber von entgegengesetzter Ladung sein, wenn nur einer der Stäbe im Becher belassen, der andere herausgezogen wird.

Umschließt der influenzierte Körper den influenzierenden nicht vollständig oder gar nicht (z. B. bei den in Fig. 356 u. ff. dargestellten Versuchen), so ist die Menge von jeder der beiden Influenzelektrizitäten immer nur ein Bruchteil der influenzierenden, welcher wächst und sich umsomehr der Einheit nähert, je näher zueinander beide Körper gebracht werden.

Die im Art. **162** besprochenen Grunderscheinungen sind leicht mit der Influenz in Einklang zu bringen. Dem Vorgang der Ladung eines Körpers (A) durch Berührung mit einem geladenen (B) geht Influenz voraus. Der influenzierende Körper B möge die Menge $+E$ besitzen, so trennt er auf A die Mengen $-e$ und $+e$; im Momente der Berührung neutralisiert sich die $-e$ mit einer gleich großen Menge $+e$, welche dem Körper B entnommen wird. Es hat so den Anschein, daß von B die Menge $+e$ auf A übergegangen sei; tatsächlich haben aber sowohl B als A gleich große Mengen entgegengesetzter Ladungen verloren. — Es erklärt sich nun auch genauer die Verwendung des Elektroskopes. Dasselbe kann mittels eines Glasstabes durch Mitteilung positiv, durch Influenz negativ geladen werden; im letzteren Falle wird der Knopf mit dem Finger berührt, der Stab genähert und hierauf zuerst der Finger, dann der Stab entfernt. Nähert man dem jetzt mit negativer Ladung divergierenden Apparate einen geriebenen Glasstab, so wird durch denselben $-E$ in die Kugel gezogen und ein gleiches Quantum $+E$ in die Pendel getrieben; dadurch wird die — Ladung der Blättchen vermindert, bei weiterer Annäherung des Stabes neutralisiert, bei noch weiter fortgesetzter Annäherung werden sogar die Pendel mit + Ladung divergieren. Beim Entfernen des Stabes verlaufen die Erscheinungen umgekehrt. (Man erkläre analog den Vorgang bei der Annäherung eines mit dem Elektroskope gleichartig geladenen Körpers.) — Ebenso einfach ist die Erklärung des Satzes: Der ponderomotorischen Wirkung (Anziehung) geht stets die elektromotorische (Influenz) voraus. (Man bedenke hierbei, daß die Anziehungswirkung auf die Influenzelektrizität der ersten Art überwiegt gegenüber der Abstoßungswirkung auf die Influenzelektrizität der zweiten Art.)

Stellt man zwischen einen geladenen Körper und ein Elektroskop einen zur Erde abgeleiteten guten Leiter (Platte, Drahtnetz), so „schützt" dies gleichsam das Elektroskop vor der Fernwirkung des Körpers. Denn die gleichnamige Influenzelektrizität wird vom Netze abgeleitet, die ungleichnamige und jene des Körpers heben sich jedoch in ihren Wirkungen auf das Elektroskop auf. Ein in eine allseitig geschlossene Metallhülle (Drahtnetzhülle) gebrachter Körper ist also gegen jede von außen kommende elektrische Einwirkung vollkommen geschützt (Schirmwirkung). — Verwendet man zu dem beschriebenen Versuche statt des leitenden Zwischenmittels einen Isolator (Glasplatte, Ebonittafel), so tritt am Elektroskope Influenzwirkung auf; die schlechten Leiter werden daher auch als „elektrizitätshindurchlässige" oder als Diëlektrika bezeichnet.

Nähert man die Kugeln A und B des Versuches Fig. 357 bis zur Berührung, so wird schon vor derselben ein glänzendes Fünkchen sichtbar, das von einem knisternden Geräusche begleitet ist. Dieser elektrische

Funke ist eine Glüherscheinung, die bei der Vereinigung von + und — Ladung dann eintritt, wenn der elektrostatische Druck an den einander allmählich genäherten, entgegengesetzt geladenen Körpern so groß geworden ist, daß die isolierende Zwischenschichte durchbrochen wird. Dabei werden glühende Teilchen der Körper, zwischen denen der Funke übergeht, mit in die Funkenbahn gerissen und auch das isolierende Mittel längs derselben zum Glühen und Leuchten gebracht (Art. **178**).

Es möge auch erklärt werden, wieso ein solcher Funke sichtbar wird, wenn man einen isolierten Konduktor mit einem geriebenen Stabe berührt, und wieso man aus einem geladenen Körper durch Annäherung mit dem Fingerknöchel Funken ziehen kann.

Fig. 360.

Nähern wir einem mit einer Spitze versehenen Elektroskope (Fig. 360) einen geriebenen Glasstab *G*, so divergiert dasselbe mit $+E$. Es strömt nämlich die $-E$ durch die Spitze ab (Art. **163**), wobei sie eine ihr gleiche Menge von $+E$ auf *G* neutralisiert. Da sich also die Ladung von *G* um diese Menge vermindert, hat es den Anschein, als ob die Spitze positive Ladung von *G* „abgesaugt" hätte; in Wirklichkeit stammt diese Ladung aber aus dem Elektroskope selbst. (Saugende Wirkung der Spitzen.)

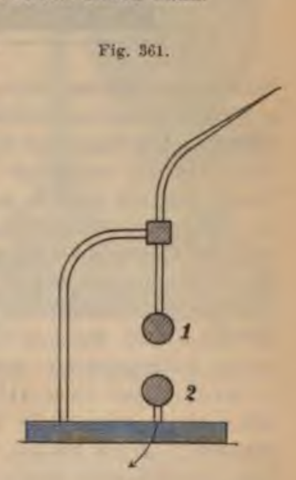


Fig. 361.

Wird die Spitze des Apparates Fig. 361 einem + geladenen Konduktor genähert, so vereinigt sich, sobald die + Ladung auf 1 hinlänglich groß geworden ist, dieselbe mit der — Influenzelektrizität der geerdeten Kugel 2 durch einen Funken.

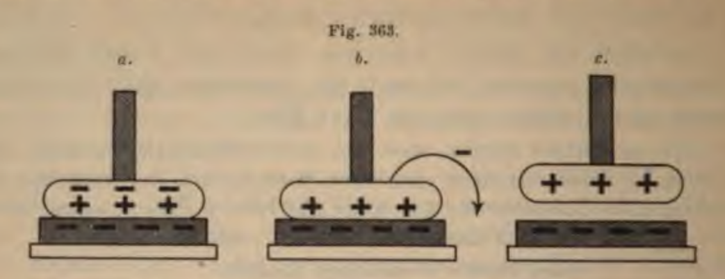
165. Apparate zur Erzeugung größerer Mengen von Elektrizität.

1. Der Elektrophor (Fig. 362). Derselbe besteht in der Regel aus einer Hartgummischeibe *g* (oder auch aus einem „Harzkuchen" aus Schellack und venetianischem Terpentin), die auf der metallisch leitenden Unterlage *bb* (Teller) liegt. Auf *g* wird der metallisch leitende Deckel *d* mit einer isolierenden Handhabe aufgesetzt. Der „Kuchen" wird durch Peitschen mit einem Fuchsschwanze negativ geladen. Wird nun der „Deckel" daraufgelegt und wieder abgehoben, so ist er unelektrisch. Wird dagegen der Deckel vor dem Abheben mit dem Finger berührt und dann erst abgehoben, so erweist er sich ziemlich stark positiv geladen.

Fig. 362.


Die Erklärung ergibt sich aus den Fig. 363, *a*, *b*, *c*. — Der Zweck der metallischen Unterlage, die möglichst gut geerdet sein soll, wird klar, wenn man bedenkt, daß auch in ihr Influenz auftritt; während $-E$ zur Erde geht, wird $+E$ des Tellers von der $-E$

Fig. 363.



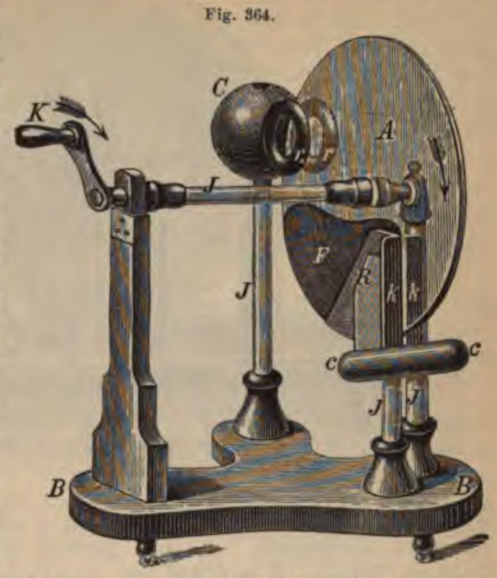
des Kuchens gebunden, wirkt aber auch selbst bindend auf die Ladung des Kuchens zurück; so werden die Ladungsverluste des Kuchens durch die Wirkung des Tellers auf ein Minimum reduziert. Die Richtigkeit dieser Behauptung zeigt sich, wenn man Hartgummischeibe und Teller vereinigt einem mit $-E$ geladenen Pendel nähert; es tritt kein Ausschlag ein. Trennt man nun aber, in der Nähe des Pendels bleibend, Kuchen und Teller, so hört man ein starkes Knistern der abströmenden Ladungen und das Pendel gibt starken Ausschlag. Dank der Unterlage vermag man also den Kuchen weit stärker zu elektrisieren (vgl. Art. 176), als es ohne dieselbe möglich wäre. — Da die $-E$ des Kuchens nur den Zweck hat, die Verteilung zu veranlassen, vermindert sie sich nicht wesentlich, auch wenn der Deckel durch Auflegen, Berühren und Abheben sehr oft elektrisch gemacht wird. Die Gewinnung großer Ladungsmengen erfolgt vielmehr auf Kosten einer (freilich geringen) Arbeitsleistung. Denn beim Abheben des Deckels ist außer der Überwindung der Schwere (die man ja durch Rolle und Gegengewicht kompensieren könnte) noch die Anziehung zwischen $+E$ des Deckels und $-E$ des Kuchens zu überwinden; diese ist größer als die beim darauffolgenden Senken des Deckels auf den letzteren vom Kuchen ausgeübte Anziehung; denn dabei ist der Deckel ungeladen (mit $+E$ und $-E$ geladen). Die kleine Differenz zwischen beiden Arbeitsgrößen liefert das Arbeitsäquivalent für die Ladung des Deckels. — Bei aufgesetztem Deckel bleibt der Kuchen lange geladen (Tenazität des Kuchens; Elektrophor = Elektrizitätsträger). Der Elektrophor wurde 1776 von Volta*) erfunden.

2. Die Reibungselektrisiermaschine. Durch Drehung der Kurbel K (Fig. 364) reibt sich die gut isolierende, von Staub und Feuchtigkeit befreite Glasscheibe A an den mit Amalgam überzogenen Lederkissen kk des Reibzeuges R; letzteres und der damit in Verbindung stehende Reibzeugkonduktor cc werden dadurch negativ geladen, während die positiv geladene Glasscheibe zwischen die ihr zugekehrten, unter sich und mit dem isolierten Konduktor C metallisch verbundenen Saugspitzen der Saugringe rr gelangt und nun die Ladungen des Konduktors trennt. Es enthält, da die Ladungsmenge $-e$ aus den Spitzen auf die Glasscheibe strömt, diese dann nur mehr $(E-e)$, der Konduktor dagegen $+e$. Je vollkommener die Konstruktion, desto größer ist $+e$ und desto kleiner daher $(E-e)$.

*) Graf Alessandro **Volta** (geboren 1745 zu Como, gestorben 1827 ebendaselbst) wurde 1779 Professor der Physik an der Universität Pavia, nahm 1804 seinen Abschied. Napoleon I. erhob ihn in den Grafenstand, Kaiser Franz I. ernannte ihn 1815 zum Direktor der philosophischen Fakultät zu Pavia. Von seinen zahlreichen Erfindungen auf dem Gebiete der Elektrizität werden wir auch später noch einige kennen lernen.

Die Wachstaffetflügel F sollen die vorzeitige Abgabe der Scheibenladung an die Luft sowie das Zurückströmen dieser Ladung an das Reibzeug verhindern. Ein Holzring mit Metalleinlage, der auf den Konduktor C aufgesetzt wird, macht die Konduktorfunken kräftiger, wenn auch nicht länger. — Warum kann man durch fortgesetztes Drehen die elektrische Ladung nicht über eine gewisse Grenze hinausbringen? Warum leitet man, wenn man die $+e$ des Konduktors C benützen will, das Reibzeug zur Erde ab? — Bei der Reibungselektrisiermaschine muß man beim Drehen der Scheibe Arbeit leisten, wovon ein nicht unbeträchtlicher Teil auf die Überwindung der Reibung aufgeht und in Form von Wärme wiedererscheint, während ein verhältnismäßig kleiner Teil von Arbeit gegen die Anziehung der elektrischen Ladungen der Scheibe und des Reibzeuges zu leisten ist. Auf Kosten dieses letzteren Teiles entsteht durch Influenz und Spitzenwirkung (vgl. Fig. 360) die Ladung des Konduktors. Ähnlich wie beim Elektrophor überwiegt nämlich diese Arbeit über diejenige, welche die Maschine durch die Anziehung zwischen Reibzeug und der im oberen Teile minderstark elektrischen Scheibe gleichsam zurückliefert.

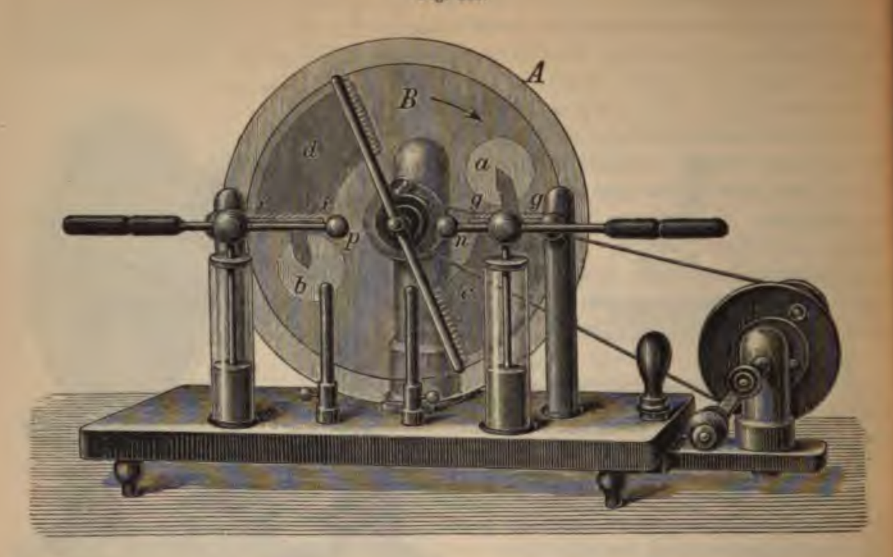
Fig. 364.



3. Die Influenzmaschine. Bei den Influenzmaschinen, welche 1865 von Holtz und Töpler unabhängig voneinander entdeckt wurden und seither in mannigfaltigen Konstruktionen in Gebrauch stehen, werden durch eine geringe Anfangsladung infolge fortgesetzter Influenzwirkung größere Elektrizitätsmengen erzeugt, wobei das hierzu nötige Arbeitsäquivalent an der Maschine zu leisten ist. Je nachdem diesen Maschinen eine kleine Anfangsladung zugeführt werden muß oder sie diese selbst liefern, bezeichnet man die Maschinen als nicht selbsterregende, beziehungsweise als selbsterregende.

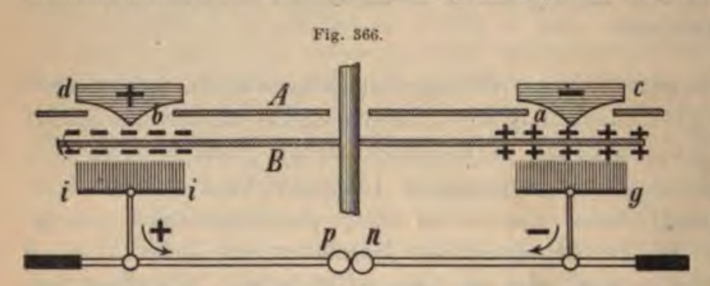
Die Influenzmaschine von Holtz (Fig. 365) besteht aus einer feststehenden Glasscheibe A, vor welcher in geringem Abstande eine zweite Glasscheibe B in rasche Rotation versetzt werden kann; beide Scheiben sind sorgfältig mit Schellackfirnis überzogen. Die Scheibe A hat zwei Ausschnitte a und b. Auf der Rückseite von A sind zwei gleichfalls gut gefirniste Belegungen c und d aus steifem Papiere aufgeklebt, von welchen Kartonspitzen durch die Ausschnitte a und b gegen die Scheibe B hineinragen. Korrespondierend mit den Belegungen c und d sind zwei Saugkämme gg und ii vorhanden, welche durch leitende Stäbe mit den Konduktoren n und p (Elektroden) verbunden sind. Die Elektroden können durch Verschieben ihrer mit isolierenden Handhaben versehenen Stäbe vorerst zur Berührung gebracht werden. Dann wird die Belegung c mit einer geriebenen Ebonittafel berührt und dadurch negativ geladen, während gleichzeitig die Scheibe B gegen die Kartonspitzen in der Richtung des Pfeiles gedreht

Fig. 365.



wird. Die negativ geladene Belegung *c* (Fig. 366, welche die Hauptteile der Maschine schematisch von oben gesehen zeigt) wirkt verteilend sowohl auf die drehbare Scheibe *B* wie auf den Saugkamm *g*; da aus letzterem mehr $+E$ strömt, als $-E$ auf der ihm zugewendeten Seite von *B* ist, wird die Scheibe *B* auf beiden Seiten mit $+E$ geladen, während gleichzeitig die negative Influenzelektrizität zweiter Art gegen die Kugel *n* getrieben wird. Wegen der fortgesetzten Drehung der Scheibe *B* dauert dieser Vorgang so lange an, daß die Scheibe *B* auf ihrer ganzen unteren Hälfte (Fig. 365) auf beiden Seiten mit $+E$ beladen ist. Kommen nun diese mit $+E$ geladenen Teile der Scheibe *B* gegen den Beleg *d* und den Saugkamm *ii*, so wird ersterer durch Influenz positiv geladen, während die aus den Spitzen *ii* ausströmende $-E$ die Scheibe *B* neutralisiert und sogar umgekehrt ladet. Diese Umladung wird anfänglich auch unterstützt durch die von *g* über *n* und *p* nach *i* strömende negative Influenzelektrizität. Während so erreicht wird, daß die Scheibe *B* in ihrer unteren Hälfte (Fig. 365) beiderseitig positiv geladen ist, wird auch bereits nach einer halben Umdrehung der Beleg *d* von *c* aus positiv geladen. Dies hat aber zur Folge, daß nach einer weiteren halben Umdrehung der Beleg *d* durch die analogen Vorgänge dem Belege *c* neue negative Ladung zuführt; dieser wirkt daher auch wieder auf *d* verstärkend ein und so wirken die Belegungen durch Vermittlung der Scheibe *B* bis zu einer gewissen Grenze verstärkend auf sich selbst und auf die Scheibe *B* ein. Ist auf diese Art eine hinlänglich starke

Fig. 366.

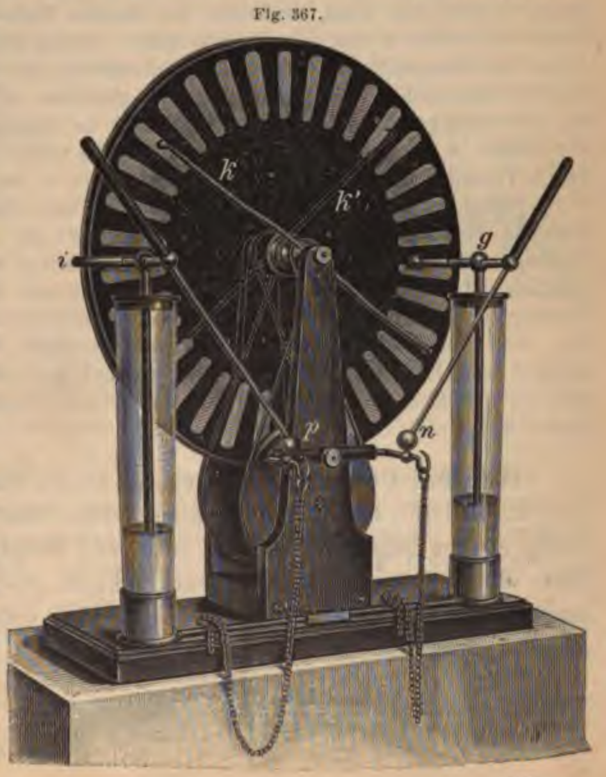


Ladung dieser Teile erreicht, so können die Elektroden *p* und *n* voneinander getrennt werden. Die positiven und negativen Influenzelektrizitäten, die von den Saugkämmen beziehungsweise gegen *p* und *n* gedrängt werden, gleichen sich dann in einem rauschenden Funkenstrome zwischen *p* und *n* aus. Die vorerwähnte Grenze der Ladungsverstärkungen ist dadurch bestimmt, daß das mehr oder weniger hohe Isolationsvermögen insbesondere der Scheiben *B* und *A* eine Steigerung der Ladungen endlich nicht mehr erträgt. Werden die Elektroden *p* und *n* zu weit getrennt, so erlischt die Wirksamkeit der Maschine, da dann die Influenzelektrizitäten zweiter Art sich nicht mehr vereinigen können. Um diesen Übelstand zu verhindern, bringt man zumeist an der Influenzmaschine einen „sekundären Rechen" (Nebenkonduktor) an, der bei zu großer Entfernung der Kugeln *p* und *n* die Rolle des nun versagenden „primären Rechens" (Hauptkonduktors) *iipngg* übernimmt.

Man bemerkt deutlich, daß die Maschine in ungeladenem Zustande weit leichter zu drehen ist, als wenn sie angeregt wurde. Die im letzteren Falle gegen die elektrischen Anziehungs- und Abstoßungskräfte geleistete Arbeit tritt zum größten Teile in Form der elektrischen Ladungen zu Tage.

Verbindet man die Elektroden einer funktionierenden Influenzmaschine mit denjenigen einer zweiten (bei welcher die Antriebsvorrichtung losgelöst wurde), so dreht sich die bewegliche Scheibe der letzteren — infolge der Abstoßung zwischen der aus den Spitzen eines Saugkammes ausströmenden Ladung und zwischen den hierdurch gleichnamig geladenen Teilen der Scheibe — von den Spitzen weg (also umgekehrt dem Drehungssinne beim Betriebe). In der ersten Maschine (Generator) wird mechanische Energie in elektrische Ladung umgewandelt, in der letzteren (Motor) werden diese Ladungen in mechanische Energie rückverwandelt (Prinzip der elektrischen Kraftübertragung). —

Fig. 367.



Die „selbsterregende" Influenzmaschine von Wimshurst (Fig. 367) ist weniger von atmosphärischen Verhältnissen abhängig als die Holtzsche Maschine. Zwei Hartgummischeiben rotieren nahe aneinander in entgegengesetztem Drehungssinne. Jede derselben trägt eine Anzahl sternförmig angeordneter Stanniolbelegungen. Bei *g* und *i* umgeben gabelförmig gestaltete Saugapparate (Fig. 368) beide Scheiben; diese Sauger stehen mit den Elektroden

p und n anolog wie bei der Holtzschen Maschine in Verbindung. Wesentlich sind noch zwei „diametrale" Konduktoren k und k', welche vor jeder Scheibe in den Richtungen von 45° und 135° gegen die Horizontale geneigt sind; ihre Enden tragen Metallpinsel, die auf Scheibe und Stanniolsektoren schleifen. Das Spiel der Maschine erklärt die schematische Fig. 369, bei welcher der Deutlichkeit halber die Scheiben ersetzt sind durch zwei konzentrisch rotierende Trommeln. Wir nehmen vorläufig an, die äußere Trommel möge ruhen. Der Sektor A_1 derselben habe aus irgend einer Ursache positive Ladung. Sowie dann unter demselben ein Sektor B_1 passiert, wird er negativ elektrisch, während positive Ladung durch den diametralen Konduktor k auf B_1' übergeht. Der Sektor B_1 bleibt dann negativ, bis er zwischen den Saugapparat g gerät, woselbst durch ihn negative Influenzelektrizität zweiter Art gegen n getrieben wird, während die positive Influenzelektrizität erster Art den Sektor neutralisiert und dann positiv ladet. Analog gelangt der positive Sektor B_1' gegen den Saugapparat i, wird dort neutralisiert und umgeladen, während positive Influenzelektrizität zweiter Art gegen p getrieben wird. Rotiert nun aber auch die rückwärtige Scheibe (äußere Trommel) in entgegengesetztem Sinne, so wird der Sektor A_2 durch Verteilung vom negativen Sektor B_2 positiv geladen, während durch Vermittlung des diametralen Konduktors k' der Beleg A_2' negativ geladen wird. Der erstere A_2 bleibt positiv, bis er zum Saugapparat i gelangt, wo er dasselbe veranlaßt wie vorhin B_1', der andere A_2' bleibt negativ, bis er zum Saugapparate g gelangt, wo er dieselbe Wirkung hervorbringt wie vorhin B_1. Ähnlich wie bei der Holtzschen Maschine kommt es auch hier zu steigender Ladung der Sektoren bis zu einer vom Isolationsvermögen der Scheiben und von den atmosphärischen Verhältnissen bedingten Grenze. Für den Anfang genügt eine Ladungsspur auf einem Sektor, die gewöhnlich von Ladungsrückständen der Ebonitscheiben herrührt, sonst auch durch das Schleifen der Metallpinsel auf einem Sektor zu stande kommt.

Fig. 368.



Fig. 369.



166. Das Coulombsche Gesetz. Durch Versuche hat Coulomb festgestellt, daß die Kraftwirkung, welche zwei elektrisch geladene, möglichst kleine Körper gegenseitig (als Aktions- und Reaktionskraft) aufeinander ausüben, durch dasselbe Gesetz ausgedrückt ist, welches für die Kraftwirkung magnetischer Pole aufeinander gilt (Art. **158**). Somit ist diese Kraftwirkung gegeben durch

$$P = \mp \varepsilon \cdot \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2} \quad \ldots\ldots (53).$$

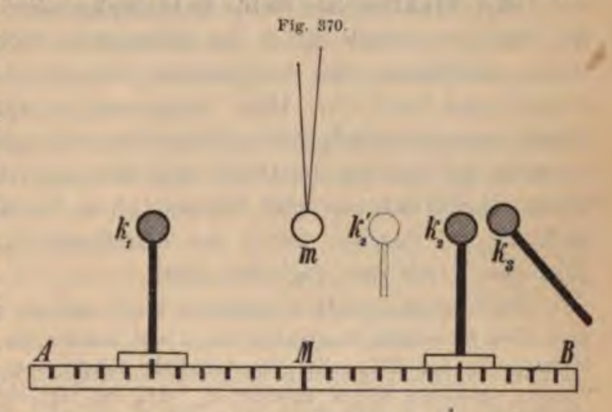
worin e_1 und e_2 die Elektrizitätsmengen bedeuten, mit denen die kleinen Körper (Kügelchen) beladen sind und worin r die Entfernung ihrer Zentren ist. Die Konstante ε ist von der Wahl der Einheiten abhängig. Erklären wir als Einheit der Elektrizitätsmenge jene, welche auf eine gleich große in der Entfernung der Längeneinheit (*cm*) die Krafteinheit (Dyne) ausübt, so ist $\varepsilon = 1$. Es gilt also für das C.-G.-S.-System

$$P = \mp \frac{e_1 e_2}{r^2} \quad \text{(53a)},$$

worin — ebenso wie in Art. **158** — das Zeichen — für Anziehungs-, das Zeichen + für Abstoßungskräfte gilt.*) Die oben eingeführte Einheit heißt die elektrostatische (e. st.) Einheit der Elektrizitätsmenge; sie ist eine absolute Einheit, da sie zurückgeführt ist auf die Grundeinheiten (cm, g, sec.). Da sie sehr klein ist (vgl. Aufgabe 5 a. S. 314), nimmt man für manche Zwecke eine $3 \cdot 10^9$mal so große Einheit an, welche 1 Coulomb genannt wird (vgl. Aufgabe 6a. S. 314).

Der experimentelle Nachweis des Coulombschen Gesetzes wurde von seinem Entdecker mit der Drehwage sowie durch Schwingungsversuche (vgl. Art. **158**) gegeben. Auch der folgende Versuch dient zum Nachweise dieses Gesetzes. Eine Sonnenblumenmarkkugel m (Fig. 370) ist an langen Kokonfäden bifilar über der Mitte (dem Nullpunkte) einer von M nach A und von M nach B fortschreitenden Zentimeterteilung aufgehängt. Man erteilt dieser Kugel eine + Ladung. Ebenso werden die kongruenten, auf Schellackstäben befestigten Messingkugeln k_1 und k_2 mit einem geriebenen Glasstab kräftig elektrisiert; bringt man k_1 und k_2 darauf einen Moment unter sich in Berührung, so verteilt sich ihre Gesamtladung in zwei genau gleich starke Ladungen auf k_1 und k_2. Wird nun k_1 und k_2 in gleichen Entfernungen von m aufgestellt, so bleibt m in Ruhe. Nun reduziert man die Ladung einer Kugel, z. B. von k_2, auf den vierten Teil, indem man k_2 mit einer dritten kongruenten Kugel k_3 berührt, dann k_3 entfernt, durch Berührung unelektrisch macht und nun abermals k_2 mit k_3 berührt. Nun wird die Markkugel m näher gegen k_2 getrieben und k_2 gegen m so lange verschoben, bis m wieder in die Ruhelage gedrängt ist; es wird dies erreicht sein, wenn die Entfernung $k_2'm$ nur halb so groß ist wie die anfängliche Entfernung $\overline{k_2 m}$. Der vierte Teil der Ladung bringt also in der Hälfte der Entfernung dieselbe

Fig. 370.

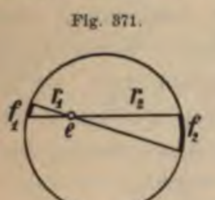


*) Man vergleiche das Coulombsche Fernwirkungsgesetz mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz. Beide geben die Fernwirkung von gleichmäßig aus einem Zentrum nach allen Richtungen des Raumes ausstrahlenden Kräften an (vgl. Art. **152**).

Wirkung hervor wie die ganze Ladung in der ganzen Entfernung; daher wird die ganze Ladung in der Hälfte der Entfernung die vierfache Wirkung ausüben. Statt den Maßstab AB zu verwenden, kann man auch die Schatten der Kugeln k_1, k_2 und m auf eine horizontale Skala durch eine möglichst entfernte, grelle Lichtquelle projizieren und so den ganzen Vorgang verfolgen.

Aus dem Coulombschen Gesetze folgt, daß eine Hohlkugel, welche auf ihrer ganzen Oberfläche mit Ladung von gleicher Dichte versehen ist, auf einen in ihrem Innern befindlichen elektrischen Massenpunkt keine Kraftwirkung ausübt. Denken wir uns nämlich durch diesen Punkt e eine Doppelkegelfläche mit unendlich kleinem Öffnungswinkel gelegt, so schneidet dieselbe auf der Kugelfläche zwei Flächenstücke f_1 und f_2 (Fig. 371) heraus, deren Größen sich aus geometrischen Gründen verhalten wie $r_1{}^2 : r_2{}^2$; ebenso verhalten sich daher auch die auf ihnen befindlichen Ladungsmengen. Nach dem Coulombschen Gesetze müssen sich nun die auf e nach entgegengesetzten Richtungen ausgeübten Kraftwirkungen P_1 und P_2 verhalten wie $P_1 : P_2 = \frac{f_1 e}{r_1{}^2} : \frac{f_2 e}{r_2{}^2}$, woraus wegen $f_1 : f_2 = r_1{}^2 : r_2{}^2$ folgt, daß $P_1 = P_2$ sein muß.

Fig. 371.



Die Übereinstimmung der Fernwirkungsgesetze für magnetische wie für elektrische Körper erlaubt es, eine Reihe im Magnetismus aufgestellter Begriffe nun auch auf elektrische Körper zu übertragen.

167. Elektrisches Feld. Feldstärke oder Intensität. Kraftlinien. Der Raum, innerhalb dessen ein elektrisierter Körper eine Fernwirkung auf andere elektrische oder unelektrische Körper (Art. **164**) äußert, heißt das elektrische Feld (Art. **159**). Bringt man in irgend einen Punkt A dieses Feldes einen unendlich kleinen Körper mit der Ladungsmenge $+1$ (Art. **166**), so wirkt auf ihn eine der Größe und Richtung nach bestimmte Kraft, deren Größe als Feldstärke oder Intensität im Punkte A bezeichnet wird. Ihre Richtung ist gegeben durch das betreffende Linienelement der durch A gehenden Kraftlinie (vgl. Art. **159**).

Die Kraftlinien einer elektrisierten Kugel strahlen als Gerade von ihrem Zentrum nach allen Richtungen in geraden Linien aus, ähnlich wie die Kraftlinien eines isolierten Magnetpoles (Fig. 333). Hat der elektrische Körper aber eine andere Gestalt oder sind mehrere elektrische Körper einander so nahe, daß ihre elektrischen Felder vielleicht teilweise ineinandergreifen, so sind die Kraftlinien im allgemeinen verschiedenartig gekrümmt und bilden ein System ähnlich gekrümmter Kurven, wie sie bei magnetischen Feldern (Art. **159**) beobachtet werden. — Was berechtigt zu der Annahme, daß von einem Glasstabe Kraftlinien ausgehen, wogegen von einem Hartgummistabe solche eingesaugt werden?

Ein elektrisches Feld wird als ein homogenes bezeichnet, wenn die elektrische Kraft der Richtung wie der Stärke nach überall dieselbe ist. Es herrscht in demselben demnach überall dieselbe Feldstärke; die Kraftlinien sind parallele Gerade (Art. **159**).

Im Abstande r von einem mit der Ladung e versehenen Konduktor wird die Feldstärke durch $\frac{e}{r^2}$ (nach dem Coulombschen Gesetze) gegeben sein. — Die Feldstärke eines

elektrischen Feldes kann ebenso wie diejenige eines magnetischen Feldes nach Faraday an einer bestimmten Stelle immer gemessen werden durch die auf das Quadratzentimeter reduzierte Kraftlinienzahl an der betreffenden Stelle.

168. Elektrisches Potential. In das Feld einer positiv elektrisch geladenen sehr kleinen Kugel denken wir uns einen leicht beweglichen, kleinen Körper hineingebracht, welcher mit der Menge + 1 geladen ist. Die elektrische Ladung der kleinen Kugel wird diesen leichtbeweglichen Körper bis zur äußersten Grenze ihres Feldes fortstoßen und dabei eine bestimmte Arbeit leisten. Genau dieselbe Arbeit müßten wir gegen die elektrischen Abstoßungskräfte leisten, wenn wir den Träger der Menge + 1 von der äußersten Grenze des Feldes oder — wie wir ebensogut sagen können — aus „unendlicher Ferne" in die ursprüngliche Lage zur elektrisierten Kugel bringen würden. Hätte dabei die elektrisierte Kugel eine negative Ladung, so würden die Verhältnisse nur in dem einen Punkte eine Änderung erfahren, als wir nun die Arbeit gegen die elektrischen Anziehungskräfte zu leisten hätten, wenn wir die Menge + 1 aus der Anfangsstellung in unendliche Ferne verschieben würden, daß dagegen die Ladung der Kugel dieselbe Arbeit leistet, wenn sie die Menge + 1 aus unendlicher Ferne in die Anfangsstellung heranzieht.

In allen diesen Fällen wird somit die Größe der zu leistenden Arbeit — unter sonst gleichen Verhältnissen — dieselbe sein; nur ist sie das einemal als positive oder produzierte, das anderemal als negative oder konsumierte Arbeit aufzufassen.

Statt die Menge + 1 „von der äußersten Feldgrenze" oder „aus unendlicher Ferne" heranzubringen, könnten wir sie auch aus irgend einer wirkungslosen Stelle des Feldes, z. B. „von der Erde" an den Körper heranführen, beziehungsweise fortführen.

Aus den angestellten Betrachtungen ersehen wir, daß die Menge + 1 in jedem Punkte eines elektrischen Feldes Arbeitsfähigkeit in Form von Energie der Lage oder von potentieller Energie besitzt, ähnlich wie die Masseneinheit im Gravitationsfelde der Erde derartige Energie enthält. Als Maß dieser potentiellen Energie können wir aber jene Arbeit auffassen, welche nötig ist, um die Menge + 1 aus unendlicher Ferne in diesen Punkt zu bringen, ähnlich wie der Energievorrat einer gehobenen Masse durch jene Arbeit gemessen ist, die dem Widerstande der Schwere entgegen zu leisten ist, um die Masse in die erhöhte Lage zu bringen.

Die Größe dieser zu leistenden Arbeit, welche nach dem Gesagten ein Maß für die vorhandene potentielle Energie oder für die elektrische Wirkungsfähigkeit vorstellt, wird als das elektrische Potential bezeichnet. Zur genauen Feststellung dieses wichtigen Begriffes sei in einem Punkte M eine Elektrizitätsmenge e vereinigt und in einen zweiten Punkt N die positive elektrostatische Einheitsmenge + 1 gebracht

worden: Unter dem Potential der Elektrizitätsmenge e auf die in einem bestimmten Punkte befindliche Elektrizitätsmenge $+1$ (oder kürzer gesagt: unter dem Potential der Elektrizitätsmenge e in einem bestimmten Punkte) versteht man die Größe jener Arbeit, die erforderlich ist, um die Elektrizitätsmenge $+1$ aus dem Unendlichen (aus einer wirkungslosen Stelle des Feldes) in diesen Punkt zu bringen.

169. Berechnung des elektrischen Potentials. Zur Berechnung des Potentials behandeln wir folgende Aufgabe: „Im Punkte A (Fig. 372) befände sich die Menge $+e$, im Punkte Y die Menge $+1$. Der Abstand der Punkte A und Y sei r. Wie groß ist die Arbeit, welche zu leisten ist, wenn die Menge $+1$ in einen Punkt X verschoben wird, der von A die Entfernung ρ hat?“ Zur Lösung dieser Aufgabe denken wir uns die Wegstrecke $\overline{XY}$ in eine große Anzahl von n unter sich gleich großen Wegelementen geteilt und die Verschiebung der Menge $+1$ längs dieser n Wegteilchen vorgenommen. Für die sehr kleine Verschiebung von Y nach 1, also von der Distanz $\overline{AY} = r$ auf die Distanz $\overline{A1} = r_1$ sind die in Y und 1 wirksamen Kräfte, nämlich $\frac{e}{r^2}$ und $\frac{e}{r_1{}^2}$, so nahe übereinstimmend, daß als ihr Mittelwert das geometrische Mittel zwischen beiden Werten genommen werden darf; dasselbe wird insofern besser als das arithmetische Mittel entsprechen, als die Kräfte der elektrischen Fernwirkung mit wachsender Entfernung nicht linear, sondern stärker abnehmen, also der Mittelwert näher zum kleineren Werte $\frac{e}{r^2}$ liegen muß, was beim geometrischen Mittel der Fall ist. Dieser Mittelwert ist also $\frac{e}{r \cdot r_1}$; die Größe der bei der Verschiebung von Y nach 1 geleisteten Arbeit beträgt daher $\frac{e}{rr_1}\,(r - r_1)$ oder $e\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)$. Analog ergeben sich für die kleinen Strecken $\overline{12}$, $\overline{23}$, $\overline{34}$..., $\overline{(n-1)\text{ bis }X}$, beziehungsweise die Werte $e\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$, $e\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right)$, $e\left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3}\right)$.. .... $e\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_{n-1}}\right)$, deren Summe die Größe der bei der ganzen Verschiebung geleisteten Gesamtarbeit mit

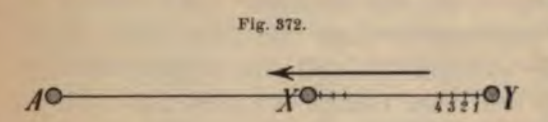


Fig. 372.

$$e\left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_{n-1}}\right)\right] = e\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r}\right)$$

ergibt.

Nehmen wir nun in unserer Aufgabe r unendlich groß, also $\frac{1}{r}$ unendlich klein an, so gibt die obige Formel den Wert $\frac{e}{\rho}$, welcher der Größe nach die Arbeit angibt, welche zu leisten ist, um die Elektrizitätsmenge $+1$ aus

unendlicher Ferne an die Menge e bis zum Abstande ρ zu bringen. Dieser Wert ist daher das Potential der Menge e im Abstande ρ.

Die Größe des Potentials der Menge e im Abstande ρ beträgt also

$$V = \frac{e}{\rho} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (54).$$

Wenn der Punkt A, unter welchem wir uns in der Regel einen kleinen Konduktor vorstellen wollen, eine negative Ladung $-e$ enthält, so ist das Potential $V = -\frac{e}{\rho}$, was aussagt, daß bei der Annäherung der Menge $+1$ an A nicht Arbeit verzehrt, sondern gewonnen wird. Wie immer aber die Art der Ladung e des punktförmigen Konduktors A sei, stets wächst dem absoluten Werte nach das Potential bei Annäherung der Menge $+1$ an den Konduktor.

Sind nun beliebig viele elektrische Ladungen $e_1, e_2, e_3, \ldots e_n$, etwa auf Punkten der Oberfläche eines Körpers angeordnet und hat ein außen befindlicher Punkt von ihnen beziehungsweise die Abstände $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n$, so ist das Potential in diesem Punkte gegeben durch

$$V = \frac{e_1}{\rho_1} + \frac{e_2}{\rho_2} + \frac{e_3}{\rho_3} + \ldots\ldots + \frac{e_n}{\rho_n} = \Sigma\left(\frac{e}{\rho}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (55).$$

Bei der nur gedachten Einführung der Menge $+1$ in ein elektrisches Feld ist die Unveränderlichkeit des Feldes vorausgesetzt, die bei einer wirklichen Einführung nicht bestehen bleiben würde, da hierbei Influenzwirkungen die Anordnung der Ladungen auf Leitern, also auch ihr elektrisches Feld ändern würden.

170. Niveauflächen. Elektrische Arbeit. Die Formel $V = \frac{e}{\rho}$ läßt erkennen, daß das Potential in allen Punkten, welche von dem mit e geladenen, punktförmigen Konduktor A denselben Abstand ρ haben, dasselbe ist. Man bezeichnet daher die um A mit dem Radius ρ beschriebene Kugelfläche als eine Fläche gleichen Potentials oder als eine Niveaufläche. In diesem einfachen Falle sind demnach die Niveauflächen durch ein System konzentrischer Kugelflächen gebildet.

Wird nun ein mit $+1$ elektrisch geladenes Teilchen in einer Niveaufläche verschoben, so wird hierbei gegen die elektrischen Fernwirkungskräfte keinerlei Arbeit geleistet; daher ist zu dieser Verschiebung auch kein Kraftaufwand nötig. Die anziehende oder abstoßende Kraft wirkt dabei nämlich in radialer Richtung und steht normal auf der kugelförmigen Niveaufläche (Art. **34**). Wird dagegen das Teilchen von einer Niveaufläche auf eine andere geschoben, so wird hierbei entweder Arbeit produziert oder konsumiert. Die Größe dieser elektrischen Arbeit ist offenbar dem Unterschiede der Potentialwerte auf den beiden Niveauflächen oder der Potentialdifferenz gleich. Wird daher statt der Elektrizitätsmenge $+1$ irgend eine Menge E zwischen zwei Niveauflächen von einer gewissen Potentialdifferenz befördert, so gilt die Beziehung:

Elektrische Arbeit = beförderte Elektrizitätsmenge $\times$ Potentialdifferenz ....(56).

Unabhängig ist diese elektrische Arbeit aber von der Beschaffenheit des Weges zwischen den Niveauflächen (vgl. Art. **35**, Fig. 27).

Könnte man auf einem dieser Wege mehr Arbeit gewinnen, als man auf einem anderen vorher aufgewandt hatte, so wäre damit die Konstruktion eines Perpetuum mobile gefunden, welche unmöglich ist (Art. **29**).

Zum Vergleiche ziehe man die Niveauflächen des Gravitationsfeldes der Erde heran und erwäge, wovon die Arbeit abhängig ist, wenn eine schwere Masse aus einem Niveau in ein anderes befördert wird; wann wird dabei Arbeit produziert, wann konsumiert?

Auch in einem Felde, welches durch beliebig viele — etwa an der Oberfläche eines Leiters gruppierte — Ladungen gebildet ist, wird es Niveauflächen geben; nur sind dieselben dann nicht Kugelflächen, sondern Flächen komplizierter Natur. Immer jedoch werden sie vom Systeme der Kraftlinien normal durchsetzt. Andernfalls müßte eine Komponente der in der Richtung der Kraftlinie wirksamen Kraft in die Niveaufläche fallen; es würde dann aber bei Verschiebung in der Niveaufläche Arbeit geleistet, was dem Begriffe der Niveaufläche widersprechen würde.

171. Potentialdifferenz und Potentialgefälle. Liegen zwei Punkte A_1 und A_2 auf verschiedenen, zu einem punktförmigen Konduktor M mit der Ladungsmenge $+e$ gehörigen Niveauflächen mit den Potentialwerten V_1 und V_2, so besteht zwischen ihnen die Potentialdifferenz $V_1 - V_2 = e\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)$.

Denkt man sich in einem Punkte M eine Ladung von 720 elektrostatischen Einheiten konzentriert und wären um diesen Punkt Kugeln mit den Radien 720 *cm*, 360 *cm*, 240 *cm*, 180 *cm*, 144 *cm* und 120 *cm* konstruiert, so sind dadurch Niveauflächen mit den Potentialwerten von beziehungsweise 1, 2, 3, 4, 5, 6 Einheiten des Potentials festgestellt. Zwischen je zwei benachbarten dieser Niveauflächen wäre daher immer die Potentialdifferenz 1 vorhanden. Dabei ist wahrzunehmen, daß die Niveauflächen gegen das Zentrum zu immer näher aneinanderrücken.

Ein mit der Ladungsmenge $+e$ geladener, punktförmiger Konduktor M wird nun bestrebt sein, ein im Abstande ρ befindliches Teilchen A mit der Ladung $+1$ abzustoßen und den Abstand ρ zu vergrößern. Ist dieses Teilchen freibeweglich, so wird es dabei von Niveauflächen (Punkten) höheren Potentials auf solche niedrigeren (kleineren) Potentials gedrängt. Diese Tatsache bleibt auch bestehen, wenn M die Ladung $-e$ besitzt; dann wird das Teilchen $+1$ angezogen, dabei aber wieder von Niveauflächen höheren Potentials zu solchen niedrigeren Potentials bewegt (denn es bedeutet z. B. $-\frac{1}{5}$ einen größeren Wert als $-\frac{1}{2}$). Diese Betrachtungen führen zu dem wichtigen Satze: Das Vorhandensein einer Potentialdifferenz wird Veranlassung zu einer Elektrizitätsbewegung, welche stets so erfolgt, daß sie von Stellen höheren Potentials zu solchen niedrigeren Potentials gerichtet ist.

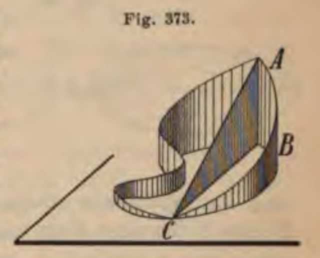
Der Weg, den das freibewegliche Teilchen nimmt, muß derjenige der Kraftlinie sein. (Warum?) — Eine mechanische Analogie bietet auf der Erde die Bewegung des Wassers, welches stets von Flächen höheren Niveaus zu solchen tieferen Niveaus abzufließen bestrebt ist. Ist es dabei „freibeweglich" (z. B. in der Form von bei Windstille fallenden

Regentropfen), so wählt es den Weg längs einer „Gravitationskraftlinie“, d. h. den Weg des Lotes.

Verschieben wir in einem elektrischen Felde die Menge $+1$ von einer Stelle A mit dem Potentialwerte V_1 zu einer benachbarten*) Stelle B mit dem Potentialwerte V_2, so stellt nach dem vorigen Art. **170** die Potentialdifferenz $(V_1 - V_2)$ die Größe der bei der Verschiebung auf dem Wegstückchen $AB = \sigma$ produzierten oder konsumierten Arbeit vor. Dividiert man diese Potentialdifferenz durch die Länge des Wegstückchens σ, so nennt man die Größe $\frac{V_1 - V_2}{\sigma}$ das Potentialgefälle. Dasselbe stellt (da „Arbeit : Weg = Kraft“ ist) die Größe der auf dem Wege σ wirksamen Kraft vor. Das Potentialgefälle ist am größten in der Richtung der Kraftlinie; in dieser wirkt eben die volle Kraft, in jeder anderen Richtung nur die entsprechende Komponente. In der Niveaufläche selbst ist das Potentialgefälle gleich Null.

Dem Potentialgefälle vergleichbar ist das „Gefälle des strömenden Wassers“. Aus einem Niveau von 200 *m* in ein solches von 100 *m* von A nach B vertikal herabstürzend (z. B. als Wasserfall) wird die Kraft, mit der es die Schaufeln einer Turbine in Bewegung setzt, die größte sein. Wird es nach einem im gleichen Niveau mit B liegenden Punkt C in einem der in Fig. 373 schematisch gezeichneten Stromgerinne herabgeleitet, so wird in demselben das Gefälle, also auch die Kraft, mit welcher es daselbst ein Mühlrad betreibt, von dem Quotienten „Niveaudifferenz : Weglänge“ abhängig, demnach bei gleicher Niveaudifferenz um so kleiner sein, je größer die Weglänge ist. Es entspricht also völlig die Potentialdifferenz der Niveaudifferenz und ebenso das Potentialgefälle dem Wassergefälle.

Fig. 373.



Die gewonnenen Begriffe der Potentialdifferenz und des Potentialgefälles bleiben auch für einen beliebig geformten und elektrisch geladenen Konduktor bestehen. Ist auf der Oberfläche desselben die Ladung in den Zustand des Gleichgewichtes gekommen, so kann daselbst nirgends eine Potentialdifferenz vorhanden sein, sonst müßte eine Bewegung von Stellen höheren zu solchen niedrigeren Potentials eintreten, die so lange andauern würde, bis das Gleichgewicht herbeigeführt wäre. Es ist demnach die Oberfläche eines geladenen Leiters eine Fläche konstanten Potentials oder eine Niveaufläche; in jedem Flächenelemente derselben ist die Richtung der elektrischen Kraft (das Anfangselement jeder Kraftlinie) normal zur Fläche gerichtet (vgl. Art. **170**).

172. Messung des elektrischen Potentials. Befestigt man an der Kugel eines Elektroskopes einen längeren dünnen Draht, dessen anderes Ende mittels eines isolierenden Griffes an einen geladenen Konduktor angelegt wird, so zeigen die Blättchen des Elektroskopes einen Ausschlag. Es bilden

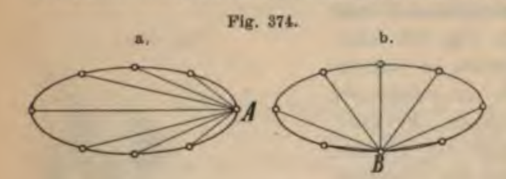
*) Benachbart deshalb, um zwischen A und B eine gleichmäßige Änderung des Potentialwertes voraussetzen zu dürfen.

nämlich Konduktor, Leitungsdraht, Elektroskopkugel mit den daran hängenden Pendeln ein einziges Leitersystem. Die potentielle Energie dieses Systemes oder — was dasselbe ist — das Potential des Systemes äußert sich in der Fähigkeit, die Elektroskoppendel der Schwere entgegen zu heben, also Arbeit zu leisten. Die Größe des Ausschlages der Pendel mißt also das Potential (den Elektrizitätsgrad). — Verbinden wir das Leitersystem „Konduktor—Leitungsdraht—Elektroskop" leitend mit der Erde (Art. **162**), so fallen die Blättchen zusammen, das Leitersystem „Konduktor—Leitungsdraht—Elektroskop—Erde" besitzt also keine potentielle Energie, es ist auf dem Potentialwerte „Null".

Führt man bei dem obigen Versuche das Ende des Leitungsdrahtes an der (äußeren und inneren) Oberfläche eines beliebigen Konduktors (z. B. Fig. 355) gleitend herum, so zeigen die Blättchen des Elektroskopes immer denselben Ausschlag, wodurch der Schlußsatz des vorigen Artikels bewiesen ist.

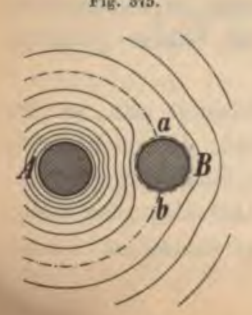
Der Versuch ist wohl zu unterscheiden von jenem über die Veränderlichkeit der elektrischen Dichte an verschiedenen Stellen des Körpers (Art. **163**). Gerade die Konstanz des Potentials an der Oberfläche wird die Veranlassung der verschiedenen Dichte. Herrscht z. B. an den Stellen A und B eines länglichen Konduktors (Fig. 374 a, b) dasselbe Potential, so ist dies nur möglich, wenn in A die Dichte der elektrischen Ladung eine größere ist. Denn das Potential im Punkte A ist durch $\Sigma\left(\frac{e}{r}\right)$ gegeben (Formel 55); für einige Ladungsteilchen sind die zugehörigen Abstände in Fig. 374 a gezeichnet. Wenn nun das Potential im Punkte B denselben Wert haben soll, für welchen Punkt die Mehrzahl der betreffenden Abstände kleinere sind, kann die Gleichheit der Summen $\Sigma\left(\frac{e}{r}\right)$ nur eintreten, wenn angenommen wird, daß die Mengen nahe den Enden der längsten Konduktorachse die größten sind.

Fig. 374.



Mit Hilfe des Elektroskopes können wir aber auch die Potentialwerte messen, die an einer beliebigen Stelle des Feldes eines Konduktors (nicht bloß an seiner Oberfläche) herrschen. Um dies zu verstehen, denken wir in das elektrische Feld eines Konduktors (z. B. einer positiv geladenen Kugel A) einen leitenden Körper (z. B. eine kleine Metallkugel B) hineingebracht. Dieselbe wird von den Niveauflächen des Körpers A durchschnitten; da die Werte des Pontentials dabei von innen nach außen abnehmen, muß die auf B in natürlicher Verteilung befindliche Ladung sich von Stellen höheren auf jene niedrigeren Potentials bewegen. Hierdurch kommt es am abgewendeten Ende von B zu positiver Ladung (Überschuß), am zugewendeten zu negativer Ladung (Defizit). Aber auch hier zeigt das vorhin beschriebene Experiment mit dem Elektroskope an, daß die Fläche des Körpers B eine Niveaufläche ist. Es teilt sich nämlich (Fig. 375) eine der Niveauflächen von A gleichsam in zwei die Fläche B umhüllende Blätter; die Eintrittsstellen ab markieren dabei die „neutrale Zone". Um den scheinbaren Widerspruch zu verstehen, daß die zugewendete, negative

Fig. 375.



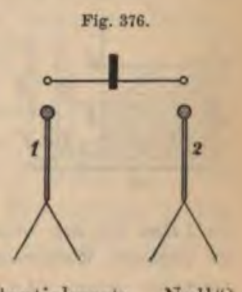
Seite doch dasselbe Potential haben kann wie die abgewendete, positive, beachte man, daß es sich ja nicht um das Potential des Körpers *B* allein handelt, sondern um jenes des Körpersystemes *A* und *B*. Wenn daher auch am abgewendeten Teile von *B* ein höheres (positives) Potential herrscht, so muß anderseits hinsichtlich des zugewendeten Teiles von *B* wegen der geringeren Entfernung von *A* das Potential von *A* überwiegen. — Versehen wir nun die Kugel *B* mit einer gegen *A* gerichteten Spitze und verbinden *B* mit einem Elektroskope, so wird infolge der an der Spitze gegenüber ihrer Umgebung herrschenden Potentialdifferenz durch die Spitze so lange ein Ausgleich erfolgen, bis die Kugel *B* und natürlich daher auch das mit *B* verbundene Elektroskop dasselbe Potential annehmen, welches im Felde von *A* an jener Stelle herrscht, wo die Spitze sich befindet. Man kann daher auf diesem Wege zeigen, daß das Potential anwächst, wenn man die Spitze einem geladenen Konduktor nähert. Führt man die Spitze um einen kugelförmigen Konduktor in gleichbleibendem Abstande herum, so bleibt der Ausschlag derselbe (die Niveaufläche ist eine konzentrische Kugelfläche). Ähnlich lassen sich die Niveauflächen beliebig geformter Konduktoren auf diesem Wege verfolgen. Statt der Spitze kann man auch an einem Ebonitstabe ein kleines Kerzchen verwenden und den zum Elektroskope führenden Draht so biegen, daß sein Ende in die Flamme reicht.

173. Elektrische Kapazität. Wenn wir zwei Konduktoren, auf welchen verschiedenes Potential (verschiedener „Elektrizitätsgrad") herrscht, leitend verbinden, kommt es nach dem Früheren zu einer Elektrizitätsbewegung, welche so lange andauert, bis auf beiden Konduktoren gleiches Potential vorhanden ist.

Eine völlige Analogie dieses Ausgleiches bieten zwei auf verschiedenes Niveau (bis zu verschiedenem „Füllungsgrade") mit einer Flüssigkeit gefüllte Gefäße, die durch ein mit Hahn versehenes Kommunikationsrohr verbunden sind. Beim Öffnen des Hahnes strömt so lange Flüssigkeit aus dem Gefäße mit höherem in jenes mit niedrigerem Füllungsgrade, bis die Niveaudifferenz verschwunden ist. — Eine weitere Analogie würden zwei Körper mit verschiedener Temperatur (verschiedenem „Wärmegrade") bilden, die miteinander so in wärmeleitende Verbindung gesetzt werden könnten, daß keine äußere Wärmeleitung stattfände (Art. 112).

Wir laden zwei möglichst gleich gebaute Elektroskope 1 und 2 (Fig. 376) auf dasselbe positive Potential (denselben Ausschlag) und verbinden sodann die Kugeln beider Instrumente durch einen isoliert gehaltenen Draht. Da von Anfang an keine Potentialdifferenz vorhanden war, bleibt der Ausschlag unverändert.*) Nun wird 1 zu höherem Potential als 2, und zwar positiv geladen; nach dem Ausgleiche besitzt das ganze System einen und denselben Potentialwert, welcher zwischen den Anfangswerten liegt. Ebenso erfolgt der Ausgleich auf ein mittleres Potential, wenn 1 auf ein positives Potential geladen wird und 2 ungeladen (auf dem Potentialwerte „Null")

Fig. 376.

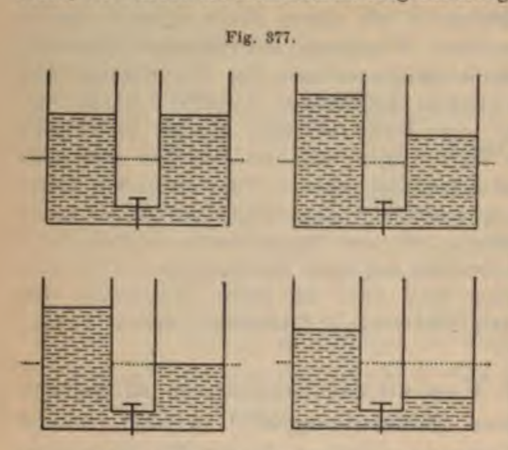


*) Die kleine Verminderung, welche eintritt, ist darauf zurückzuführen, daß ein kleiner Teil der Ladung sich nun auf dem Verbindungsdrahte befindet.

bleibt. Wird endlich 1 auf ein positives, 2 auf ein möglichst gleich großes negatives Potential geladen, so besitzt nach der Verbindung das ganze System den Potentialwert „Null".

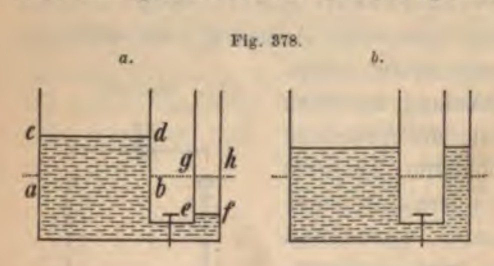
Zum Vergleiche erkläre man die vier in Fig. 377 schematisch dargestellten Versuche, bei welchen ein Kommunikationsgefäß mit gleich weiten Schenkeln verwendet wird; die punktierte Gerade gibt jedesmal das „Nullniveau" an. Welches ist das Endergebnis in jedem der vier Fälle? — Analoge Versuche mit zwei kongruenten Kugeln desselben Materials, die verschiedene Temperaturen besitzen und dieselben ausgleichen.

Fig. 377.



Die vier früher geschilderten Versuche werden nun mit der Abänderung wiederholt, daß die Kugel des Elektroskopes 1 durch einen Draht leitend mit einem ziemlich großen, isoliert aufgestellten Konduktor verbunden und diesem letzteren die Ladung zugeführt wird. Das Resultat der ersten drei Versuche ist ein völlig analoges wie in der früheren Versuchsreihe. Beim vierten Versuche zeigt jedoch nach erfolgtem Ausgleiche das ganze System positive Ladung (ein positives Potential). Um das erklären zu können, müssen wir annehmen, daß wir dem größeren Konduktor mit seinem Elektroskope 1 eine größere positive Ladungsmenge zuführen mußten, um ihn zu gleichem, aber entgegengesetztem Potential wie den zweiten Körper (der nur aus dem Elektroskope 2 bestand) zu laden. Wir sagen deshalb: der größere Körper 1 besitzt ein größeres elektrisches Fassungsvermögen oder eine größere elektrische Kapazität als der kleinere Körper 2.

Fig. 378.



Zum Vergleiche mögen die vier in Fig. 377 dargestellten Versuche so abgeändert werden, daß das eine der Gefäße einen weiteren Querschnitt (ein größeres „Flüssigkeitsfassungsvermögen") besitzt. Den vierten dieser Versuche stellt Fig. 378 *a* und *b* vor und nach dem Niveauausgleiche vor. Wäre der Querschnitt *ab* 8 dm^2, jener *gh* 2 dm^2 groß, so benötigt man zu einer Niveauerhöhung um 1 *dm* für den weiteren Schenkel 8 *l*, für den engeren nur 2 *l*, im ersten Falle also die vierfache Wassermenge wie im zweiten. Es wird sich also die im Zylinder *abcd* gegenüber jenem *efgh* im Überschuß befindliche Wassermenge nach dem Ausgleiche über dem „Nullniveau" in beide Schenkel verteilen. — Eine weitere Analogie zum vierten dieser Versuche bildet folgendes Beispiel aus der Wärmelehre: Zwei verschieden große massive Kupferkugeln (z. B. von 8 *kg* und 2 *kg*) sind anfänglich beziehungsweise auf die

Temperaturen $+t^0$ und $-t^0$ (z. B. $+10^0$ und -10^0) erwärmt. Welche Ausgleichstemperatur nehmen dieselben an?

Das Ergebnis aller angestellten Betrachtungen gipfelt in dem Satze: Um zwei Konduktoren von ähnlicher Gestalt, aber von verschiedener Größe auf dasselbe Potential oder auf denselben Elektrizitätsgrad zu laden, braucht man verschiedene Elektrizitätsmengen, geradeso wie man verschiedene Wassermengen braucht, um verschieden weite Gefäße zu derselben Niveauhöhe (zu demselben Füllungsgrade) zu füllen, oder wie man verschiedene Wärmemengen braucht, um verschieden schwere Körper aus einem und demselben Materiale zu derselben Temperatur (zu demselben Wärmegrade) zu erwärmen.

Unter dem elektrischen Fassungsvermögen oder der elektrischen Kapazität eines Leiters versteht man jene Elektrizitätsmenge, welche erforderlich ist, um das Potential des Leiters um die Einheit seines Wertes zu erhöhen.

An einem und demselben Leiter ist nun stets das Potential proportional der jeweilig vorhandenen Ladung. Denn macht man die an jeder Stelle seiner Oberfläche vorhandene Ladungsmenge 2, 3, 4...*n*mal so groß, so nimmt das Potential (die Summe $\Sigma\left(\frac{e}{\rho}\right)$, Formel 55) beziehungsweise den 2, 3, 4...*n*fachen Wert an. Will man daher das Potential eines Leiters von der Kapazität K um V Potentialeinheiten erhöhen, so braucht man eine Elektrizitätsmenge E, welche nach der vorstehenden Definition der Kapazität gegeben ist durch

$$E = K \cdot V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (57).$$

Die vorstehende Gleichung, welche aussagt, daß

Elektrizitätsmenge = Kapazität × Potential

ist, findet sich hinsichtlich der früher verwendeten Analogien völlig wieder in den Formeln:

Wassermenge = Querschnitt × Niveauhöhe,
Wärmemenge = Wärmekapazität × Temperatur.

Während aber die Wärmekapazität eines Körpers auch von seiner stofflichen Beschaffenheit abhängt, ist die elektrische Kapazität eines Körpers nur von Größe und Gestalt abhängig; kongruente (massive oder hohle) Konduktoren aus Kupfer, Eisen, Zink etc. besitzen also unter gleichen Verhältnissen gleiche elektrische Kapazität.

Die elektrische Kapazität der Erde darf im Vergleiche zu jener von Konduktoren, welche zu elektrischen Versuchen Verwendung finden, als unendlich groß betrachtet werden; läßt man nämlich beliebig große Elektrizitätsmengen in dieselbe abfließen, so bleibt doch das Potential der Erde gleich „Null“. Nach Formel (57) ist also $K = \infty$; die Erde gleicht einem Reservoir, das für elektrische Ladungen ein unendlich großes Fassungsvermögen hat.

An dieser Stelle möge nochmals erwähnt werden, daß die Ladung eines positiv elektrischen Körpers, der „geerdet“ wird, zum niedrigeren Potentialwerte „Null“ der Erde abfließt; daß dagegen auf einen negativ elektrischen Körper, der geerdet wird, vom

höheren Potentialwerte „Null" der Erde zum noch niedrigeren (negativen) Potentialwerte des Körpers Ladung übergeht. —

Alle Messungen des Potentials sind übrigens nur relative; mit dem Elektroskope können, wie nun nachtragsweise zu Art. **172** gezeigt werden kann, nur Potentialdifferenzen, nie absolute Potentialwerte bestimmt werden. Hat ein Konduktor A von verhältnismäßig großer Kapazität das Potential V, ein Elektroskop von verhältnismäßig kleiner Kapazität K das kleinere Potential V_1 und ist das schließliche Endpotential beider Körper V_2, so ist die vom Elektroskope, dessen Potential sich um $(V_2 - V_1)$ erhöhte, aufgenommene Ladungsmenge M gegeben durch $M = K \cdot (V_2 - V_1)$. Es ist somit die von dem Instrumente (dessen Kapazität K unter sonst gleichen Umständen konstant ist) aufgenommene Ladungsmenge proportional der Potentialdifferenz zwischen dem geladenen Elektroskope und seiner nächsten Umgebung. Leiten wir die letztere (das metallene Gehäuse des Elektroskopes Fig. 348 und 349) zur Erde ab, so zeigt das Elektroskop die Potentialdifferenz zwischen dem geladenen Elektroskope und jenem der Erde an; wird also das letztere Potential als Null angenommen, so ist $M = K \cdot V_2$. Ist zugleich die Kapazität des Instrumentes gegenüber jener des Leiters sehr klein, so wird V_2 sich unmerklich von V unterscheiden; nur in diesem Falle kann die Angabe des Elektroskopes von Wert sein. (Vergleiche hiermit die Frage: kann man mit einem Quecksilberthermometer die Temperatur eines Wassertropfens richtig erfahren?) Hinsichtlich der besprochenen Potentialmessung mit dem Elektroskope sind nun folgende Versuche erklärlich: Verbindet man an den Elektroskopen Fig. 348 und 349 Knopf und Metallgehäuse durch einen Metalldraht und stellt dieselben isoliert auf, so kann man ihnen beliebige Ladungsmengen zuführen, ohne einen Ausschlag zu erhalten. Im gleichen Sinne ist auch der Versuch Fig. 353 zu deuten. — Es sei noch betont, daß die Annahme, daß das Potential der Erde den Nullwert besitze, eine willkürliche ist; vielmehr zwingen die in Art. **180** besprochenen Erscheinungen uns zu der Vermutung, daß die Erde ein negatives Potential besitzt.

174. Potential und Kapazität einer Kugel. Auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius R sei eine Ladung von der Menge $+E$ im Gleichgewichtszustande. Das Potential dieser Ladung hinsichtlich einer außerhalb der Kugel im Abstande r vom Kugelzentrum befindlichen Ladungsmenge $+1$, welches durch $\Sigma\left(\frac{e}{\rho}\right)$ gegeben ist, muß wachsen, wenn r abnimmt. Es erlangt dabei offenbar einen größten Wert, wenn die Menge $+1$ dicht an die Kugeloberfläche gebracht wird. Diesen Maximalwert, welcher uns das Potential der Kugel auf einen Punkt ihrer Oberfläche, oder — wie man kurz zu sagen pflegt — „des Potential des Leiters selbst" vorstellt, können wir durch folgende Überlegung berechnen. Denken wir uns die Menge $+1$ durch die Oberfläche hindurch ins Innere geschoben, so ist hierzu keine neue Arbeit mehr nötig; denn nach Art. **166** übt die an der Oberfläche befindliche Menge $+E$ auf einen Punkt des Innern gar keine Wirkung aus; wenn aber keine Widerstandskraft der Verschiebung entgegenwirkt, so ist zur Verschiebung keine Arbeit nötig. Das Potential, welches also für einen Punkt der Oberfläche gilt, bleibt somit für alle Punkte des Innern, also auch für den Mittelpunkt gleich groß. Gerade für den letzteren läßt es sich aber leicht berechnen. Denn an die Ladung $+E$ in sehr kleine (gleichsam auf allen Punkten

der Oberfläche befindliche) Ladungen e_1, e_2, e_3 ...., e_n, so ist nach Art. **169** das Potential $V = \Sigma\left(\frac{e}{\rho}\right) = \frac{e_1}{R} + \frac{e_2}{R} + \frac{e_3}{R} + \ldots\ldots + \frac{e_n}{R} = \frac{E}{R}$; also gilt für eine Kugel

$$V = \frac{E}{R}, \text{ in Worten: Potential der Kugel} = \frac{\text{Ladungsmenge}}{\text{Halbmesser}} \ldots\ldots (58).$$

Durch Kombination dieser für die Kugel giltigen Gleichung $V = \frac{E}{R}$ mit der allgemein giltigen Gleichung $E = K \cdot V$ (Seite 303), folgt die sehr bemerkenswerte Tatsache, daß $K = R$ ist. In Worten: Die Kapazität einer Kugel ist gleich ihrem Halbmesser, ergibt sich also als eine Länge.

175. Einheiten des Potentials und der Kapazität. Auf Grund der im Art. **174** gewonnenen Resultate können wir nun definieren: Die Einheit der elektrischen Kapazität besitzt eine Kugel, deren Halbmesser der Längeneinheit gleichkommt, also im C.-G.-S.-Systeme eine Kugel von 1 *cm* Radius. Die Einheit des elektrischen Potentials besitzt eine Kugel, deren Radius die Längeneinheit ist, wenn auf ihrer Oberfläche die Einheit der elektrischen Ladung gleichmäßig ausgebreitet ist; im C.-G.-S.-Systeme also eine Kugel von 1 *cm* Radius, wenn auf ihr die elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge ausgebreitet ist. Es sind demnach die Maße der Kapazität wie des Potentials absolute geworden, da sie auf die drei Grundmaße der Länge, Masse und Zeit zurückgeführt werden konnten.

Da sich für praktische Zwecke die Maßeinheit der Kapazität zu klein, diejenige des Potentials dagegen zu groß erweist, nimmt man als praktische Einheit des Potentials $^1/_{300}$ der obigen absoluten, elektrostatischen Potentialeinheit an und nennt dieselbe 1 Volt;*) als praktische Einheit der Kapazität nimmt man dagegen diejenige eines kugelförmigen Konduktors an, welcher durch eine Ladung von 1 Coulomb (Art. **166**) das Potential von 1 Volt erhält und nennt diese Einheit 1 Farad. Es wäre also 1 Farad $= \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = \frac{3 \cdot 10^9}{^1/_{(3 \cdot 10^2)}} = 9 \cdot 10^{11}$ absolute, elektrostatische Kapazitätseinheiten; mit anderen Worten: die praktische Kapazitätseinheit von 1 Farad besitzt ein Konduktor von $(9 \cdot 10^{11})$ *cm* oder von 9 Millionen Kilometer**) Radius. Zumeist wird daher nur ein Millionstel eines Farads — ein Mikrofarad — als praktische Kapazitätseinheit verwendet. Es ist somit 1 Mikrofarad $= 9 \cdot 10^5$ absolute, elektrostatische Kapazitätseinheiten.

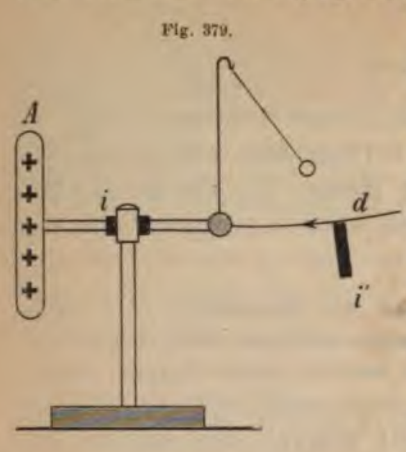
---

*) Das in Fig. 349 dargestellte Elektrometer von Braun zeigt eine von 100 zu 100 Volt fortschreitende Skala, die auf empirischem Wege hergestellt wird.

**) Zur Vorstellung dieses ungeheuren Konduktors erinnere man sich, daß der Radius der Erde etwa 6370 *km*, jener der Sonne etwas weniger als 700 000 *km* beträgt. Die Kapazität von 1 Farad hätte ein kugelförmiger Konduktor, dessen Radius etwa 23mal so groß wäre als die Entfernung von der Erde zum Monde.

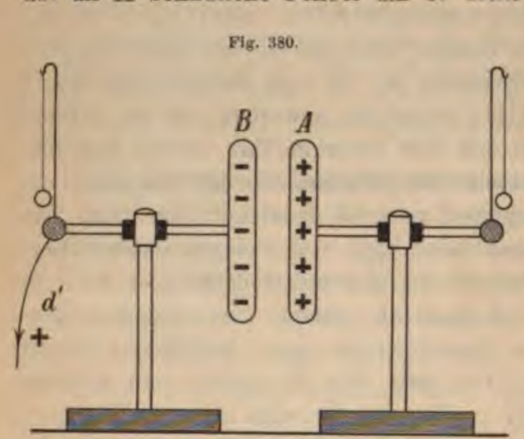
176. Elektrische Verstärkungsapparate oder Kondensa Eine kreisrunde, bei i (Fig. 379) gut isolierte Metallplatte A ohne Kanten sei mit einer etwas entfer gestellten Elektrizitätsquelle von kons Potentiale (möglichst gleichmäßig g Elektrisiermaschine oder dgl.) leite bunden. Auf dem Systeme „Elekt quelle — Leitung — Platte A" h dann dasselbe Potential und die Pla eine gewisse Ladungsmenge (E= aufgenommen; dieser Gleichgewichts verrät sich dadurch, daß das an findliche Pendel nicht mehr höher Wir entfernen nun durch Anfass einem isolierenden Griffe i' die Verbin leitung d und stellen der Platte kongruent gearbeitete, geerdete Platte B gegenüber (Fig. 380); alsbal das an A befindliche Pendel um so mehr, je näher wir B an A b

Fig. 379.



Die Erscheinung erklärt s durch, daß die auf B befi Influenzelektrizität erster A mit der auf A befindlich gleichnamigen Ladung Entfernen wir die Erdleit und schieben die Platten B auseinander, so zeigen di trischen Pendel in der T ziehungsweise negative un tive Ladungen an.

Fig. 380.



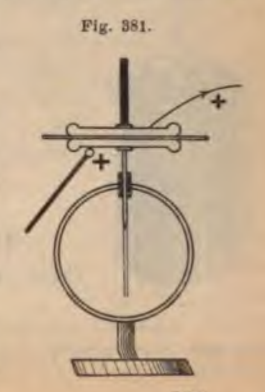
Wir kehren nun zu gang unseres Versuches und halten fest, daß durc näherung der Platte B an die Platte A das Potential der letzter sunken ist; würden wir daher aufs neue A mit der Elektrizitätsquel binden, so könnte auf A neuerdings elektrische Ladung übergehen. die Gegenüberstellung der geerdeten Platte B ist somit das elekt Fassungsvermögen oder die Kapazität von A erhöht worden. In zeigt sich, wenn A und B durch einen isoliert gehaltenen Draht ver werden, ein von lebhaftem Knalle begleiteter Funken, wodurch o wird, daß auf den Platten A und B ziemlich große Mengen ent gesetzter Ladungen aufgehäuft waren. Da die Platte B Veranlassu Verdichtung (Kondensation) der Ladung auf A wurde, wollen wir

Kondensatorplatte bezeichnen, während die Platte A, welche die Ladung vom Konduktor wegnahm und gleichsam ansammelte, die Kollektorplatte heißen soll. Die ganze Vorrichtung führt den Namen Plattenkondensator.

Zur quantitativen Verfolgung des Prozesses erinnern wir uns an den Faradayschen Eiseimerversuch (Art. **164**). Würde die Kondensatorplatte B den Leiter A allseitig umgeben, so würde auf ihr ebensoviel $-E$ entstehen, als A von $+E$ enthält. Da nun B in Wirklichkeit den Leiter A nicht umgibt, ist die Menge der auf B entstehenden und durch die Ladung auf A gebundenen Ladung nur $-q \cdot E$, worin q ein echter Bruch ist. Analog wird diese Ladung auf der ersten Platte $+q^2 \cdot E$ binden; ebensoviel kann vom Konduktor neu auf A übergehen. Dieser neue Teil $+q^2E$ bindet auf B wieder $-q^3E$ u. s. w. Schließlich enthält die Kollektorplatte die Ladungsmengen $E+q^2E+q^4E+\ldots = \frac{E}{1-q^2}$, die Kondensatorplatte dagegen die Ladung $-qE-q^3E-q^5E-\ldots = -\frac{E}{1-q^2}\,q$. Die endliche Ladung der Kollektorplatte ist also $\frac{1}{1-q^2}$ mal so groß, als sie ohne Kondensatorplatte wäre. Die Zahl $\frac{1}{1-q^2}=v$, welche uns angibt, wievielmal so groß die Kapazität der Platte A durch Gegenüberstellung der Platte B wurde, nennt man die Verstärkungszahl; sie ist bei kleinen Distanzen und ziemlich großen Platten (ungefähr) der Distanz der Platten umgekehrt proportional.

Faraday entdeckte nun, daß die Kapazität eines Kondensators auch von der Natur des zwischen den Platten befindlichen Isolators abhängt. Befindet sich z. B. zwischen den Platten statt einer Luftschichte eine ebenso dicke Paraffinschichte, so vermag man bei Ladung zu gleichem Potentiale auf dem letzteren Kondensator eine 2,3mal so große Elektrizitätsmenge aufzuhäufen als auf einem Luftkondensator von gleichen Abmessungen. Man nennt die isolierende Zwischenschichte das Dielektrikum und bezeichnet als Dielektrizitätskonstante das Verhältnis der Elektrizitätsmenge, welche man auf einem Kondensator mit isolierendem Zwischenmittel bei Ladung zu einem gewissen Potentiale aufhäuft, zu jener Menge, die man unter sonst gleichen Verhältnissen auf einem kongruenten Luftkondensator ansammeln kann. Die Dielektrizitätskonstante beträgt für Paraffin 2,3, Ebonit 3,2, Schwefel 3,8, Glas etwa 3—6, Glimmer 6,6—8.

Fig. 381.



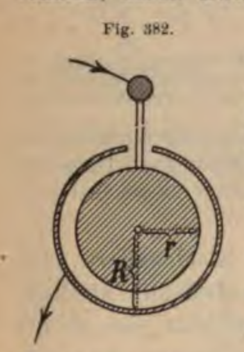
Anwendung eines kleinen Plattenkondensators (Fig. 381) zum Nachweise sehr niedriger Potentialdifferenzen am Goldblattelektroskope (Volta, 1783); die Kondensatorplatte wird geerdet, die Kollektorplatte mit der Elektrizitätsquelle verbunden; sodann werden die Leitungen entfernt und die Kondensatorplatte isoliert abgehoben.

Mit Hilfe eines zerlegbaren Kondensators (Fig. 380) kann man zeigen, daß der Sitz der elektrischen Ladungen nicht in den Metallplatten, sondern vielmehr im trennenden Dielektrikum ist, wenn man zwischen die Platten A und B

eine Platte aus Ebonit, Glas oder dgl. bringt, sodann nach erfolgter Ladung die Platten A und B entfernt und durch Berühren unelektrisch macht. Bei erneuter Zusammenstellung erweist sich der Kondensator noch immer geladen. Bei der Franklinschen Tafel sind daher statt der Metallplatten nur dünne Stanniolbelegungen vorhanden; sie dienen nur dazu, die Flächen des Dielektrikums rasch zu laden, beziehungsweise zu entladen. — Auch nach erfolgter Ausladung findet sich nach einiger Zeit der Kondensator (allerdings viel schwächer) geladen. Man nennt diese Ladung den elektrischen Rückstand oder das Residuum; er erklärt sich aus einem allmählichen Eindringen der Elektrizitäten in das Dielektrikum bei der Ladung und einem allmählichen Freiwerden derselben bei der Entladung.

Eine andere Form des Kondensators ist der Kugelkondensator, bei welchem die Platten ersetzt sind durch zwei konzentrische, metallene Kugelschalen, deren Zwischenraum durch das Dielektrikum ausgefüllt ist.

Fig. 382.



Die Radien beider Kugelschalen (Fig. 382) seien r und R; das Dielektrikum sei Luft. Ist die äußere Schale geerdet und befindet sich auf der inneren Kugel die Ladung $+e$, so erhält die äußere Schale durch Influenz die gleich große Ladung $-e$ (Faradays Eiseimerversuch). Das Potential der inneren Kugel wäre, wenn die äußere Schale nicht da wäre, nach Formel (58) durch $\frac{e}{r}$ ausgedrückt; da für die äußere Schale aber das Potential $-\frac{e}{R}$, und zwar ebensowohl für die Außenfläche wie für das Innere gilt, ergibt sich das Potential der inneren Kugel mit $v = \frac{e}{r} - \frac{e}{R} = \frac{R-r}{Rr} \cdot e$; die Kapazität k der inneren Kugel ist daher, im Hinblicke auf $e = k\ v$ durch $\frac{Rr}{R-r}$ ausgedrückt. Gegenüber der Kapazität der inneren Kugel allein, welche $k_1 = r$ wäre, ist also die Kapazität k des Kondensators um so größer, je größer unter sonst gleichen Umständen seine Dimensionen und je kleiner der Unterschied zwischen R und r ist. Ist die Differenz $R - r = d$ ziemlich klein, so kann man die Radien R und r nahezu gleich annehmen. Man erhält dann die Kapazität des Kugelkondensators durch $k = \frac{r^2}{d} = \frac{4\pi r^2}{4\pi d} = \frac{O}{4\pi d}$ ausgedrückt, also proportional seiner Oberfläche und umgekehrt proportional der Dicke der Zwischenschicht. Besteht letztere nicht aus Luft, sondern aus einem anderen Dielektrikum, so ist der obige Ausdruck noch mit der betreffenden Dielektrizitätskonstante K zu multiplizieren und lautet nun:

Fig. 383.



$$k = K \cdot \frac{O}{4\pi d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (59).$$

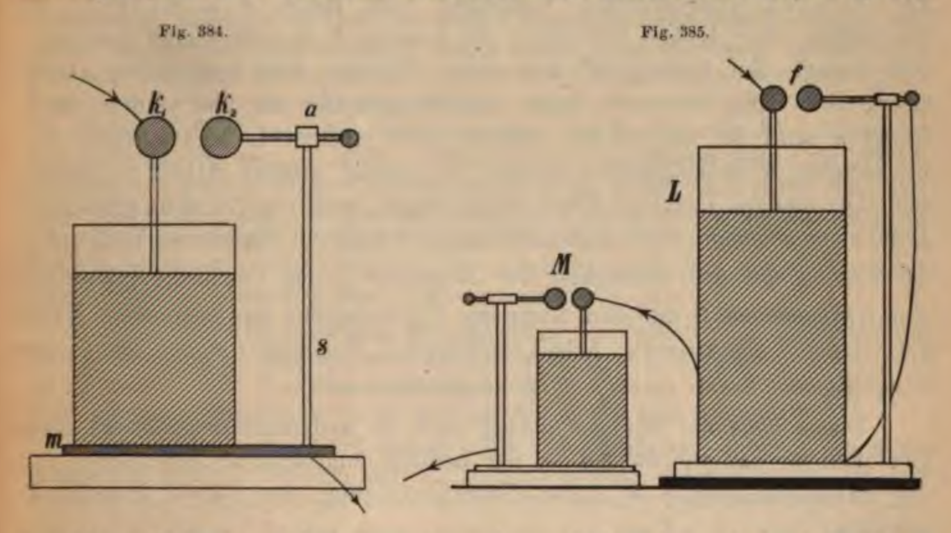
Dem Kugelkondensator vergleichbar ist die Leidenerflasche*) (Fig. 383), deren Belegungen aus Stanniol bestehen.

*) Durch Zufall (in Form einer mit Wasser gefüllten Flasche, durch deren Kork ein in das Wasser ragender Nagel gesteckt war und deren äußere Belegung durch die unschließende Hand gebildet war) *gleichzeitig entdeckt* durch den Domherrn Kleist in Pommern und durch Cunaeus in Leiden (1745).

Ihre Kapazität ist daher mindestens annähernd durch die Formel (59) ausgedrückt.

Die Leidenerbatterie besteht aus einer Anzahl Leidenerflaschen, deren äußere und innere Belegungen metallisch verbunden sind. Eine Batterie aus n Flaschen besitzt die n-fache Kapazität einer einzelnen Flasche. — Eine besondere Form der Leidenerflasche ist die Lanesche Maßflasche (Fig. 384); die Flasche ist hier auf einer metallenen Unterlage m befestigt, welche den Metallständer s mit dem verstellbaren Selbstentladungsarme a trägt. Wird der inneren Belegung Ladung zugeführt, so wächst die elektrische Kraft zwischen den Kugeln k_1 und

Fig. 384. Fig. 385.



k_2, bis endlich das Isolationsvermögen der zwischen k_1 und k_2 befindlichen Luftschichte nicht mehr hinreicht und es zwischen k_1 und k_2 zur Selbstentladung kommt, welche unter Funkenbildung (Art. **164**) geschieht. Das Potential, bei welchem dies eintritt, heißt das Funkenpotential. Da dasselbe bei unveränderter Entfernung der Kugeln k_1 und k_2 immer dasselbe ist, kann die Flasche zur Messung von Elektrizitätsmengen dienen.

Die größere Leidenerflasche (-batterie) L (Fig. 385) wird isoliert aufgestellt und ihre äußere Belegung mit dem Knopfe der auf ziemlich kurze Schlagweite eingestellten Maßflasche M verbunden, welche sich somit durch die aus der äußeren Belegung von L abströmende Influenzelektrizität zweiter Art ladet und von Zeit zu Zeit entladet. Entfallen x Flaschenfunken auf eine Selbstentladung der Flasche L, so entfallen $2x$, $3x$ ... Funken auf eine Selbstentladung von L bei der 2-, 3- ... fachen Funkenstrecke f. — Macht man dabei die Funkenstrecken von L und M sowie die Kugelpaare der beiden gleich groß und entsprechen n Flaschenfunken einer einzigen Entladung der Flasche L, so ist die Kapazität der Flasche L n-mal so groß als jene von M. — Stellt man statt einer einzigen Flasche L 2, 3, 4 ... Flaschen gleicher Größe und Beschaffenheit zu einer Batterie zusammen, so ist die Funkenzahl der Maßflasche die 2-, 3-, 4- ... fache. — Wird der Selbstentladungsständer der Flasche L entfernt, so erfolgen die Flaschenfunken von M anfänglich rasch, dann immer langsamer. Hören sie endlich ganz auf, so ist dies ein Beweis, daß die Flasche L auf Sättigung geladen ist, d. h. daß der Überschuß an freier Elektrizität auf der inneren Belegung dasselbe Potential hat wie die verwendete Elektrizitätsquelle. — Durch Verwendung von zwei

Leidenerflaschen bei der Influenzmaschine (vgl. Fig. 367) erhält man kräftigere Entladungsfunken zwischen den Elektroden.

177. Energie einer Ladung. Um die Einheit der Ladung an einen geladenen punktförmigen Konduktor heranzubringen, ist eine Arbeit nötig, welche wir als das Potential V des Konduktors bezeichnet haben. Sollen also auf denselben Konduktor E Elektrizitätseinheiten aufgebracht werden, so ist hierzu die Arbeit $(E.V)$ nötig. Wir wollen nun überlegen, wie groß die Arbeit sein müßte, um eine Ladung E auf einen räumlich ausgedehnteren kugelförmigen Konduktor vom Radius r allmählich zu übertragen. Wir denken uns hierzu die Ladung E in sehr kleine Ladungsteile zerlegt. Zur Ladung mit dem ersten Teilchen wird noch keine Arbeit erforderlich sein, da noch keine Abstoßungskräfte zu überwinden sind. Dagegen wird für das zweite und für jedes spätere Ladungsteilchen der wachsenden Abstoßungskräfte wegen eine immer größere Arbeit zu leisten sein. Der stetigen Zunahme dieser Arbeit wegen muß man zu dem gesuchten Ergebnisse kommen, wenn man annimmt, daß während des ganzen Vorganges der Ladung auf dem Konduktor der Mittelwert $\frac{V}{2}$ des Potentials (zwischen dem Anfangswerte 0 und dem Endwerte V) vorhanden gewesen wäre. Nach der Regel: „Elektrische Arbeit = Menge × Potential" wird somit die Ladungsarbeit durch $A = \frac{1}{2} \cdot V \cdot E$ ausgedrückt sein.

Dieses Ergebnis läßt sich ebenso auch für andersgeformte Konduktoren gewinnen, so daß wir für die bei der Ladung aufgewendete Arbeit oder für die Ladungsenergie W unter Berücksichtigung der Formel $E = K.V$ erhalten

$$W = \frac{1}{2} VE = \frac{1}{2} KV^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E^2}{K} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (60).$$

Daß W nach dem letzten Teile der Formel proportional ist dem Quadrate der aufgehäuften Ladung und verkehrt proportional der Kapazität des Konduktors, ist insofern einleuchtend, als die Arbeit bei der Ladung um so größer sein muß, je enger die Ladungsteilchen zusammengedrängt werden müssen (also je kleiner die Kapazität ist). Um ferner die doppelte Ladungsmenge aufzubringen, wird man die vierfache Arbeit zu leisten haben; denn die doppelte Ladung erfordert die doppelte Zahl von Elektrizitätsteilchen und für jedes derselben die doppelte Arbeit.

Die zur Ladung von Konduktoren (Kondensatoren) aufgewendete Arbeit wird bei den Elektrisiermaschinen wirklich geleistet und kann daselbst nachgewiesen werden. Läßt man z. B. eine Influenzmaschine nach Wimshurst durch ein fallendes Gewicht betreiben, so wird man finden, daß dieses Gewicht bei wachsender Ladung der Elektroden immer langsamer sinkt (es ist immer schwerere Arbeit gegen den wachsenden Anziehungs- und Abstoßungswiderstand zu leisten), daß jedoch nach erfolgtem Funkenausgleiche der Ladungen das Gewicht rascher fällt, um bis gegen die nächste Funkenentladung hin abermals langsamer zu werden u. s. w. Über die Wiedergewinnung der elektrischen Energie eines geladenen Körpers vgl. Art. **178** und **197**.

Wird in den praktischen Einheiten das Potential in Volt und die Elektrizitätsmenge in Coulomb ausgedrückt, so ist die elektrische Energie nach dem ersten Teile der Formel (60) proportional dem Produkte aus der Anzahl der Volts mit

jener der Coulombs. Da nun 1 Volt $= {}^{1}/_{300}$ absolute elektrostatische Potentialeinheiten und da 1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ absoluten elektrostatischen Einheiten der Elektrizitätsmenge ist, so ist 1 „Volt-Coulomb“ $= 3 \cdot 10^9 \cdot {}^{1}/_{300} = 10^7$ Energieeinheiten $= 10^7$ Erg $= 1$ Joule (Art. **26**).

178. Wirkungen der elektrischen Entladung. Mit den in Art. **165** besprochenen Elektrisiermaschinen können, teilweise in Verbindung mit den Verstärkungsapparaten (Leidenerflaschen und -batterien), eine Reihe von Wirkungen der elektrischen Entladung verfolgt werden.

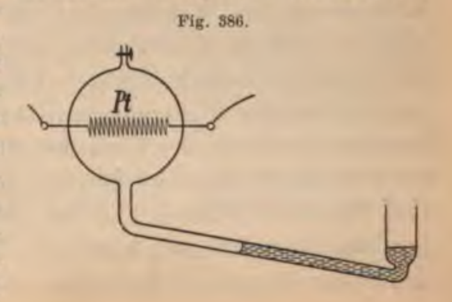
Mechanische Wirkungen. Da zur Erzeugung elektrischer Ladungen mechanische Arbeit erforderlich ist, können umgekehrt elektrische Ladungen auch wieder mechanische Arbeit leisten, wobei erstere dann allmählich verschwinden. Derartige Beispiele bilden die beim elektrischen Glockenspiele, beim elektrischen Hagel etc. stattfindenden wiederholten Anziehungen und Abstoßungen, durch welche die Entladung des Maschinenkonduktors erfolgt; die Erscheinung des „elektrischen Windes“ bei Spitzen (Flugrad, Niederschlagen von Rauch etc.); die Durchbohrung von Papier, Pappe (die Öffnung erscheint nach beiden Seiten wulstartig aufgeworfen) und Glas; die Zertrümmerung eines mit Wasser gefüllten, hermetisch verschlossenen Gefäßes, in dessen Inhalt der Funkenausgleich erfolgt; der den elektrischen Funken begleitende Knall; endlich die schon im Art. **165** erwähnte Kraftübertragung zwischen zwei Influenzmaschinen u. s. w.

Chemische Wirkungen. Der elektrische Funke wirkt beim Durchschlagen durch Gemische zusammensetzend (synthetisch) (z. B. Sauerstoff und Stickstoff zu Stickstoffdioxyd; Verdichtung des Sauerstoffes zu Ozon) oder bei Verbindungen auch trennend (analytisch) (z. B. Kaliumjodid in Jod und Kalium).

Physiologische Wirkungen. Geht die elektrische Entladung durch den menschlichen oder tierischen Körper, so sind je nach der Größe der sich ausgleichenden Potentialdifferenzen schwächere oder stärkere Muskelzuckungen fühlbar, die in den höchsten Graden sogar Lähmungen und den Tod herbeiführen können (Blitzschläge). Rückschlag infolge von Influenzwirkungen. Erscheinungen am Isolierschemel.

Wärmewirkungen. Nimmt der elektrische Funke seinen Weg durch brennbare Körper, z. B. durch ein Gemisch aus chlorsaurem Kali und Schwefelantimon (Anwendung zur Minenzündung), durch Äther, Weingeist u. dgl., durch explosive Gase, so entzündet er dieselben. Dünne Drähte werden durch elektrische Entladungen erwärmt, durch starke Entladungen verbrannt und zerstäubt. Die Erklärung liegt darin, daß auch die bestleitenden Metalle dem Durchgange der elektrischen Entladung einen gewissen Widerstand entgegensetzen; bei der Überwindung desselben wandelt sich die elektrische Energie in Wärme um. Ries zeigte mit dem elektrischen Luftthermometer (Fig. 386), daß die Erwärmung eines Leiters (des feinen Platindrahtes *Pt* in der Kugel) dem Quadrate der Elektrizitätsmenge direkt und der Größe der Batteriebelegung (der Kapazität) umgekehrt proportional ist. Wurden z. B. drei Batterieladungen verwendet, die sich nach den Angaben der Maßflasche wie 1 : 2 : 3 verhielten, so verhielten sich die Zurückschiebungen des Flüssigkeitsindex (und

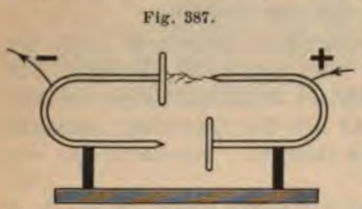
Fig. 386.



ebenso also die Erwärmungen des Drahtes *Pt*) wie 1 : 4 : 9. Verwendete man dagegen nur die halbe Flaschenzahl, führte ihr aber dieselbe Elektrizitätsmenge zu, so erhielt man den doppelten Rückgang des Flüssigkeitsindex. Da die Annahme berechtigt ist, daß die im Leiterstück *Pt* entwickelte Wärmemenge proportional ist der gesamten im Schließungskreise erzeugten, so erscheint durch die Riesschen Versuche bewiesen, daß die gesamte Stromwärme der Ladungsenergie (Formel 60) proportional ist.

Lichtwirkungen. Zwischen nahegestellten, abgerundeten Elektroden ist der elektrische Funke ein geradliniger, bei größerer Entfernung erscheint er geschlängelt, bei noch weiterer verästelt. Der Funke einer Elektrisiermaschine unterscheidet sich von demjenigen, welcher die Entladung einer Leidenerflasche zeigt, in auffälliger Weise. Der erstere zeigt des hohen Potentials halber zwar eine weit größere Schlagweite, der letztere dagegen der größeren Menge der übergehenden Elektrizität halber bei verhältnismäßig geringerer Schlagweite eine sehr intensive, von lebhaftem Knalle begleitete, in geradliniger Bahn verlaufende Lichterscheinung. Bei sehr hohem Potential zeigen sich im Dunkeln an positiven Spitzen rötliche Lichtbüschel, an negativen dagegen weißliche Lichtpunkte (sehr gut im Dunkeln an den Saugkämmen einer Influenzmaschine wahrnehmbar). St. Elmsfeuer. — Mit dieser Erscheinung im Zusammenhange stehen die Lichtenbergschen Staubfiguren (verschiedene Ausbreitungserscheinungen der entgegengesetzten Ladungen auf einem Dielektrikum) sowie die Tatsache, daß die positive Ladung, wenn man derselben die Wahl freistellt, von einem dünneren Körper (Spitze) zu einem breiteren (Platte) oder umgekehrt überzugehen, sie den ersteren Weg vorzieht (elektrisches Ventil): nachweisbar mit dem in Fig. 387 schematisch dargestellten Apparate. — Die Farbe des elektrischen Funkens hängt von dem Elektrodenmaterial und von der Natur des Dielektrikums ab. Blitzröhre. Blitztafel. Über Entladungserscheinungen im Vakuum siehe Art. **214**.

Fig. 387.



Magnetische Wirkungen. Stahl kann unter günstigen Umständen durch die elektrische Entladung magnetisiert werden; so wurde bisweilen beobachtet, daß Kompaßnadeln durch einschlagende Blitze ummagnetisiert wurden u. a.

179. Dauer des elektrischen Funkens. Oszillatorische Funkenentladung. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität. Wie Wheatstone zeigte, ist die Dauer des elektrischen Funkens eine außerordentlich kurze. — Feddersen hat experimentell bewiesen, daß die Erscheinung des Funkens bei Anwendung eines Schließungsbogens von nicht zu großem Widerstande eine zusammengesetzte sei, indem dabei abwechselnd in äußerst rascher Folge eine Reihe von Funkenentladungen von wechselnder Richtung (oszillatorische Entladungen) stattfinden. — Endlich ist durch die Versuche von H. Hertz (Art. **218**) bewiesen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität im freien Raume ebenso groß ist wie diejenige des Lichtes (300 000 *km* pro Sekunde). Experimentelle Bestimmungen früherer Forscher (Wheatstone, Siemens u. a.) waren dieser Zahl ziemlich nahe gekommen.

Die kurze Dauer des Funkens läßt sich einsehen, wenn man im verdunkelten Zimmer eine rasch rotierende Farbenscheibe durch denselben beleuchtet; sie scheint stillzustehen. In einem rasch um eine horizontale Achse rotierenden Spiegel gelang es Wheatstone, das Bild eines horizontal überspringenden Flaschenfunkens zu einem vertikalen Bande auszuziehen; in der kurzen Zeitdauer des Funkens hatte sich also der Spiegel bereits um einen meßbaren Winkel gedreht. Aus der Breite des Bandes und der Rotationsdauer des Spiegels fand Wheatstone die Funkendauer mit $^1/_{24\,000}$ Sekunde. Bei einer Wiederholung dieses Experimentes fand Feddersen (1859), daß das Funkenband aus einer Reihe von Einzelbildern bestand, die sich photographisch fixieren ließen und an denen eine hin und her gehende (oszillatorische) Entladung unzweifelhaft wahrzunehmen ist (Fig. 388). Vergleich mit den pendelartigen Schwingungen einer in einem Kommunikationsrohre befindlichen, in Niveauschwankungen versetzten Flüssigkeit.

Fig. 388.



180. Atmosphärische Elektrizität. Bald nach der Entdeckung der elektrischen Grunderscheinungen, insbesondere als man die Erscheinung des elektrischen Funkens an den ersten primitiven Elektrisiermaschinen kennen lernte, sprachen verschiedene Forscher die Ansicht aus, daß der Blitz eine elektrische Funkenentladung in großartigem Maßstabe sei.

Franklin wies 1752 die elektrische Ladung der Atmosphäre vor einem Gewitter durch das bekannte Experiment mit einem Papierdrachen mit Saugspitze nach. Spätere Wiederholungen dieser ersten wegen Unkenntnis der Verhältnisse gefährlichen Versuche (Professor Richmann in Petersburg wurde 1753 durch einen mächtigen Funken aus einem derartigen Saugapparate — Blitzableiter mit unterbrochener Erdleitung — getötet) ergaben, daß die Atmosphäre bei heiterem Himmel positiv, die Erdoberfläche negativ elektrisch ist; das Potential der Luftelektrizität nimmt mit wachsender Erhebung zu; die Potentialdifferenz pro m Erhebung — also das Potentialgefälle — schwankt je nach Art und Zeit zwischen etwa 60—500 Volt pro m. Die Bestimmung erfolgt mit einem empfindlichen Goldblattelektroskope und einer „elektrischen Flammensonde" (vgl. Art. 172). Im freien Felde laufen die Niveauflächen des elektrischen Feldes der Atmosphäre parallel dem Erdboden; über Bodenerhebungen wölben sich die Niveauflächen und drängen sich näher aneinander. Das Potential der Luftelektrizität zeigt an demselben Orte tägliche und jährliche, ziemlich regelmäßig erfolgende Schwankungen; Morgens und Abends ein Maximum, zwischen 2 und 4^h Nachts und Nachmittags ein Minimum. Das jährliche Maximum fällt in die kalte, das Minimum in die warme Jahreszeit. Der Ursprung der Luftelektrizität oder atmosphärischen Elektrizität ist derzeit noch nicht sicher bekannt.

Eine plötzliche und ausgiebige Änderung erfährt das Potentialgefälle bei der Gewitterbildung. Beim Kondensationsakte vereinigen sich die Einzel-

ladungen der kleinen Nebeltröpfchen auf einzelnen größeren Tropfen; da hierdurch die Gesamtoberfläche bedeutend abnimmt, steigert sich demgemäß die elektrische Dichte; es entstehen Potentialdifferenzen, die sich in Funkenentladungen von mehreren Kilometern Länge — Blitzen — ausgleichen; heftige Schallerscheinungen — Donner — begleiten dieselben.

Linienblitze, meist von Wolke zu Wolke oder von der Wolke zur Erde. Die Wirkungen derselben [Zerreißen, Zertrümmern, Verflüchtigen, Zünden, Schmelzen von Leitern und Halbleitern (Blitzröhren, Fulgurite), Ozonbildung, Lähmung und Tötung lebender Wesen u. s. w.] sind mit den künstlich erzeugbaren Entladungserscheinungen (Art. **178**) qualitativ völlig übereinstimmend. Flächenblitze, Reflexerscheinungen, durch welche ganze Wolkenflächen beleuchtet werden. Kugelblitze, eine seltene, noch gänzlich rätselhafte Erscheinung. — Der Donner entsteht durch die heftige Erschütterung der Luft längs der Blitzbahn. Wegen der verhältnismäßig geringen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles vergeht einerseits zwischen Blitz und Donner in der Regel eine gewisse Zeit, anderseits läßt sich dadurch auch die lange Dauer der Schallerscheinung im Hinblicke auf die große Länge der Blitzbahn erklären. Das Rollen des Donners wird auch durch Zurückwerfung des Schalles sowie auch durch Erscheinungen der Interferenz (Verstärkung und Schwächung der von verschiedenen Stellen der Blitzbahn ausgehenden Schallwellen) erklärt. — Wetterleuchten.

Der Blitzableiter (Prokop Diviš, Benj. Franklin) hat in erster Linie die Aufgabe, durch die Ausströmung von Influenzelektrizität erster Art die oberhalb desselben stehenden Gewitterwolken zu neutralisieren. In ähnlicher Weise läßt sich die kräftigste Elektrisiermaschine wirkungslos machen, wenn man gegen den Konduktor eine oder mehrere in der Hand gehaltene Nähnadeln richtet (Prokop Diviš, 1750). Die Auffangstange eines Blitzableiters schützt erfahrungsgemäß nur einen Raum, welcher die Form eines um die Stange beschriebenen Kegels von 90° Öffnungswinkel hat. Melsens Blitzschutz durch ein zur Erde abgeleitetes, metallisches Schirmnetz.

Zu den Erscheinungen der atmosphärischen Elektrizität gehört auch das St. Elmsfeuer (Ausströmung von Elektrizität aus spitzen Objekten) sowie wahrscheinlich auch das Polarlicht, welches möglicherweise eine Ausgleichung von elektrischen Ladungen von hoher Potentialdifferenz in den höheren, stark verdünnten Luftschichten ist und dessen Beziehung zum Erdmagnetismus sich in Störungen der Deklinationsnadel verrät.

Aufgaben. 1. Auf welchen Bruchteil muß der Radius r einer elektrisierten Seifenblase verkleinert werden, damit die elektrische Dichte m-mal so groß werde? — **2.** Die Ladungen zweier Kugeln verhalten sich wie $e_1 : e_2$, ihre Radien wie $r_1 : r_2$; wie verhalten sich die Dichten? [$e_1 : e_2 = 4:9$; $r_1 : r_2 = 2:3$.] — **3.** Wird der Radius einer elektrisierten Seifenblase um 6 *cm* vergrößert, so nimmt die Dichte auf $^1/_9$ ab. Wie groß ist der Radius? — **4.** Zwei gleich große, kleine Kügelchen sind mit $+32$, beziehungsweise mit -8 absol. e. st. Einheiten geladen. Mit welcher Kraft ziehen sie einander im Abstande von 4 *cm* an? Wie groß wäre aber die Kraft der Abstoßung, wenn sie zuerst miteinander zur Berührung und dann wieder in denselben Abstand von 4 *cm* gebracht würden? — **5.** Welche Ladung muß jedes von zwei kleinen, je 1 *g* schweren Kügelchen erhalten, damit sie, an 4,905 *m* langen Kokonfäden hängend, sich genau 1 *cm* weit abstoßen? — **6.** Mit welcher Kraft (in Dynen, in Kilogrammen) wirkt 1 Coulomb auf die gleiche Menge in 1 *km* Entfernung? — **7.** In welcher Entfernung übt eine Elektrizitätsmenge eine ebenso große Abstoßung aus wie die 16fache Menge in 24 *cm* Entfernung? — **8.** Wie verändert sich die abstoßende Wirkung einer elektrisierten Kugel, wenn ihre Ladung m-mal, ihre Entfernung dagegen n-mal so groß wird? [$m = 4$; $n = 2$.] — **9.** In welchem Punkte der a *cm* langen Verbindungslinie zweier mit $+E$ und $+E'$ ($E > E'$) geladenen, kleinen Kugeln muß ein mit E gleichartig geladenes Pendel hängen, damit Gleichgewicht herrscht? [Spezielle Werte: *a)* $E = +12$, $E' = +3$

$a = 12\,cm$; b) $E = +12$, $E' = -3$, $a = 12\,cm$.] — **10.** Eine Kugel ist mit $+30$ e. st. Einheiten geladen; in $3\,m$ Entfernung befindet sich eine zweite mit $+4$ e. st. Einheiten geladene. Welche Arbeit ist zu leisten, wenn die letztere der ersteren um $1\,m$ genähert werden soll? — **11.** Zwei Punkte eines elektrischen Feldes zeigen gegenüber der Erde die Potentialwerte V_1 und V_2 ($V_1 > V_2$). Welche Arbeit wird geleistet, wenn eine Ladung E vom ersten nach dem zweiten verschoben wird? — **12.** Wie viel Volt Potential zeigt eine Kugel von $r\,cm$ Radius, wenn sie mit E Coulomb geladen wird? — **13.** Wie viel Volt zeigt das Potential einer Kugel vom Radius $r\,cm$, wenn ihre Dichte δ e. st. Einheiten beträgt? — **14.** n Kügelchen (Tropfen) von gleichem Radius $a\,cm$ sind mit je $+e$ e. st. Einheiten geladen. Wie oftmal so groß wird ihr Potential, wenn sie in einen einzigen Tropfen zusammenfließen? [$n = 10^6$.] — **15.** Von zwei Kugeln mit $2\,cm$ Durchmesser, die in $10\,cm$ Entfernung stehen, ist die erste auf $+15\,000$ Volt, die zweite auf $-24\,000$ Volt Potential geladen. Mit welcher Kraft wirken sie aufeinander? Wie groß ist ihre Kraftwirkung aufeinander, wenn sie sich durch Berührung ausgleichen und dann wieder auf dieselbe Entfernung gebracht werden? — **16.** Zwei Kugeln von je $16\,cm$ Durchmesser sind beziehungsweise zu 4 und 6 absol. e. st. Potentialeinheiten geladen. Welche Ladung und welches Potential zeigen sie nach der Berührung und abermaligen Trennung? — **17.** Eine Kugel von $8\,cm$ Durchmesser ist auf $+90\,000$ Volt, eine zweite von $10\,cm$ Durchmesser auf $-18\,000$ Volt Potential geladen. Welches Endpotential nehmen beide nach erfolgter Verbindung durch einen langen dünnen Draht an? — **18.** Eine Kugel vom Radius $R\,cm$ ist zum Potential (V) e. st. Potentialeinheiten, eine zweite vom Radius $r\,cm$ zum Potential (v) e. st. Potentialeinheiten geladen. Welche Ladungen besitzen sie nach der Verbindung durch einen langen und dünnen Draht und wie verhalten sich ihre Dichten? — **19.** Welches Potential (in Volt) erzeugen (E) e. st. Einheiten auf einer Kugel vom Radius $r\,cm$, welches in einem um $a\,m$ von ihrem Mittelpunkte entfernten Punkte? — **20.** Zwei Kugeln mit den Radien $r_1\,cm$ und $r_2\,cm$ sind gleich dicht geladen. Wie verhalten sich die Werte des Potentials im Abstande a ($a > r_1$, $a > r_2$) von beiden Mittelpunkten? Für welchen Punkt der $c\,cm$ langen Verbindungslinie sind die Potentialwerte beider Kugeln dieselben? — **21.** Wie viel Mikrofarad Kapazität besitzt ein isolierter Leiter, der von einem Maschinenkonduktor von $45\,000$ Volt Potential 1500 e. st. Einheiten empfängt? — **22.** Wie groß müßte der Radius einer Kugel sein, deren Kapazität a) 5, b) 700 Mikrofarad beträgt? — **23.** Welche elektrische Arbeit ist zu leisten, wenn eine Kugel vom Radius $r\,cm$ auf eine Dichte von (δ) e. st. Einheiten geladen werden soll? — **24.** Wie groß ist (ungefähr) die elektrische Kapazität einer Leidenerbatterie von 9 Flaschen, deren Durchmesser $20\,cm$, Belegungshöhe $30\,cm$, Glasdicke $0{,}3\,mm$, Dielektrizitätskonstante 6 ist? Wie groß ist ihre Entladungsenergie, wenn die innere Belegung zum Potential 200 e. st. Potentialeinheiten geladen wird? Wie viel Wärme könnte, wenn keinerlei andere Energieverluste eintreten würden, daraus gewonnen werden? — **25.** Wie groß ist das Potentialgefälle der Luftelektrizität, wenn man in den Höhen von $h_1\,m$ und $h_2\,m$ ($h_1 > h_2$) eine Potentialdifferenz von V Volt beobachtet hat? Welche Potentialdifferenz herrscht dann zwischen zwei Orten vom Höhenabstande $h\,m$?

b) Erscheinungen der strömenden (dynamischen) Elektrizität.

181. Begriff der elektrischen Strömung oder des elektrischen Stromes. Gesetze der elektrischen Strömung. Zwei mit Doppelpendelelektroskopen versehene Konduktoren A und B (Fig. 389 a, b) werden mit den Elektroden einer möglichst gleichmäßig gedrehten Influenzmaschine verbunden. Der Ausschlag der Pendel läßt sich über eine gewisse Grenze nicht hinausbringen, ein Beweis, daß die Maschinenpole konstante Potentialwerte an-

Fig. 389 a.

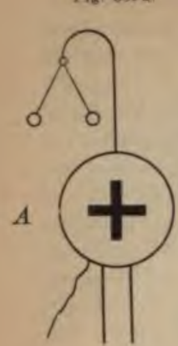
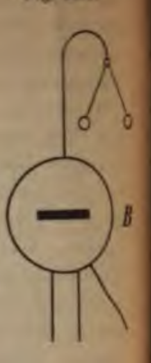
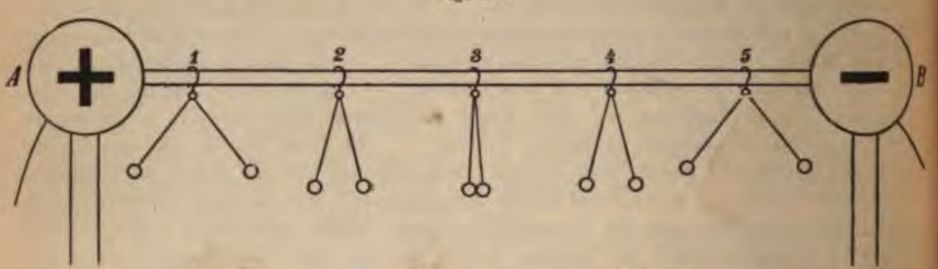


Fig. 389 b.



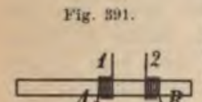
genommen haben (Art. **165**). Verbinden wir nun die Konduktoren durch einen Halbleiter (z. B. eine Hanfschnur, einen durchaus gleichartigen dünnen Holzstab oder dgl.), an welchem eine Reihe von Doppelpendelelektroskopen befestigt ist (Fig. 390), so muß das Vorhandensein einer gewissen Potentialdifferenz $(+v)-(-v)=2v$ zu einem Ausgleiche der entgegengesetzten Ladungen von A und B führen (Art. **171**), der ein andauernder ist, da die Maschine fortgesetzt neue Ladungsmengen liefert. In der Tat zeigt das in der Mitte befindliche Pendel den Potentialwert „Null", die zwischen A und 3 befindlichen Pendel zeigen ein Herabsinken des positiven Potentialwertes von $(+v)$ nach 0, jene zwischen 3 und B ein weiteres Herabsinken vom Werte 0 nach $(-v)$.

Fig. 390.



Leiten wir B zur Erde ab, so zeigen alle Pendel eine Abnahme des positiven Potentials zwischen A und B; analog divergieren bei einer Ableitung von A zur Erde alle Pendel mit negativer Ladung, wobei wieder ein Abfall des negativen Potentials von A gegen B hin vorhanden ist. Mit geeigneten Instrumenten läßt sich bei diesem und dem zuerst beschriebenen Versuche (Fig. 390) der Nachweis erbringen, daß der Wert des Potentials von A nach B hin gleichmäßig (linear) abnimmt oder daß das Potentialgefälle (Art. **171**) zwischen A und B ein konstantes ist. An einem Hartgummistabe (Fig. 391) sind zwei Drähte A und B befestigt (A verschiebbar gegen B), von denen A beispielsweise mit dem Knopfe, B mit dem Gehäuse eines isoliert aufgestellten Braunschen Elektrometers von geringer Empfindlichkeit (Fig. **349**) verbunden wird. Legt man die Vorrichtung mit den blanken Drahtenden 1, 2 an den Holzstab in Fig. 390, so zeigt das Elektrometer die zwischen den berührten Stellen vorhandene Potentialdifferenz an. Derselbe Ausschlag bleibt erhalten, wenn man die Vorrichtung an andere Stellen des Stabes anlegt; er zeigt jedoch eine 2-, 3-...mal so große Potentialdifferenz an, wenn die Entfernung der Ableitungsdrähte 1, 2 die 2-, 3-...fache wird. Bei einer konstanten Potentialdifferenz an den Enden (bei Verwendung einer konstanten Elektrizitätsquelle) ist in einem gleichartigen Leiter das Potentialgefälle ein konstantes (lineares). — Leitet man dagegen den Stab AB etwa im Punkte 4 ab, so

Fig. 391.

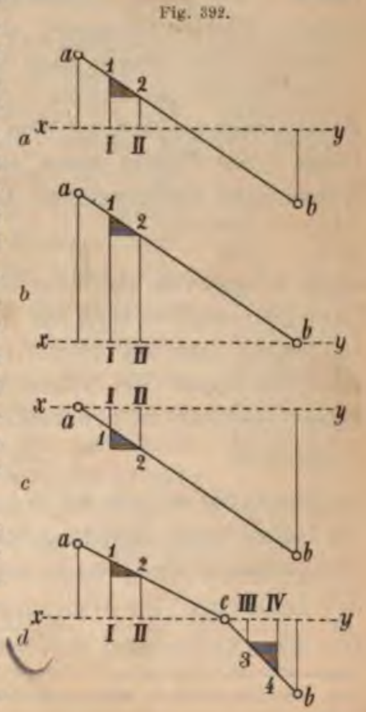


daß die Entfernung von A bis 4 doppelt so groß ist wie jene von 4 nach B, so zeigt eine Wiederholung des Versuches, daß das Potentialgefälle zwischen 4 und B doppelt so groß ist als jenes zwischen A und 4. Bei gleichartigen, aber ungleich langen Leitern, an deren Enden eine konstante Potentialdifferenz vorhanden ist, ist die Potentialdifferenz zwischen je zwei gleichweit entfernten Punkten verkehrt proportional der Länge des Leiters.

Ein jeder Übergang von Elektrizitätsmengen infolge eines Potentialunterschiedes — wie er bei den vorstehend beschriebenen Versuchen immer stattfand — heißt eine elektrische Strömung oder ein elektrischer Strom. Als Stromstärke bezeichnet man die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fließt. Dieselbe muß in allen Querschnitten dieselbe sein, da sonst Stauungen der Ladungen vorkommen müßten (vgl. Art. 75). Da die Ursache einer elektrischen Strömung in einem Leiter nur in der Verschiedenheit der Potentialwerte an seinen Enden zu suchen ist, sind wir berechtigt, die Ursache der Elektrizitätsbewegung, d. h. die elektromotorische Kraft (E. M. K.) proportional der an den Enden des Leiters vorhandenen Potentialdifferenz anzunehmen.

Zum Vergleiche der Elektrizitätsströmung denke man an die Wasserströmung in einem Gerinne oder an die lineare Abnahme des hydrodynamischen Druckes in einer Rohrleitung (Art. 76, Fig. 165) sowie an die Wärmeströmung in einer ausgedehnten Platte (Art. 112). In Fig. 392 a stelle xy ein horizontales Niveau vor, ab ein geradlinig geführtes Gerinne von überall gleichem Querschnitte, wobei a um $(+v)$ m über xy, b um $(-v)$ m unter xy liegt; es wird durch die wasserbewegende (aquamotorische) Kraft der Schwere eine stationäre Wasserströmung (Art. 75) stattfinden, bei welcher das „Stromgefälle" (gemessen durch die Niveaudifferenz zwischen zwei Punkten 1 und 2, deren horizontale Projektionen I II um die Längeneinheit auseinander liegen) überall konstant ist. Dasselbe Stromgefälle ergibt sich, wenn b im Nullniveau und a um $(+2v)$ m über demselben (Fig. 392 b) oder wenn a im Nullniveau und b um $(-2v)$ m unter demselben (Fig. 392 c) liegt. Ist dagegen c (Fig. 392 d) so zwischen a und b im Nullniveau gelegen, daß die Projektion von ac auf xy doppelt so groß ist als jene von cb auf xy, so ist das Stromgefälle zwischen a und c nur halb so groß als jenes zwischen c und b.

Fig. 392.



Würden die Punkte a und b des Gerinnes (Fig. 392 a) durch zwei gleich weite Kanäle oder durch einen einzigen Kanal vom doppelten Querschnitte verbunden, so müßte die „Stromstärke" die doppelte werden wie im früheren Falle. Auch hierzu zeigt der obige Versuch eine völlige Analogie. Man bringt im Innern des geerdeten Metallgehäuses eines Elektroskopes (z. B. des Braunschen

Elektrometers) einen Metallbügel so an, daß die Nadel des Elektroskopes bei erfolgender Abstoßung denselben berühren und sich dabei entladen kann (Entladungselektroskop). Eine Hanfschnur mit isolierenden Handhaben wird einerseits an den Knopf dieses Elektrometers, anderseits an den Knopf einer möglichst großen und stark geladenen Leidenerflasche mit geerdeter Außenbelegung angehängt. Die Nadel des Elektroskopes liefert dann in einer Minute eine gewisse Anzahl von Entladungen (sie funktioniert als „Elektrizitätszähler"); hervorgerufen sind diese Entladungen durch die Potentialdifferenz zwischen der inneren Belegung der Flasche und der Erde, welche ziemlich unverändert bleibt, wenn die Kapazität der Flasche groß ist gegenüber jener des Elektroskopes, da in diesem Falle bei jeder Entladung immer nur geringe Mengen der ersteren entnommen werden. Wir finden dabei die Anzahl der Entladungen doppelt so groß, wenn wir die „Leitung" aus zwei zusammengedrehten, gleich langen und gleich dicken Schnüren herstellen; durch den doppelten Querschnitt fließt also in der Zeiteinheit die doppelte Elektrizitätsmenge. Dagegen wird die Anzahl der Entladungen nur die Hälfte betragen, wenn man beide Schnüre hintereinander schaltet. Durch die doppelte Länge fließt also in der Zeiteinheit nur die Hälfte der Elektrizitätsmenge. Wird bei derselben Versuchsanordnung die Potentialdifferenz zwischen Flasche und Erde verdoppelt (was z. B. mit Hilfe einer Maßflasche — Art. **176** — konstatierbar ist), so finden wir die Anzahl der Entladungen des Elektroskopes pro Minute verdoppelt. Die Zahl der Entladungen ändert sich ferner auch mit der Natur des verwendeten Halbleiters (Schnüre aus verschiedenem Material, Holzstäbe etc.).

Die Stromstärke i, d. i. die durch den Querschnitt eines in der ganzen Länge l gleichartig gedachten Leiters während der Zeiteinheit hindurchgehende Elektrizitätsmenge, erweist sich nach den vorstehend geschilderten Versuchen und ebenso nach theoretischen Untersuchungen proportional der an den Enden des Leiters vorhandenen Potentialdifferenz — sie heiße V — ferner direkt proportional dem Querschnitte q und verkehrt proportional der Länge l des Leiters sowie außerdem noch abhängig von der Natur des Leiters. Der mathematische Ausdruck dieser Abhängigkeit ist somit

$$i = k \cdot \frac{V \cdot q}{l} \text{ oder } i = \frac{V}{l:(q \cdot k)},$$

worin k eine von der materiellen Beschaffenheit und — wie sich späterhin (Art. **189**) zeigt — auch von der Temperatur des Leiters abhängige Konstante ist, welche man das spezifische Leitungsvermögen nennt. Bezeichnet man den Nenner des zuletzt angeschriebenen Bruches mit w, so sind die beiden Gleichungen gewonnen:

$$i = \frac{V}{w}, \text{ worin } w = \frac{l}{q \cdot k} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (61)$$

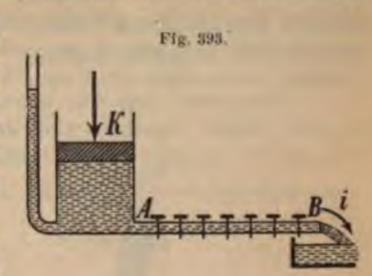
ist. Die Größe w heißt der Widerstand des Leiters; derselbe ist der Länge des Leiters direkt, seinem Querschnitte verkehrt proportional und hängt außerdem (wegen k) auch von der materiellen Beschaffenheit und von der Temperatur des Leiters ab. Die Gleichung $i = \frac{V}{w}$ führt den Namen des Ohmschen Gesetzes;*) sie lautet in Worten: Die Stromstärke in einem Leiter vom

*) Georg Simon Ohm, geb. 1787 zu Erlangen, gest. 1854 als Universitätsprofessor für Physik in München.

Widerstande w ist direkt proportional der an seinen Enden herrschenden Potentialdifferenz und umgekehrt proportional seinem Widerstande.

Hydromechanische Analogie: Die durch den Kolben K (Fig. 393) aus der horizontalen, mit Regulierhähnen versehenen Rohrleitung AB in der Sekunde abfließende Wassermenge i ist um so größer, je größer der manometrisch meßbare Kolbendruck V (die zwischen A und B herrschende, daselbst bei gleichartiger Rohrleitung linear abfallende — Art. **76** — Druckdifferenz V) ist, dagegen um so kleiner, je größer der in der Rohrleitung AB herrschende Widerstand w ist. Inwiefern ist das Ohmsche Gesetz mit dem Gesetze der inneren Wärmeleitung (Art. **112**, Formel 43) im Einklange?

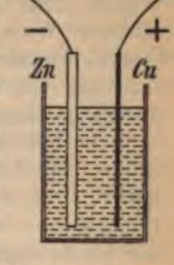
Fig. 393.



Bei den besprochenen Versuchen denken wir uns das unbekannte Agens „Elektrizität" im Leiter in Bewegung oder in Strömung, weshalb wir sie als dynamische oder als strömende Elektrizität bezeichnen. Wenn auch bei den Erscheinungen des vorangegangenen Kapitels Verschiebungen der Ladungen stattfanden (man denke an den Vorgang der Influenz!), so wurde doch in allen Fällen nur der endlich erreichte Gleichgewichtszustand der Ladungen ins Auge gefaßt, weshalb von statischer oder ruhender Elektrizität gesprochen wurde. — Auch wenn die „Elektrizität" möglicherweise kein Stoff wäre (Art. **162**), würde dies ebensowenig wie in der Wärmelehre ein Hindernis bilden, uns den Vorgang der Strömung in der geschilderten Weise vorzustellen.

182. Das Voltasche Element. Das Thomsonsche Quadrantenelektrometer. Zu Ende des XVIII. Jahrhunderts wurde eine zufällige Entdeckung des Bologneser Arztes Luigi Galvani*) die erste Veranlassung zur Entdeckung einer neuen Elektrizitätsquelle, welche ungleich größere Elektrizitätsmengen zu liefern im stande ist als selbst die größten Elektrisiermaschinen. Diese höchst einfache Vorrichtung, welche nach ihrem Entdecker das Voltasche Element heißt, besteht aus je einer Zink- und einer Kupferplatte, welche voneinander getrennt in ein Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure eintauchen (Fig. 394). Es läßt sich an derselben nachweisen, daß die Kupferplatte ein positives, die Zinkplatte ein ebenso großes negatives Potential besitzt, daß also zwischen beiden eine gewisse Potentialdifferenz herrscht. Die an den Polen des Elementes befindlichen Ladungen treten bei der Berührung der Metalle (Zn und Cu) mit der Flüssigkeit (H_2SO_4) auf; infolge dieser Berührung finden auch gewisse, später genauer zu besprechende chemische Veränderungen im Elemente selbst statt. Man bezeichnet die Veranlassung

Fig. 394.

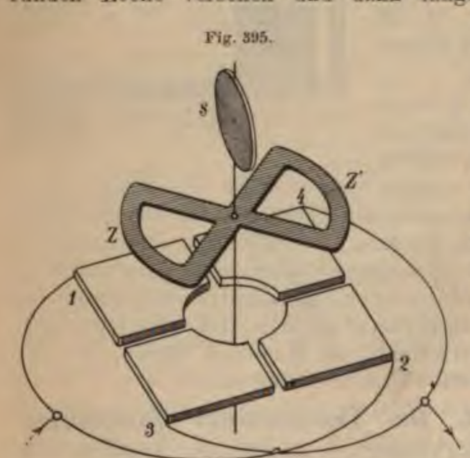


*) Luigi Galvani (geb. 1737 zu Bologna, gest. 1798 ebendaselbst) war (seit 1775) Professor der praktischen Anatomie an der Universität seiner Vaterstadt. Er machte (1790) die Beobachtung, daß ein mittels eines kupfernen Hakens an einem eisernen Balkongeländer aufgehängter Schenkel eines kurz vorher getöteten Frosches zuckte, wenn er mit dem eisernen Balkongeländer in Berührung kam; die richtige Deutung dieser Erscheinung gelang jedoch nicht ihm, sondern wurde erst durch Volta (1800) gegeben.

der an den Polen des Elementes auftretenden Ladungen deshalb auch als Berührungselektrizität oder (zu Ehren des ersten Entdeckers derartiger Erscheinungen) als galvanische Elektrizität. Da die an den Polen eines Elementes auftretende Potentialdifferenz im Vergleiche zu den im vorigen Artikel betrachteten äußerst gering ist, bedarf es zu ihrem Nachweise eines äußerst empfindlichen Elektrizitätsanzeigers; ein solcher ist das Thomsonsche Quadrantenelektrometer.

Man denke sich eine quadratische Metallplatte in der Mitte mit einem kreisrunden Loche versehen und dann längs der beiden Seitensymmetralen geradlinig durchschnitten. Die so erhaltenen vier „Quadranten" (Fig. 395) werden in einem Gehäuse in wagrechter Lage isoliert festgemacht und je zwei gegenüberliegende miteinander leitend verbunden. Ziemlich nahe über denselben schwebt in wagerechter Lage eine an einem sehr dünnen Metalldrahte aufgehängte biskuitförmige Aluminiumnadel *ZZ'* (in der Figur der Deutlichkeit halber in emporgehobener Lage gezeichnet). Diese Nadel wird mit dem einen Pole einer Elektrizitätsquelle von möglichst konstantem und hohem Potentiale (Zambonische Säule, Art. **183**) verbunden, wodurch sie ein bestimmtes (z. B. positives) Potential erlangt. Werden zunächst beide Quadrantenpaare geerdet, so nimmt die Nadel eine gewisse durch die Torsion des Aufhängedrahtes etc. bedingte Ruhelage ein. Bleibt nun *3, 4* geerdet, wogegen *1, 2* mit der Kupferplatte des Voltaschen Elementes verbunden wird, so dreht sich die Nadel um einen gewissen Winkel. Um einen gleich großen, aber entgegengesetzten Winkel dreht sich die Nadel nach der anderen Seite, wenn die Verbindung in analoger Weise mit der Zinkplatte des Elementes geschieht. Die Art der dem Quadrantenpaare *1, 2* zugeführten Ladung wird dabei bestimmt, indem man *1, 2* eine Spur von bestimmter Ladung (z. B. von einem Glasstabe) zuführt. Die Nadelausschläge können durch einen kleinen, mit *ZZ'* verbundenen Spiegel *s* nach der in Art. **161** beschriebenen Poggendorffschen Spiegelablesung sichtbar gemacht werden. Verbindet man *1, 2* mit der Kupfer-, *3, 4* mit der Zinkplatte, so dreht sich die Nadel um das Doppelte des in jedem früheren Falle beobachteten Winkels aus der Ruhelage. Sie zeigt dabei die Potentialdifferenz zwischen den Elementplatten an und darf ihr Ausschlag — wie hier nicht näher bewiesen werden kann — für kleine Ablenkungen proportional der Potentialdifferenz zwischen den Quadrantenpaaren betrachtet werden.

Fig. 395.



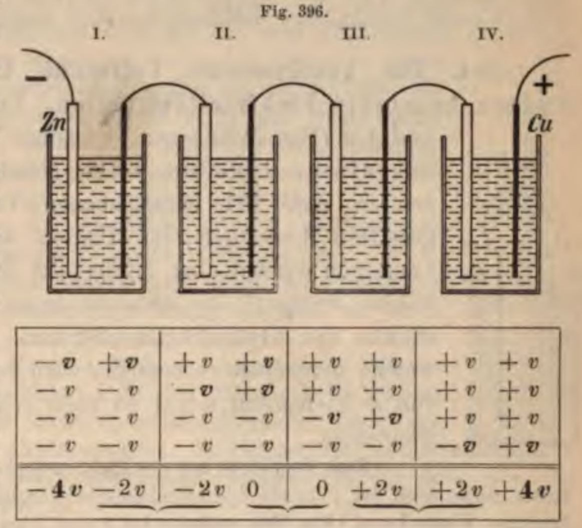
Durch messende Versuche am Voltaschen Elemente sowie an anderen ähnlichen Elementen hat man gefunden, daß die an den Polen auftretende Potentialdifferenz wohl von der Natur der sich berührenden Körper sowie von dem jeweilig vorhandenen Temperaturunterschiede derselben abhängig ist, hingegen unabhängig ist von der Größe der Berührungsflächen.

Die am Voltaschen Elemente vorhandene Potentialdifferenz $2v$ bleibt insbesondere auch erhalten, wenn man dem ganzen Elemente Elektrizität von beliebigem Potentiale (z. B. $+V$ von einer Elektrisiermaschine) zuführt. Denn dann herrscht am Zink das Potential $(-v+V)$, am Kupfer dagegen $(+v+V)$, die vorhandene Potentialdifferenz ist also $+v+V-(-v+V)=2v$.

Leitet man einen Pol eines Elementes, z. B. den Zinkpol, zur Erde ab, so strömt von derselben so viel Ladung zu, daß das Potential „Null" wird, also Ladung vom Potential $+v$; um ebensoviel erhöht sich aber auch das Potential des Kupferpoles; letzteres wird also $+v+v=+2v$. Die Potentialdifferenz beider Platten bleibt somit wieder erhalten, nämlich $(+2v)-0=2v$.

183. Die Voltasche Batterie. Vereinigt man mehrere Voltasche Elemente so, daß stets der positive Pol (Kupferpol) des vorhergehenden mit dem negativen Pole (Zinkpole) des folgenden Elementes leitend verbunden ist (Fig. 396), so erhält man eine Voltasche Batterie. Die an derselben auftretende Potentialdifferenz ist bei Annahme von n Elementen n-mal so groß wie bei einem einzigen Elemente.

Fig. 396.



$-v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$
$-v$	$-v$	$-v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$	$+v$
$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$+v$	$+v$	$+v$
$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$-v$	$+v$
$-4v$	$-2v$	$-2v$	0	0	$+2v$	$+2v$	$+4v$

Die Richtigkeit erhellt aus Fig. 396 und dem darunter befindlichen Schema, wenn man bedenkt, daß alle Platten der Elemente II, III und IV das Potential $+v$ der mit ihnen verbundenen Kupferplatte des Elementes I annehmen müssen (erste Zeile des Schemas); ebenso müssen die mit der Zinkplatte des Elementes II verbundenen Platten des Elementes I das Potential $-v$, die mit der Kupferplatte von II verbundenen Platten der Elemente III und IV das Potential $+v$ annehmen (zweite Zeile) u. s. w. An den Polen der Batterie ergeben sich daher die Potentialwerte $+4v$ und $-4v$; die Potentialdifferenz der Batterie ist also $(+4v)-(-4v)=8v$, also viermal so groß wie bei einem einzigen Elemente.

Daß die angestellte Betrachtung richtig ist, beweisen Versuche mit einer Wasserbatterie (kleine Voltasche Elemente, gebildet aus mit destilliertem Wasser gefüllten Proberöhren, in welche haarnadelförmig gebogene Zink-Kupfer-Bügel eingetaucht sind). Verbindet man den Zinkpol dieser Batterie mit dem Quadrantenpaare 1, 2, dagegen das Paar 3, 4 der Reihe nach mit dem positiven Pole des 1., 2., 3. . . . n-ten Elementes, so erhält man Ausschläge, die sich verhalten wie $1:2:3:\ldots:n$.

Die Voltasche Batterie hatte anfänglich die Gestalt einer Säule, die aus Zinkplatten, Kupferplatten und dazwischen gelegten, mit verdünnter Schwefelsäure getränkten Filzplatten aufgebaut war (Fig. 397 zeigt schematisch eine Säule von 4 Elementen). Diese Form der


Fig. 397.

Voltaschen Säule ist heute nicht mehr im Gebrauche; doch ist aus ihr die unter anderem beim Quadrantenelektrometer verwendete Zambonische oder trockene Säule hervorgegangen, welche man erhält, wenn man je einen Bogen unechten Goldpapiers (*Cu* mit etwas *Zn*) und unechten Silberpapiers (*Sn* mit etwas *Zn*) mit den unbelegten Seiten aufeinanderklebt und daraus viele kreisrunde Scheibchen ausstanzt; letztere werden dann in eine gut isolierende Glasröhre von passender Weite so eingelegt, daß sich immer zwei verschiedene Belegungen berühren. Das hygroskopische und daher durch Luftfeuchtigkeit stets etwas feuchte Papier ersetzt die Flüssigkeit der Voltaschen Säule. Zufolge der großen Elementenzahl (mehrere tausend) zeigen die Enden ziemlich hohe Potentiale (Nachweis an einem Goldblattelektroskope).

Mittels einer Wasserbatterie von etwa 20 Elementen kann das Potential der Pole auch mittels eines Kondensationselektroskopes (Fig. 381), bei mindestens 100 Elementen auch an einem gewöhnlichen Goldblattelektroskope nachgewiesen werden.

184. Das geschlossene Voltasche Element. Batterieströme. Andere konstante Elektrizitätsquellen. Verbindet man die Platten *Zn* und *Cu* (Fig. 398) eines Voltaschen Elementes — schließt man das offene Element — so gleichen sich — ähnlich wie bei den in Art. **181** beschriebenen Versuchen — die entgegengesetzten Ladungen der Platten aus. Die dabei abfließenden Ladungen werden aber infolge der fortdauernden Berührung stets wieder erneuert; es entsteht somit im geschlossenen Elemente ein elektrischer Strom. Die elektromotorische Kraft, welche denselben verursacht, wird bei Schließung einer Batterie von *n* Elementen *n*-mal so groß sein wie bei Schließung eines Elementes.

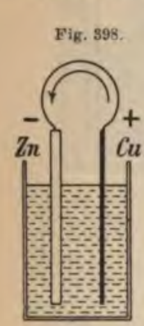


Fig. 398.

Zum Vergleiche mit der Elektrizitätsbewegung in einem Voltaschen Elemente diene auch der folgende hydromechanische Vergleich: Ein kreisförmiger, horizontal gebauter Wasserkanal (Fig. 399) enthalte bei *s* eine Absperrschleuse, bei *t* ein durch Motor betreibbares Turbinenrad. Durch letzteres wird Wasser aus dem Kanalteile *B* in jenen *A* getrieben und dadurch auf der einen Seite der Schleuse aufgestaut, während es auf der anderen Seite sinkt (Fig. 399). Hat die Niveaudifferenz der beiden Wasserspiegel eine gewisse Höhe von $(2v)$ *m* erreicht, so vermag die aquamotorische Kraft der Turbine den ihrer Bewegung entgegenwirkenden Wasserdruck nicht mehr zu überwinden. (Das offene Element zeigt eine gewisse, durch sich selbst nicht weiter erhöhbare Potentialdifferenz, deren Höhe der sie verursachenden elektromotorischen Kraft proportional ist.) Wird die Schleuse *s* geöffnet, so tritt zufolge der Niveaudifferenz eine Wasserströmung im Sinne der Pfeile ein, welche eine konstante bleibt, wenn die Turbine hinlängliche Wassermassen fördert, um immer das aus *A* nach *B* abfließende Wasser zu ersetzen (Strom im Schließungskreise des geschlossenen Elementes.)

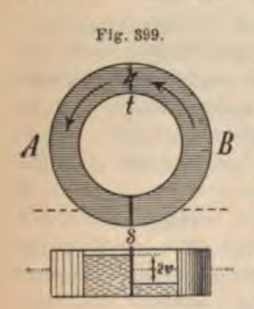
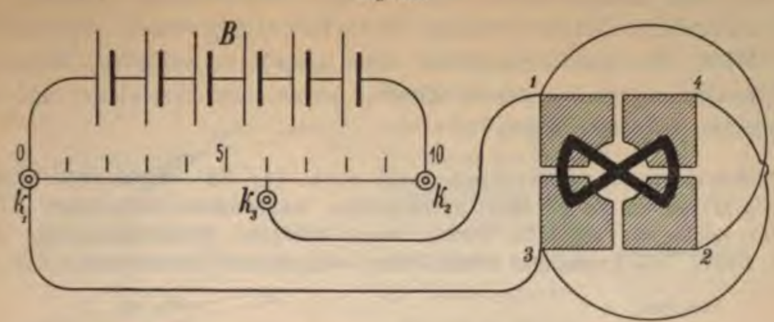


Fig. 399.

So wie sich bei dem in Fig. 390 dargestellten Versuche eine konstante (lineare) Abnahme des Potentials in einem gleichförmigen Leiter zeigen ließ, so läßt sich dieselbe weit genauer auch an dem Schließungsdrahte

Fig. 400.



einer galvanischen Batterie nachweisen. Eine Batterie B (Fig. 400) von etwa 6 konstanten (siehe unten) Elementen wird mit den zwei Fußklemmen k_1 und k_2 (Fig. 401 zeigt eine solche im einzelnen) verbunden, zwischen denen ein dünner, blanker Neusilberdraht ausgespannt ist. k_1 ist mit dem Quadrantenpaare *3*, *4* verbunden, während *1*, *2* mit einer dritten als Gleichkontakt längs k_1 k_2 schleifenden Fußklemme k_3 verbunden ist. Die am Elektrometer angezeigte Potentialdifferenz erweist sich proportional der zwischen k_1 und k_3 liegenden Drahtlänge. —

Fig. 401.

Zur Ausführung der in den folgenden Artikeln beschriebenen Versuche sind Voltasche Elemente (Batterien) unbrauchbar, da die Stärke der von ihnen gelieferten Ströme bald nach der Schließung nachläßt. Im Gegensatze zu diesen **inkonstanten** gibt es jedoch **konstante Stromquellen**, deren genauere Beschreibung und Erklärung später folgen wird. Es sind dies: 1. Abgeänderte Formen von Elementen (Batterien), welche auch bei längerem Gebrauche Ströme von ungeänderter Stärke liefern (konstante Elemente, Batterien). 2. Elektrische Sammler oder Akkumulatoren. 3. Ströme von dynamoelektrischen Maschinen, z. B. der von einer elektrischen Zentrale zu Zwecken der Beleuchtung etc. gelieferte Gleichstrom. —

Die an den Polen eines Elementes (oder selbst an einer kleineren Batterie) vorhandene Potentialdifferenz ist im Vergleiche zu jener einer Influenzmaschine eine verschwindend kleine (vielleicht nur $^1/_{100000}$ derselben). Im Gegensatze hierzu ist aber die von einer Batterie bei der Schließung gelieferte Elektrizitätsmenge eine ungeheure. Sie kann leicht in der Sekunde mehrere Coulombs betragen, während selbst die größten Influenzmaschinen kaum 1 Millionstel eines Coulombs in der Sekunde liefern können. Auf diese Tatsache muß hingewiesen werden, um im vorhinein dem Zweifel zu begegnen, wieso unsere neue Elektrizitätsquelle — das galvanische Element — wesentlich andere Wirkungen zeigt als die im vorigen Kapitel verwendeten. Wir werden vom galvanischen Elemente nur jene Wirkungen in deutlichem Maße erwarten dürfen, bei denen es auf die **Menge** der Elektrizität, nicht aber jene, bei denen es auf ein hohes **Potential** ankommt. Fast alle der in Art. 178 besprochenen Wirkungen werden deshalb bei den gewöhnlich verwendeten galvanischen Stromquellen ausbleiben, wogegen bisher unbekannt oder unbeachtet gebliebene Wirkungen des Stromes neu auftreten.*)

*) Sehr gut erläutert das Gesagte der folgende hydromechanische Vergleich: Ein sehr großes, fließendes Gewässer (ein Strom) liefert eine **enorme** Wassermenge; dieselbe wird durch den verhältnismäßig **geringen** Druck der Schwere (hervorgerufen durch die Niveaudifferenz zwischen Ursprung und Mündung) in Bewegung gesetzt. Im Gegensatze dazu fördert eine Feuerspritze (oder ein Gebirgsgießbach) eine verhältnismäßig **kleine** Wassermenge, die aber unter einem **sehr hohen Druck** steht. Demgemäß

185. Das magnetische Feld eines elektrischen Stromes. Ein jeder elektrische Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Feld. Das Kraftliniensystem eines geradlinig geführten Stromes ist durch Kreislinien gebildet, deren Ebenen normal zum Stromleiter und deren Mittelpunkte im Leiter liegen.

Untersuchung dieses Kraftfeldes nach der in Fig. 331 angedeuteten Methode: *P* (Fig. 402) ist ein in der Mitte durchbohrtes, wagerechtes Kartonblatt, *LL'* der geradlinig geführte, von dem Strome einer kräftigen Elektrizitätsquelle durchflossene Leiter. Die Kraftlinien werden durch aufgestreute Eisenfeilspäne (Art. 159)

Fig. 402.

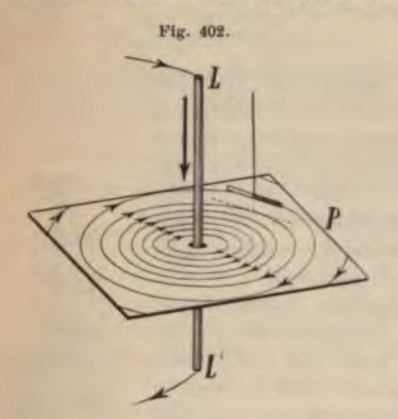
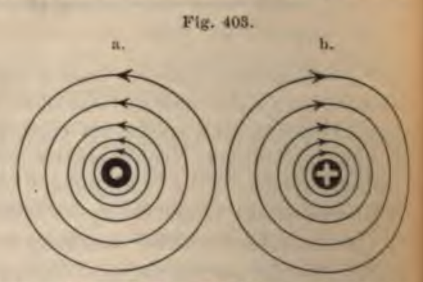


Fig. 403.



sichtbar gemacht und ihre Richtung durch eine kleine, an einem Kokonfaden aufgehängte Magnetnadel bestimmt. Der letztere Teil des Versuches liefert die von Maxwell*) angegebene „Korkzieherregel", nach welcher die Richtung der Kraftlinien und jene des Stromes übereinstimmen mit den Bewegungen — Drehung, beziehungsweise Fortbewegung — eines Korkziehers, also „rechtsherum und vorwärts"; „linksherum und rückwärts". Die Fig. 403 *a*, *b* zeigen diesen Kraftlinienverlauf, und zwar Fig. 403 *a* für einen dem Beschauer entgegenlaufenden Strom (der Punkt soll an die Spitze eines normal zur Zeichenfläche gerichteten Pfeiles erinnern), Fig. 403 *b* für einen vom Beschauer weggerichteten Strom (das Kreuz soll an den gefiederten Teil eines derartigen Pfeiles erinnern).

Aus der Beschaffenheit des magnetischen Feldes eines geradlinigen Leiters kann eine zuerst (1820) von Örsted**) beobachtete Wirkung des Stromes auf eine im magnetischen Meridian befindliche Magnetnadel erklärt werden. Wird in derselben Richtung oberhalb (oder unterhalb) derselben ein geradliniger

sind auch die Wirkungen beider sehr verschiedene. Legt man z. B. ein Mühlrad in den großen Strom, so wird es durch den Stoß und durch den Gewichtsdruck der großen Wassermasse in langsame, aber stetige Drehung versetzt und vermag nun seinerseits bedeutende Widerstände zu überwinden. Richtet man dagegen den Wasserstrahl der Feuerspritze gegen die Schaufeln des Rades, so werden dieselben vielleicht durch die Wucht des Wasserstrahles zerschmettert, ohne daß jedoch das schwere Mühlrad in Rotation käme.

*) James Clerk **Maxwell**, geb. 1831 zu Middlebie bei Edinburgh, gest. 1879 zu Cambridge als Universitätsprofessor für Experimentalphysik. Seine hauptsächlichste Tätigkeit bewegte sich auf dem Gebiete der von Faraday angebahnten Studien über Elektrizität. Er ist auch der Schöpfer der elektromagnetischen Theorie des Lichtes.

) Hans Christian **Örsted, geb. 1777 zu Rudkjöbing auf der Insel Langeland, gest. 1851 zu Kopenhagen, war seit 1806 Professor der Physik an der Universität Kopenhagen, seit 1829 Direktor der polytechnischen Schule ebendaselbst. Außer der wichtigen oben angeführten Entdeckung verdankt man ihm den experimentellen Nachweis der (geringen) Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten (vgl. Art. 66).

Strom geführt (Fig. 404), so lenkt derselbe die Magnetnadel vom Meridiane ab, und zwar sucht er sie senkrecht zum magnetischen Meridiane zu stellen; in diesem Falle würde sie nämlich eine Tangente an die nach Fig. 402 verlaufenden Kraftlinien bilden. Unter dem Einflusse des Erdmagnetismus und dieses Ablenkungsbestrebens nimmt die Nadel eine resultierende Ruhelage ein (Fig. 404).

Fig. 404.

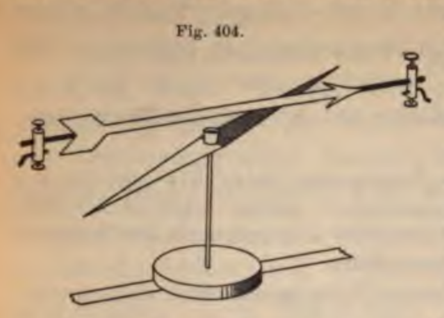
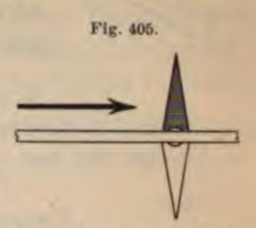


Fig. 405.



Führt man daher einen geradlinigen Strom in horizontaler Richtung über (oder unter) einer ruhenden Magnetnadel so vorbei, daß er normal zum magnetischen Meridiane von West nach Ost (von Ost nach West) verläuft (Fig. 405), so tritt keine Ablenkung ein.

Um die Richtung der Ablenkung der Magnetnadel für jeden wie immer laufenden elektrischen Strom vorausbestimmen zu können, hat Ampère*) folgende Regel aufgestellt: Denkt man sich eine menschliche Figur so mit dem elektrischen Strome schwimmend, daß sie ihr Gesicht der Magnetnadel zuwendet, so wird der Nordpol der Nadel stets gegen die linke Hand des Schwimmers abgelenkt (Schwimmerregel).

Wir können die Richtung der Nadelablenkung auch durch folgende Regel vorausbestimmen: Legen wir unsere rechte, mit ihrer Innenfläche der Magnetnadel zugekehrte Hand so in die Stromrichtung, daß der Strom gleichsam bei der Handwurzel ein- und bei den Fingerspitzen austritt, so wird der Nordpol der Nadel nach jener Seite hin abgelenkt, nach welcher der Daumen der Hand zeigt (Handregel).

186. Das Biot-Savartsche Grundgesetz. Wirkung eines Kreisstromes. Die Größe der Kraft P, welche ein von einem Strome von der Stromstärke i durchflossenes Leiterelement von der geringen Länge λ auf einen Magnetpol von der Polstärke μ ausübt, bestimmt sich nach einem mit den Tatsachen im Einklang stehenden (siehe unten) Grundgesetze (ähnlich dem Coulombschen Gesetze), welches Biot und Savart aufgestellt haben; dasselbe ist ausgedrückt durch die Formel

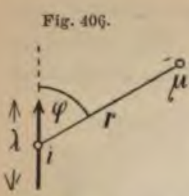
$$P = C \cdot \frac{\mu i \lambda \sin \varphi}{r^2} \quad \ldots\ldots (62),$$

worin außer den oben angeführten Größen r die Entfernung des Magnetpols vom Leiterelemente (von seinem Mittelpunkte), φ den Winkel zwischen r und λ und endlich C eine Konstante bedeutet; i ist dabei (in Überein-

*) André Marie Ampère (geb. 1775 zu Lyon, gest. 1836 zu Marseille) war Professor der Physik und Mathematik zu Bourg und Paris. Er ist einer der hervorragendsten Begründer der Elektrizitätslehre.

stimmung mit der in Art. **181** gegebenen Definition) die in der Sekunde durch λ hindurchfließende Elektrizitätsmenge. Die Richtung der Kraft P steht normal auf der durch λ und μ gelegten Ebene und ist nach der Ampèreschen Schwimmerregel zu bestimmen. Ist also in Fig 406 μ ein Nordpol, so steht P im Punkte μ normal auf der Zeichenfläche und ist vom Beschauer weggerichtet zu denken.

Fig. 406.



Die Richtigkeit dieses Grundgesetzes haben Biot und Savart in der Tat durch Schwingungsversuche (ähnlich jenen im Art. 158) experimentell nachgewiesen; deshalb ist das Biot-Savartsche Grundgesetz mit den Tatsachen im Einklang und kann als ein richtiges Grundgesetz gelten.

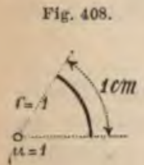
Fig. 407.

Nach dem Biot-Savartschen Grundgesetze läßt sich nun die Kraftwirkung berechnen, welche ein Strom von der Stärke i, der einen kreisförmigen Leiter vom Krümmungsradius r durchfließt, auf einen in seinem Mittelpunkte befindlichen Pol von der Polstärke μ ausübt (Fig. 407). Denkt man sich nämlich die Peripherie des Kreises in unendlich kurze, geradlinige Elemente $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots$ zerlegt, so ist die auf μ wirksame Gesamtkraft, da für jedes Leiterelement $\varphi = 90^0$ ist, ausgedrückt durch $P = C \cdot \frac{\mu i}{r^2}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots) = C \cdot \frac{\mu i}{r^2} \cdot 2 r \pi$; es ist also

$$P = C \cdot \frac{\mu i}{r} \cdot 2\pi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (63).$$

187. Die absolute elektromagnetische Stromeinheit. Im C.-G.-S.-Systeme hat man als Einheit der Stromstärke jenen Strom angenommen, welcher, einen 1 *cm* langen Kreisbogen vom Halbmesser 1 *cm* durchfließend, auf einen im Zentrum des zugehörigen Kreises befindlichen Einheitspol die Krafteinheit (Dyne) ausübt. Da der Umfang des hierbei betrachteten Kreises (Fig. 408) (2π) *cm* enthält, würde von dem ganzen Stromkreise auf den Einheitspol die (2π)-fache Kraft, also (2π) Dynen, wirken. Aus der Formel (63) ergibt sich daher durch Einführung aller Werte $2\pi = C \cdot \frac{1 \cdot 1}{1} \cdot 2\pi$, also $C = 1$, so daß für das C.-G.-S.-System gilt

Fig. 408.



$$P = \frac{\mu i}{r} \cdot 2\pi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (63a).$$

Die so gewonnene absolute elektromagnetische Stromeinheit*) ist für die meisten technischen Anwendungen zu groß, weshalb auf dem elektrischen Kongresse zu Paris (1881) der zehnte Teil dieser Einheit als praktische Stromeinheit angenommen und als ein Ampère bezeichnet wurde (Art. **198**).

*) Einheiten des elektromagnetischen Maßes sollen abkürzungsweise immer e. m. = „elektromagnetisch" vorgesetzt erhalten im Gegensatze zu e. st. = „elektrostatisch" (Art. 166).

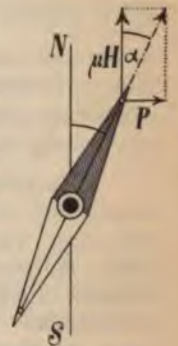
Die bei einem Strome von 1 Ampère in der Zeiteinheit (Sekunde) den Leiter durchfließende Elektrizitätsmenge beträgt ungefähr $3 \cdot 10^9$ e. st. Einheiten; dieselbe wurde daher als praktische Einheit gewählt und als 1 Coulomb bezeichnet (Art. **166**).

188. Galvanometer oder Apparate zur Messung der Stromstärke im e. m. Maße. Inmitten eines im magnetischen Meridiane vertikal eingestellten Stromkreises vom Radius r *cm* ist eine möglichst kurze Deklinationsnadel drehbar aufgehängt. Da sich jeder ihrer Pole nahezu im Kreismittelpunkte befindet, ist die ablenkende Kraft des Stromes auf jeden der beiden Pole gegeben durch $P = \frac{\mu i}{r} \cdot 2\pi$, während die den Pol in den magnetischen Meridian zurückziehende Kraft μH ist (Fig. 409). Ähnlich wie in Art. **161** ist $\frac{P}{\mu H} = \operatorname{tang} \alpha$, also $\frac{i \cdot 2\pi}{rH} = \operatorname{tang} \alpha$ oder

$$i = \frac{rH}{2\pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha \text{ e. m. Stromeinheiten} \ldots\ldots\ldots\ldots (64) \text{ oder}$$

$$i = 10 \cdot \frac{rH}{2\pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha \text{ Ampère} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (64a).$$

Fig. 409.

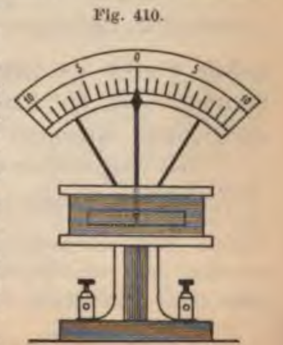


Da an einem bestimmten Orte und für einen bestimmten derartigen Apparat der Faktor $\frac{r \cdot H}{2\pi}$, beziehungsweise $\frac{10 r \cdot H}{2\pi}$, welcher der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole heißt, eine konstante Größe ist, ist die Stromstärke proportional der Tangente des Ablenkungswinkels.

Der Reduktionsfaktor kann durch Rechnung oder empirisch (Art. **192**) bestimmt werden. Man zeige, daß er ungefähr $^1/_{31}$, beziehungsweise $^1/_3$ des in Zentimetern ausgedrückten Stromkreishalbmessers ist. Hat die Polstärke der Magnetnadel auf die Angaben des Instrumentes einen Einfluß? (Vgl. Art. **161**!) — Auch die Tangentenbussole kann für Spiegelablesung eingerichtet werden.

Die Tangentenbussole ist ein Instrument zur Messung der Stromstärke im e. m. Maße oder ein Galvanometer, welches infolge seiner Einrichtung zur Messung stärkerer Ströme geeignet ist. Um geringere Stromstärken zu messen, ändert man seine Konstruktion dahin ab, daß man 1. den Strom nicht bloß in einer einzigen, sondern in mehreren (oft in sehr vielen) Windungen — aus übersponnenem und daher isoliertem Drahte — um die Nadel führt (multiplizierendes Drahtgewinde); 2. daß man diese Windungen der Nadel möglichst nahe bringt, den Radius des Stromkreises also möglichst verkleinert; 3. daß man durch Astasierung der Nadel (Art. **161**) den der Ablenkung durch den Strom entgegenwirkenden Einfluß des Erdmagnetismus möglichst verringert. Durch diese Hilfsmittel erhält man Galvanoskope von sehr großer Empfindlichkeit, welche als Galvanometer jedoch nur für kleine Ausschläge verwendbar sind, da nur unter dieser Voraussetzung die Stromstärke annähernd proportional der Tangente des Ablenkungswinkels ist. — Multiplikator von Nobili. — Spiegelgalvanometer benützen die Poggendorffsche Spiegelablesung (Art. **161**). — Vertikalgalvano-

Fig. 410.



meter (Fig. 410) enthalten einen wagebalkenartig drehbaren Magnet. — Gibt ein Galvanometer auf seiner Skala die Stromstärke direkt in Ampère an, so heißt es ein Ampèremeter (Art. **199**). Die Skala eines solchen wird auf empirischem Wege (z. B. unter gleichzeitiger Ablesung einer Tangentenbussole mit bekanntem Reduktionsfaktor) geeicht.

189. Das Ohmsche Gesetz. Das im Art. **181** bereits gewonnene Ohmsche Gesetz kann nun auch mit Hilfe der e. m. Messung der Stromstärke nachgewiesen werden.

Das Ohmsche Gesetz behält — wie zunächst gezeigt werden soll — seine volle Gültigkeit auch für den Fall, als der Leiter nicht in seiner ganzen Länge gleichartig ist. Wäre derselbe z. B. aus zwei Stücken AC und CB (Fig. 411) zusammengesetzt, deren jedes in seiner ganzen Ausdehnung gleichartig ist, sind ferner die Widerstände beider Stücke mit w_1 und w_2, die Potentialwerte in A, B, C mit V_A, V_B und V_C bezeichnet, so gelten, da in beiden Leiterteilen dieselbe Stromstärke herrschen muß (Art. **181**), nach dem Ohmschen Gesetze, wenn $V_B > V_C > V_A$ ist, die Gleichungen $V_B - V_C = i \cdot w_2$ und $V_C - V_A = i \cdot w_1$; durch Addition derselben ergibt sich $V_B - V_A = i\,(w_1 + w_2)$ oder $i = \frac{V_B - V_A}{w_1 + w_2}$; wieder ist also die Stromstärke proportional der an den Enden A und B der Leitung herrschenden Potentialdifferenz $V_B - V_A$ und umgekehrt proportional dem Gesamtwiderstande $w_1 + w_2$ der Leitung. In ähnlicher Weise kann der Beweis für beliebig viele Leiterelemente erbracht werden.

Fig. 411.

w_1 w_2 — A C B

Experimentell läßt sich das Ohmsche Gesetz folgendermaßen (mindestens annähernd) bestätigen. Einige hintereinander geschaltete Akkumulatoren*) werden mit einer Tangentenbussole (oder mit einem Ampèremeter) sowie mit einem etwas längeren und ziemlich dünnen Neusilberdrahte in einen Stromkreis geschaltet. Nimmt man nach Ablesung der Stromstärke statt des verwendeten Neusilberdrahtes einen 2-, 3-, 4- . . . mal so langen von gleichem Querschnitte, so sinkt die Stromstärke auf $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ . . . ihres anfänglichen Wertes. Verwendet man dagegen bei unverändertem Widerstande die 2-, 3-, 4- . . . fache Anzahl gleich beschaffener, hintereinander geschalteter Akkumulatorzellen, so erhält man die 2-, 3-, 4- . . . fache Stromstärke.

Als spezifischen Widerstand bezeichnet man den reziproken Wert des spezifischen Leitungsvermögens k (Art. **181**). Diese Größe $\frac{1}{k}$ kann also aufgefaßt werden als derjenige Widerstand, welchen ein Draht der betreffenden Substanz von der Längeneinheit und der Querschnittseinheit dem Stromdurchgange entgegensetzen würde.

Zum Vergleiche des spezifischen Leitungsvermögens k und des spezifischen Widerstandes $\frac{1}{k}$ verschiedener Materialien schaltet man eine konstante Stromquelle und eine Tangentenbussole (oder ein Ampèremeter) mit Drähten verschiedener Länge, verschiedenen Querschnittes und verschiedenen Materiales in einen Stromkreis. Man findet dabei z. B., daß man einen Platindraht durch einen zirka $8^1/_2$mal so langen Kupferdraht von gleichem

*) Oder statt derselben konstante Elemente mit sehr geringem inneren Widerstande.

Querschnitte ersetzen kann, ohne daß sich die Stromstärke ändert. Es ist also das spezifische Leitungsvermögen des Kupfers zirka $8^1/_2$ mal so groß als jenes des Platins. Dagegen ist der spezifische Widerstand des Kupfers insofern nur $^1/_{8,5}$ von jenem des Platins, als ein Kupferdraht von 1 *m* Länge und 1 mm^2 Querschnitt nur $^1/_{8,5}$ jenes Widerstandes besitzt, den ein Platindraht von denselben Abmessungen dem Stromdurchgange entgegensetzt. Bezeichnet man das spezifische Leitungsvermögen des Quecksilbers von 0° C. als 1, so ist nach Kohlrausch für eine Temperatur von + 18° C. das spezifische Leitungsvermögen für

Quecksilber von 0°	Eisen	Platin	Kupfer	Silber
1	6—10	6,5	55	59

Bei steigender Temperatur nimmt bei metallischen Leitern das spezifische Leitungsvermögen ab, der Widerstand also zu. Der Widerstand der Kohle nimmt mit wachsender Temperatur ab. — Interessant und praktisch wichtig ist es, daß gewisse Legierungen ein unverhältnismäßig geringeres spezifisches Leitungsvermögen zeigen, als es nach dem Leitungsvermögen der Einzelbestandteile zu erwarten wäre. So ist z. B. das spezifische Leitungsvermögen für Nickelin (61,6 *Cu*, 19,7 *Zn*, 18,5 *Ni*, 0,2 *Fe*) sowie für Manganin (84 *Cu*, 4 *Ni*, 12 *Mn*) nur ungefähr 2, für Neusilber (Legierung von *Cu*, *Zn* und *Ni*) je nach der Zusammensetzung 2,4—6. Diese Legierungen zeigen auch die wichtige Eigenschaft, daß ihr Leitungsvermögen von der Temperatur weniger beeinflußt wird, als es bei reinen Metallen der Fall ist. Während z. B. bei gewöhnlicher Temperatur der Widerstand der reinen Metalle pro Zentigrad ungefähr um 0,004 des ganzen Wertes wächst, beträgt dieser „Temperaturkoëffizient" für Neusilber nur ungefähr 0,0004, für Nickelin und Manganin noch weniger. — Kristallinisches Selen leitet besser, wenn es vom Licht bestrahlt wird.

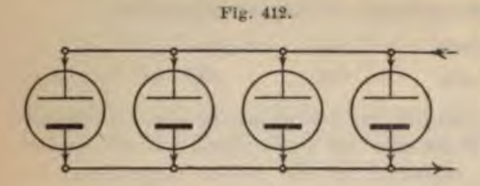
Das Leitungsvermögen der Flüssigkeiten, welches in den meisten Fällen bei wachsender Temperatur zunimmt, ist unverhältnismäßig kleiner als jenes der Metalle. So beträgt dasselbe für 30%ige Schwefelsäure bei 18° C. nur 69,1 Millionstel, für gesättigte Kupfervitriollösung sogar nur 4 Millionstel von jenem des Quecksilbers bei 0° C. — Über die Einheit des Widerstandes Art. **198**.

190. Konsequenzen aus dem Ohmschen Gesetze. Die an den Klemmen eines offenen galvanischen Elementes vorhandene Potentialdifferenz (ihre Größe sei e) treibt, wenn das Element geschlossen wird, als elektrizitätsbewegende oder elektromotorische Kraft (E. M. K.) einen Strom von einer gewissen Stromstärke i durch den Schließungskreis hindurch. Dabei hat sie aber nicht bloß den zwischen den Klemmen eingeschalteten äußeren Widerstand w_a zu überwinden, sondern auch den im Elemente selbst (durch Elementplatten und insbesondere durch die zwischen befindliche Flüssigkeit etc.) gebildeten inneren Widerstand w_i. In Anwendung des Ohmschen Gesetzes gilt also $i = \frac{e}{w_i + w_a}$ oder $iw_i + iw_a = e$. Es zerfällt also die gesamte E. M. K. des Elementes e in zwei Bestandteile; der eine derselben, nämlich iw_a, treibt die Elektrizitätsmenge i durch den äußeren Widerstand w_a hindurch und führt den Namen Klemmenspannung. Die Klemmenspannung ist nach dem obigen durch $e - iw_i$ gegeben, also gleich der gesamten E. M. K. vermindert um den Potentialverlust (iw_i) im Elemente.

Schalten wir n gleiche Elemente, für deren jedes gültig ist $i = \frac{e}{w_i + w_a}$ (I), hintereinander, so erhöht sich (nach Art. **183**) die E. M. K. auf den

n-fachen, der innere Widerstand w_i (nach der zweiten der Formeln 61) gleichfalls auf den n-fachen Wert; es ist also $i_1 = \frac{ne}{nw_i + w_a}$ (II). Schalten wir dagegen n gleiche Elemente nebeneinander (parallel), d. h. verbinden wir alle Zinkplatten und ebenso auch alle Kupferplatten miteinander (Fig. 412), so bleibt die E. M. K. dieselbe, während der innere Widerstand auf den n-ten Teil seines Anfangswertes sinkt; für die Parallelschaltung gilt also $i_2 = \frac{e}{\frac{w_i}{n} + w_a}$ (III).

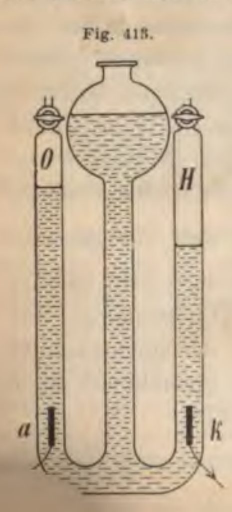
Fig. 412.



Ist nun w_a gegenüber von w_i sehr groß, so darf man w_i gegen w_a sogar auch nw_i gegen w_a und umsomehr auch $\frac{w_i}{n}$ gegen w_a vernachlässigen. Die obigen Formeln I—III ergeben dann: $i' = \frac{e}{w_a}$ (I'); $i_1' = \frac{ne}{w_a} = n \cdot i'$ (II'); $i'_2 = \frac{e}{w_a} = i'$ (III'). Man sieht also, daß man in diesem Falle durch Parallelschaltung (oder durch Plattenvergrößerung) keinen Vorteil gegenüber der Stromstärke eines einzigen Elementes erzielt, wogegen man durch Hintereinanderschalten von n Elementen die n-fache Stromstärke erlangt.

Ist hingegen w_a gegenüber von w_i sehr klein, so kann es in den Formeln I—III vernachlässigt werden und man erhält $i'' = \frac{e}{w_i}$ (I''); $i''_1 = \frac{e}{w_i} = i''$ (II''); $i_2'' = \frac{ne}{w_i} = ni''$ (III''). In diesem Falle wird also durch Hintereinanderschalten keine Vermehrung der Stromstärke erreicht, wogegen dieselbe durch Parallelschaltung von n Elementen (oder durch Vergrößerung der Platten auf die n-fache Größe) auch den n-fachen Wert erlangt.

Fig. 413.



Für lange Telegraphenleitungen wird man viele kleinere Elemente hintereinander, für das Abschmelzen kurzer und dickerer Drähte (Art. **197**) dagegen parallelgeschaltete oder großplattige Elemente benützen. — Über gemischte Schaltung von Elementen vgl. Art. **203**.

191. Elektrolyse. In ein dreiteiliges Kommunikationsrohr von der in Fig. 413 dargestellten Form sind bei a und k zwei Platinbleche eingeschmolzen. Die Hähne der beiden Seitenrohre werden geöffnet und durch den Trichter des Mittelrohres das ganze Gefäß mit stark verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Werden nun die Hähne abgesperrt und wird bei a ein galvanischer Strom zugeleitet, bei k weggeleitet, so beginnt im Momente des Stromschlusses an den Platinblechen eine um so lebhaftere Gasentwicklung, je stärker der verwendete Strom ist. Im Rezipienten O über der

Stromeintrittsstelle a sammelt sich dabei nur die Hälfte des Gasquantums an, welches im Rezipienten H über der Stromaustrittsstelle k auftritt. Öffnet man jeden der beiden Abschlußhähne, nachdem man einen brennenden Holzspan über die Ausströmungsöffnung gebracht hat, so erkennt man, daß sich bei O Sauerstoffgas, bei H doppelt so viel*) Wasserstoffgas angesammelt hat. Da beide im angegebenen Volumverhältnisse die chemischen Bestandteile des Wassers bilden, bezeichnete man diese zuerst von Carlisle und Nicholson (1800) beobachtete Erscheinung als Wasserzersetzung durch den galvanischen Strom.

Sowie in diesem bekanntesten Beispiele vermag überhaupt der galvanische Strom chemisch zusammengesetzte flüssige (gelöste oder geschmolzene) Körper, welche den Strom leiten, chemisch zu zerlegen. Man nennt diesen Vorgang Elektrolyse, den zerlegten Körper Elektrolyt. Die Eintrittsstelle des Stromes heißt Anode, die Austrittsstelle Kathode, beide führen die gemeinsame Bezeichnung Elektroden (Elektrizitätswege). Die Zersetzungsprodukte heißen Ionen, und zwar der an der Anode sich ausscheidende Teil das Anion, der an der Kathode auftretende das Kation.

Chemisch reines Wasser ist durch den galvanischen Strom unzerlegbar, da es — wie F. Kohlrausch zeigte — den Strom nicht leitet. Man erklärte deshalb den oben beschriebenen Vorgang als eine Zersetzung des Schwefelsäurezusatzes ($2 H_2 SO_4$) in $2 H_2$ und $2 SO_4$, wovon $2 H_2$ an der Kathode auftritt, während der Säurerest $2 SO_4$ an der Anode auf das Lösungswasser nach der Gleichung $2 SO_4 + 2 H_2 O = 2 H_2 SO_4 + O_2$ einwirkt. Es wird also der durch den Strom zerlegte Schwefelsäurezusatz rückgebildet, während als tatsächlich wahrnehmbare Ausscheidungsprodukte 1 Volumen Sauerstoff und 2 Volumina Wasserstoff auftreten.

Verwendet man als Elektrolyt irgend ein Metallsalz, so wird stets an der Kathode das Metall, an der Anode der übrige Bestandteil ausgeschieden. Es wird also z. B. Kupfersulfat ($Cu SO_4$) so zerlegt, daß an der Kathode Kupfer, an der Anode der Säurerest ausgeschieden wird. Der letztere Bestandteil veranlaßt — ebenso wie im vorstehend beschriebenen Versuche — einen sekundären Prozeß, dessen Ergebnisse Schwefelsäure und Sauerstoff sind.

In welcher Weise wird also die Zersetzung von $Na HO$, $Na_2 SO_4$, KJ, $Ag NO_3$ erfolgen?

Die Erklärung der Tatsache, daß die Zersetzungsprodukte des Elektrolyten nur an den Elektroden und nicht in der ganzen Flüssigkeitsmasse auftreten, liegt nach Clausius und Arrhenius darin, daß im Elektrolyten, auch wenn kein Strom durch denselben geht, ein Teil der elektrolytischen Moleküle in die elektrisch geladenen Ionen gespalten ist. Da sich unter diesen freien Ionen ebensoviel Kationen wie Anionen befinden und da deren gleich große, aber entgegengesetzte Ladungen sich aufheben, erscheint der Elektrolyt trotzdem unelektrisch. Geht nun aber ein Strom durch denselben hindurch, so treibt die von der Anode zur Kathode gerichtete elektrische Kraft die positiv geladenen Kationen gegen die negative Kathode, die negativ geladenen Anionen dagegen zur positiven Anode. Die an den Elektroden somit im Überschusse auftretenden Ionen geben ihre Ladungen an die Elektroden ab; die entladenen Ionen sind die

*) Ozonbildung, Absorption u. a. können das Resultat in quantitativer Hinsicht etwas ungenau machen.

primären Produkte der Elektrolyse. Nach dieser Hypothese ist also z. B. ein Kaliumion, d. i. ein + elektrisch geladenes Kaliumatom, etwas anderes als ein entladenes Kaliumatom; deshalb können bei der Zerlegung des Kaliumjodids (KJ) nur die entladenen Kaliumatome an der Kathode eine sekundäre chemische Aktion (Wasserzersetzung — unter Ausscheidung von Wasserstoff bildet sich Kaliumhydroxyd) veranlassen, nicht aber die im ganzen Elektrolyten sich bewegenden, geladenen Kaliumionen.

Faraday hat über die Elektrolyse mehrere wichtige Gesetze aufgestellt. Das erste derselben lautet: Die in der Zeiteinheit abgeschiedene Menge eines Ions ist der Stromstärke proportional und nur von derselben abhängig. Der Beweis hierfür wird erbracht, wenn man in den Stromkreis einer konstanten Elektrizitätsquelle eine Tangentenbussole und einen elektrolytischen Zersetzungsapparat einschaltet. Es entwickelt sich in einer gewissen Zeit beispielsweise in dem letzteren eine gewisse Menge Wasserstoff. Macht man nun die Stromstärke nach e. m. Strommaße 2, 3, 4 . . .mal so groß, so nimmt in gleichem Verhältnisse auch die Menge der ausgeschiedenen Ionen zu. — Das zweite der Faradayschen Gesetze lautet: Durch denselben Strom werden in derselben Zeit gleiche Valenzen gelöst. Leitet man z. B. einen und denselben Strom durch drei hintereinander geschaltete Zersetzungsapparate von der Form Fig. 413 hindurch, von denen der erste*) Salzsäure (HCl), der zweite Wasser (H_2O), der dritte Ammoniak (H_3N) enthält, so entwickelt sich in allen dasselbe Quantum Wasserstoff, ferner im ersten ein gleich großes Quantum Chlor, im zweiten nur halb soviel Sauerstoff, im dritten nur ein Drittel der Chlormenge an Stickstoff. Ist also die Anzahl der ausgeschiedenen Wasserstoffmoleküle x, so ist nach der Hypothese von Avogadro die Zahl der Sauerstoffmoleküle $\frac{x}{2}$, jene der Stickstoffmoleküle $\frac{x}{3}$. Da aber Sauerstoff zweiwertig, Stickstoff dreiwertig ist, so ist in allen drei Fällen die gleiche Anzahl von Valenzen gelöst worden. Versteht man unter dem Äquivalentgewicht den Quotienten aus dem Atomgewicht durch die Wertigkeitszahl, so folgt aus dem vorangegangenen ein drittes Gesetz: Die durch denselben Strom ausgeschiedenen Gewichtsmengen verschiedener Ionen verhalten sich wie deren Äquivalentgewichte. Beim früher besprochenen Versuche müssen sich nämlich die Gewichtsmengen der Stoffe H, O und N verhalten wie $x \cdot 1 : \frac{x}{2} \cdot 16 : \frac{x}{3} \cdot 14$ oder wie $\frac{1}{1} : \frac{16}{2} : \frac{14}{3}$, also wie die Äquivalentgewichte.

192. Messung der Stromstärke auf chemischem Wege. Die im ersten der Faradayschen Gesetze gewonnene Tatsache, daß die Menge der ausgeschiedenen Ionen proportional ist der Stromstärke, gibt ein Mittel an die Hand, die Stromstärke auf chemischem Wege zu bestimmen. Die hierzu dienenden Zersetzungsapparate führen den Namen Voltameter. Durch sehr genaue Versuche hat man ermittelt, daß ein Strom von 1 Ampère pro Sekunde 1,11794 *mg* Silber ausscheidet.

Im Knallgasvoltameter wird das Volumen des in einem einzigen (über beide Elektroden gestülpten) Rezipienten aufgefangenen Knallgases bestimmt. Man findet, daß ein Strom von 1 Ampère in der Sekunde 0,1732 cm^3 (in der Minute also rund 10,4 cm^3) trockenes, normal gemessenes Knallgas oder — genauer —

*) Warum muß derselbe Elektroden aus Kohle enthalten?

pro Sekunde 0,010384 *mg* Wasserstoff entwickelt. Da dieser Apparat in mehrfacher Hinsicht eine genaue Bestimmung erschwert (warum?), zieht man das Kupfervoltameter sowie das Silbervoltameter vor. Beim ersteren werden zwei Kupferplatten in konzentrierter Kupfersulfatlösung verwendet. Beim Silbervoltameter dient als Kathode ein mit Silbernitratlösung gefüllter Platintiegel, in welchen als Anode ein Silberstift eintaucht. Aus der leicht und genau bestimmbaren Gewichtszunahme, welche die Kathode in einer bestimmten Anzahl von Minuten erfährt, findet man die Stromstärke.

Nach dem dritten der Faradayschen Gesetze kann man die durch 1 Ampère pro Sekunde abgeschiedene Kupfer- (Silber-) Menge oder das elektrochemische Äquivalent des Kupfers (Silbers) bestimmen. Es muß sich nämlich $0{,}010384 : x : y = \frac{1}{1} : \frac{63{,}18}{2} : \frac{107{,}66}{1}$ verhalten, woraus sich das elektrochemische Äquivalent des Kupfers mit 0,32803 *mg*, jenes des Silbers mit **1,11794** ***mg*** ergibt.

Schaltet man in den Stromkreis einer konstanten Stromquelle gleichzeitig eine Tangentenbussole und ein Voltameter ein, so ist damit der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole bestimmbar (Art. **188**).

193. Technische Anwendungen der Elektrolyse. Mit dem Namen Galvanoplastik bezeichnet man ein (1837) durch Jacobi entdecktes Verfahren, Kopien von plastischen Gegenständen dadurch auf galvanischem Wege in Kupfer nachzubilden, daß man dieselben mit leitender Oberfläche versieht und als Kathode in eine gesättigte Kupfersulfatlösung zugleich mit einer als Anode dienenden Kupferplatte einbringt, worauf man einen Strom von nicht zu großer Stärke hindurchleitet.

Verwendung von „Matrizen" aus Gips, Guttapercha u. dgl., die durch Überzüge von geschlämmtem Graphit leitend gemacht werden. Galvanoplastische Herstellung von Kupferklichees von Holzschnitten (Galvanos) etc.

Auf dem Wege der Galvanostegie kann man Gegenstände aller Art mit fest haftenden Überzügen aus beliebigen Metallen versehen.

Die leitend gemachten Gegenstände werden als Kathode in eine Metallsalzlösung gebracht, in welcher eine Platte des betreffenden Metalles als Anode hängt. Galvanisches Versilbern, Vergolden, Vernickeln u. s. w.; auch Überzüge aus Messing und Stahl lassen sich auf diesem Wege herstellen.

Sowohl bei der Galvanoplastik wie bei der Galvanostegie werden die Anodenplatten allmählich verzehrt (wieso?). Bei beiden Verfahren muß man Ströme von geringer Stärke anwenden, damit das Metall in feinkörnigem Zustande niedergeschlagen werde; bei zu starkem Strome scheidet sich neben dem Metalle auch Wasserstoff aus, wodurch der Überzug schwammig (porös und brüchig) wird.

Die Elektrometallurgie geht von der Tatsache aus, daß die auf elektrolytischem Wege ausgeschiedenen Metalle chemisch rein sind.

Das älteste dieser Verfahren ist die elektrolytische Raffinierung des Kupfers. Über die Darstellung des Aluminiums und Magnesiums siehe Art. **200**.

194. Polarisation. Eine Batterie B (Fig. 414, I) ist mit einem Wasserzersetzungsapparate (Zersetzungszelle) Z verbunden. Durch den in der Richtung des Pfeiles durch Z fließenden Strom erfolgt in Z eine Zerlegung des Elektrolyten. Nachdem dieselbe einige Zeit gedauert hat, werden bei a und b die

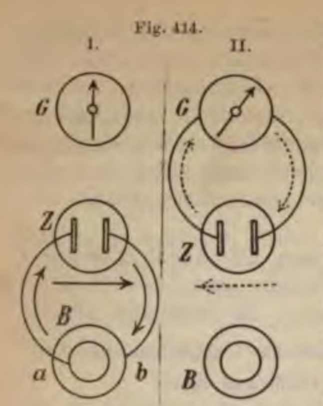
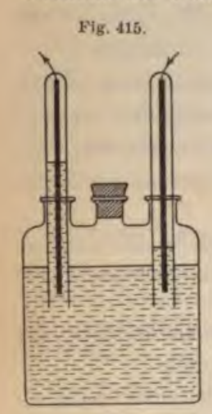


Fig. 414.

Zuleitungsdrähte gelöst und mit einem Galvanometer G (Fig. 414, II) verbunden.*) Letzteres zeigt nun einen Strom an, welcher die Zersetzungszelle in der Richtung des punktiert gezeichneten Pfeiles — also in der entgegengesetzten Richtung des früher (Fig. 414, I) durch die Zelle hindurchgegangenen Batteriestromes — durchfließt. Aus dem Versuche ist zu ersehen, daß der anfänglich durch die Zersetzungszelle hindurchgeschickte polarisierende Strom den Elektroden derselben eine in entgegengesetztem Sinne wirkende elektromotorische Kraft erteilt hat, welche man die E. M. K. der Polarisation nennt. Dieselbe wird Veranlassung zu einem dem polarisierenden Strom entgegenfließenden Strome, welcher der Polarisationsstrom heißt. Die Ursache der Polarisation ist darin zu suchen, daß die mit den ausgeschiedenen Gasen bedeckten Platten sich ähnlich verhalten wie die zwei verschiedenartigen Platten des Voltaschen Elementes.


Fig. 415.

Nachweis dieser Tatsache mit dem Groveschen Gaselemente (Fig. 415). Die Platinplatten desselben werden mit (auf chemischem Wege erzeugten) Atmosphären aus H und O umgeben. — Der Polarisationsstrom hört nach einiger Zeit auf, da durch denselben auf den Platinelektroden die entgegengesetzten Gase ausgeschieden werden und hierdurch wieder das anfänglich zerlegte Wasser rückgebildet wird. Im Gaselemente (Fig. 415) füllen sich daher nach dem Stromschlusse die Rezipienten allmählich mit Wasser. Die E. M. K. der Polarisation ist ziemlich beträchtlich (näheres hierüber in Art. **198**). — Warum kann man Zinkplatten in Lösung von $ZnSO_4$, Kupferplatten in Lösung von $CuSO_4$ als unpolarisierbare Elektroden bezeichnen?

195. Akkumulatoren. Der in Fig. 414 schematisch angedeutete Versuch gelingt auch, wenn man als Zersetzungszelle ein Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure anwendet, in welches als Elektroden zwei Bleiplatten eintauchen. Der Polarisationsstrom dauert in diesem Falle jedoch viel länger an, was insbesondere der Fall ist, wenn man die Ladung und Entladung wiederholt in wechselnder Richtung vorgenommen hat.

Der an der Anode elektrolytisch ausgeschiedene Sauerstoff wirkt auf die bereits oxydierte Bleiplatte weiter oxydierend und überzieht dieselbe mit braunem Bleisuperoxyd (PbO_2), während der Wasserstoff an der Kathode auf die letztere reduzierend wirkt und ihre Oberfläche in metallisches Blei verwandelt. Die gebräunte Platte bildet bei der Entladung den positiven Pol.

Bei der ältesten von Planté (1860) herrührenden Akkumulatorenform wurden nur reine Bleiplatten verwendet. In diesem Falle dauert es ziemlich lange, bis durch wiederholte Ladung und Entladung, wobei man den Sinn der Ladung jedesmal wechselt, eine

*) *Diese Operation* geschieht am besten durch eine mechanische Umschaltvorrichtung.

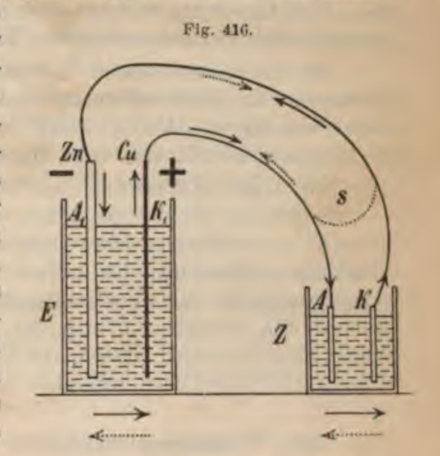
hinlängliche Auflockerung der obersten Bleischichte stattfindet, so daß sich eine genügend dicke Schichte von Bleisuperoxyd bilden kann (vgl. die obigen Versuche). Bei den neueren Akkumulatoren kürzt man diese „Formation der Platten" dadurch wesentlich ab, daß man dieselben in Form von Gittern oder mit Längsrippen anfertigt, in deren Vertiefungen bei den Anodenplatten ein Teig von Mennige (Pb_3O_4) mit Schwefelsäure, bei den Kathodenplatten ein Teig aus Bleioxyd (PbO) mit Schwefelsäure eingepreßt wird.

Verwendung größerer Akkumulatoren- (Sammler-) Batterien zu „Ergänzungszwecken" in elektrischen Zentralen sowie in größeren Beleuchtungsanlagen; der tagsüber erzeugte Strom wird im Sammler aufgespeichert, um in den Abendstunden den Maschinenstrom zu ergänzen. Anwendung bei Motoren: elektrische Straßenbahnen, elektrische Boote, Automobile etc.

196. Polarisation im galvanischen Elemente. Konstante Elemente. Auch im Voltaschen Elemente tritt ein Polarisationsstrom auf, welcher die elektromotorische Kraft des Elementes bald beträchtlich schwächt und endlich sogar aufhören macht; Voltas Element ist daher ein inkonstantes Element.

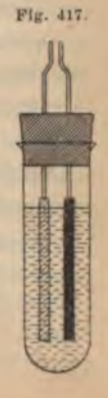
Fig. 416 versinnlicht wieder den im Eingange des Art. **194** beschriebenen Versuch. Denkt man sich bei s die Zelle Z abgetrennt und daselbst das Element geschlossen, so ist unmittelbar zu sehen, daß das Element nun gleichzeitig die Rolle der Zersetzungszelle übernimmt und daß die Zinkplatte Zn die Eintrittsstelle des Stromes (Anode), die Kupferplatte Cu seine Austrittstelle (Kathode) ist. An ersterer erfolgt daher die Ausscheidung des Säurerestes (SO_4), welcher mit Zn Zinksulfat ($ZnSO_4$) bildet. Es erfolgt daher eine allmähliche Aufzehrung des Zinkes und die Umsetzung desselben zu Zinksulfat. Dieser chemische Prozeß bildet das Äquivalent des vom Elemente gelieferten Stromes. Gleichzeitig scheidet sich aber an der Kathode Wasserstoff aus und letzterer erzeugt einen dem Elementenstrome — im Sinne der punktiert gezeichneten Pfeile — entgegenlaufenden Polarisationsstrom.

Fig. 416.



An einem kleinen nach Fig. 417 zusammengestellten Voltaelemente kann man beim Stromschlusse (Zusammendrücken der federnden Poldrähte) diese Erscheinungen verfolgen; an der Cu-Platte steigen Wasserstoffbläschen auf, an der Zn-Platte bildet das Herabsinken des spezifisch schwereren Zinksulfates eigentümliche Flüssigkeitsschlieren (Art. **227**).

Fig. 417.



Will man konstante Elemente schaffen, so muß insbesondere das Auftreten des polarisierenden Wasserstoffes vermieden werden oder der sich bildende Wasserstoff auf chemischem Wege unschädlich gemacht werden.

Im Daniellschen Elemente (Fig. 418) ist dies dadurch erreicht, daß man die Cu-Platte in konzentrierte $CuSO_4$-Lösung stellt und letztere durch eine poröse Wand (unglasierte und daher poröse Tonzelle, Diaphragma D)

Fig. 418.



von dem in verdünnter Schwefelsäure stehenden Zinke trennt. Das Diaphragma gestattet wohl die zur Stromleitung nötige Berührung der beiden Flüssigkeiten, wodurch allerdings der innere Widerstand beträchtlich erhöht wird (wieso?), verhindert aber eine direkte Vermischung der Flüssigkeiten. Da die Kathode dieses Elementes eine unpolarisierbare Elektrode ist (warum?), liefert das Element bei Nachschub von $CuSO_4$-Kristallen in das Diaphragma (wozu?) selbst wochenlang einen konstanten Strom.

Das Bunsensche Element wird aus dem Daniellschen erhalten, wenn man in das Diaphragma konzentrierte Salpetersäure eingießt und in dasselbe eine Kohlenplatte (Retortenkohle der Leuchtgasfabriken) stellt. Die sehr sauerstoffreiche Salpetersäure oxydiert den an der Kathode auftretenden Wasserstoff zu Wasser, wodurch derselbe unschädlich gemacht wird. Wieso entsteht dabei an der Kathode Stickstoffdioxyd (NO_2)? Welche Nachteile bietet dies? Ersatz der Salpetersäure durch Chromsäure; wird dabei das Diaphragma fortgelassen, so entstehen die vielfach verbreiteten Chromsäureelemente (Flaschenelemente, Tauchbatterien).

Im Leclanchéschen Elemente steht die Kohle in einem Gemische aus Braunstein und Kohlenkörnern, das Zink in einer Salmiaklösung; der sauerstoffreiche Braunstein (MnO_2) wirkt depolarisierend. Das Element kann bei Haustelegraphen viele Monate lang seinen Dienst tun.

In allen Elementen ist der Zinkpol der negative Pol. Besteht er — wie dies in der Praxis immer der Fall ist — aus unreinem Zinke, so wird dasselbe in verdünnter Schwefelsäure auch bei offenem Elemente angegriffen und allmählich aufgezehrt; es bilden sich nämlich zwischen den Zinkteilchen und verunreinigenden Metallteilchen sogenannte Lokalströme, welche an den Zinkteilchen SO_4 ausscheiden, das mit Zn zu $ZnSO_4$ zusammentritt. Man vermeidet diesen „Zinkverbrauch im offenen Elemente" durch Amalgamieren des Zinkes, d. h. durch Überziehen desselben mit einer Quecksilberschichte.

197. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom. Wird ein homogener Leiter von einem galvanischen Strom durchflossen, so wird in demselben stets Wärme erzeugt, welche man als Joulesche Wärme bezeichnet, da Joule*) (1841) zuerst ihre Gesetze entwickelte, indem er einen Draht von gemessenem Widerstande in den Flüssigkeitsinhalt eines Kalorimeters brachte und durch denselben einen Strom von gemessener Stärke hindurchfließen ließ. Aus der Erwärmung des Kalorimeterinhaltes ließ sich die Stromwärme berechnen. Aus diesen Versuchen ergab sich, daß die in einem bestimmten Drahte in der Sekunde erzeugte Stromwärme dem Quadrate der Stromstärke, dagegen die von einem und demselben Strome in

*) James Prescott Joule, geboren 1818 zu Salford, gestorben 1889 ebendaselbst, wo er eine Brauerei besaß. Außer der Aufstellung des Gesetzes der galvanischen Wärme hat er hervorragende Arbeiten über das mechanische Äquivalent der Wärme geliefert.

verschiedenen Drähten erzeugte Wärme dem Widerstande des verwendeten Drahtes direkt proportional ist, welches Gesetz ebensowohl für feste wie für flüssige Stromleiter sich giltig erweist. Die in der Zeit t von einem Strome von der Stärke i in einem Widerstande w erzeugte Stromwärme erscheint also ausgedrückt durch

$$W = C \cdot i^2 \; w \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (65).$$

Das in Formel (65) ausgedrückte Joulesche Gesetz kann auch auf dem Wege folgender Überlegung eingesehen werden. Fließt in einem Leiter AB, an dessen Enden die Potentialdifferenz V herrscht, von B nach A in der Sekunde eine Elektrizitätsmenge von i elektrostatisch gemessenen Einheiten, so ist die geleistete elektrische Arbeit gleich iV (Art. **170**). Da die elektromagnetisch gemessene Stromstärke der elektrostatisch gemessenen hindurchgeflossenen Elektrizitätsmenge proportional ist (Art. **187**, Schlußbemerkung), ist die von i *e. m.* Einheiten beim Durchfließen des Widerstandes w in der Sekunde geleistete Arbeit ebenfalls proportional der Größe iV oder, weil nach dem Ohmschen Gesetze $V = iw$ ist, auch proportional der Größe $i^2 w$. Die Stromwärme ist aber das einzige Äquivalent dieser Arbeit, also sicher proportional der Größe $i^2 w$.

Außer bei der elektrischen Beleuchtung (Art. **200**) findet die Joulesche Wärme praktische Anwendungen in der Galvanokaustik, bei elektrischen Heiz- und Kochapparaten sowie in den Glühdrahtzündern von Minen. Kurze Bleidrahtstücke dienen als Bleisicherungen zum Leitungsschutze bei elektrischen Anlagen. Man bemißt ihren Querschnitt so, daß die Sicherung abschmilzt und somit den Strom unterbricht, sobald derselbe eine die Leitung gefährlich erhitzende Stärke annimmt. — Wie kommt es, daß an einer Kette aus gleich dicken Platin- und Silberstücken die letzteren noch dunkel bleiben, während die ersteren bereits hell glühen?

198. Absolute elektromagnetische Einheiten und praktische Einheiten der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes. Mit Hilfe des mechanischen Wärmeäquivalentes (Art. **99**) läßt sich die Joulesche Wärme in *Erg* ausdrücken. Sei A dieses Arbeitsäquivalent der Jouleschen Wärme, so ist nach dem vorigen Art. $A = C \cdot i \cdot V \cdot t$. Definiert man nun als absolute elektromagnetische Einheit der elektromotorischen Kraft oder des Potentiales die an den Enden eines homogenen Leiters bestehende Potentialdifferenz, in welchem ein Strom von der elektromagnetisch gemessenen Stromstärke 1 in der Zeiteinheit (Sekunde) die Arbeitseinheit (*Erg*) leistet, so hat die Konstante C der obigen Formel den Wert 1. Da diese absolute Einheit der elektromotorischen Kraft im Vergleiche zu den tatsächlich an Elementen, Dynamomaschinen etc. vorkommenden elektromotorischen Kräften sehr klein ist, wurde das 10^8fache derselben als praktische Einheit angenommen und als „1 Volt" bezeichnet. Die Potentialdifferenz von 1 Volt ist somit jene, welche an den Enden eines homogenen Leiters vorhanden sein muß, in welchem ein Strom von der Stärke 1 Ampère in der Zeiteinheit (Sekunde) die Arbeit von 1 Watt leistet. (Vgl. Art. **199**.)

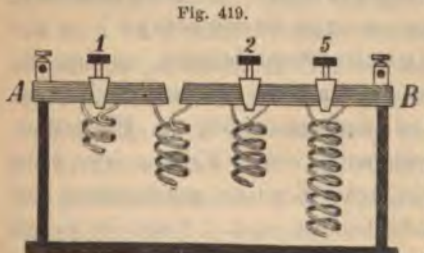
Die E. M. K. der meisten gebräuchlichen Elemente liegt zwischen 1 und 2 Volt. Die E. M. K. eines Daniellschen Elementes ist rund 1,1 Volt, kann also für manche praktische Zwecke als „ein Volt" dienen. Die E. M. K. des Polarisationsstromes beträgt ca. 2 Volt. Es erklärt sich somit, wieso man erst durch mindestens 2 hintereinandergeschaltete Daniellsche (oder Bunsensche) Elemente andauernde Wasserzersetzung erhalten oder einen Akkumulator laden kann. Die E. M. K. einer geladenen Akkumulatorzelle beträgt gleichfalls rund 2 Volt, ist jedoch unmittelbar nach der Ladung (wenn die Kathode noch mit *H* bedeckt ist) etwas höher und sinkt unter 1,8 Volt, wenn die Ladung der Zelle erschöpft ist. — Die oben definierte Potentialdifferenz von 1 Volt muß $\frac{1}{300}$ *e. st.* Potentialeinheiten, also jener Größe gleichkommen, die im Art. **175** als Volt festgestellt wurde.

Die absolute e. m. Einheit des Widerstandes ist durch den Widerstand eines geschlossenen Stromkreises definiert, in welchem die e. m. Einheit der elektromotorischen Kraft die e. m. Einheit der Stromstärke erzeugt. Da dieselbe für praktische Zwecke zu klein ist, wurde das 10^9-fache ihres Wertes als praktische Einheit angenommen und als „1 Ohm" (1 Ω) bezeichnet.

Die E. M. K. von 1 Volt erzeugt in einem Stromkreise vom Widerstande 1 Ohm nach dem Ohmschen Gesetze einen Strom von der Stärke $\frac{10^8}{10^9} = 0{,}1$ e. m. Stromeinheit, also von 1 Ampère Stromstärke (Art. **187**).

199. Gesetzliche (legale) internationale Einheiten für Elektrizitätsmessungen. Die in den Art. **187** und **198** festgestellten absoluten Einheiten des C.-G.-S.-Systemes für Stromstärke, elektromotorische Kraft und Widerstand hat man mit großer Annäherung wirklich hergestellt und auf Grund dieser Resultate — die aber jederzeit nur als sehr genaue Näherungswerte aufzufassen sind — über internationale Einigung folgende gesetzliche (legale) Einheiten für Elektrizitätsmessungen festgesetzt. Das Ohm wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von 0° C., deren Länge bei einem Querschnitte von 1 mm^2 106,3 *cm* beträgt.*) Das Ampère wird dargestellt durch einen konstanten Strom, der in 1 Sekunde 0,001118 *g* Silber niederschlägt. (Art. **192**.) Das Volt wird als jene E. M. K. dargestellt, welche in einem Leiter von 1 Ohm Widerstand einen Strom von 1 Ampère erzeugt.

Fig. 419.



Den legalen Maßen entsprechend werden die zu praktischen Zwecken bestimmten Meßinstrumente geeicht. Am leichtesten ist die Anfertigung von Widerstandsetalons und Widerstandskasten. Ein solcher enthält auf dem aus Ebonit hergestellten Deckel eine dicke vierkantige Messingstange *AB* (Fig. 419), die in gleichen Abständen durchschnitten ist. Inner-

*) Die früher verwendete „Siemens-Einheit" entsprach einer derartigen Quecksilbersäule von 100 *cm* Länge.

halb des Kastens sind je zwei der erhaltenen Messingstücke durch Drahtspiralen aus Nickelin, Manganin u. dgl. (Art. **189**) von genau bestimmtem Widerstande verbunden. Werden alle Unterbrechungen der Stange *A B* durch fest eingedrückte Metallstöpsel überbrückt, so geht der Strom, fast ohne einen Widerstand zu finden, durch die Stange *A B*. Zieht man jedoch einen Stöpsel heraus, so ist der Strom gezwungen, durch die nunmehr eingeschaltete Widerstandsspirale zu gehen. Man versieht einen solchen Widerstandskasten oder Stöpselrheostaten mit Widerständen von 1 Ω, 2 Ω, 2 Ω, 5 Ω, 10 Ω, 20 Ω, 20 Ω, 50 Ω, 100 Ω u. s. w., so daß man (ähnlich wie bei einem Gewichtssatze) jede beliebige Zahl von Ohm durch Addition erhalten kann. — Nach ähnlichen Prinzipien sind die für Starkströme bestimmten Rahmen- oder Kurbelrheostaten konstruiert. — Zur Messung der Stromstärke dienen Ampèremeter, welche mit Hilfe von Tangentenbussolen mit bekanntem Reduktionsfaktor geeicht werden (Art. **188** und **192**). — Zur Messung von elektromotorischen Kräften dienen die in Art. **203** besprochenen Voltmeter.

Nach der Formel (65) ist die Stromarbeit im absoluten Maße durch das Produkt $i.\ V.\ t.$ gegeben. Die Arbeit, welche ein Strom von 1 Ampère, hervorgerufen durch eine E. M. K. von 1 Volt in der Sekunde leistet, also der Stromeffekt (Art. **27**), beträgt hiernach $0{,}1 \times 10^8 \times 1$ Erg pro Sekunde $= 10^7$ Erg pro Sekunde $= 1$ Watt (Art. **198**). Man pflegt deshalb auch zu sagen: „1 Volt-Ampère“ ist gleich „1 Watt“.

Da eine *g*-Kalorie äquivalent ist mit 4,189 Joule (Art. **99**), entspricht dem Stromeffekt von 1 Watt eine Stromwärme von $^1/_{4{,}189} = 0{,}239$ *g*-Kalorien. Wir gewinnen also zwischen Stromwärme und Stromeffekt die Äquivalenz

$$W = (i.\ V)\ \text{Watt} = i.\ V.\ 0{,}239\ g\text{-Kalorien pro Sekunde} \quad \ldots (66\,a),$$

$$W = (i^2 w)\ \text{Watt} = i^2 w.\ 0{,}239 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \ldots (66\,b).$$

200. Elektrische Beleuchtung. Die bei weitem wichtigste und verbreitetste Anwendung der Jouleschen Wärme ist die elektrische Beleuchtung. Man unterscheidet die elektrische Beleuchtung mit Glühlicht und jene mit Bogenlicht.

Fig. 420.

Die Glühlampe — meist als Edisonsche Glühlampe*) bezeichnet — (Fig. 420) enthält in einer luftleer gemachten Glasbirne einen Kohlefaden, dessen Stärke und Länge so bemessen ist, daß derselbe durch einen bestimmten Stromeffekt in Weißglut versetzt wird, ohne im luftleeren Raume verbrennen zu können.

Der Kohlefaden wird heutzutage meist aus Cellulose hergestellt, welche entweder direkt oder indirekt in Lösung geführt wird, worauf die breiartige Masse in Fäden gepreßt wird, die vorerst getrocknet, dann unter Luftabschluß verkohlt (karbonisiert) und schließlich in einer Kohlenwasserstoffatmosphäre durch Stromwärme in dunkle Rotglut versetzt werden, wodurch sich an dünneren und daher stärker glühenden Stellen fester Kohlenstoff abscheidet, so daß der Faden gleichmäßige Dicke erlangt. Der an kurze Platindrahtstücke angesetzte Faden wird sodann in die Glas-

*) Thomas Alwa **Edison**, geboren 1847 zu Milan (Ohio), war zuerst Zeitungsverkäufer, dann Telegraphist; gegenwärtig ist er Leiter eines technischen Etablissements zu Menlo-Park bei New York. Seine interessanteste Erfindung ist wohl der Phonograph (Art. **217**); außerdem vervollkommnete er telegraphische und telephonische Apparate. Die gleichfalls Edison zumeist zugeschriebene Erfindung der Glühlampe reduziert sich aber auf gewisse von Edison herrührende Verbesserungen, da bereits 26 Jahre zuvor (1855) ein deutscher Uhrmacher, Heinrich Göbel, diesen Apparat veröffentlichte.

birne eingeschmolzen, diese mittels Quecksilberluftpumpe luftleer gemacht und mit dem in eine „Fassung" passenden Ansatze versehen. — Vorzüge der Beleuchtung mit elektrischen Glühlampen sind die geringe Feuergefährlichkeit, daß dabei kein Sauerstoff verbraucht wird, daß keine Ausscheidung von Ruß und schädlichen Verbrennungsgasen erfolgt, daß die Wärmeentwicklung eine geringe ist und daß die Beleuchtung, mögen auch viele Lampen einzuschalten sein, durch einfaches Umlegen eines Hebels, welcher die Stromschließung vermittelt, auf einmal in Betrieb gesetzt werden kann. Die elektrische Glühlichtbeleuchtung ist daher ein geradezu unschätzbarer Fortschritt für die Beleuchtung von Theatern sowie von Fabriken, in denen feuergefährliche Stoffe verwendet werden (Baumwollspinnereien, Pulverfabriken etc.), für die Beleuchtung von Schaufenstern, in denen wertvolle Waren ausgestellt sind, von denen manche durch Hitze Schaden leiden würden, endlich auch für die Beleuchtung von Schulzimmern, Krankensälen u. s. w.

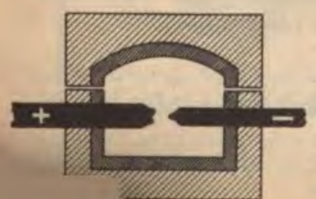
Bringt man zwei zugespitzte Kohlenstäbe miteinander in Berührung und leitet einen Strom von einer E. M. K. von etwa 40—60 Volt durch dieselben, so erwärmt sich die Kontaktstelle infolge des großen Widerstandes und die Spitzen geraten ins Glühen. Entfernt man nun dieselben ganz wenig voneinander, so geht der Strom von Kohlenteilchen zu Kohlenteilchen durch die Luft über und es entsteht der Davysche Lichtbogen (Davy 1821). Projiziert man das Bild der Kohlenspitzen mittels einer Linse auf einen Schirm, so zeigt sich, daß die größte Lichtmenge von der stärker glühenden positiven Kohle ausgeht, welche sich dabei kraterförmig aushöhlt (Begünstigung durch Anwendung von röhrenförmigen, mit leichter brennendem Kohlensatze gefüllten Dochtkohlen), während die negative Kohle spitz abbrennt (Fig. 421). Da der Abbrand der + Kohle etwa doppelt so rasch erfolgt, macht man dieselbe dicker. Bei Verwendung von ihre Richtung in rascher Folge wechselnden Strömen — Wechselströmen — erfolgt das Abbrennen der beiden Kohlen gleichmäßig rasch. Zwischen beiden Kohlen geht der Lichtbogen über, dessen gelbumsäumtes violettes Lichtbüschel durch Zusatz von Metallsalzen gefärbt werden kann. Um den Lichtbogen einzuleiten und die Kohlen trotz des Abbrennens stets in gleicher Entfernung zu erhalten, dienen besondere Vorrichtungen (Regulatoren) (Art. 205).

Fig. 421.



Bei Anwendung entsprechend starker Ströme läßt sich die Helligkeit des elektrischen Bogenlichtes fast unbegrenzt steigern. Dasselbe wird zur Beleuchtung von Straßen und Plätzen, von großen Sälen (Bahnhofshallen), zur Erzielung besonderer Lichteffekte in Theatern u. s. w., auf Leuchttürmen, Kriegsschiffen, Festungen (Scheinwerfer) verwendet. — Infolge seiner hohen Leuchtkraft würde das elektrische Licht eine sehr ökonomische Beleuchtungsmethode sein. Es beträgt z. B. die Lichtstärke einer mit 16 Ampère bei 55 Volt betriebenen, also 16 · 55 = 880 Watt pro Sekunde konsumierenden Bogenlampe 1600 Normalkerzen (Art. 223), während eine Gaslampe von etwa 15 Normalkerzen in der Sekunde etwa 220 *g*-Kalorien, also 920 Watt verbraucht. Bei billiger Stromerzeugung (ausnützbarer Wasserkraft) kann daher die elektrische Beleuchtung sehr ökonomisch sein.

Fig. 422.



Die hohe Temperatur des Davyschen Lichtbogens (vielleicht 3700° C.) benützt Moissan im elektrischen Ofen, dessen Prinzip Fig. 422 andeutet; der Lichtbogen wird innerhalb von wärmeisolierenden Blöcken hervorgebracht. Herstellung von Calciumcarbid (zur Acetylenbeleuchtung) aus Kalk und Kohle, sowie von Siliciumcarbid (Schleifmittel Carborundum) aus Kieselsäure und Kohle, Darstellung

von Aluminium (und ähnlich auch von Magnesium) nach dem Héroultschen Verfahren (in Neuhausen am Rheinfall), bei welchem Tonerde in elektrischen Schmelzöfen (Kohlentiegel, der zugleich als Kathode dient, eintauchende Kohlenstäbe bilden die Anode) durch sehr starke Ströme (1200 Ampère bei nur 15 Volt) geschmolzen wird; aus der geschmolzenen Tonerde scheidet sich dann das Aluminium an der Kathode ab und wird von Zeit zu Zeit aus dem Schmelzofen abgelassen; es kann auch im Ofen selbst zu Aluminiumbronze legiert werden.

201. Thermoströme. Der Peltier-Effekt. Ein Stab aus zwei Wismutstücken *W* (Fig. 423) und einem zwischen beide eingelöteten Antimonstücke *A* ist mit einem empfindlichen Galvanometer in einen Stromkreis geschlossen. Erhöht man die Temperatur der Lötstelle *I* gegenüber derjenigen von *II* — indem man entweder *I* erwärmt oder *II* abkühlt — so zeigt das Galvanometer einen Strom an, welcher durch die Lötstelle mit der höheren Temperatur vom Wismut zum Antimon geht und Thermostrom heißt. Ein Strom umgekehrter Richtung wird vom Galvanometer angezeigt, wenn die Temperatur von *II* gegenüber von *I* erhöht wird; wieder geht dabei der Strom durch *II* vom Wismut zum Antimon. Die Erklärung für das Auftreten eines Thermostromes liegt darin, daß die E. M. K. auch abhängig von der Temperatur ist, also in der erwähnten Lötstelle einen höheren Wert erlangt als in derjenigen von niedrigerer Temperatur.

Fig. 423.

W I A II W

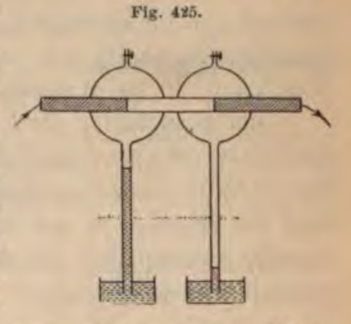
Gewöhnlich gibt man dem Apparat zum Nachweis der Thermoströme die in Fig. 424 angedeutete Gestalt; die im Innern des aus Wismut-Antimon gebildeten Rahmens befindliche Magnetnadel zeigt beim Erwärmen der einen Lötstelle einen Strom an, der durch die betreffende Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht. — Auch bei Verwendung anderer Metalle zeigt sich dieselbe Erscheinung; nur sind dabei die thermoelektrischen Kräfte geringer als bei Verwendung von Wismut und Antimon.

Fig. 424.



Schickt man durch den früher benützten Wismut-Antimonstab (Fig. 423) einen Strom hindurch, so tritt an der einen Lötstelle eine Erwärmung, an den anderen eine Abkühlung auf; beide sind nachweisbar, wenn man die Lötstellen mit den Kugeln von Luftthermoskopen umgibt (Fig. 425). Es läßt sich dabei konstatieren, daß eine Lötstelle dann erwärmt wird, wenn der durch die Erwärmung entstehende Thermostrom den hindurchgeschickten Batteriestrom schwächen würde, dagegen abgekühlt wird, wenn der durch die Abkühlung entstehende Thermostrom den hindurchgeschickten Batteriestrom schwächen würde. Der Strom bringt also an der Lötstelle immer das Gegenteil von jener Temperaturänderung hervor, durch welche er entstehen würde. Diese Erscheinung wird nach ihrem Entdecker der Peltiereffekt genannt (Peltier, 1834).

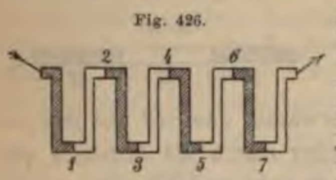
Fig. 425.



Der Peltiereffekt ist vergleichbar dem Polarisationsstrome; er bildet die Umkehrung der Erscheinung eines Thermostromes. Diese Umkehrung ist ein besonderer Fall eines allgemeinen Naturgesetzes, welches lautet: Ruft eine Erscheinung A die Erscheinung B hervor, so bewirkt umgekehrt die Erscheinung B das Gegenteil von A. Erwärmt man z. B. ein Gas, so dehnt es sich aus; läßt man es sich dagegen ausdehnen, so kühlt es sich ab. (Vgl. Art. **99**.)

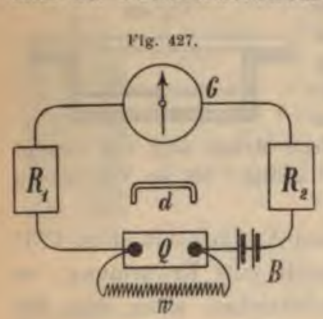
Die geringe E. M. K. der Thermoströme läßt sich erhöhen, wenn man Thermoelemente hintereinander schaltet. Fig. 426 zeigt schematisch eine Thermobatterie, gebildet aus vier aus Wismut-Antimon bestehenden Thermoelementen. Durch Erwärmung aller ungeradzahligen Lötstellen entsteht ein Thermostrom, dessen E. M. K. im allgemeinen um so größer ist, je mehr Elemente in Verwendung stehen und je größer die Temperaturdifferenz der ungeradzahligen und der geradzahligen Lötstellen ist. — In ähnlicher Weise ist die Thermosäule von Melloni konstruiert, die in Verbindung mit einem empfindlichen Galvanometer ein sehr empfindliches Thermoskop bildet. — In neuerer Zeit wird Gülchers Thermosäule, die aus vielen Nickelröhrchen in Verbindung mit Stäbchen aus einer Antimonlegierung besteht, als Ersatz für Batterieströme in manchen Fällen angewendet.

Fig. 426.



202. Messung des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft. Um Widerstände von Drähten etc. zu bestimmen, kann man sich der Substitutionsmethode bedienen. Eine möglichst konstante Stromquelle B (Fig. 427) wird mit einem Galvanometer G und zwei Rheostaten R_1 und R_2 unter Zwischenschaltung eines Brettchens mit zwei Quecksilbernäpfen Q in einen Stromkreis geschaltet. Der zu messende Widerstand (z. B. die Drahtspirale w) wird zwischen die beiden Quecksilbernäpfe eingeschaltet und mittels des Rheostaten R_1 die Stromstärke so reguliert (Regulierwiderstand), daß das Galvanometer einen passenden Ausschlag annimmt. Sodann wird w entfernt und durch einen kurzen Bügel d aus dickem Kupferdraht ersetzt. Um denselben Ausschlag wie vorhin hervorzubringen, muß nun aus R_2 (Meßwiderstand) so viel Widerstand eingeschaltet werden, als der Leiter w besitzt.

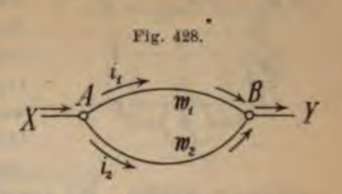
Fig. 427.



Zur Bestimmung der E. M. K. und des inneren Widerstandes (der beiden Konstanten) eines (konstanten) galvanischen Elementes kann man unter anderem die von Ohm angegebene Methode verwenden. In den Stromkreis des Elementes wird ein Rheostat R und ein Stromstärkemesser (Ampèremeter, Tangentenbussole) eingeschaltet. Ist dabei in R kein Widerstand eingeschaltet (Kurzschluß des Elementes), so gilt $i = \frac{e}{w_i}$; ist dagegen in R ein bestimmter Widerstand w_a eingeschaltet, so gilt $i' = \frac{e}{w_i + w_a}$; aus den bekannten Größen i, i' und w_a folgt $w_i = \frac{i' w_a}{i - i'}$ und $e = \frac{i\, i' w_a}{i - i'}$.

203. Stromverzweigung. Verzweigt sich ein Strom zwischen A und B (Fig. 428) in zwei Zweige, so muß, damit keine Stauung von Elektrizität stattfindet, an jedem Verzweigungspunkte die zufließende Elektrizitätsmenge gleich der wegfließenden sein (Vergleich mit Art. 75). Es ist also $i = i_1 + i_2$*) oder auch $i - i_1 - i_2 = 0$. Dies drückt die von Kirchhoff angegebene Regel aus: An jeder Verzweigungsstelle muß die algebraische Summe aller zu- und wegfließenden Ströme gleich Null sein; dabei sind zufließende Ströme als $+$, wegfließende als $-$ anzunehmen.

Fig. 428.

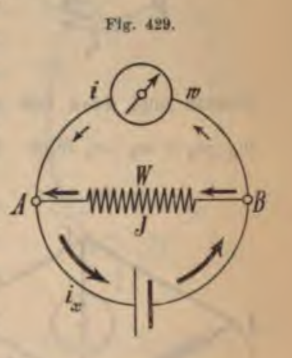


Bezeichnet man das Potential in A mit V_1, jenes in B mit V_2, so bildet die Potentialdifferenz $V_1 - V_2 = e$ die elektrizitätsbewegende Kraft zwischen A und B; nach dem Ohmschen Gesetze muß also sein $i_1 = \frac{e}{w_1}$ und $i_2 = \frac{e}{w_2}$. Daraus folgt aber $i_1 : i_2 = w_2 : w_1$; in Worten: Die Stromstärken in den beiden Zweigen verhalten sich wie umgekehrt die Widerstände derselben.

Ist w der Gesamtwiderstand zwischen A und B, d. i. jener Widerstand, welchen die beiden Zweige, in einen einzigen Leiter vereinigt, darbieten, so daß auch $i = \frac{e}{w}$ ist, so folgt aus $i = i_1 + i_2$ oder $\frac{e}{w} = \frac{e}{w_1} + \frac{e}{w_2}$ auch $\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}$, woraus w einfach gefunden werden kann. —

Auf den Sätzen der Stromverzweigung beruht die Anwendung eines Nebenschlusses (Shunt) an einem Galvanometer zur Verminderung seiner Empfindlichkeit. Die Galvanometerklemmen A, B (Fig. 429) werden durch einen Nebenschluß vom Widerstande W geschlossen; die Stromstärke i_x muß sich dann so verzweigen, daß im Nebenschlusse vom Widerstande W die Stromstärke I, im Galvanometer vom Widerstande w die Stromstärke i herrscht, wobei $i : I = W : w$ ist; ist daher beispielsweise $W = \frac{w}{9}$, so folgt $i : I = 1 : 9$; wegen $i_x = I + i$ ist somit $i = \frac{i_x}{10}$. Ein Galvanometer mit dem Nebenschlusse $W = \frac{1}{9} w$, hat also nur $\frac{1}{10}$ der Empfindlichkeit (mit $W = \frac{1}{99} w$ nur $\frac{1}{100}$, mit $W = \frac{1}{999} w$ nur $\frac{1}{1000}$ der Empfindlichkeit), die es ohne Nebenschluß besitzt. —

Fig. 429.



Legt man an zwei Stellen A und B einer Stromleitung (Fig. 430) ein Galvanometer an, dem man einen im Verhältnis zum Widerstande zwischen A und B möglichst großen Widerstand W vorgeschaltet hat, so wird durch den Galvanometerzweig ein

*) Wird ein Voltameter in den ungeteilten Strom (z. B. zwischen XA), je ein anderes in jedem Zweige zwischen A und B eingeschaltet, so zeigt begreiflicherweise der Versuch, daß die Gesamtmenge der in den Zweigen ausgeschiedenen Ionen übereinstimmt mit der im ungeteilten Strome ausgeschiedenen Menge.

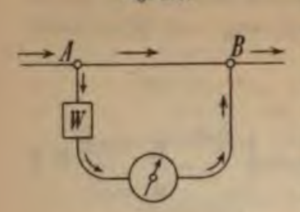
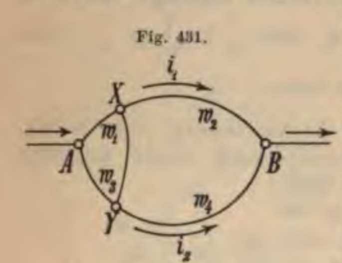


Fig. 430.

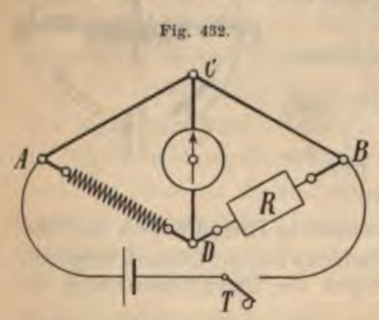
Strom von so geringer Stromstärke hindurchgehen, daß die Stromstärke in der Leitung fast gar nicht beeinträchtigt wird. Ist aber das Galvanometer sehr empfindlich konstruiert — mit sehr vielen Windungen aus feinem Drahte, welche selbst den großen Widerstand W repräsentieren, versehen — so kann aus dem Ausschläge, welcher trotz der minimalen Stromstärke, welche das Galvanometer der Hauptleitung abnimmt, dennoch eintritt, nur auf den Potentialunterschied zwischen A und B geschlossen werden. Bei verschiedenen Potentialunterschieden e, e' sind nämlich die durch das Galvanometer gehenden Stromstärken i, i' ausgedrückt durch $i = \frac{e}{W}$ und $i' = \frac{e'}{W}$, so daß sich daher $e : e' = i : i'$, also auch $e : e'$ so verhält wie die am Galvanometer entstehenden Ausschläge. Ein derartiges Galvanometer kann daher auf seiner empirisch geeichten Skala diese Potentialunterschiede direkt in Volt angeben und heißt dann Voltmeter (Art. **199**).

Mit Hilfe des Voltmeters kann der lineare Abfall des Potentials an einem homogenen Leiter viel bequemer als auf elektrometrischem Wege (Art. **184**) nachgewiesen werden; die Versuchsanordnung bleibt die in Fig. 400 dargestellte, nur wird das Quadrantenelektrometer durch das Voltmeter ersetzt. —

Fällt vom Punkte A einer aus zwei Zweigen bestehenden Leitung das Potential vom Werte V_1 nach B hin zum Werte V_2 ab, so ist klar, daß dem Potentialwerte V_x in einem beliebigen Punkte X des einen Zweiges ein Punkt gleichen Potentials auf dem zweiten Zweige — er heiße Y — entsprechen muß; eine beide verbindende Leitung XY — oder eine „Brücke" — müßte dann stromlos sein. (Vergleich mit der Modellfigur 373 auf Seite 299: Legt man durch irgend einen Punkt des einen Stromgerinnes eine horizontale Ebene, so wird sie auch durch die beiden anderen Stromgerinne durchbrochen werden; in einem diese drei Durchstoßpunkte verbindenden, horizontalen Kanale würde keine Wasserströmung herrschen.) Nach dem Ohmschen

Fig. 431.


Gesetze muß dann sein $i_1 = \frac{V_1 - V_x}{w_1} = \frac{V_x - V_2}{w_2}$ und $i_2 = \frac{V_1 - V_x}{w_3} = \frac{V_x - V_2}{w_4}$, woraus $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ folgt. Darauf beruht ein sehr genaues Verfahren zur Bestimmung von Widerständen, welches als Methode der Wheatstoneschen Brücke bezeichnet wird. Die Widerstände von AC und CB (Fig. 432) seien genau gleich groß (z. B. jeder genau 1 Ω); im Zweige AD liegt der zu messende Widerstand (er heiße W), im Zweige DB ein Rheostat, in der „Brücke" CD ein empfindliches Galvanometer. Ist im Rheostaten R genau ebensoviel Widerstand eingeschaltet, als W besitzt, so muß das Galvanometer bei kurzem Stromschlusse durch den Taster T stromlos, also in der Nullstellung verharren; bei zu kleinem Widerstande in R schlägt es nach der einen, bei zu großem nach der anderen Seite aus. — Warum heißt diese Methode eine „Nullmethode"? Welche Vorzüge besitzt sie vor der Substitutionsmethode (Art. **202**)? Was würde sich ergeben, wenn sich der Wider-

Fig. 432.


stand von AC zu jenem von CB wie 1:10, 1:100, ..., 10:1, 100:1 ... verhalten würde? Wie wird man also die Methode zur Messung von Widerständen benützen, welche kleiner (größer) sind als die im Rheostaten zu Gebote stehenden? — Einen besonderen Fall der Stromverzweigung bildet die Parallelschaltung elektrischer Glühlampen. Von den zwischen zwei Stromleitungen eingeschalteten Lampen (Fig. 433) können jederzeit ohne Störung für die übrigen beliebig viele ein- oder ausgeschaltet werden, vorausgesetzt daß die Klemmenspannung an den Zuleitungsschienen entsprechend reguliert wird.

Fig. 433.

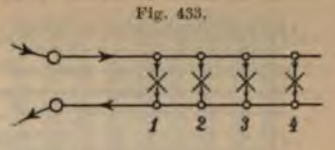
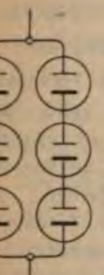
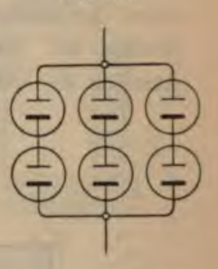


Fig. 434.



Als besonderer Fall der Stromverzweigung kann auch die gemischte Schaltung von Elementen aufgefaßt werden. Man berechne die Stromstärke der in Fig. 434 und Fig. 435 schematisch dargestellten Schaltungen von 2mal 3 und von 3mal 2 Elementen mit der elektromotorischen Kraft e und dem inneren Widerstande w_i, wenn der äußere w_a jedesmal derselbe ist.

Fig. 435.



204. Magnetfeld eines ebenen, geschlossenen Leiters und eines Solenoides.

Biegt man den in Fig. 402 benützten geradlinigen Leiter zu einem Stromkreise und untersucht in der bekannten Weise dessen Feld, so wird dasselbe ähnlich, wie Fig. 436 darstellt, ausfallen, was schon nach dem Versuche Fig. 402 unmittelbar vorauszusehen ist. Längs der ganzen Peripherie erscheint somit der Kreisstrom von Kraftlinien umflossen, welche in den Ring von der einen Seite einströmen, auf der anderen ausströmen (Fig. 437). Führt man daher den Strom in einer Reihe von parallel angeordneten, in ihrer Gesamtheit eine Zylinderfläche bildenden Kreiswindungen oder, was auf eines hinauskommt, in einer ziemlich dichten Schraubenlinie oder einem Solenoide, so ist durch wiederholte Anwendung der aus Fig. 436 gewonnenen Tatsache, wie dies Fig. 438 zeigt, das magnetische Feld des Solenoides (Fig. 439) vollkommen erklärlich. Dieses Feld stimmt mit jenem eines Stabmagnetes (Fig. 440) überein. Je kürzer das Solenoid genommen wird, desto kürzer muß auch der es ersetzende Magnet gedacht werden; reduziert man daher das Solenoid wieder auf einen einzigen Kreisstrom, so hat sich der es ersetzende Magnet zu einer magnetischen Doppelfläche verkürzt, d. h. zu

Fig. 436.

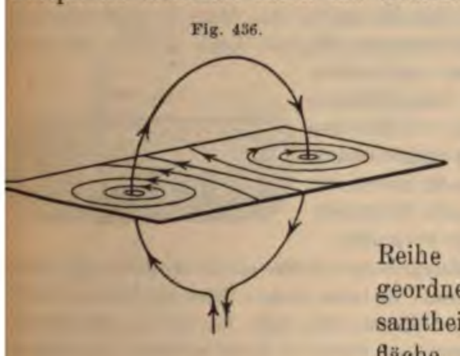


Fig. 437.

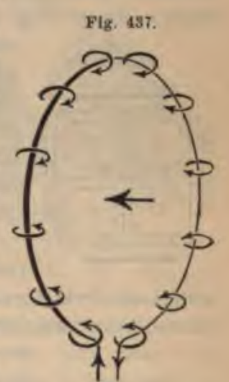
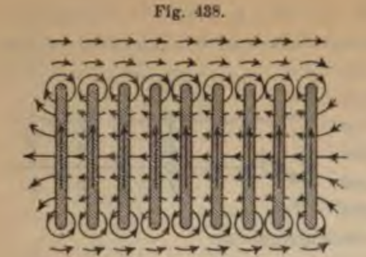


Fig. 438.



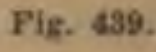
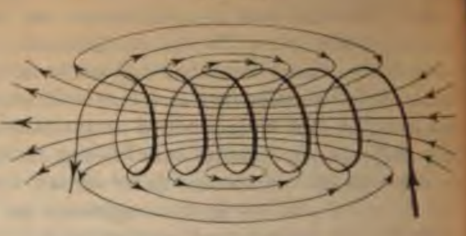
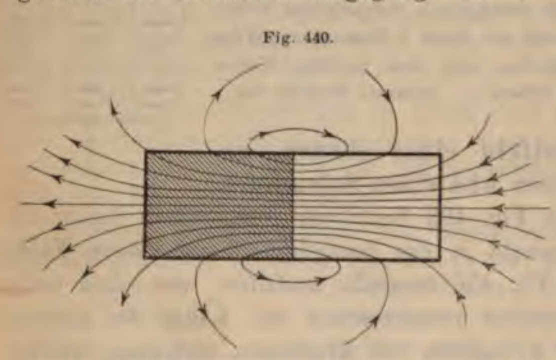


Fig. 439.



einer Kreisscheibe, deren eine Fläche nordpolar, die andere südpolar zu denken ist. Die nordpolare Fläche liegt auf jener Seite, von welcher aus gesehen der Kreisstrom entgegengesetzt zur Uhrzeigerbewegung verläuft.

Fig. 440.



Man kann sich daher die **Molekularmagnete** (Art. **157**) erzeugt denken durch Kreisströme, welche jedes Eisenmolekül, von Norden gesehen, entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung umkreisen (**Ampères Hypothese des Magnetismus**); da sich dabei die Ströme benachbarter Moleküle im Innern aufheben (Fig. 441 deutet dies für vier benachbarte, unendlich klein zu denkende Molekularströme an), so bleiben nur die außen den Magnet umkreisenden Ströme übrig (Fig. 442), so daß ein stabförmiger Magnet auch als ein Solenoid oder als eine Säule von aneinandergelegten magnetischen Doppelflächen aufgefaßt werden kann. — Die den **Erdmagnet** (Art. **161**) umkreisenden **Erdströme** müßten nach diesem im wesentlichen von Ost nach West (entgegen der Erddrehung) verlaufen.

Fig. 441.

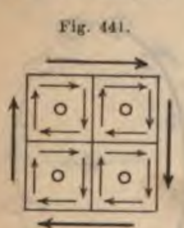
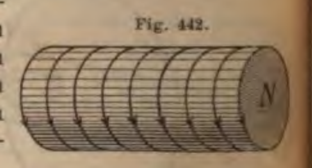


Fig. 442.



Teilweise als Bestätigung und teilweise als **Anwendung** dieser Betrachtungen mögen folgende Versuche dienen: Zwei aus feinem, übersponnenem Drahte gewickelte, scheibenförmige Spiralen (Fig. 443), die an den Zuleitungsdrähten bifilar aufgehängt sind, werden sich anziehen, wenn in ihnen der Strom in einerlei Sinne kreist, dagegen abstoßen, wenn er in verschiedenem Sinne verläuft. (Erklärung?) Ein möglichst freibeweglicher Kreisstrom (Aufhängung am „Ampèreschen Gestelle", schwimmender Strom nach **de la Rive** etc.) stellt sich senkrecht zum magnetischen Meridiane, und zwar so, daß, von Norden gesehen, der Strom dem Uhrzeiger entgegenläuft. (Warum?) Ein freibewegliches Solenoid stellt sich analog in die Nord-Südrichtung ein; es zeigt Polarität. Wechselwirkung zwischen dem Solenoide und einem Magnetstabe (einem zweiten Solenoide). Ein vertikal stehendes Solenoid zieht einen in der Richtung seiner Achse etwa an einer Spiralfeder hängenden Magnetstab je nach der Stromrichtung entweder in den Hohlraum hinein oder stößt ihn ab. In Umkehrung des Versuches wird eine

Fig. 443.



irale von der Form (Fig. 443) sich über einen genäherten Magnetstab darüberschieben oder 1 ihm abgestoßen werden.

205. Elektromagnetismus. Im Innern eines Solenoides verlaufen die ıgnetischen Kraftlinien parallel zur Längsachse (Fig. 439). Bringt man her in seinen Hohlraum einen Eisenkern, so nmt er diese Kraftlinien auf, seine Molekular-ıgnete richten sich so, daß die sie ersetzenden mentaren magnetischen Doppelflächen parallel ıen des Solenoides liegen: der magnetisch ge-ırdene Eisenkern bildet mit dem ihn erregenden lenoide einen auf elektrischem Wege erzeugten ıgnet oder einen Elektromagnet. Der in dem-ben induzierte Magnetismus zerfällt in den mit r magnetisierenden Stromkraft verschwindenden temporären — und in den sie überdauernden permanenten — Teil. Letzterer ist klein im ichen Schmiedeeisen — er wird bei demselben auch als remanenter ıgnetismus bezeichnet —, dagegen groß im Stahle. Durch Biegung aus n geradlinigen Elektromagnete kann man sich den hufeisenförmigen ektromagnet (Fig. 444) entstanden denken.

Fig. 444.

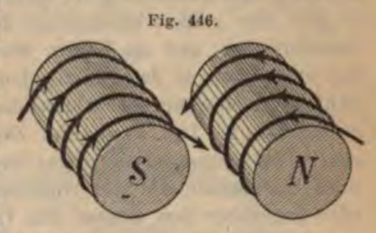


Nach welchen Regeln können die Pole eines Elektromagnetes bestimmt ırden? (Man benütze die „Schwimmerregel [Handregel]" an der Fig. 445, die im vorstehenden Artikel gewonnene Regel an der Fig. 446!) — Auf dem Wege des Elektromagnetismus können Magnete von sehr großer Tragkraft hergestellt werden; durch eichen mit solchen erzeugt man auch starke Stahlmagnete. Die Polstärke ıes Elektromagnetes ist bei nicht zu dickem und nicht zu dünnem enkerne, solange das weiche Eisen des Kernes noch nicht mit Mag-tismus gesättigt ist (gleichsam noch nicht alle Elementarmagnete gerichtet d) proportional der Stromstärke i und der Windungszahl n, also, wie man t: proportional der Anzahl der „Ampèrewindungen". Die Tragkraft des ektromagnetes ist aber dem Quadrate der Polstärke proportional. Wird nlich die Polstärke 2-, 3-, 4-...mal so groß, so wird auch der im Anker uzierte Magnetismus 2-, 3-, 4-...mal so groß, die zwischen beiden wirksame ıft also die 4-, 9-, 16-...fache. Damit dies zutreffe, ist aber nötig, daß Pol-l Ankerflächen sich möglichst genau berühren; durch eine zwischenbefindliche, ost dünne Luftschichte finden die Kraftlinien einen großen magnetischen derstand und die magnetische Kraft wird wesentlich geschwächt. Unter-ht man den Strom im letzteren Falle, so zerreißen die Kraftlinien an der nnungsschichte sogleich. Bei vollkommener Berührung der Pol- und Anker-

Fig. 445.



Fig. 446.



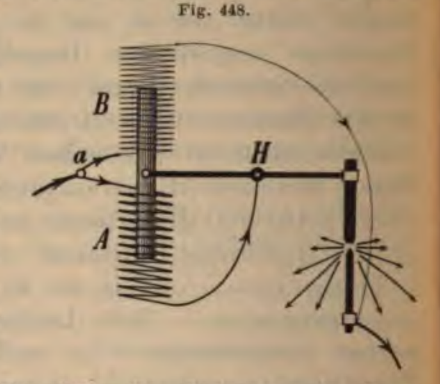
flächen bleiben hingegen die das Eisen durchsetzenden Kraftlinien auch nach dem Öffnen des Stromes noch bestehen, das Abreißen des Ankers erfordert eine beträchtliche Kraft, wie wenn der Strom noch geschlossen wäre; erst nach dem Abreißen des Ankers ist der Magnetismus bis auf einen geringen Rest geschwunden (remanenter Magnetismus).

Ein über einem Solenoide — etwa an einer Spiralfeder — hängender Kern aus weichem Eisen wird beim Stromschlusse in das Solenoid hineingezogen, da durch den Strom das Eisen zunächst magnetisiert wird und daraufhin die Anziehung nach Art. 204 geschieht. — Anwendung dieses Prinzipes bei empirisch geeichten Ampèremetern und Voltmetern (Fig. 447). Motor von Page. Auch zur automatischen Regulierung von Bogenlampen durch den Betriebsstrom selbst verwendet man diese Erscheinung. Als Beispiel hiefür diene die Differentiallampe von Hefner-Alteneck (Fig. 448). Der Speisestrom der Lampe verteilt sich bei a in zwei Solenoide von verschiedenem Widerstande; der größte Teil geht durch das geringeren Widerstand bietende Solenoid A, zieht den Eisenkern in dasselbe und bewirkt auf diese Art, daß die am Hebel H befestigte + Dochtkohle sich von der feststehenden — Kohle entfernt: der Lichtbogen wird eingeleitet. Wird die Entfernung der Kohlenspitzen jedoch zu groß, findet also der Strom im Lichtbogen zu großen Widerstand, so geht eine größere Strommenge durch das dünndrahtige Solenoid B, welches nun den Eisenkern hebt und die Kohlen wieder nähert. Die besprochenen Regulierungen erfolgen fast unmerklich, so daß derartige Lampen sehr ruhig brennen. — Auch die Elektrizitätszähler zur Messung der verbrauchten elektrischen Energie benützen die elektromagnetische Stromwirkung. Der Aronsche Zähler besteht aus zwei Uhrpendeln, die auf möglichst gleiche Schwingungsdauer abgeglichen sind; das eine derselben trägt am unteren Ende einen Stabmagnet, der über einer vom Strome durchflossenen Spirale schwingt, so daß dasselbe gegenüber dem zweiten eine Vorrückung erfährt, die der Stromstärke proportional ist und daher ein Maß für die durch den Apparat gegangene Elektrizitätsmenge gibt. Auf dem hiermit freilich nur angedeuteten Prinzipe beruhen auch Wattzähler, welche den Wattverbrauch messen.

Fig. 447.



Fig. 448.



206. Anwendungen des Elektromagnetismus. Die verbreitetste Anwendung fand der Elektromagnetismus in der Telegraphie. Das Prinzip derselben besteht darin, daß vermöge der großen Geschwindigkeit der Elektrizität in Leitern zwischen beliebig weit entfernten Orten vermittels der magnetischen Stromwirkungen Signale in der kürzesten Zeit vermittelt werden können.

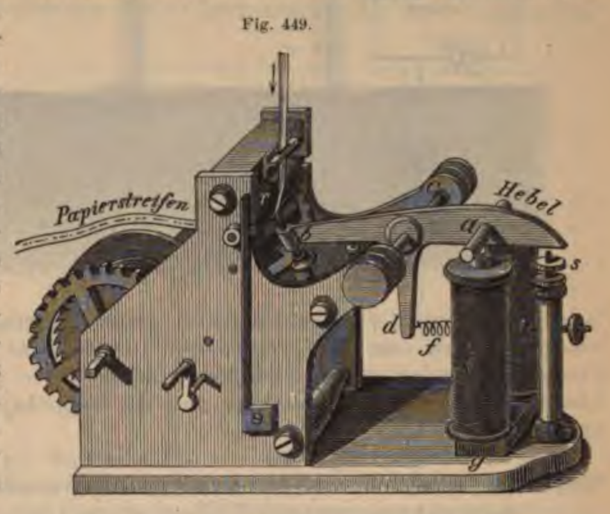
Gauß und Weber*) benützten 1833 in Göttingen die Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom, um zwischen Universität und Sternwarte eine

*) Karl Friedrich Gauß, geb. 1777 in Braunschweig, gest. 1855 zu Göttingen als Professor und Direktor der Sternwarte. Er ist der hervorragendste deutsche Mathematiker, der aber auch mit unübertrefflichem Scharfsinne die Hilfsmittel der Mathematik auf Physik und Astronomie anzuwenden ver-

Verständigung zu ermöglichen. Aus den zwei hierdurch möglichen Signalen — Ablenkung des Nordpoles nach rechts und nach links — konnten durch Kombination alle Buchstaben, Ziffern und anderen Zeichen gegeben werden. Diese Methode ist für Überseetelegraphen noch heute vielfach im Gebrauche.

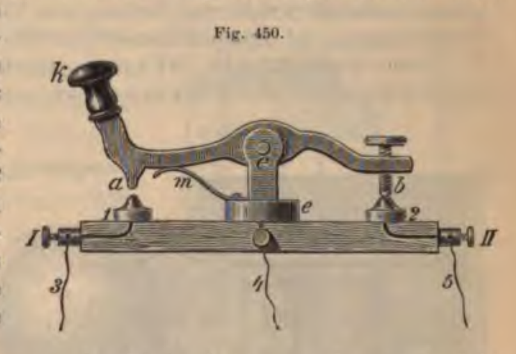
Die weiteste Verbreitung fand der Schreibtelegraph von Morse.*) Durch die Anziehung, welche der Anker *a* (Fig. 449) von dem zweischenkeligen Elektromagnete *SS* erfährt, entsteht durch den Schreibstift *b* auf dem durch ein Uhrwerk bewegten Papierstreifen ein Eindruck (bei Farbschreibern eine farbige Spur), welcher bei kurzem Stromschlusse ein Punkt, bei länger dauerndem Stromschlusse ein Strich ist; aus beiden Zeichen wird, wie oben erwähnt, das telegraphische Alphabet gebildet. Wichtig erscheint noch die Abreißfeder *f* und die regulierbare Schraube *s*, welche die Berührung zwischen Pol- und Ankerflächen hindert.

Fig. 449.



Zum Schließen des Stromes auf kurze und längere Dauer dient der Taster (Fig. 450), an welchem für gewöhnlich die Berührung bei *b* (der Ruhekontakt) durch den Druck einer starken Feder *m* vermittelt wird, während die Berührung bei *a* (der Arbeitskontakt) durch Niederdrücken des Knopfes *k* hergestellt wird. Fig. 451 zeigt, wie zwei Stationen gegeneinander geschaltet sind und von *A* nach *B* Zeichen gegeben werden. Leitet man dabei je einen Pol der Linienbatterie *bb* zur Erde ab (Steinheils Erdleitung, 1837), so genügt eine einzige, meist oberirdisch geführte Leitung *L*.

Fig. 450.

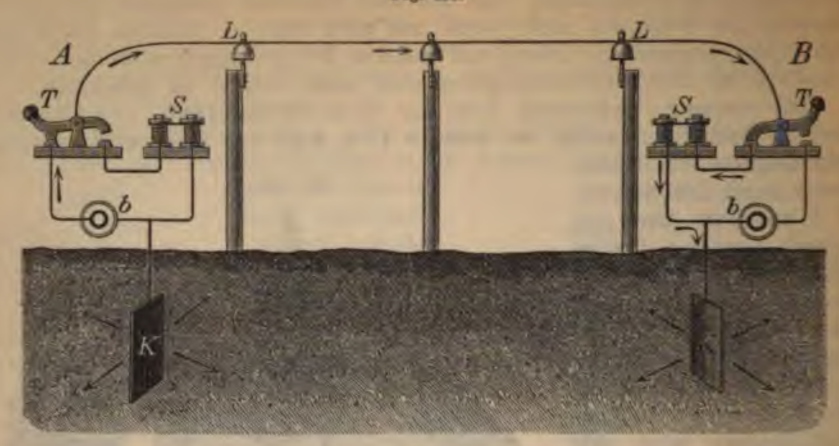


Nachdem auf große Entfernungen der Linienstrom zu sehr geschwächt wird, um hinlänglich kräftige Anziehung am Schreibapparate hervorzubringen,

stand. — Wilhelm Eduard **Weber**, geb. 1804 zu Wittenberg, gest. 1891 zu Göttingen, war seit 1831 (mit zwölfjähriger Unterbrechung) bis 1887 als Professor der Physik an der Universität Göttingen tätig. Die Wissenschaft verdankt ihm viele und wichtige Entdeckungen, insbesondere auf dem Gebiete des Magnetismus und der Elektrizität.

*) Samuel **Morse**, geb. 1791 zu Charlestown (Massachusetts), gest. 1872 zu New York, war Maler und Bildhauer und seit 1832 Professor der Kunstgeschichte zu New York. Er erfand 1837 den Schreibtelegraphen, dessen Idee ihm (nach Morses eigener Aussage) Karl August **Steinheil** (geb. 1801 zu Rappoltsweiler im Elsaß, gest. 1870 zu München) mitteilte. Letzterer wurde 1832 Professor der Physik in München und bekleidete seit 1849 höhere Stellen in den Departements für Telegraphie im österreichischen und bayrischen Handelsministerium.

Fig. 451.



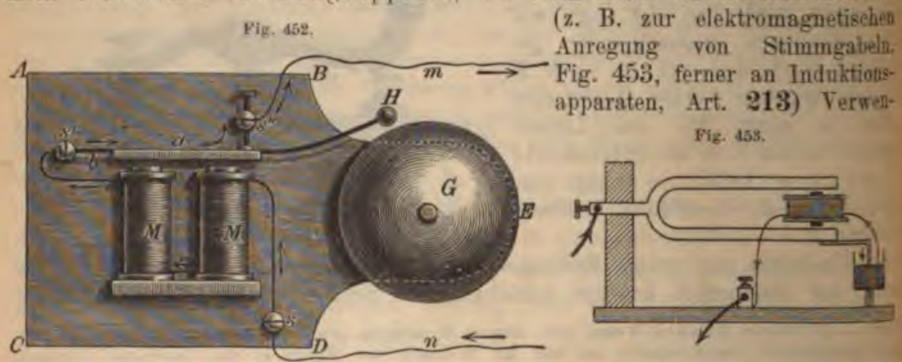
wendet man an der Empfangsstation einen Übertrager oder ein Relais an, welches ähnlich dem Zeichenempfänger (jedoch ohne Schreibstift und Uhrwerk) konstruiert ist und dessen leicht beweglicher Anker die Schließung einer Lokalbatterie veranlaßt, welch letztere erst den Schreibapparat der Empfangsstation in Tätigkeit setzt.

Große Verbreitung fand auch bereits der Typendrucktelegraph von Hughes, welcher die Depesche auf dem Papierstreifen in Druckschrift festhält.

Bei der submarinen oder Überseetelegraphie erwächst eine Schwierigkeit dadurch, daß die metallische Leitung im isolierten Kabel mit dem umgebenden Wasser eine Kondensatorwirkung hervorbringt und das Kabel eine statische Ladung annimmt, welche das Strömen der Elektrizität behindert und beträchtliche Verlangsamung und Komplikationen mit sich bringt. —

Beim elektrischen Haustelegraphen bildet die Klingel (Fig. 452) einen Selbstunterbrechungsapparat, wie solche auch zu anderen Zwecken (z. B. zur elektromagnetischen Anregung von Stimmgabeln, Fig. 453, ferner an Induktionsapparaten, Art. **213**) Verwendung finden.

Fig. 452. Fig. 453.



Der den Weg der Pfeile (Fig. 452) einschlagende Strom wird an der Kontaktschraube s'' unterbrochen, sowie der Anker a sich dem Elektromagnete MM nähert; da hierdurch der Magnetismus in MM schwindet und die Feder b zurückschnellt, ist wieder der anfänglich vorhandene Zustand hergestellt, es erfolgt neuerliche Anziehung u. s. w. Zur Schließung des Stromes dienen Taster (Fig. 454; durch Niederdrücken eines in der Figur nicht gezeichneten Knopfes

rden zwei mit der Leitung verbundene Federn in Berührung ›racht). Eine Schaltungsskizze einer Haustelegraphenanlage gt Fig. 455. —

Fig. 454.

Bei den elektrischen Uhren werden Zeigerwerke von er Normaluhr aus auf elektromagnetischem Wege in Gang etzt. Die elektrischen Chronoskope oder Chronographen dienen zur ıauen Bestimmung des Eintrittes einer Erscheinung oder zur Messung der ıer eines Vorganges. —

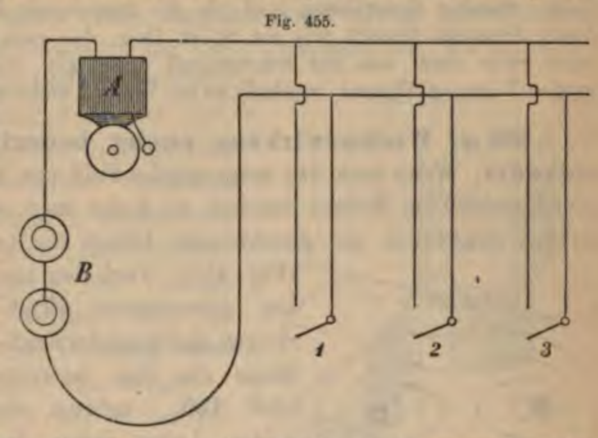


Fig. 455.

Die kräftigen Wirıgen der Elektromagnete ten den Gedanken nahe, ı Elektromagnetismus als vegende Kraft in elektrognetischen Motoren benützen. Fig. 456 zeigt en der ältesten und einhsten dieser Apparate, ı Motor von Ritchie 33). Die Pole des drehen Elektromagnetes *a* ı *b* werden zu den Polen feststehenden Stahlgnetes *SN* hingezogen; d sie denselben aber nahe gekommen, so wird durch den Stromwender oder mmutator *K* die Richtung des Stromes im Elektromagnete gewechselt, es erfolgt Fortsetzung der begonnenen Drehung zwischen und *a* Abstoßung etc. (vgl. Art. **215**).

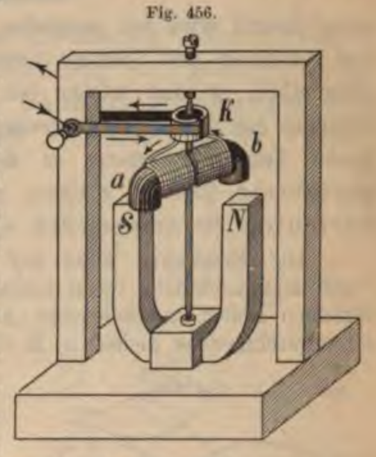


Fig. 456.

207. Grunderscheinungen des Diaıgnetismus. Eine kleine Wismutkugel, lche an einem Kokonfaden so aufgehängt daß sie einen Pol eines sehr kräftigen ktromagnetes berührt, wird von demselben ıtlich abgestoßen, wenn der Elektromagnet egt wird. Nach Faraday nennt man einen rper, der von einem Magnetpole angezogen rd (wie z. B. in abnehmender Stärke: Eisen, ckel, Kobalt, Chrom, Palladium, Platin), ramagnetisch, wogegen er diamagnech heißt, wenn er vom Pole abgestoßen rd (wie z. B. in zunehmender Stärke: Gold, Kupfer, Silber, Zink, Antimon, smut). Während also ein paramagnetischer Körper sich von Stellen inerer zu Stellen größerer Feldstärke zu bewegen sucht, ist bei diagnetischen Körpern das Umgekehrte der Fall.

Sehr deutlich tritt der Unterschied hervor, wenn man die zu untersuchenden bstanzen in Form dünner Stäbchen an Kokonfäden zwischen den zugespitzten ıschuhen eines sehr starken Elektromagnetes aufhängt. Paramagnetische Sub-

stanzen stellen sich axial, d. h. mit ihrer Längsachse in die Kraftlinienrichtung, diamagnetische hingegen äquatorial, d. h. mit ihrer Längsachse normal zur Kraftlinienrichtung. — Auch Flüssigkeiten und Dämpfe (Gase) zeigen entweder paramagnetische oder diamagnetische Eigenschaften. So ist z. B. Sauerstoff paramagnetisch, Wasserstoff diamagnetisch. — Zur Erklärung muß man annehmen, daß paramagnetische Substanzen die magnetischen Kraftlinien gegenüber ihrem Verlaufe in der Luft in sich verdichten, wogegen diamagnetische für die Kraftlinien weniger durchlässig sind als die umgebende Luft. Sie verhalten sich in dieser Hinsicht ähnlich wie ein Stück Holz, das man in Wasser untertaucht. Es wird zwar auch von der Schwerkraft angezogen, aber weniger als ein gleichgroßes Volumen Wasser, weshalb es im Wasser nicht untersinkt, sondern aufsteigt.

208 *a*. Wechselwirkung zweier beweglicher Stromleiter aufeinander. Wenn man das magnetische Feld von zwei vertikal aufsteigenden, gleichgerichteten Ströme erzeugt, so findet man, daß die etwas weiter entfernten Kraftlinien als geschlossene Linien die beiden Leiter umschließen (Fig. 457). Nach den bisher gewonnenen Erfahrungen, daß längs der Kraftlinien ein Zug herrscht (Art. **159**), müssen die beiden Leiter daher das Bestreben haben, einander anzuziehen. Im Gegensatze hierzu wird bei parallelen, aber ungleichgerichteten Strömen ein Teil der zwischen den Leitern verlaufenden Kraftlinien seitlich hinausgedrängt (Fig. 458), so daß infolge des hier quer zu den Kraftlinien herrschenden Druckes ein Abstoßungsbestreben der beiden Leiter besteht. Ampère sprach beide Tatsachen zuerst in dem Gesetze aus: Parallele und gleichgerichtete Leiter ziehen einander an, parallele und ungleichgerichtete Ströme stoßen einander ab.

Fig. 457.



Fig. 458.



Die Richtigkeit kann auf experimentellem Wege nachgewiesen werden, wenn man Leiterteile leicht beweglich macht, ähnlich wie in Art. **204** die kreisförmigen Leiter und Solenoide (Ampèresches Gestell), oder wenn man biegsame, stromdurchflossene Leiter, z. B. Christbaumfäden (Lametta) verwendet. — Zur

Fig. 459.

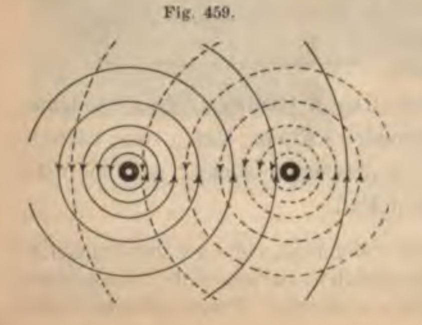


Fig. 460.



Erklärung der Erscheinung erinnere man sich an das in Fig. 402 erhaltene Feld eines geradlinigen Leiters und bedenke, daß bei parallelen und gleichgerichteten Strömen zwischen den Leitern ein Teil der Kraftlinien einander entgegenlaufen (Fig. 459), also hier gegenüber den äußeren Teilen eine Schwächung der Feldwirkung entsteht, während bei parallelen und ungleichgerichteten Strömen zwischen den Leitern ein Teil der Kraftlinien in übereinstimmendem Sinne verläuft (Fig. 460), also daselbst eine Verdichtung der Kraftlinien und hierdurch ein Überdruck gegen außen entsteht.

208 *b*. Wechselwirkung eines Magnetes auf einen beweglichen Stromleiter. Auf die Pole eines starken Elektromagnetes sind würfelförmige Halbanker aufgestellt (Fig. 461), zwischen denen die Kraftlinien annähernd parallel (vgl. Fig. 334) in der Richtung der gestrichelten Geraden von *N* nach *S* verlaufen. Zwischen beiden Polen kann durch einen in wagerechter Richtung lose ausgespannten Lamettafaden ein Strom in der Richtung des vollausgezogenen Pfeiles geleitet werden. Man bemerkt, daß im Momente des Stromschlusses der bewegliche Leiter durch eine Kraft — die elektromagnetische Kraft — vertikal nach oben (bei Stromumkehr nach unten) aus dem magnetischen Felde getrieben wird, so daß derselbe bei dieser Bewegung die Kraftlinien quer durchschneidet. Durch mehrfache Abänderung dieses Versuches (Polwechsel im Magnete, Änderung der Stromrichtung etc.) gelangt man zu der folgenden wichtigen Regel: Man halte Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der linken Hand so, daß sie miteinander rechte Winkel bilden (Fig. 462), bringe dann den Zeigefinger in die Richtung der Kraftlinien, den Mittelfinger in jene des Stromes, so gibt der Daumen die Richtung der entstehenden Bewegung an (Linkehandregel).

Fig. 461.

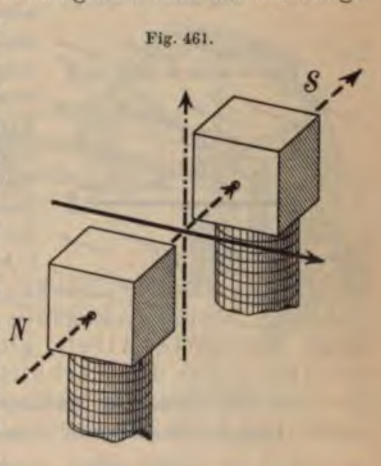


Fig. 462.



In Übereinstimmung damit steht auch die Regel: Man denke sich einen Schwimmer in der Richtung der Kraftlinien schwimmend, den Blick den Strom entlang gerichtet, so erfolgt die Ablenkung des Stromes zur Rechten.*) — Sei die Länge des normal zu den Kraftlinien eines homogenen Feldes bewegten Leiters $l\,cm$ und die Stromstärke i e. m. Einheiten, denken wir uns ferner den das magnetische Feld erzeugenden Pol von der Polstärke μ in der Entfernung $r\,cm$ von dem vorläufig sehr kurz vorausgesetzten Leiter l (Fig. 463), so ist nach dem Biot-Savartschen Grundgesetze (Art. **186**)

*) Man versuche, die beschriebene Bewegung im Sinne der Kraftlinientheorie zu erklären, indem man die Magnetfeder des Leiters und des Stromes kombiniert.

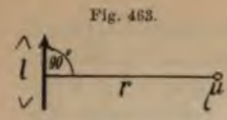
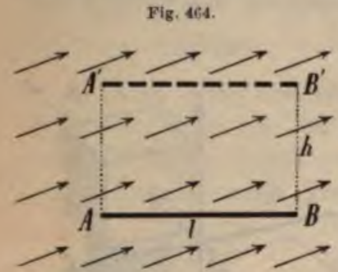


Fig. 463.

die Kraft der Wechselwirkung zwischen Pol und Leiterelement durch $\frac{i\,l\,\mu}{r^2}$ gegeben. Hierin bedeutet aber $\frac{\mu}{r^2}$ die Feldstärke H der betreffenden Stelle (nämlich die Kraftwirkung auf den Einheitspol, die nach dem Coulombschen Gesetze $\frac{\mu \cdot 1}{r^2}$ ist). Da nun die Feldstärke H in einem homogenen Felde überall dieselbe ist, ist die Kraftwirkung ebenso auch auf einen Leiter von endlicher Länge l durch (ilH) Dynen gegeben. Würde daher dieser Leiter parallel zu seiner Anfangslage AB (Fig. 464) in einer Normalebene zur Kraftlinienrichtung um die Strecke h **cm** nach $A'B'$, und zwar gegen die Richtung der elektromagnetischen Kraft von (ilH) Dynen verschoben, so würde gegen diese Kraft eine Arbeit von $(ilH \cdot h)$ Erg geleistet. Da man nun nach Faraday annimmt, daß in einem homogenen Felde von der Feldstärke H durch die Flächeneinheit (1 **cm**^{2}) H Kraftlinien gehen (Art. **159**), hat der Leiter, als er bei der Bewegung ein Rechteck von (lh) **cm**^{2} beschrieb, (lhH) Kraftlinien durchschnitten. Es ist also die bei der Parallelverschiebung in einer Normalebene zur Kraftlinienrichtung eines homogenen Feldes gegen die elektromagnetische Kraft geleistete Arbeit gleich der Stromstärke multipliziert mit der Anzahl der durchschnittenen Kraftlinien.

Fig. 464.

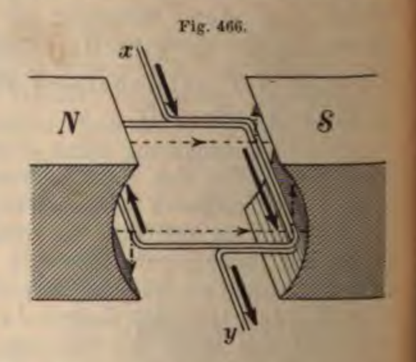


Auf der vorstehend beschriebenen Tatsache beruhen die Drehspulengalvanometer (Lord Kelvin, Deprez-d'Arsonval, Galvanometer mit beweglicher Spule von Hartmann und Braun, Fig. 465). Dieselben enthalten ein in einem starken und möglichst homogenen Magnetfelde um eine Achse xy (Fig. 466) leicht drehbares Drahträhmchen (in Wirklichkeit mit vielen Windungen). Wird durch dasselbe ein Strom von x gegen y geleitet, so dreht sich der Rahmen in einem

Fig. 465.



Fig. 466.

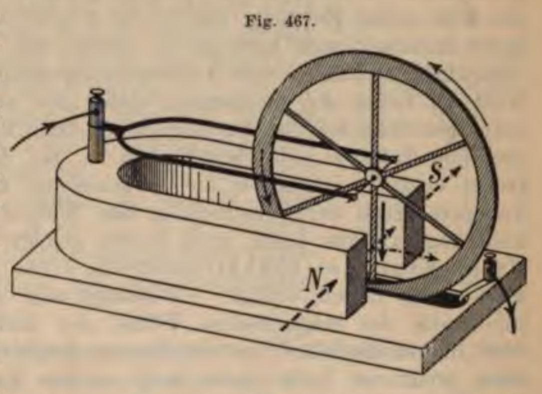


Drehungssinne, der nach der „Linkehandregel" bestimmt ist; da zwei Spiralfedern, die zugleich zur Zuführung und Wegführung des Stromes dienen, den Rahmen in die Ruhelage zurückzuführen bestrebt sind, nimmt er je nach der Stromstärke eine bestimmte Stellung

an, die sich durch den Zeiger auf einer Skala erkennen läßt. Durch Vorschaltung eines Widerstandes läßt sich das Instrument als Voltmeter und durch Einschaltung eines Nebenschlusses auch als Ampèremeter verwenden. — Man versuche die zu Beginn des Art. **208 a** besprochene Wechselwirkung paralleler Ströme auf Grund der „Linkehandregel" zu erklären, indem man sich den einen Leiter unbeweglich denkt und die Richtung seiner durch den zweiten beweglichen Leiter hindurchgehenden Kraftlinien bestimmt.

Beim Barlowschen Rade (Fig. 467) erzeugt die elektromagnetische Kraft dauernde Rotation einer zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagnetes leicht drehbaren Metallscheibe, die unten in eine Quecksilberrinne taucht. Der vertikale Halbmesser der Scheibe ist mit dem beweglichen Stromleiter in Fig. 461 zu vergleichen und der Rotationssinn daher wieder nach der „Linkehandregel" bestimmbar.

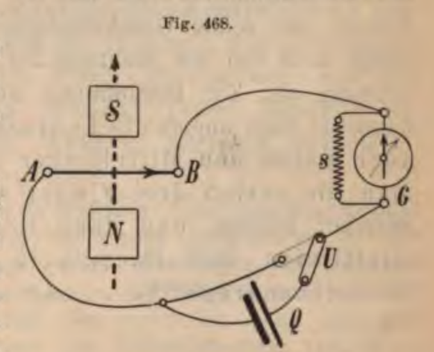
Fig. 467.



209. Induktionsströme.

Wenn wir bei dem in Fig. 461 dargestellten Versuche den beweglichen Stromleiter gegen die Richtung seiner durch die elektromagnetische Kraft eintretenden Bewegung verschieben, also einen bestimmten Widerstand überwinden, leisten wir eine gewisse Arbeit, deren Größe für bestimmte Voraussetzungen gleich der Stromstärke multipliziert mit der Anzahl der durchschnittenen Kraftlinien berechnet wurde. Es entsteht nun die Frage, welches Äquivalent wir für diese auf den ersten Blick scheinbar verlorene Arbeit gewinnen. Faraday hat im Jahre 1831 die für die Weiterentwicklung der Elektrizitätslehre und insbesondere für die Entwicklung der modernen Elektrotechnik grundlegende Entdeckung gemacht, daß dieses Äquivalent in dem Auftreten eines elektrischen Stromes besteht, welchen man seither den Induktionsstrom nennt. Dieser Induktionsstrom hat eine derartige Richtung, daß er der Bewegung, durch welche er entsteht, entgegenwirkt (Lenzsche Regel).

Fig. 468.



Zum experimentellen Nachweis wird folgende Zusammenstellung benützt: *NS* (Fig. 468) stellt den von oben gesehenen Elektromagnet der Fig. 461 vor. *AB* ist ein beweglicher Leiter (Lamettafaden), der wagerecht lose ausgespannt ist. *Q* ist die Stromquelle, *G* ein Galvanometer mit Nebenschluß *s* zur Verminderung der Empfindlichkeit, *U* ein Umschalter, durch dessen Drehung in die punktierte Lage die Stromquelle ausgeschaltet erscheint. Wird der-

selbe in die mit vollen Linien gezeichnete Lage gebracht und hierdurch der Strom durch AB geschickt, so muß AB nach der Linkehandregel von unten nach oben aus dem Magnetfelde getrieben werden, wobei die Stromrichtung am Galvanometer bemerkt wird. Wird nun der Umschalter in die zweite Stellung gebracht, der Nebenschluß am Galvanometer — um die Empfindlichkeit zu erhöhen — entfernt und der Leiter AB*) rasch von oben nach unten durch das Feld bewegt, so zeigt das Galvanometer, solange als diese kurze Bewegung andauert, einen Stromstoß von derselben Richtung an, welche früher der Galvanometerstrom hatte. Der bei der Abwärtsbewegung entstehende Induktionsstrom hatte also eine solche Richtung, daß er der Abwärtsbewegung entgegenwirkte, denn seiner Richtung nach hätte ja — ebenso wie es im ersten Teile des Versuches tatsächlich geschah — eine Aufwärtsbewegung des Leiters entstehen müssen. — Wird der Leiter AB mechanisch rasch nach aufwärts geschoben, so entsteht ein Induktionsstromstoß von der entgegengesetzten Richtung. — Bei dem Versuche ist noch die Tatsache sehr bemerkenswert, daß der Galvanometerausschlag um so größer ausfällt, je rascher die Verschiebung des Leiters erfolgt; da durch die Geschwindigkeit der Verschiebung der Widerstand des Schließungskreises keine Änderung erfahren kann, muß daraus gefolgert werden, daß die elektromotorische Kraft des Induktionsstromes um so größer ist, je rascher die Bewegung des Leiters erfolgt. — Bewegt man den Leiter AB nun durch irgend eine Stelle des magnetischen Feldes des Elektromagnetes NS, so wird man stets Induktionsströme von verschieden hoher E. M. K. erhalten, ausgenommen dann, wenn der Leiter keine magnetischen Kraftlinien durchschneidet, z. B. in der Längenachse eines Magnetschenkels verschoben wird. Am größten wird dabei die E. M. K. unter sonst gleichen Umständen bei einer Verschiebung sein, welche normal zur Kraftlinienrichtung erfolgt. — Endlich erweist sich die E. M. K. des Induktionsstromes von der Stärke des verwendeten Magnetfeldes abhängig.

Das Ergebnis dieses grundlegenden Versuches über die Induktion spricht sich in folgenden Worten aus: Wird ein Leiterstück so bewegt, daß es magnetische Kraftlinien durchschneidet, so wird in demselben eine elektromotorische Kraft hervorgerufen, welche so lange einen (Magneto-) Induktionsstrom durch das Leiterstück treibt, als die Bewegung andauert. Die elektromotorische Kraft dieses Induktionsstromes wächst mit der Länge des im Magnetfelde verschobenen Leiters, mit seiner Geschwindigkeit sowie mit der Stärke des Feldes und hängt auch von der Richtung der Verschiebung gegenüber der Kraftlinienrichtung ab. Zur Bestimmung der Richtung des Induktionsstromes kann die oben angeführte Lenzsche Regel dienen; diese Richtung wird auch durch den Mittelfinger der rechten Hand angegeben, wenn man die ersten drei Finger so hält, daß sie miteinander rechte Winkel bilden, und dann den Zeigefinger in die Richtung der Kraftlinien, den Daumen in die Richtung der Bewegung hält (Rechtehandregel**).

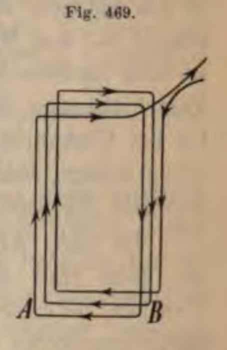
---

*) Zu diesem zweiten Teile des Versuches wird der leicht zerreißbare Lamettafaden besser durch einen starren Kupferdraht ersetzt.

**) Das Spiegelbild von Fig. 462, Seite 353, würde die „Rechtehandregel" illustrieren.

Hat der Induktionsstrom die Stromstärke von i e. m. Einheiten und die elektromotorische Kraft von e e. m. Einheiten, dauert er ferner t Sekunden an, so ist die von ihm geleistete Arbeit nach Art. **197** $i^2wt = eit$ Erg. Wenn somit die auf seine Erzeugung verwendete mechanische Arbeit A Erg beträgt, so ist $A = eit$ oder $e = \frac{A}{i} \cdot \frac{1}{t}$; weil aber $A = i \cdot n$ ist, worin n die Anzahl der vom Stromleiter durchschnittenen Kraftlinien ist (Art. **208 *b***), so folgt $e = \frac{n}{t}$, d. h.: Die elektromotorische Kraft des Induktionsstromes, welcher in einem geraden, durch ein homogenes Feld normal zur Kraftlinienrichtung verschobenen Leiter entsteht, ist gleich der Anzahl der in der Sekunde vom Leiter durchschnittenen Kraftlinien.

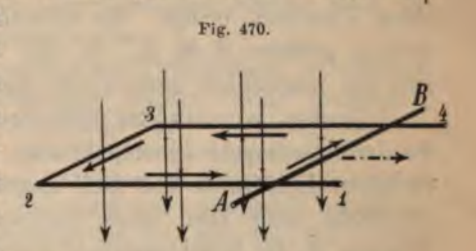
Fig. 469.



Statt eines einzigen Leiterdrahtes AB kann man bei den obigen Versuchen auch den Teil AB eines Rahmens (Fig. 469) mit voneinander isolierten Windungen durch das Feld zwischen N und S in Fig. 468 bewegen. Da dann in jedem der Drahtstücke zwischen A und B eine E. M. K. entsteht, wird die gesamte E. M. K. des Induktionsstromes bei n Drahtstücken die n-fache sein. Vergleich mit n hintereinandergeschalteten Elementen (Art. **183**).

210. Induktion im geschlossenen Kreise. Wir denken uns einen zweimal rechtwinkelig gebogenen, blanken Drahtbügel *1*, *2*, *3*, *4* (Fig. 470), welcher in einer Normalebene zu den Kraftlinien (Pfeile) eines homogenen Magnetfeldes liegt. Wird auf diesem Bügel das blanke Drahtstück AB in der Richtung des strichpunktiert gezeichneten Pfeiles verschoben, so entsteht in der Richtung der stark gezeichneten Pfeile ein Induktionsstrom, dessen E. M. K. gleich ist der Anzahl der in der Sekunde durchschnittenen Kraftlinien; letztere ist aber auch gleich der in der Sekunde erfolgenden Zunahme, beziehungsweise Abnahme der vom geschlossenen Kreise $AB32$ eingefaßten Kraftlinien. Allgemein ist immer die in einem geschlossenen Kreise induzierte elektromotorische Kraft gleich der auf die Sekunde reduzierten Änderung der Anzahl jener Kraftlinien, welche vom Kreise eingeschlossen werden, und so gerichtet, daß sie jene Änderung zu hemmen sucht.

Fig. 470.



Hält man daher einen aus mehreren Windungen übersponnenen Drahtes gebildeten, größeren Kreisring, dessen Enden mit einem Galvanometer in Verbindung sind, so, daß seine Ebene normal zu den Kraftlinien des Erdfeldes (Art. **161**) steht, und dreht ihn um einen Durchmesser um 180°, so wird während der ersten Hälfte dieser Drehung die Anzahl der durch den Ring gehenden Kraftlinien bis zur Null verkleinert, wodurch ein Induktionsstrom bestimmter Richtung entsteht. Während der zweiten Hälfte der Drehung wird zwar die Kraftlinienzahl vergrößert; da aber nun der Leiterring gegen früher umgekehrt

liegt, gehen nun die Kraftlinien gegenüber dem Ring umgekehrt wie früher hindurch. Es behält demnach während der vollständigen Drehung um 180° der Induktionsstrom einerlei Richtung. Auf diesem Versuche beruht die Anwendung des Weberschen Erdinduktors, der unter anderem auch zur Zeichengebung beim Gauß-Weberschen elektromagnetischen Telegraphen (Art. **206**) diente.

Verbinden wir die Drahtenden eines Solenoides von großer Windungszahl — einer Induktionsspule — mit einem Galvanometer und schieben in das Solenoid einen Magnetpol oder halten wir — was auf eines hinauskommt — den Magnetpol ruhig und schieben über denselben das Solenoid, so muß im Solenoide ein Induktionsstrom entstehen, da sich bei jeder dieser Verschiebungen die Anzahl der vom Solenoide eingefaßten Kraftlinien ändert. Da bei Umkehrung dieser Bewegung diese Änderung im entgegengesetzten Sinne erfolgt, entsteht im letzteren Falle ein Induktionsstrom von entgegengesetzter Richtung.

Da nach Art. **204** ein Solenoid immer durch einen Magnet ersetzbar ist, kann statt des induzierenden Magnetes auch ein vom Strome durchflossenes, induzierendes Solenoid verwendet werden. Die dabei entstehenden Induktionsströme heißen Volta-Induktionsströme, zum Unterschiede von den früher betrachteten Magnetoinduktionsströmen. Beide Arten von Induktionsströmen kombinieren sich, wenn man in das induzierende Solenoid einen Eisenkern bringt; die entstehenden Induktionsströme haben eine erheblich größere E. M. K., da nun zu den Kraftlinien des Solenoides noch jene des magnetisch gewordenen Eisenkernes hinzutreten.

Denken wir uns das induzierende Solenoid aus unendlicher Ferne in die Induktionsspule hineingebracht, so wächst die Zahl der von letzterer umfaßten Kraftlinien von Null angefangen. Dasselbe Wachstum der Kraftlinienzahl muß aber auch eintreten, wenn das induzierende Solenoid stromlos in die Induktionsspule eingeführt und dann in demselben der Strom geschlossen wird. Der hierbei eintretende Schließungsstrom muß dem induzierenden Hauptstrome entgegengesetzt gerichtet sein (Lenzsche Regel in Verbindung mit den im Art. **209** gewonnenen Tatsachen). Beim Öffnen des induzierenden Stromes entsteht dagegen ein Öffnungsstrom, welcher dem induzierenden Strome gleichgerichtet ist.

211. Selbstinduktion. Wird in einem Solenoide ein Strom geschlossen, so müssen die plötzlich entstehenden Kraftlinien des Solenoides in diesem selbst einen — nach Art. **210** — dem Hauptstrome entgegenlaufenden Schließungsinduktionsstrom hervorrufen, der so das plötzliche Entstehen des Hauptstromes zur vollen Stärke verzögert. Ebenso werden im Momente der Stromöffnung die plötzlich verschwindenden Kraftlinien des Solenoides in diesem selbst einen im Sinne des Hauptstromes verlaufenden Öffnungsinduktionsstrom hervorbringen, welcher den plötzlichen Abfall des Hauptstromes verzögert. Man nennt diese Art von Induktion im Stromleiter selbst

die Selbstinduktion, die entstehenden Ströme auch Extraströme. Die Selbstinduktion wird durch Einfügen eines Eisenkernes in das Solenoid — aus denselben Gründen, welche im Art. **210** besprochen wurden — wesentlich erhöht.

Es erklärt sich nun auch, wieso beim Öffnen einer Batterie, insbesondere wenn in ihrem Schließungskreise eine Spule mit Eisenkern eingeschaltet ist, der entstehende Öffnungsfunke weit stärker ist als der Schließungsfunke. Ehe nämlich der Strom noch vollends verschwindet, fließt er noch eine kurze Zeit durch eine an der Unterbrechungsstelle sich bildende Brücke leuchtender Teilchen von großem Widerstande, welche er zum Glühen erhitzt (Davyscher Lichtbogen, Art. **200**).

Wieso sind die nach Fig. 419 (S. 338) gewickelten Spiralen eines Widerstandes „frei von Selbstinduktion"?

212. Wirbelströme. Hängt man zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnetes einen Kupferwürfel an einem Faden auf, drillt diesen stark und läßt ihn sodann frei, so daß der Würfel in rasche Rotation kommt, so wird diese Rotation sehr rasch gehemmt, wenn man den Elektromagnet erregt. Desgleichen kommt ein Pendel mit Kupferlinse, welches zwischen den Polschuhen eines starken Elektromagnetes schwingt, beim Stromschlusse rasch in Ruhe. In beiden Fällen entstehen in der Kupfermasse Induktionsströme, welche man als Wirbelströme bezeichnet und welche nach der Lenzschen Regel die Bewegung zu hemmen suchen.

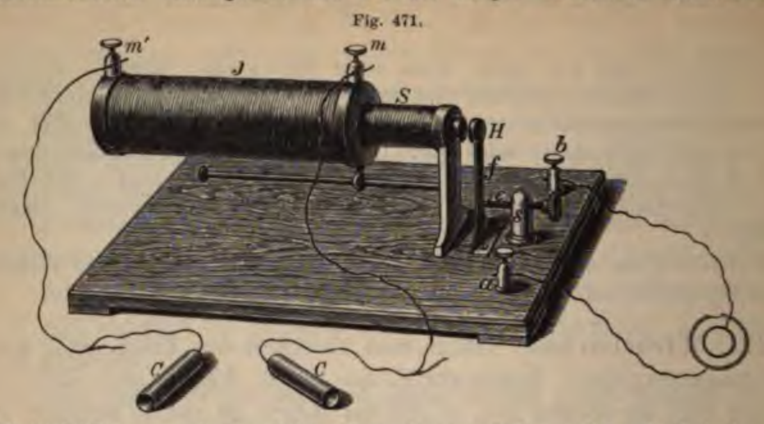
Derselben Ursache zufolge kommt eine über einer Kupferplatte schwingende Magnetnadel rasch zur Ruhe (ihre Schwingungen werden rasch „gedämpft"), da die von ihr im Kupfer erregten Wirbelströme ihre Bewegung hemmen. Kupferdämpfung der Galvanometer. — Auch in dem massiven Eisenkern eines Elektromagnetes entstehen solche Ströme und verzögern in demselben das rasche Ansteigen der Magnetisierung. Wenn ein möglichst plötzliches Entstehen und Verschwinden des Magnetismus notwendig ist — wie bei den in den folgenden Artikeln besprochenen Apparaten —, wendet man nicht massive, sondern aus Drähten oder Blechen zusammengesetzte Eisenkerne an. Da die Wirbelströme sich in Wärme umsetzen (Versuche von Tyndall und Foucault, welche zeigen, daß im magnetischen Felde rotierende Metallkörper sich erwärmen), vermeidet man hierdurch auch eine Erhitzung der Eisenkerne.

213. Induktionsapparate. Dieselben verwandeln oder transformieren Ströme von „niederer Spannung" in solche von „höherer Spannung". Kleinere derartige Apparate dienen der kräftigen physiologischen Wirkung halber zu medizinischen Zwecken, während die größeren Apparate als Funkeninduktoren oder Induktorien bezeichnet werden.

Fig. 471 zeigt das Modell eines sogenannten Schlittenapparates. Die Induktionsspule oder „sekundäre" Spule *J* enthält sehr viele Windungen feinen Drahtes; sie ist über die induzierende oder „primäre" Spule *S* verschiebbar. In der letzteren wird ein Batteriestrom durch einen „Selbstunterbrecher" (Art. **206**), den Neefschen Hammer *H*, in rascher Folge geöffnet und geschlossen, wobei jedesmal in der Sekundärspule ein Induktionsstoß von hoher E. M. K. (weil in

jeder der vielen hintereinandergeschalteten Windungen eine E. M. K. induziert wird) entsteht. Die „Schließungsströme" kommen aber, da die Schließung durch die Selbstinduktion verlangsamt und bei der länger dauernden Schließung die-

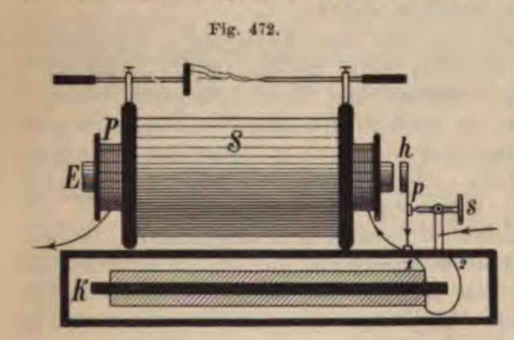
Fig. 471.



selbe Elektrizitätsmenge in der Sekundärspule verschoben wird wie bei der kürzer dauernden Öffnung, gegenüber den Öffnungsströmen weniger in Betracht. Verstärkung der Wirkung durch Ineinanderschieben der Spulen *J* und *S*.

Fig. 472 erläutert schematisch die Konstruktion des Rühmkorffschen Funkeninduktors. Durch Anbringung einer sehr großen Anzahl der Windungen in der Sekundärspule *S* (viele tausend; der verwendete Draht ist bei den größeren Apparaten viele Kilometer lang) erreicht man eine derartige Steigerung der E. M. K. der Induktionsströme, daß die mit einer Funkenstrecke verbundenen Enden der Sekundärspule eine sehr hohe Potentialdifferenz annehmen und der Ausgleich der Elektrizität durch die Luft in Form von Funken erfolgt, die je nach der Größe des Apparates von wenigen Millimetern angefangen bis über ein Meter Länge erreichen. So ist durch den Funkeninduktor der primäre Strom von „niedriger Spannung" auf eine so „hohe Spannung" transformiert, wie sie sonst nur Elektrisiermaschinen oder Batterien von sehr großer Elementenzahl (z. B. Hochspannungsakkumulatoren) erzeugen. Eine hohe Wirkung kann beim Funkeninduktor jedoch nur erreicht werden, wenn man dem Öffnungsfunken sehr kurze Dauer gibt, also möglichst verhindert, daß sich eine Brücke glühender Teilchen an der Funkenstrecke bildet und so die Unterbrechung zu einer unvollkommenen und länger dauernden wird. Zu diesem Zwecke verbindet man zwei Stellen *1* und *2* links und rechts von der Unterbrechungsstelle *p* (Fig. 472) mit den beiden Belegungen des Kondensators *K*, der jedoch in Wirklichkeit aus vielen Stanniolblättern mit Papierzwischenlagen besteht. Ein großer Teil der bei der Öffnungsselbstinduktion gebildeten Elektrizitätsmenge strömt in den Kondensator und gleicht sich bei der entstehenden Kontaktschließung an der Unterbrechungsstelle *p* durch einen Funken aus; dabei strömt die aus dem Konden-

Fig. 472.



sator abfließende Elektrizitätsmenge dem Batteriestrom entgegen, schwächt denselben und bewirkt, daß der ohnedies geringe Schließungsinduktionsstrom (s. o.) gegen den Öffnungsinduktionsstrom insbesondere bei längerer Funkenstrecke wesentlich zurücktritt. Die Richtung dieser Öffnungsinduktionsströme kehrt sich daher auch um, wenn man durch einen Stromwender oder Kommutator den Strom in der Primärspule *P* umkehrt.

Die größte Schlagweite wird erzielt, wenn der negative Pol (Kathode) der Sekundärspule mit einer kreisrunden Platte, der positive mit einer Spitze versehen wird (elektrisches Ventil, Art. **178**). — Für größere Induktorien erweisen sich „Platinunterbrecher" wenig geeignet, weil durch die starke Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle die Dauer des Unterbrechungsfunkens eine zu große ist und die Platinkontakte durch die Hitze leicht zusammengeschweißt werden. Beim Quecksilberunterbrecher wird eine kürzere Dauer der Unterbrechung dadurch erzielt, daß ein spitzer Metallstift aus einem mit nicht leitender Flüssigkeit (Wasser, Alkohol, Petroleum) überschichteten Quecksilberniveau rasch herausgezogen wird. Man hat auch rotierende Quecksilberunterbrecher konstruiert, welche über 1000 Unterbrechungen in der Sekunde liefern. Besonders wirksam erweist sich der 1899 von Wehnelt erfundene elektrolytische Unterbrecher. Bei demselben befindet sich in einem mit wässeriger Schwefelsäure (1:5) gefüllten Gefäße eine Bleiplatte *K* (Fig. 473) und eine isolierende Hülse, aus welcher ein mehr oder weniger weit verschiebbarer Platinstift *A* hervorragt. Der Apparat wird so in den Primärstromkreis geschaltet, daß *A* Anode, *K* Kathode wird. Bei hinlänglich hoher Spannung des primären Stromes (man verwendet zumeist Straßenströme von 110 Volt Spannung) bildet sich an der Platinspitze unter einer Lichterscheinung wahrscheinlich eine Art Leidenfrostsches Phänomen (Art. **113**) aus; die sich um den Platinstift bildende Dampfhülle unterbricht den Strom, wird aber alsbald durch den Öffnungsfunken abgeschleudert, wodurch die Flüssigkeit wieder an den Platinstift kommt und das Spiel von neuem beginnt. Der Unterbrecher bewirkt rapide Stromunterbrechungen (bis zu 2000 in der Sekunde).

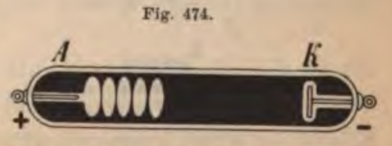
Fig. 473.



Nikola Tesla hat 1895 durch einen Funkeninduktor in Verbindung mit größeren Leidenerflaschen äußerst rasch oszillierende Entladungen der letzteren hergestellt; wird die Funkenstrecke in den primären Kreis eines Hochspannungstransformators gelegt, so erhält man in der sekundären Spule desselben Induktionsströme von außerordentlich hoher Spannung (weit über 100 000 Volt) und Stromwechselzahl oder Frequenz (bis 300 000 in der Sekunde). Von den in mehrfacher Hinsicht überraschenden Wirkungen dieser Hochfrequenzströme sei nur hervorgehoben, daß sie auf den menschlichen Körper geringe physiologische Wirkungen ausüben, während Ströme von einigen hundert Volt (wohl besonders durch die Stromstärke) tödlich wirken.

214. Entladungserscheinungen in verdünnten Gasen. Läßt man den Funkenausgleich eines Induktoriums oder einer größeren Influenzmaschine in einer Glasröhre (Fig. 474) zwischen einer Aluminiumplatte *K* als Kathode und einem Aluminiumdrahte *A* als Anode erfolgen, so ergeben sich anfänglich Funken, ähnlich wie in freier Luft. Verdünnt man nun durch eine angeschlossene Quecksilberluftpumpe den Gasinhalt der Röhre

Fig. 474.



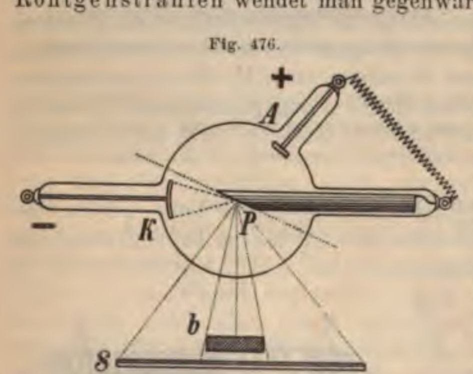
allmählich, so nimmt der Funke die Form eines breiter werdenden rötlichen Bandes an. Bei weitergehender Verdünnung weicht dieses rötliche Licht immer mehr gegen die Anode zurück, bis es später nur mehr um dieselbe eine Lichthülle bildet, die sich durch leuchtende Schichten, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind, gegen die Kathode hin fortpflanzt. Bei noch weiter fortschreitender Verdünnung weichen diese Lichtschichten von der Kathode immer mehr zurück und es bildet sich (wie Fig. 474 schematisch andeutet) zwischen der von einer Lichthülle umgebenen Kathode und dem Anodenlichte ein dunkler Raum (Kathodenraum) aus, der sich bei einer Verdünnung auf zirka 0,01 *mm* Quecksilberdruck bis zur Anode erstreckt. In diesem Stadium sendet die Kathode eigentümliche unsichtbare Strahlen aus, welche auf der Kathodenoberfläche normal stehen und als Kathodenstrahlen bezeichnet werden (Hittorf, Crookes, Puluj u. a.). Die Kathodenstrahlen werden vom Magnete abgelenkt, bringen unter anderem mechanische Wirkungen (Treiben leichter Flügelräder) und optische Wirkungen (Fluoreszenz gewisser Körper, Art. **237**) hervor. Es leuchtet daher durch dieselben auch das der Kathode gegenüberliegende Wandstück *f* (Fig. 475) in grünem Lichte.

Fig. 475.



Röntgen entdeckte nun 1895, daß von dem der Kathode gegenüberliegenden Fluoreszenzflecke gleichfalls unsichtbare Strahlen geradlinig fortgehen, welche unter anderem die merkwürdige Eigenschaft haben, durch lichtundurchlässige Körper, z. B. Karton, Holz, Aluminiumblech, Weichteile des menschlichen und tierischen Körpers, hindurchzugehen, während sie durch zu dicke Schichten dieser Körper sowie durch andere, z. B. Blei, Knochen, etc., selbst in geringerer Dicke aufgehalten werden. Wiewohl dem Auge unsichtbar, verraten sich diese Strahlen dadurch, daß sie ebenfalls Fluoreszenz erregen und auch auf die photographische Platte wirken (Art. **239**). Zur Erzeugung der nach ihrem Entdecker benannten Röntgenstrahlen wendet man gegenwärtig sogenannte „Fokusröhren" (Fig. 476) an, welche bei *K* einen Aluminiumhohlspiegel (Kathode) haben, von dem die normal zu jedem Flächenelemente ausgehenden Kathodenstrahlen auf ein Platinblech *P* (Antikathode), das mit der Anode *A* verbunden ist, auffallen. Dieses Platinblech sendet von der getroffenen kleinen Stelle (Fokus) unter einem Raumwinkel von fast 180° nach allen Richtungen die geradlinig fortgehenden Röntgenstrahlen aus. Hält man im dunklen Zimmer vor die Röhre einen Pappeschirm *S*, welcher auf der von der Röhre abgewendeten Seite mit einer Schicht von kristallisiertem Baryum-Platin-Cyanür überzogen ist, so leuchtet diese ganze Fläche in grünem Fluoreszenzlichte. Bringt man aber zwischen Röhre und

Fig. 476.



Schirm einen für Röntgenstrahlen undurchlässigen Körper — z. B. ein Bleistück *b* — so hält dieses die Strahlen auf; es entsteht auf dem Schirm ein dunkler Fleck, der Schatten des Bleistückes. Hält man zwischen Röhre und Schirm die Hand, so erscheinen am Schirme die Knochen der Hand, während ihre Fleischteile durchleuchtet werden. Die Chirurgie wendet diese Methode zur genauen Konstatierung von Knochenbrüchen sowie zur Auffindung von Fremdkörpern, z. B. Bleiprojektilen, an, wobei häufig der Fluoreszenzschirm durch eine mit schwarzem Papier umhüllte photographische Platte ersetzt wird, auf welcher man nach der Hervorrufung ein negatives Bild des untersuchten Objektes erhält.

215. Magnetelektrische und dynamoelektrische Maschinen. Ersetzt man bei dem in Fig. 468 schematisch angedeuteten Versuche den Elektromagnet mit dem Leiter *AB* durch das Barlowsche Rad (Art. **208 *b***), so wird dasselbe bei Einschaltung der Batterie als elektromagnetischer Motor in Rotation geraten. Wird es dagegen bei ausgeschalteter Batterie im entgegengesetzten Rotationssinne mechanisch gedreht, so liefert es dauernde und gleich gerichtete Induktionsströme, welche so gerichtet sind, daß sie der Bewegung, durch die sie entstehen, entgegenwirken, da sie ja, wie es im ersten Teile des Versuches tatsächlich der Fall war, die entgegengesetzte Rotation erzeugen würden. Die Entdeckung dieser Tatsache verdankt man gleichfalls Faraday, der somit der geistige Urheber der heute in der Praxis verwendeten magnetelektrischen und Dynamomaschinen ist.

Verbindet man die Klemmen des in Fig. 456 dargestellten elektromagnetischen Motors von Ritchie mit einem Galvanometer und dreht den Elektromagnet des Apparates mit der Hand, so liefert der Apparat während der Drehung gleichgerichtete Induktionsströme; die Richtung derselben wechselt mit der Drehungsrichtung, ist aber immer entgegengesetzt der Richtung eines Batteriestromes, der den Apparat in gleichem Sinne in elektromagnetische Rotation versetzen würde. — Ähnlich wie Ritchies Motor waren die früher vielfach verwendeten Stöhrerschen magnetelektrischen Maschinen konstruiert; ihre Vergrößerung und Verbesserung gelang so weit, daß die mit Dampf betriebenen Maschinen der französischen Gesellschaft L'Alliance bereits 1864 zur Erzeugung elektrischen Lichtes auf Leuchttürmen Verwendung fanden. Heutzutage werden diese Maschinen fast nur mehr als Anrufapparate der Telephonstationen (Läute-Induktoren) verwendet, wobei man auf die Anwendung eines Kommutators zur Gleichrichtung der ihre Stromrichtung wechselnden Induktionsströme verzichtet und dafür Wechselstromklingeln (solche mit einem polarisierten Stahlmagnete als Anker) anwendet. Da die Magnetisierung permanenter Stahlmagnete im Vergleich zur Magnetisierung des weichen Eisens durch galvanische Ströme eine höchst unvollkommene ist, außerdem die Stahlmagnete ihren Magnetismus allmählich mindestens teilweise verlieren, trachtete man bald, dieselben durch Elektromagnete zu ersetzen, und gelangte so zur Erfindung der weiter unten beschriebenen dynamoelektrischen Maschinen.

Wir denken uns einen rechteckigen Drahtrahmen (Fig. 477) in einem starken, homogenen Magnetfelde gedreht; da die Randteile desselben bei der Rotation Kraftlinien durchschneiden, müssen in ihnen Induktionsströme entstehen, deren jeweilige Richtung die „Rechtehandregel“ ergibt. Stehen

die Enden des Rahmens mit zwei Schleifringen in Verbindung, auf welchen „Ableitbürsten" aufruhen, so werden die entstehenden Induktionsströme nach einer Drehung um 180°, und zwar immer beim Passieren der zu den Kraft-

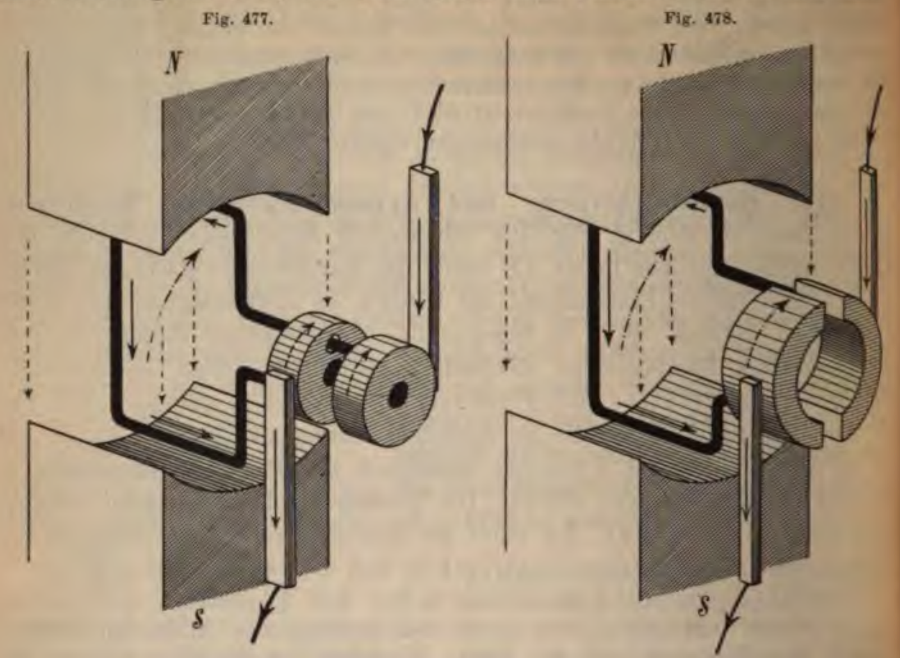


Fig. 477. Fig. 478.

linien normalen Mittellage zwischen *N* und *S* ihre Richtung wechseln, also von den Bürsten als „Wechselströme" übernommen werden. Verbindet man dagegen die Enden des Rahmens mit einem zylindrischen Ringe (Fig. 478), welcher durch einen in der Rahmenebene geführten Symmetrieschnitt in zwei „Segmente" geteilt ist, so wird der jedesmal beim Passieren der Mittellage im Drahtrahmen erfolgende Stromwechsel von den mitrotierenden Segmenten — dem Kommutator — ausgeglichen, so daß die Bürsten „Gleichströme" ableiten. Würde im Innern des Rahmens ein Zylinder aus weichem Eisen*) befestigt, so müßte die Wirkung einer solchen Induktionsmaschine erhöht werden, da die magnetischen Kraftlinien alsdann nur jene kleine Luftstrecke zu durchsetzen haben (Art. 205), in welcher der Rahmen passiert. Eine wesentliche konstruktive Vereinfachung ergibt sich dadurch, daß man den Weicheisenzylinder samt dem auf ihm befestigten Drahtrahmen rotieren lassen kann.

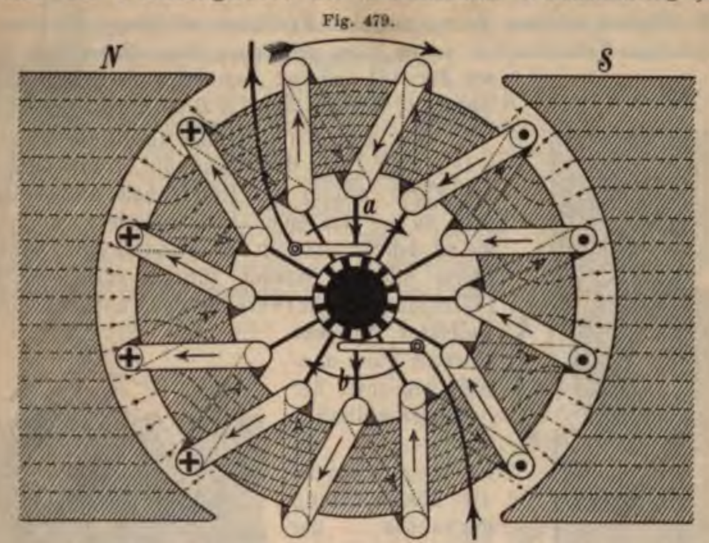
Statt nun einen einzigen Drahtrahmen im magnetischen Felde rotieren zu lassen, kann man auf den inneren Eisenkern viele Drahtrahmen auflegen und gemeinsam mit dem Kerne rotieren lassen, wobei man dieselben

*) Aus den im Art. 212 hervorgehobenen Gründen zur Verhütung der Wirbelströme aus Blechscheiben mit Zwischenlagen aus Papier aufgebaut.

gleichsam hintereinander schaltet, so daß die in ihnen entstehenden elektromotorischen Kräfte der Induktion sich addieren. Es entsteht dabei eine sogenannte Wicklung; es sind hauptsächlich zwei voneinander im Prinzipe verschiedene Wicklungssysteme im Gebrauche.

Bei der Grammeschen Ringwicklung (Fig. 479) ist ein im magnetischen Felde des Feldmagnetes *N*, *S* rotierender Weicheisenring*) — der

Fig. 479.



Anker — an der Oberfläche mit einem in sich zurücklaufenden, isolierten Drahte bewickelt. Der Ring leitet die gestrichelt gezeichneten Kraftlinien vom Nordpole zum Südpole, während der innere Raum von Kraftlinien fast frei bleibt (magnetische Schirmwirkung). Wird somit der Ring samt seiner Bewicklung in Rotation gesetzt, so durchschneiden die äußeren Teile der Ringbewicklung die Kraftlinien. Die hierdurch entstehenden Induktionsströme sind — in Berücksichtigung der „Rechtehandregel" — bei der angenommenen Rotationsrichtung in der den Nordpol passierenden linken Hälfte der Wicklung von vorn nach rückwärts (Bezeichnung wie im Art. **185**, Fig. 403), in der den Südpol passierenden rechten Wicklungshälfte jedoch von rückwärts nach vorn gerichtet. Sämtliche in der Wicklung induzierte elektromotorischen Kräfte müßten sich also aufheben, da sie an den zwei Stellen *a* und *b* des Ringes einander entgegenlaufen, ähnlich wie sich die elektromotorischen Kräfte zweier gegeneinander geschalteten Elemente (Fig. 480) in den Punkten *a* und *b* aufheben. Nun ist aber jede der Windungen (in Wirklichkeit ist statt jeder Einzelwindung eine ganze Windungsgruppe zu denken) durch einen zum Zentrum laufenden Draht mit dem Kollektor verbunden. Derselbe besteht aus einem aus isolierender Substanz erzeugten, mit dem Ringe starr verbundenen Zylinder, auf dessen Mantel ebensoviele Metallbänder (Lamellen) befestigt sind, als Windungsgruppen vorhanden sind. Je eine Windungsgruppe ist mit der zugehörigen Lamelle durch den früher erwähnten Draht verbunden. Bei *a* und *b* liegen auf dem Kollektor die Stromableitungsbürsten auf. Sowie nun bei den gegeneinander geschalteten Elementen durch

Fig. 480.

*) Vgl. die Fußnote auf Seite 364.

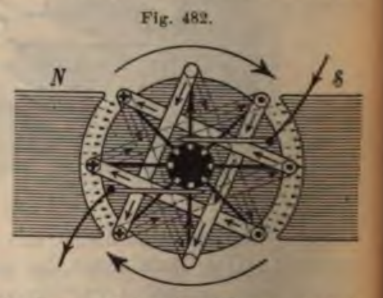
Ansetzen zweier Poldrähte an den Stellen *a* und *b* (Fig. 480) aus den früher stromlosen Elementen Gleichstrom abgeleitet werden kann, so übernimmt die Bürste bei *a* die ihr aus beiden Ringhälften zufließenden Induktionsströme und leitet sie zur zweiten Bürste *b* zurück. Die E. M. K. des so von der Maschine gelieferten Gleichstromes hängt — in Hinblick auf Art. **209** — ab: 1. von der Stärke des Magnetfeldes, 2. von der Anzahl der Drahtwindungen des Ringes, 3. von der Schnelligkeit seiner Rotation.

In Wirklichkeit erfahren die magnetischen Kraftlinien im rotierenden Ringe (infolge des nicht sofortigen Verschwindens des im Eisen induzierten Magnetismus) eine Verzerrung, wie Fig. 481 andeutet, derzufolge die Schleifbürsten nicht längs *a b*, sondern längs *A B* aufliegen müssen.

Fig. 481.

Bei der **Hefner-Alteneckschen Trommelwicklung** (Fig. 482) sind die Drahtwicklungen — die Figur nimmt der Einfachheit halber deren nur acht an — auf einen Eisenzylinder*) so gelegt, daß sie an den Stirnflächen des Zylinders einen achtspitzigen Stern bilden. Wieder führen von jeder Windung (Wicklungsgruppe) Verbindungsdrähte zum achtteiligen Kollektor, dessen Bürsten ganz analog wie bei der Ringwicklung Gleichstrom ableiten. — Während die Ringwicklung gegenüber der Wicklung auf eine längere Trommel den Nachteil hat, einen Teil der Drahtmasse — nämlich die an der Innenfläche des Ringes befindliche — als tote Masse zu führen, da in ihr keine E. M. K. induziert wird, und während die Befestigung des Ringes an der Welle gewisse Schwierigkeiten bietet, besitzt sie den Vorteil, daß jede ihrer Windungsgruppen von außen leichter zugänglich, also leichter auszubessern ist als bei der Trommelwicklung.

Fig. 482.



Sowohl bei den Maschinen mit Ringwicklung wie bei jenen mit Trommelwicklung stehen als **Feldmagnete** gewöhnlich nicht permanente Stahlmagnete, sondern vielmehr **Elektromagnete** in Verwendung, deren Erregung die Maschine selbst besorgt. Besitzen dieselben nämlich anfänglich nur etwas remanenten Magnetismus, wozu ein einmaliges Hindurchleiten eines stärkeren Stromes genügt, so werden beim Anlaufen der Maschine im Anker bereits schwache Gleichströme induziert. Werden dieselben nun durch entsprechende Schaltung, bevor sie die Endkabel der Maschine verlassen, in entsprechender Richtung um die Schenkel des Feldmagnetes geführt (Fig. 483), so verstärken sie denselben bereits etwas; die Folge davon ist eine Verstärkung der Induktionsströme, welche nun ihrerseits wieder den Feldmagnet verstärken u. s. w. Es steigert sich demnach bei

*) Aus den im Art. **212** hervorgehobenen Gründen zur Verhütung der Wirbelströme aus Blechscheiben mit Zwischenlagen aus Papier aufgebaut.

Fig. 483.

der Inbetriebsetzung — dem „Angehen der Maschine“ — der Magnetismus des Feldmagnetes so lange, bis dessen Sättigungspunkt erreicht ist. Von da ab liefert bei gleichmäßiger Rotation die Maschine Ströme von gleichbleibender E. M. K.; Maschinen, die nach diesem von Siemens*) 1867 erfundenen dynamoelektrischen Prinzipe konstruiert sind, werden als Dynamomaschinen bezeichnet.

Als Klemmenspannung einer Dynamomaschine bezeichnet man die an den Polklemmen k_1 und k_2 (Fig. 483) der Maschine, an welche die äußere Leitung angelegt wird, vorhandene Potentialdifferenz. Ist dieselbe V Volt, die gelieferte Stromstärke i Ampère, so bringt die Maschine den :zeffekt von $(i\,V)$ Watt hervor. Derselbe beträgt etwa 50—90% des auf-endeten mechanischen Effektes. Die Klemmenspannung ist ebenso wie bei den terien um den in der Maschine erfolgenden Potentialverlust $i\,w_i$ kleiner als die umte E. M. K. der Maschine und daher durch die im Art. **190** gewonnene Formel $V = e - i\,w_i$ gegeben. — Fig. 484 zeigt das Äußere einer Dynamomaschine mit Trommelwicklung.



Fig. 484.

Außer den im wesentlichsten nun besprochenen Gleichstrommaschinen gibt es auch Wechselstrommaschinen, deren Grundprinzip in Fig. 477 angedeutet ist; die Stromabnahme erfolgt durch Bürsten, die nicht auf einem Kollektor, sondern auf Schleifringen aufliegen. Die Anregung des Feldmagnetes dieser Maschinen kann natürlich nicht durch die Maschine, sondern durch eine häufig auf derselben Welle laufende „Anregungs-Gleichstrom-Dynamomaschine“ erfolgen. Die Wechselströme besitzen vor den Gleichströmen den Vorteil der einfachen „Transformierbarkeit“. Man kann in der Wechselstrommaschine me von hoher Potentialdifferenz (Spannung) erzeugen, dieselben durch Leitungen kleinem Querschnitte selbst auf bedeutende Entfernungen leiten und am Orte Bestimmung den hochgespannten Strom dadurch „herabtransformieren“, daß er Primärstrom durch eine Spule mit sehr vielen Windungen geschickt wird, rend der Sekundärstrom einer Spule mit weniger Windungen entnommen l. Ist i die Stromstärke, V die Spannung des Primärstromes, dagegen I die mstärke, v die Spannung des Sekundärstromes, so sollte nach dem Energiezipe $i \cdot V = v \cdot I$ sein; durch das Herabtransformieren der Spannung wird die Stromstärke erhöht. In Wirklichkeit treten allerdings dabei nicht ganz

*) Ernst Werner v. Siemens, geb. 1816 zu Lenthe bei Hannover, gest. 1892 zu Charlotten- als Geheimer Regierungsrat und Besitzer eines großen elektrotechnischen Etablissements mit ı Filialen, ist einer der hervorragendsten Begründer der modernen Elektrotechnik. Er schenkte im 1886 dem Deutschen Reich 500 000 Mark zur Gründung der Physikalisch-technischen Reichsanstalt.

unbeträchtliche Verluste auf, so daß das Produkt $v \cdot I$ um etwa 5% kleiner ist als $i\,V$. — Gefährlichkeit von Hochspannungsleitungen. Möglichkeit, Wechselströme an einer Stelle zu erzeugen, wo eine bedeutende Naturkraft zur Verfügung steht, und an entfernte Verbrauchsstellen zu leiten (Niagarawerke).

216. Umkehrbarkeit der Dynamomaschine. Elektrische Kraftübertragung. Nach der Lenzschen Regel müssen vom Feldmagnete einer Dynamomaschine auf die stromdurchflossenen Ankerdrähte elektromagnetische Kräfte ausgeübt werden, welche die Bewegung zu hemmen suchen. An einer Dynamomaschine mit Handbetrieb bemerkt man in der Tat, daß dieselbe immer schwerer zu betreiben ist, je mehr „Volt-Ampère" sie im Schließungsdrahte erzeugt. Die elektromagnetischen Kräfte sind demnach bestrebt, die Maschine entgegengesetzt dem Drehungssinne des Antriebes zurückzudrehen. In diesem Drehungssinne muß sie sich daher wirklich bewegen, wenn man in ihre Klemmen einen Strom von jener Richtung einleitet, wie ihn die Maschine stromliefernd erzeugt. Dabei leisten die elektromagnetischen Kräfte Arbeit; es wird elektrische Energie in mechanische Energie verwandelt. Die Dynamomaschine ist also umkehrbar und kann als Elektromotor dienen. (Vgl. unter anderem das Barlowsche Rad, den Motor von Ritchie etc.)

Wird daher an einem Orte A durch einen Motor (Turbine, Dampfmaschine, Gasmotor) mechanische Energie gewonnen und diese mittels einer Dynamomaschine — dem Stromerzeuger oder Generator — in elektrische Energie verwandelt, so kann diese letztere nach einem zweiten Orte B mittels zweier Drahtleitungen fortgeleitet und daselbst mittels einer zweiten Dynamomaschine — dem Krafterzeuger oder Motor — in mechanische Energie zurückverwandelt werden. Diese elektrische Kraftübertragung kann trotz der hierbei unvermeidlichen Energieverluste in vielen Fällen außerordentliche Vorteile bieten.

Elektrische Kraftübertragung von Stellen, wo die Natur große Energiemengen bietet (Ausnützung der Energie von Wasserfällen durch Turbinenanlagen, welche Dynamomaschinen betreiben etc.). — Elektrische Kraftverteilung in großen Fabriksetablissements von einem zentralen Maschinenraum aus. — Elektrische Motoren für Kleingewerbe in Städten mit elektrischen Zentralen.

Elektrische Straßenbahnen und Bergbahnen. Durch Einführung des elektrischen Betriebes auf Vollbahnen hofft man beträchtliche Steigerungen der Fahrgeschwindigkeit zu erzielen; da man bei denselben die Triebkraft nicht bloß in eine einzige Lokomotive verlegen muß, sondern mindestens mehrere Waggons als „Motorwagen" anwenden kann, wird das gewaltige Gewicht der gegenwärtigen Dampflokomotiven vermieden werden können, vielmehr die Last des Zuges gleich verteilt und der Unterbau wesentlich geschont werden.

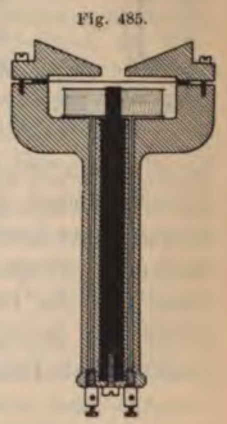
Die schätzenswerteste Eigenschaft der Dynamomaschine als Motor liegt darin, daß sie bei konstanter E. M. K. der Erregung ihre Tourenzahl unabhängig von der Belastung immer nahezu konstant erhält. Ein Beispiel wird diese Behauptung rechtfertigen. Der Anker einer als Motor dienenden Dynamomaschine hätte 0,1 Ω Widerstand; der Motor werde mit einer Stromquelle von $E = 110$ Volt konstanter Potentialdifferenz verbunden. Im Momente dieses Anschlusses würde in dem Anker

Strom von $\frac{110}{0,1} = 1100$ Ampère eintreten, welcher die Ankerdrähte direkt abschmelzen
inte. Daraus ist zunächst zu ersehen, daß man bei Verwendung eines solchen Motors en „Anlaßwiderstand" vorschalten wird müssen („Kontroller" der Straßenbahn-Motorgen); dieser Anlaßwiderstand kann nach und nach ausgeschaltet werden. Indem nämlich Motor in immer rascheren Lauf kommt, wirkt er gleichzeitig auch als eine Dynamoschine; er liefert eine elektromotorische Gegenkraft, sie heiße e, welche, anfänglich nur nige Volt betragend, sich immer höher steigert und vielleicht bei normaler Tourenzahl ,8 Volt betragen kann. Der im Anker wirksame Spannungsunterschied ist dann $E - e =$ $) - 109,8 = 0,2$ Volt, der Anker des Motors wird nur von etwa $\frac{0,2}{0,1} = 2$ Ampère Strom chflossen. Dies wäre der Fall des „Leerlaufes", bei welchem der Motor außer der Überdung gewisser Widerstände, vor allem der Reibung, keine Arbeit leistet. Belastet man nun Motor, indem man ihn eine Arbeitsmaschine betreiben läßt, so wird seine Geschwindig- naturgemäß anfänglich nachlassen; da aber hierdurch e sinkt, wächst $(E - e)$ und nit die Stromstärke im Anker und die Zugkraft des Motors. Ist letztere so groß geworden, sie dem Widerstande der zu treibenden Maschine das Gleichgewicht hält, so liegt zu er weiteren Verminderung der Tourenzahl kein Grund vor; der Motor behält diese urenzahl ganz gleichmäßig. Wäre sie nun um etwa 3% kleiner als beim Leerlaufe, so d die Gegenkraft e etwa 107 Volt betragen; es gehen nun $\frac{110 - 107}{0,1} = 30$ Ampère durch Motor, dessen Zugkraft somit gegen früher den 15fachen Wert hat, während die urenzahl nur unbedeutend gesunken ist.

Schließt man einen im raschen Laufe befindlichen Elektromotor plötzlich durch en mehr oder weniger großen Widerstand — beispielsweise den Motor eines im raschen ufe (vielleicht bergab) rollenden Straßenbahnwagens — so wirkt er als Dynamomaschine, bei die in ihm entstehende Gegenkraft den Energievorrat des Wagens bald verzehrt, so derselbe rasch zur Ruhe kommt (elektrische Bremse der Straßenbahnwagen).

Zur Klarstellung dieser Verhältnisse an einem Elektromotor diene folgender Versuch: e kleine Dynamomaschine werde von einer Stromquelle als Motor betrieben, wobei ein npèremeter in den Stromkreis eingeschaltet ist. Hält man den Anker anfänglich fest und t dann den Motor anlaufen, so zeigt das Ampèremeter hierbei ein Sinken der Stromstärke, lches noch beträchtlicher wird, wenn man die Drehung des Motors chanisch befördert. Dagegen wird die Stromstärke steigen, wenn n den Motor in umgekehrtem Sinne mechanisch dreht.

Fig. 485.



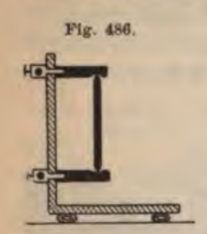
217. Telephon und Mikrophon. Beim Telephon ig. 485) von Graham Bell*) spricht man durch einen halltrichter gegen eine dünne, elastische Eisenplatte, lche dadurch in Schwingungen versetzt wird. Hinter ser Platte befindet sich in geringer Entfernung ein zur ene der Platte normal stehender kräftiger Stabmagnet, dessen der Platte zugewendetem Ende häufig ein lschuh aus weichem Eisen angesetzt ist; letzterer ist n einem Solenoide aus sehr vielen Windungen von nnem, übersponnenem Kupferdraht umgeben. Nähert h die Eisenmembrane dem Magnete, so nimmt die

*) Alexander Graham Bell, geb. 1847 zu Edinburg, ist Professor der Physiologie der Sprachkzeuge in Boston. Er verbesserte 1875 das Telephon, welches im Prinzipe vom deutschen Gymnasialrer Philipp Reis bereits im Jahre 1860 erfunden worden war.

Anzahl der durch sie gehenden, also auch vom Solenoide umfaßten Kraftlinien zu, weshalb im Solenoide ein Induktionsstrom entsteht. Ein Induktionsstrom von der entgegengesetzten Richtung muß entstehen, wenn sich die Membrane vom Magnet entfernt. Werden zwei gleich gearbeitete derartige Apparate miteinander verbunden und an der Schallöffnung des einen ein musikalischer Ton erzeugt, so bewirken die in diesem Telephon erzeugten Wechselströme im zweiten Apparate durch Verstärkung, beziehungsweise Schwächung des Magnetfeldes genau dieselben Bewegungen der Membrane, wie sie im ersten erfolgt sind. Wird dabei das empfangende Telephon umgekehrt eingeschaltet, so erfährt die Übertragung des Tones eine relative Verschiebung um eine halbe Schwingungsdauer, welche auf Tonhöhe und Klangfarbe keinen Einfluß nehmen kann. Nach dem Gesagten kann das gebende Telephon als eine kleine Wechselstrommaschine, das empfangende als ein Wechselstrommotor aufgefaßt werden. Die Führung eines telephonischen Gespräches ist also insofern ein Akt elektrischer Kraftübertragung, als dabei ein Teil des fortzupflanzenden Schalles in elektrische Energie verwandelt, hierauf ferngeleitet und dann wieder in mechanische Energie von Schallschwingungen rückverwandelt wird. Da mit der Fernleitung der elektrischen Energie Verluste durch Joulesche Wärme verbunden sind, ist der empfangene Schall bei dieser Übertragung notwendig schwächer als der abgegebene.

Telephonische Gespräche auf größere Entfernungen zu führen, wurde erst durch die Erfindung des Mikrophones [Hughes*), 1878] ermöglicht. Eine einfache Form desselben zeigt Fig. 486. Ein beiderseits zugespitztes Kohlenstück liegt lose in zwei Kohlenlagern, welche an dem einen von zwei rechtwinkelig miteinander verbundenen Holzbrettchen befestigt sind; das untere Brettchen liegt auf Kautschukschläuchen. Das Mikrophon ist mit einer Batterie in einen Stromkreis geschaltet, in welchem auch das Telephon der Empfangsstation liegt. Spricht man gegen das Mikrophon, so werden die Schallschwingungen auf die Brettchen übertragen; die Schwingungen der letzteren ändern den elektrischen Widerstand an den losen Kontakten, bewirken daher Änderungen der Stromstärke, welche ferngeleitet und im empfangenden Telephon in Schallschwingungen rückverwandelt werden. Bei dieser Art der Schallübertragung wird daher durch den fortzupflanzenden Schall das Mikrophon als eine Art „Relais“ bewegt und hierdurch die eingeschaltete Batterie mehr oder weniger ausgelöst, so daß der ankommende

Fig. 486.



*) David Edwin Hughes (spr. Juhs), geb. 1831 in London, widmete sich anfänglich in Amerika dem akademischen Lehrberufe, erfand 1855 den Typendrucktelegraphen, 1878 das Mikrophon; er starb 1900 in London mit Hinterlassung eines ansehnlichen Vermögens, von welchem er zirka acht Millionen Kronen vier Krankenhäusern Londons widmete.

Schall hier stärker sein kann als der abgegebene. Hieraus erklärt sich auch der Name Mikrophon (vgl. Mikroskop).

Für weitere Entfernungen transformiert man dabei die primären Stromschwankungen des Mikrophonstromkreises durch eine Doppelspule I (Fig. 487)

Fig. 487.

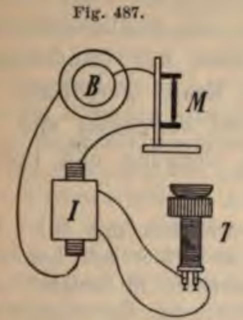
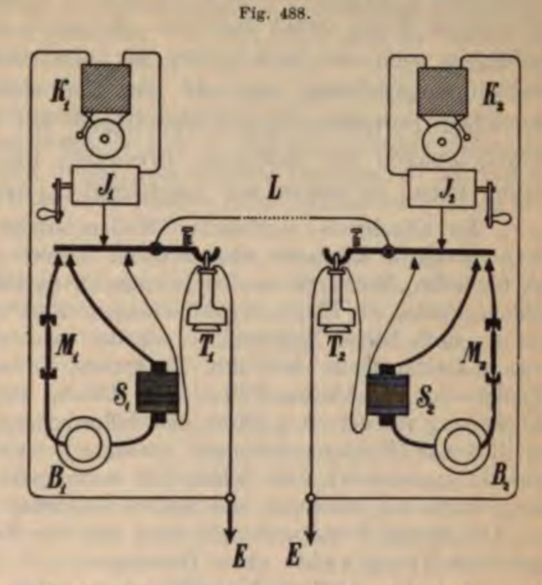


Fig. 488.



und läßt die höher gespannten sekundären Wirkungen durch die Telephonleitung in das empfangende Telephon eintreten. Der Anruf der zweiten Station erfolgt durch eine Klingel, die entweder durch einen „Läute-Induktor" (Art. **215**) oder durch eine Batterie in Bewegung gesetzt wird, deren Stromkreis eingeschaltet ist, wenn die Telephone am Apparat angehängt sind. Fig. 488 gibt die Schaltung zweier Mikrophon-Telephonstationen an; es bezeichnet J den Läute-Induktor, K die Klingel, T das Telephon, M das Mikrophon, S den Transformator, L die Leitung, E die Erdleitung jeder Station. — Telephonzentralen in großen Städten.

Der Phonograph von Edison ist eigentlich kein elektrischer, sondern ein akustischer Apparat. Ein trichterförmiger Schallbecher ist an seinem engeren Ende durch eine Membran verschlossen und mit diesem Ende gegen einen entweder durch ein Uhrwerk oder durch einen Elektromotor drehbaren, mit einem Wachsmantel überzogenen Zylinder gerichtet Die Achse dieses Zylinders trägt ein feines Schraubengewinde, so daß sich dieselbe in den zugehörigen, als Lager dienenden Schraubenmuttern bei der Drehung ganz langsam auch in der Längenrichtung verschiebt. Ein kleiner, scharfer Smaragdstift, der alle Schwingungen der Membran mitmacht, zeichnet, wenn in den Schalltrichter hinein gesprochen oder gesungen wird, bei der Drehung der Achse in die Wachsschichte ganz feine Eindrücke, welche in ihrer Gesamtheit eine Schraubenlinie auf dem Zylinder bilden und gleichsam die „Tonschrift" — das Phonogramm — des in den Schalltrichter Gesprochenen, Gesungenen etc. vorstellen. Bringt man nach vollbrachter „Aufnahme des Phonogrammes" den Stift wieder auf den Beginn der Tonschrift und läßt nun die Walze abermals gleichmäßig laufen, so hört man durch den Schalltrichter (oder bei manchen Apparaten durch Hörschläuche) die ursprünglichen Laute mehr oder weniger deutlich wieder. — Bei einem neuen und noch vollkommeneren Apparate, dem Telephonographen von Poulsen (1900), erfolgt die Aufzeichnung eines aus beliebig großer Entfernung kommenden telephonischen Gespräches in Form wechselnder Magnetisierungsschichten eines Stahldrahtes oder -bandes.

218. Elektrische Schwingungen. Schon 1865 hatte Maxwell eine innere Verwandtschaft zwischen den Erscheinungen des Magnetismus und der Elektrizität einerseits und jenen der Wärme und des Lichtes anderseits vermutet. Seither mehrten sich die Anhaltspunkte für die Richtigkeit der betreffenden Hypothese, bis 1888 Hertz*) diese Verwandtschaft auf experimentellem Wege direkt nachwies. Er zeigte nämlich, daß oszillierende Entladungen sich in Nichtleitern als elektrische Wellen mit transversaler Schwingungsrichtung oder als „Strahlen elektrischer Kraft" geradlinig mit derselben Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie das Licht verbreiten und die Erscheinungen der Reflexion, Brechung, Interferenz, Beugung und Polarisation genau so zeigen wie Lichtstrahlen (Art. **253**).

Der Nachweis elektrischer Wellen erfolgt am leichtesten mit Hilfe des Branlyschen Kohärers oder Fritters. Dieser besteht aus einer mit lose sich berührenden Metallspänen (Nickelspänen) gefüllten Glasröhre, in welche zwei blanke Drähte als Elektroden hineinragen. Eine solche Röhre hat im allgemeinen einen enorm hohen Widerstand; schaltet man sie daher mit einer Batterie und einem Galvanometer in einen Stromkreis, so zeigt letzteres keinen Ausschlag. Treffen aber elektrische Wellen diese Röhre, werden z. B. in nicht allzu großer Entfernung von derselben durch eine Influenzmaschine oder durch ein Induktorium oszillierende Funkenentladungen erzeugt, so wird die Röhre leitend (Ausschlag des Galvanometers) und behält ihre Leitungsfähigkeit so lange, bis die Röhre erschüttert und hierdurch eine andere Lagerung der Metallteilchen erreicht wird. — Auf diesem Prinzipe beruht auch die von Marconi und anderen weiter ausgebildete Telegraphie ohne Draht.

Aufgaben. 1. Welche Feldstärke erzeugt ein Strom von 2 Ampère, der durch einen kreisförmigen Leiter von 4 *cm* Radius fließt, im Mittelpunkte? — **2.** Eine Batterie von 14 Volt gibt bei 20 Ω Gesamtwiderstand an einer Tangentenbussole 12° Ausschlag. Welcher Widerstand ist hinzuzufügen, damit die Ablenkung auf die Hälfte sinke? Man bestimme auch den Reduktionsfaktor. — **3.** Eine Tangentenbussole und ein Ampèremeter sind in denselben Stromkreis geschaltet, wobei erstere 35° Ablenkung, letzteres 4 Ampère anzeigt. Welche Stromstärke herrscht bei 45° Ablenkung? — **4.** Eine Tangentenbussole von 0,05 Ω zeigt, allein in einen Stromkreis geschaltet, 58° Ausschlag, der auf 30° herabsinkt, wenn noch 3 Ω eingeschaltet werden. Wie groß ist der innere Widerstand der Stromquelle? — **5.** Wie lang muß ein Draht von 0,5 *mm* Dicke sein, um denselben Widerstand zu leisten wie ein Draht desselben Materials von 40 *m* Länge und 1 *mm* Dicke? — **6.** Welchen Widerstand hat eine eiserne Telegraphenleitung von 60 *km* Länge und 4 *mm* Dicke $\left(\frac{1}{k} = 0{,}107\right)$? — **7.** Wie lang ist ein Neusilberdraht von 0,2 *mm* Durchmesser zu nehmen, damit sein Widerstand 1 Ω werde? ($k = 5$.) — **8.** Um wie viel ändert sich der Widerstand eines 0,2 *mm* starken Platindrahtes von 1 *m* Länge, wenn er von 0° auf + 1000° erhitzt wird $\left(\frac{1}{k} = 0{,}156;\ \text{Temperaturkoeffizient} = 0{,}0037\right)$? — **9.** An den Enden einer Starkstromleitung von 110 Volt Spannung erfolgt ein Kurzschluß durch einen starken Draht von 0,01 Ω. Wie groß ist der Kurzschlußstrom? — **10.** Wie viel Volt Potentialdifferenz müssen an den Klemmen einer Glühlampe liegen, die durch einen Strom von $^1/_2$ Ampère bei 220 Ω betrieben wird? — **11.** Eine Glühlampe von 75 Ω bedarf

*) Heinrich Rudolf **Hertz**, geb. 1857 zu Hamburg, gest. 1894 in Bonn, war Assistent bei Helmholtz in Berlin, später Hochschulprofessor in Karlsruhe und Bonn. Außer der Entdeckung der elektrischen Wellen hat er wertvolle Studien zur theoretischen Physik, insbesondere zur Mechanik und zur Elektromechanik geliefert.

zum Betriebe eines Stromes von 1,2 Ampère. Welchen Widerstand muß man der Elektrizitätsquelle vorschalten, wenn diese 110 Volt Spannung hat? — **12.** Zwischen den Polen einer Elektrizitätsquelle sind hintereinander drei gleich lange Drähte geschaltet, in welchen ein Strom von 5 Ampère fließt; wie groß sind ihre Widerstände, wenn man an den Enden des ersten 1 Volt, an jenen des zweiten 15 Volt, an jenen des dritten 4 Volt Potentialdifferenz mißt? (Graphische Darstellung des Potentialabfalles.) — **13.** Zwei Widerstände von 20 Ω und 40 Ω sind hintereinander geschaltet. Vor dem ersten zeigt die Leitung ein Potential von 8 Volt, hinter dem zweiten eines von 2 Volt. Welches Potential herrscht an der Berührungsstelle und welche Stromstärke geht durch die Leitung? — **14.** Von 15 gleichen Elementen sind je 3 hintereinander geschaltet und die erhaltenen 5 dreifachen Elemente parallel geschaltet. Wie verhält sich die E. M. K. und wie der innere Widerstand der Kombination zu den entsprechenden Größen eines einzelnen Elementes? — **15.** Welche Stromstärken erhält man bei 0,15 Ω äußerem Widerstande durch 12 Elemente von je 2 Volt und 0,2 Ω, wenn dieselben *a*) hintereinander, *b*) nebeneinander, *c*) zu 4mal 3 und *d*) zu 3mal 4 geschaltet sind? In welchem Falle ist die Stromstärke die größte? — **16.** Wie groß ist der innere Widerstand einer Stromquelle, die bei offenem Stromkreise 110 Volt, bei Lieferung von 30 Ampère 108 Volt Klemmenspannung zeigt? — **17.** Welche Stromstärke und welche Klemmenspannung liefern 5 hintereinander geschaltete Daniell-Elemente von 1,08 Volt und 2 Ω bei 44 Ω äußerem Widerstande? — **18.** Wenn 8 hintereinander geschaltete Daniell-Elemente von je 1 Ω bei 10 Ω äußerem Widerstande $^1/_2$ Ampère liefern, wie groß ist die E. M. K. und wie groß die Klemmenspannung der Batterie? — **19.** In einem Stromkreise von 6 hintereinander geschalteten Elementen von je 1,5 Volt E. M. K. und 2,1 Ω innerem Widerstande ist ein äußerer Widerstand von 5,4 Ω geschaltet. Welche Potentialdifferenz herrscht an den Enden einer Teilstrecke des letzteren, welche 1,8 Ω Widerstand hat? — **20.** Eine Batterie hat geschlossen 20 Volt Klemmenspannung, wenn sie 3 Ampère, dagegen 18 Volt Klemmenspannung, wenn sie 4 Ampère liefert. Wie groß ist w_i, wie groß die E. M. K.? Welcher äußere Widerstand ist jedesmal vorgeschaltet? — **21.** Wie verhalten sich w_i und w_a bei zwei gleichen Elementen, welche, hintereinander und nebeneinander geschaltet, dieselbe Stromstärke geben? — **22.** Ein Element gibt mit $w_a = 1\,\Omega$ 30° Ausschlag an einer Tangentenbussole, zwei Elemente derselben Art geben bei demselben Widerstande 45° Ausschlag. Wie groß ist w_i für ein Element? — **23.** Wie viel Elemente à 2,1 Volt und 0,2 Ω sind bei 4 Ω äußerem Widerstande hintereinander zu schalten, um 3 Ampère zu geben? Wie viele Elemente derselben Art müßten zur Erreichung derselben Stromstärke bei $^{27}/_{40}$ Ω äußerem Widerstande parallel geschaltet werden? — **24.** Durch einen konstanten Strom werden in 5 Minuten bei 750 *mm* Barometerstand und + 13° Temperatur 80 cm^3 feuchtes Knallgas aufgefangen, wobei das Wasser im Rezipienten des Voltameters 120 *mm* über dem äußeren Niveau steht. Wie stark ist der Strom? — **25.** Wie viel Ampère muß der Strom für einen galvanischen Versilberungsapparat haben, wenn in 24 Stunden 180 *g* Silber niedergeschlagen werden sollen? — **26.** Wie stark ist ein Strom, der in 25 Minuten 1,423 *g* Kupfer ausscheidet? — **27.** Durch einen Draht von 4 Ω geht 15 Minuten lang ein Strom von 1,5 Ampère. Wie viel *g*-Kalorien entstehen? — **28.** Ein Strom von 2 Ampère geht durch eine in einem Wasserbade von 100 *g* befindliche Platinspirale und erwärmt dasselbe in 1 Minute um 6°. Wie groß ist der Widerstand der Platinspirale? — **29.** Wie groß ist die in einer 50kerzigen Glühlampe, welche bei 110 Volt $1^1/_2$ Ampère Strom verbraucht, in der Stunde erzeugte Wärmemenge? — **30.** Wie viel 50kerzige Glühlampen von je 110 Volt und 1,5 Ampère kann man in einen Kreis von 110 Volt und 30 Ampère parallel schalten? — **31.** Welchen Gesamtwiderstand geben zwei nebeneinander geschaltete Drähte von 12 Ω und 15 Ω? — **32.** Ein Element von 2 Volt und 0,1 Ω wird durch zwei Drähte von 1 Ω und 9 Ω geschlossen. Welche Stromstärken herrschen in beiden Zweigen und welchen Widerstand müßte ein Draht haben, der beide ersetzen

sollte? — **33.** Wie groß ist der Widerstand eines Nebenschlusses zu wählen, wenn die Hauptleitung 12 Ω Widerstand hat und der Gesamtwiderstand nur 4 Ω sein soll? Welchen Strom würde dieser Widerstand führen, wenn im ganzen 15 Ampère geleitet werden? — **34.** Welchen Vorschaltwiderstand muß man einer an einer 110voltigen Leitung angeschlossenen Bogenlampe geben, wenn dieselbe mit 45 Volt Spannung und 12 Ampère Stromstärke betrieben werden soll? Welcher Stromeffekt wird (in Watt, in P. S.) für den Betrieb gebraucht und wie groß sind die stündlichen Betriebskosten, wenn 1 Hektowatt-Stunde 8 h kostet? — **35.** Welche Konstanten hat ein Element, das kurzgeschlossen 5 Ampère, bei Vorschaltung von 0,6 Ω dagegen nur 1 Ampère liefert? — **36.** Man hat 100 Akkumulatorzellen von je 1,95 Volt und 0,005 Ω hintereinander geschaltet. Wie viel parallel geschaltete Lampen von je 100 Volt und 0,5 Ampère können damit gespeist werden? — **37.** Eine Stromanlage von 1500 parallel geschalteten 35 Kerzen-Glühlampen (à 1 Ampère Stromverbrauch) soll mit 110 Volt Spannung betrieben werden. Wie viel P. S. verbrauchen die Lampen? Wie groß ist die von der Maschine gelieferte Stromstärke? — **38.** Eine Dynamomaschine hat 120 Volt E. M. K. und 2 Ω inneren Widerstand. Wie viel parallel geschaltete Glühlampen von je 50 Ω und $^3/_4$ Ampère können damit betrieben werden und wie viel P. S. sind dazu nötig, wenn die Maschine 90% der zugeführten mechanischen Energie in elektrische Energie umwandelt? — **39.** Ein geradliniger Leiter von 6 *cm* Länge bewegt sich mit 50 *cm* Geschwindigkeit pro Sekunde in einem homogenen Magnetfeld von der Feldstärke von 10 absoluten Einheiten senkrecht zu den Kraftlinien. Wie viel Volt beträgt die in ihm induzierte E. M. K.? — **40.** Ein Erdinduktor hat 10 000 Windungen vom mittleren Radius 30 *cm*. Er ist um eine vertikale Achse drehbar gemacht und wird so aufgestellt, daß sein horizontaler Durchmesser im magnetischen Meridiane liegt. Wie viel Volt beträgt die durch die Horizontalkomponente ($H = 0{,}205$ Dynen) induzierte E. M. K., wenn der Induktor in $^1/_{50}$ Sekunde um 180° gedreht wird?

XI. Optik.

219. Begriff des Lichtes. Gesetz der geradlinigen Fortpflanzung. Lichthypothesen. Jede Reizung des Sehnerven (z. B. bei geschlossenen Augen durch den elektrischen Strom) bringt eine Empfindung hervor, welche man als Lichtempfindung bezeichnet. Gewöhnlich geschieht diese Reizung durch ein bestimmtes Agens, welches wir Licht nennen. Dasselbe geht von gewissen Körpern — wie z. B. von der Sonne, von Fixsternen, glühenden und brennenden Körpern — aus, welche man daher auch als Lichtquellen oder als selbstleuchtende Körper bezeichnet. Diese Körper sind infolgedessen durch sich selbst sichtbar, während andere, nicht selbst Licht aussendende Körper erst dann sichtbar werden, wenn von selbstleuchtenden Körpern Licht auf sie fällt; zu dieser letzteren Gruppe der dunklen Körper gehören unter anderem die infolge weitergehender Erkaltung bereits mit einer festen Rinde umgebenen Himmelskörper (z. B. die Planeten und Satelliten unseres Sonnensystems) sowie die Mehrzahl der im Tageslicht sichtbaren Körper unserer Umgebung.

Von einer punktförmig gedachten Lichtquelle — annähernd kann der *glühende* Krater der + Kohle des elektrischen Bogenlichtes als solche

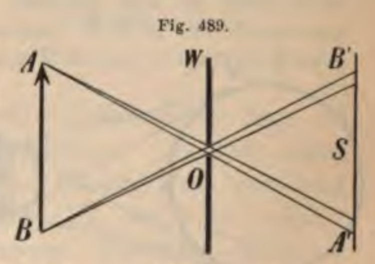
gelten — geht das Licht nach allen Richtungen auf Wegen fort, welche man als Lichtstrahlen bezeichnet. In einem durchwegs gleichartigen (homogenen) Körper sind diese Lichtstrahlen, wie die einfachsten Versuche beweisen, geradlinig.

Die Staubteilchen in einem Zimmer werden durch Sonnenlicht, das durch Ritzen der Fensterladen eindringt, in geradlinigen Streifen beleuchtet. — Hindurchsehen durch gerade und durch geknickte Rohre (Schlauch), durch drei in gerader Linie aufgestellte Schirme mit kleiner Öffnung etc. — Streift ein Lichtstrahlenbündel eine rauhe, weiße Fläche, so wird sein Weg als eine helle, geradlinige Spur auf der Fläche sichtbar. — Als Anwendung der Tatsache sei das Abstecken gerader Linien in der praktischen Geometrie sowie die Anwendung von Dioptern genannt.

Um die Tatsache zu erklären, daß sich das Licht von einer Lichtquelle nach allen Seiten in geradlinigen Lichtstrahlen ausbreitet, nahm man früher (seit Newton, 1692) an, daß von der Lichtquelle ein höchst feiner Stoff ausgehe. Diese Emanations- oder Stoffhypothese vermag gewisse Erscheinungen (vgl. Art. **252**) gar nicht zu erklären. Fast zur gleichen Zeit wurde durch Huygens (1690) die Undulations- oder Schwingungshypothese des Lichtes begründet, welche alle Erscheinungen des Lichtes zu erklären vermag und daher gegenwärtig allgemein angenommen ist. Nach derselben besteht das Licht in einer Wellenbewegung des Lichtäthers, welcher als ein überaus feines, vollkommen elastisches und unwägbares (imponderables) Mittel den ganzen Weltraum erfüllt und selbst zwischen den Molekülen der wägbaren Körper vorhanden ist. Jede Wellenbewegung pflanzt sich aber (Art. **122**) in einem homogenen und isotropen Körper in Form von immer größer werdenden Kugelflächen als Wellenflächen fort, deren Radien die geradlinigen Wellenstrahlen sind. Unter Annahme der Undulationshypothese ist also die allseitige und geradlinige Fortpflanzung des Lichtes vollkommen erklärlich.

220. Folgeerscheinungen der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes. In einem Pappeschirm W (Fig. 489) befindet sich eine kleine Öffnung O. Vor derselben steht ein leuchtender Gegenstand AB, z. B. der Glühfaden einer elektrischen Glühlampe, hinter derselben ein mit weißem Papier überzogener Schirm S. Auf dem letzteren erscheint der Körper in $A'B'$ umgekehrt abgebildet.

Fig. 489.



Von dem leuchtenden Punkte A aus gelangt ein Strahlenkegel durch die Öffnung O. Dieser beleuchtet beim Auftreffen auf S bei A' eine kleine Stelle, deren Gestalt von der Form der Öffnung abhängig ist; diese beleuchtete Stelle bezeichnet man als das Bild des Punktes A. Dasselbe wird umsomehr dem punktförmigen Objekte A gleichen, je kleiner die Öffnung ist, deren Gestalt dann ohne Belang ist. Von einem räumlich ausgedehnten Gegenstande AB erzeugt analog jeder andere Punkt sein Bild, alle diese Bilder fügen

sich zum umgekehrten Bilde *A'B'* des Gegenstandes *AB* zusammen, welches um so schärfer, aber auch um so lichtschwächer ist, je kleiner die Öffnung *O* ist; bei Vergrößerung der Öffnung greifen die Bilder der einzelnen Punkte immer mehr übereinander, das Bild wird immer verschwommener, um endlich in eine beleuchtete Fläche überzugehen.

Lochcamera (auch zu photographischen Aufnahmen). „Sonnenbilder“ unter dem Laubdache von Bäumen. Warum erscheinen dieselben elliptisch? Wie muß ein sie auffangender Schirm gehalten werden, damit sie kreisförmig erscheinen? Welche Gestalt haben sie bei einer partiellen Sonnenfinsternis? — Was wird geschehen, wenn in *W* (Fig. 489) zwei oder mehrere, nahe aneinander befindliche Öffnungen vorhanden sind? Wird also auch ein Bild eines Gegenstandes entstehen, wenn in *W* eine große Öffnung (gleichsam die Gesamtheit vieler kleinen) angebracht ist?

Befindet sich vor einer möglichst punktförmigen Lichtquelle *S* (Fig. 490) ein undurchsichtiger Körper (z. B. eine weiß angestrichene Holzkugel), so wird dieselbe auf der der Lichtquelle zugewendeten Seite hell (beleuchtet), auf der abgewendeten dunkel erscheinen. Hinter ihr entsteht ferner ein dunkler Raum von der Gestalt eines abgestumpften Kegels, dessen Begrenzung sich ergibt, wenn man eine durch *S* gehende gerade Linie um den Körper so herumbewegt, daß sie ihn stets berührt, also in jeder Lage eine Tangente an den Körper bildet. Dieser Raum, in welchen der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes wegen kein Licht eindringen kann, wird als **Schatten** bezeichnet. Ist die Lichtquelle nicht punktförmig, wie zum Beispiel die Milchglaskugel einer Lampe (Fig. 491), so wird jeder ihrer lichtaussendenden Punkte, z. B. *M* oder *N*, einen durch Konstruktion des Tangentialkegels ermittelbaren Schatten erzeugen. Der allen diesen Schattenkegeln gemeinsame Raum, in welchen von der Lichtquelle aus gar kein Licht gelangen kann, heißt **Kernschatten**. Der übrige Teil des gesamten Schattenraumes wird als **Halbschatten** bezeichnet.

Fig. 490.

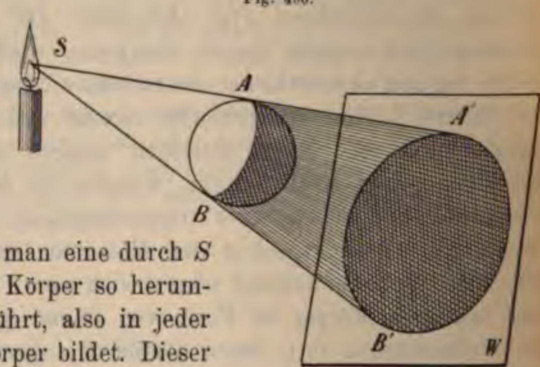
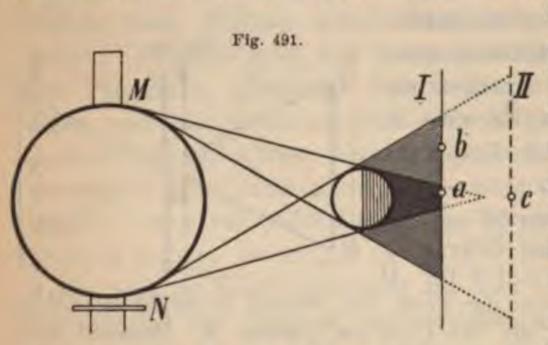


Fig. 491.



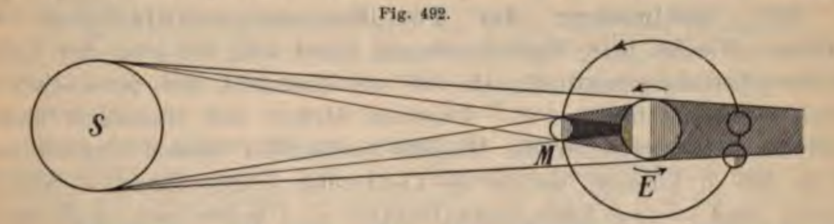
Derselbe ist nicht vollständig unbeleuchtet; denn in den Schattenraum bei *b* gelangt zwar kein Licht vom Punkte *N*, wohl aber solches von einem Teile

der näher bei *M* gelegenen leuchtenden Punkte. Dabei wird eine Stelle dieses Raumes durch eine um so größere Anzahl von Punkten erhellt, je weiter diese Stelle vom Kernschatten entfernt liegt. Der Kernschatten geht also durch den Halbschatten in den vollbeleuchteten Teil des Raumes allmählich über.

Erklärung der Ausdrücke: Schlagschatten und Selbstschatten. — Scharf begrenzte und intensiv schwarze Schatten des elektrischen Bogenlichtes; welches Hilfsmittel wendet man an, um dieselben weicher zu machen?

221. Finsternisse. Da der Kernschatten des Mondes dem Halbmesser der Mondbahn nahezu gleich ist, kann, wenn zur Zeit des Neumondes der Mond nahe der Ekliptik steht, die Spitze dieses Kernschattens die Erdoberfläche erreichen (Fig. 492). Für diejenigen Orte, welche von dem Kernschatten getroffen werden, erscheint dann die Sonne durch den als schwarze Scheibe sichtbaren Neumond (Art. **151**) vollständig verdeckt: es findet eine totale Sonnenfinsternis statt. An den vom Halbschatten getroffenen Orten bleibt noch ein sichelförmiger Teil der Sonnenscheibe sichtbar: die Finsternis ist eine partielle. Der sichtbare Teil der Sonnenscheibe kann auch ringförmig erscheinen für Orte, welche unter der Spitze des die Erde nicht mehr erreichenden Kernschattens des Mondes liegen.

Fig. 492.



Über die bei Sonnenfinsternissen gewonnenen Beobachtungen der nächsten Umgebung des Sonnenballes siehe Art. **235**. — Nachahmung der verschiedenen Arten der Sonnenfinsternisse durch den in Fig. 491 skizzierten Versuch. — Warum beginnt eine Sonnenfinsternis stets am Westrande der Sonne und schreitet nach Osten fort? Kann also eine Sonnenfinsternis gleichzeitig von allen Orten, für welche sie überhaupt sichtbar ist, wahrgenommen werden? Warum wäre es eigentlich richtiger, statt der Bezeichnung „Sonnenfinsternis" den Namen „Erdfinsternis" zu gebrauchen? Was für eine Erscheinung würde man während einer solchen Finsternis von der der Erde zugewendeten Mondhälfte aus wahrnehmen?

Der Kernschatten der Erde ist ungefähr 216 Erdhalbmesser lang, die mittlere Entfernung des Mondes etwa 60 Erdhalbmesser. Es wird daher, wenn zur Zeit des Vollmondes der Mond nahe der Ekliptik steht, der Mond ganz oder teilweise in den Erdschatten gelangen (Fig. 492); wir nehmen von der Erde aus eine totale, beziehungsweise partielle Mondesfinsternis wahr.

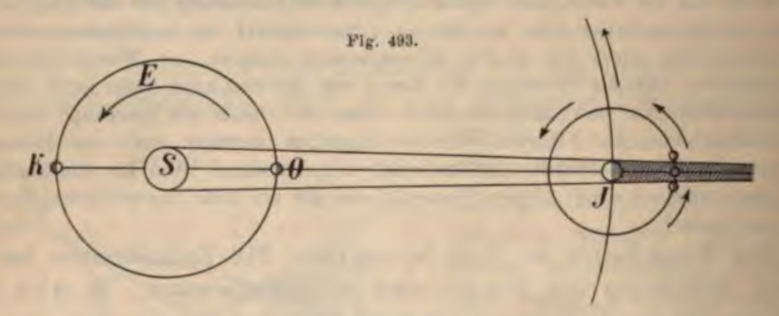
Das Eintauchen des Mondes in den Halbschatten der Erde bewirkt nur eine kaum merkliche Schwächung des Mondlichtes; die Finsternis tritt erst ein, wenn der Mond den Kernschatten erreicht hat. Warum kann man sagen, daß eine Mondesfinsternis für alle Beobachter, welche den Trabanten über dem Horizonte haben, zur gleichen (absoluten)

Zeit sichtbar ist, wenn sie auch für Orte, die nicht unter demselben Meridiane liegen, zu verschiedener Stunde sichtbar ist? — Da der Erdschatten im Abstande des Mondes noch gegen 9000 *km* Durchmesser hat und da der Monddurchmesser nur $^1/_3$ hiervon ausmacht, braucht der Vollmond für Mondesfinsternisse nicht genau, sondern nur nahe dem Knoten zu stehen. Ebenso kann auch bei Sonnenfinsternissen der Mond vom Knoten etwas entfernt sein, da bei denselben der Umstand günstig ist, daß die Sonne 400 mal so weit entfernt ist als der verdeckende Körper (der Mond) und daß ein kleiner Körper einen größeren um so leichter verdeckt, je näher er im Vergleiche zum letzteren ist. — Das rote Licht des Mondes bei Mondesfinsternissen erklärt sich dadurch, daß die von der Sonne aus auf längerem Wege durch die Erdatmosphäre passierenden und hierbei rötlich gefärbten Lichtstrahlen (Art. 253) durch Brechung in den Schattenkegel der Erde abgelenkt werden und nun den Mond rötlich beleuchten. — Welche Erscheinung würde man während einer Mondesfinsternis vom Monde aus wahrnehmen?

222. Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Wie bei jeder Wellenbewegung hängt auch bei jener des Lichtes die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Elastizität und der Dichte des Mittels — des Äthers — ab. Dieselben dürften sich wesentlich ändern, wenn der Äther zwischen die Moleküle ponderabler Massen eingeschlossen ist, so daß in Körpern, welche die Lichtwellen hindurchlassen — durchsichtig sind — die Lichtgeschwindigkeit eine andere sein muß wie in dem von ponderablen Massen freien Weltraume. Daß sie auch im letzteren einen bestimmten endlichen Wert besitzt, zeigte zuerst Olaf Römer (1673) auf astronomischem Wege.

Von den vier größeren den Jupiter umkreisenden Trabanten besitzt der ihm zunächst gelegene eine Umlaufszeit von rund $42^1/_2$ Stunden. Da er dabei jedesmal in den Kernschatten des Jupiter tritt, sollte von der Erde aus alle $42^1/_2$ Stunden der Beginn einer Verfinsterung dieses Mondes wahrnehmbar sein. Olaf Römer fand nun, daß sich der Eintritt dieser Verfinsterung umsomehr ver-

Fig. 493.



zögert, wenn die Erde sich aus der Oppositionsstellung *O* (Fig. 493) gegen die Konjunktionsstellung *K* hinbewegt, daß dagegen umgekehrt Verfrühungen dieses Eintrittes erfolgen, wenn die Erde sich von der Konjunktionsstellung *K* gegen die Oppositionsstellung *O* weiterbewegt. Die Verspätungen und Verfrühungen erweisen sich am stärksten, wenn die Erde in den Quadraturstellungen zum Jupiter ist, am geringsten in der Nähe der Oppositions- und der Konjunktionsstellung. Die Erklärung hierfür ist, daß das Lichtsignal vom Jupitermond im ersten Falle zur Erde *immer größer* werdende Wege zu durchlaufen hat, wogegen im zweiten Falle diese

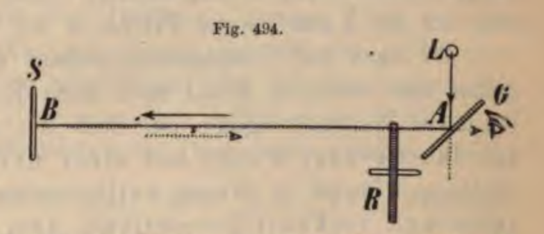
Wege sich immer mehr verkleinern. Ist die Erde in K vom Jupiter am weitesten entfernt, so wird die Verfinsterung um 16 Minuten 36 Sekunden, also um zirka 1000 Sekunden später gesehen, als sie nach der Berechnung hätte gesehen werden sollen, wenn die Erde in O verblieben wäre. Diese Zeit von zirka 1000 Sekunden hat also das Licht gebraucht, um den rund 300 Millionen Kilometer betragenden Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Es ergibt sich daher die Lichtgeschwindigkeit mit rund 300 000 *km* pro Sekunde.

Zum Vergleiche: In J (Fig. 493) befinde sich ein Schnellfeuergeschütz, welches in der Sekunde eine bestimmte Anzahl blinder Schüsse abgibt. Wir befinden uns auf einer Lokomotive, welche die kreisförmige Schienenbahn E mit ziemlich großer, aber gleichförmiger Geschwindigkeit durchfährt. Welche Wahrnehmung würden wir hinsichtlich der Feuergeschwindigkeit machen, wenn wir von O nach K, und welche, wenn wir von K nach O fahren?

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes auch nach physikalischen Methoden (auf der Erde) sich mit demselben Werte ergab (s. u.), bildet die Römersche Methode einen wichtigen Beweis für die Richtigkeit des Kopernikanischen Weltsystemes (Art. **148**).

Nach Olaf Römers Methode gelingt die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes trotz der Größe dieser Geschwindigkeit dadurch, daß das Licht sehr weite Räume durcheilen muß. Ein zweiter Weg zur Bestimmung dieser Geschwindigkeit ergibt sich jedoch, wenn es gelingt, die sehr kleinen Zeiträume zu bestimmen, in welchen das Licht kleinere Wegstrecken zurücklegt. Nach dieser Grundidee bestimmte Fizeau (1849) die Lichtgeschwindigkeit auf physikalischem Wege mittels eines sinnreichen Verfahrens, dessen Prinzip Fig. 494 andeutet. Ein von einer Lichtquelle L kommender Lichtstrahl trifft auf eine unbelegte Glasplatte G, von welcher ein Teil in der Richtung AB reflektiert wird und in B normal auf eine Spiegelplatte S fällt, von welcher eine abermalige Zurückwerfung in der Richtung von B nach A erfolgt, so daß das Licht nun durch G hindurch ins Auge gelangt. AB beträgt dabei einige Kilometer (vgl. Aufgabe Nr. 1 auf S. 454). Vor G passiert das Licht die Peripherie eines Zahnrades R, das eine große Anzahl von Zähnen und Zahnlücken von einerlei Breite enthält und in vollkommen gleichmäßige Rotation gebracht werden kann. Bei allmählicher Steigerung der Rotationsgeschwindigkeit des Zahnrades tritt eine Abnahme der Helligkeit des von B nach A in das Auge gelangenden Lichtes und endlich eine völlige Auslöschung desselben ein. Das letztere wird dann der Fall sein, wenn die Zeit, in welcher ein Zahn des Rades R an Stelle einer Lücke tritt, gerade jener Zeit gleichkommt, in welcher das Licht den Weg von A nach B und zurück von B nach A durchläuft. Ist $AB = s$ *km* und hat das Rad R z Zähne und z Lücken, erfolgen ferner n Umdrehungen des Rades pro Sekunde, so durchläuft das Licht den Weg $(2s)$ *km* in der Zeit von $\frac{1}{2zn}$ Sekunden, also in einer Sekunde den Weg von $(4szn)$ *km*. Diese Größe entspricht der Lichtgeschwindigkeit. Bei Steigerung der hierbei erlangten Geschwindigkeit auf das Doppelte müßte wieder Licht, bei dem dreifachen Werte wieder Dunkelheit wahrzunehmen sein. Aus der an einem Zählwerke ablesbaren Tourenzahl des

Fig. 494.



Rades und den übrigen bestimmbaren Größen fand Fizeau und später (1874) Cornu tatsächlich die Lichtgeschwindigkeit mit rund 300,000 *km*.

Foucault gelang es durch eine Abänderung dieses Verfahrens, die Lichtgeschwindigkeit sogar in dem Raume eines Laboratoriums zu bestimmen. Indem er bei seinen Versuchen das Licht eine mit Wasser gefüllte Glasröhre der Länge nach durchdringen ließ, fand er, daß die Geschwindigkeit des Lichtes im Wasser nur etwa $^3/_4$ gegenüber ihrem Werte in der Luft beträgt (Unterschied gegenüber der Fortpflanzung des Schalles).

Unter Zugrundelegung des Wertes der Lichtgeschwindigkeit findet man, daß das Licht von der Sonne $8^1/_2$ Minuten, vom Jupiter $34^1/_2$ Minuten, von dem der Erde nächsten Fixsterne (α Centauri) zirka $3^1/_2$ Jahre (man sagt deshalb: der Stern α Centauri ist von der Erde $3^1/_2$ Lichtjahre entfernt), vom Sirius 17 Jahre, von Alkyone (im Sternbilde des Stiers) 576 Jahre, von den Sternhaufen der Milchstraße 3000 – 5000 Jahre und von den entferntesten der uns noch wahrnehmbaren Nebelflecken Millionen von Jahren unterwegs ist. Denkt man sich daher auf jenen Gestirnen Wesen mit so feinem Gesichtssinne (oder mit so vollkommenen Instrumenten) versehen, daß sie die Vorgänge auf der Erde zu verfolgen im stande wären, würden dieselben den gegenwärtigen Zustand der Erde wahrnehmen? Sehen wir demnach die Gegenwart des Sternenhimmels? Worüber belehrt uns also etwa das Auftreten „neuer Sterne" (Art. **156**)?

223. Photometrie. Unter der Lichtstärke einer Lichtquelle versteht man die irgendwie gemessene, gesamte Lichtmenge, welche die Lichtquelle in der Sekunde ausstrahlt, unter Helligkeit die von der Flächeneinheit des lichtaussendenden Körpers in der Sekunde ausgestrahlte Lichtmenge. Als Beleuchtungsstärke einer beleuchteten Fläche bezeichnet man die auf 1 cm^2 dieser Fläche in der Sekunde auffallende Lichtmenge.

Da nach der Undulationshypothese das Licht eine in einem homogenen und isotropen Mittel nach allen Richtungen gleichmäßig sich ausbreitende Wellenbewegung ist, muß die Beleuchtungsstärke, welche ein leuchtender Punkt auf einer normal gegen die Strahlen gestellten Fläche in einem vollkommen durchsichtigen Mittel hervorbringt, verkehrt proportional dem Quadrate seiner Entfernung von der beleuchteten Fläche sein. Ist nämlich die Lichtstärke der Lichtquelle L, so verteilt sich diese Lichtmenge L nach Ablauf einer gewissen Zeit auf eine Kugel vom Radius r *cm*, also von $(4r^2\pi)$ cm^2 Oberfläche. Auf 1 cm^2 der beleuchteten Fläche entfällt also die Lichtmenge $\frac{L}{4r^2\pi}$ als Beleuchtungsstärke. Für zwei verschiedene Entfernungen r_1 und r_2 sind demnach die Beleuchtungsstärken i_1 und i_2 gegeben durch $i_1 = \frac{L}{4r_1^2\pi}$ und $i_2 = \frac{L}{4r_2^2\pi}$; daher gilt

$$i_1 : i_2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2} \quad \ldots\ldots (67).$$

Fig. 495.



Wird die lichtauffangende, ebene Fläche *AB* (Fig. 495) nach *AB'* um den Winkel φ gedreht, so fällt auf sie nicht mehr die ganze, den zylindrischen Körper zwischen *1* und *2* ausfüllende Lichtmenge, sondern nur jene im zylindrischen Raume

zwischen *1* und *3* auf. Ist also i die Beleuchtungsstärke auf AB, so ist jene auf AB' nur mehr $i \cos \varphi$, wobei φ auch jener Winkel ist, den die Einfallsrichtung mit der Flächennormale der bestrahlten Fläche bildet.

Die Beleuchtungsstärke einer Fläche kann daher als proportional der Größe $\frac{L}{r^2} \cdot \cos \varphi$ gelten, welche Größe für $\varphi = 0^0$ in $\frac{L}{r^2}$ übergeht.

Die Helligkeit der Beleuchtung, unter welcher eine beleuchtete Fläche unserem Auge erscheint, ist übrigens nicht bloß von ihrer Beleuchtungsstärke, sondern auch von ihrer Oberflächenbeschaffenheit (Struktur und Farbe) abhängig.

Als Einheit der Lichtstärke hat man jene einer Normalparaffinkerze (1 N. K., auch deutsche Vereinskerze genannt) von 20 *mm* Durchmesser und 50 *mm* Flammenhöhe oder auch jene einer Hefner-Alteneckschen Normallampe (Hefner-Einheit, 1 H. E.) eingeführt; letztere ist eine mit Amylacetat gefüllte Lampe von 8 *mm* Dochtdurchmesser bei 40 *mm* Flammenhöhe. Als absolute Einheit hat man jene Lichtmenge angenommen, welche von 1 cm^2 der Oberfläche geschmolzenen Platins bei seiner Erstarrungstemperatur in normaler Richtung ausgestrahlt wird. Es ist 1 N. K. = 1,162 H. E. = 0,063 absoluten (Platin-) Einheiten. Als Einheit der Beleuchtungsstärke gilt die Meterkerze (Metereinheit), d. i. die in 1 *m* Entfernung bei senkrechtem Auffallen der Lichtstrahlen durch 1 N. K. (beziehungsweise 1 H. E.) auf 1 cm^2 ausgestrahlte Lichtmenge.

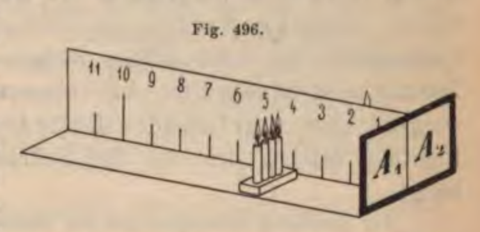
Die Photometrie, d. i. die Vergleichung zweier Lichtquellen hinsichtlich ihrer Lichtstärke, geht davon aus, die von beiden hervorgebrachte Beleuchtungsstärke zu vergleichen. Ist für zwei Lichtquellen von den Lichtstärken L_1 und L_2 bei normalem Auffallen der Strahlen auf Flächen gleicher Oberflächenbeschaffenheit in Abständen r_1 und r_2 gleiche Beleuchtungsstärke erzielt worden, so gilt wegen $\frac{L_1}{r_1^2} = \frac{L_2}{r_2^2}$ die Beziehung

$$L_1 : L_2 = r_1^2 : r_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (68);$$

in Worten: Die Lichtstärken zweier Lichtquellen verhalten sich wie die Quadrate ihrer Entfernung von gleich stark beleuchteten Wänden von gleicher Oberflächenbeschaffenheit.

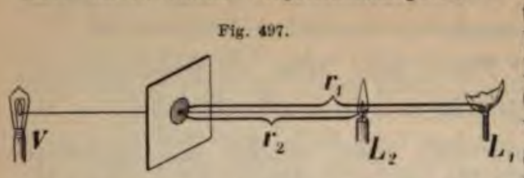
Im Photometer von Bougier (Fig. 496) werden zwei Mattglastafeln A_1 und A_2 durch die dahinter gestellten Lichtquellen zu gleicher Stärke beleuchtet. (Schulversuch: 4 Kerzen bringen im Abstande 2 dieselbe Beleuchtungsstärke hervor wie 1 Kerze im Abstande 1.) — Das Photometer von Bunsen benützt die Tatsache, daß ein auf einer Papierfläche vorhandener Fettfleck (erzeugt durch aufgetropftes und dann abgeschabtes Stearin) im auffallenden Lichte dunkler, im durchgelassenen heller erscheint als seine Umgebung, was sich daraus erklärt, daß er mehr Licht durchläßt und weniger zurückwirft als seine Umgebung. Wird daher ein derartiger Fettfleckschirm auf

Fig. 496.



einem passenden Maßstabe (optische Bank) so aufgestellt, daß er einerseits von einer fixbleibenden Vergleichslichtquelle V (Fig. 497), z. B. von einer elektrischen Glühlampe, anderseits der Reihe nach von den zu vergleichenden Lichtquellen L_2 (Normalkerze) und L_1 (Gaslampe) beleuchtet wird, und werden dieselben in jene Entfernungen r_1 und r_2 verschoben, bei welchen der Fettfleck möglichst gegen seine Umgebung verschwindet, so gilt $L_1 : L_2 = r_1^2 : r_2^2$. — Bei allen photometrischen Messungen tritt als erschwerendes Moment die verschiedene Färbung der einzelnen Lichtquellen auf.

Fig. 497.



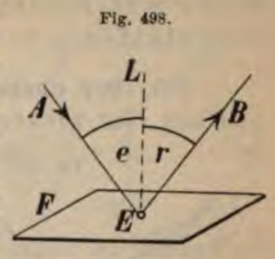
224. Diffuse und regelmäßige Reflexion des Lichtes. Das Reflexionsgesetz. Ein Bündel Sonnenlicht wird in ein verdunkeltes Zimmer geleitet und nahe der gegenüberliegenden Zimmerwand in seinen Weg ein weißüberzogener Schirm gestellt. Von allen Punkten des Zimmers aus gesehen, erscheint der vom Lichte getroffene Fleck grell beleuchtet; gleichzeitig erhellt sich auch der vor dem Schirme befindliche Teil des Zimmers. Ersetzen wir nun die rauhe Schirmfläche durch eine möglichst glatte Fläche — z. B. durch eine eben geschliffene und polierte Glasplatte —, so erscheint der vom Lichte getroffene Teil viel weniger hell beleuchtet als beim ersten Versuche. Dagegen durchdringt ein Teil des auffallenden Lichtes die durchsichtige Glastafel und erzeugt auf der dahinter befindlichen Wand einen sehr hellen Lichtfleck, der seine Stelle nicht ändert, wenn wir die Tafel beliebig drehen. Endlich erscheint auf einer der Zimmerwände ein zweiter Lichtfleck, welcher genau die Form des auf der Platte beleuchteten Fleckes hat (Auflegen verschiedener Papierschablonen auf die Platte) und welcher seine Stelle ändert, wenn man die Glastafel gegen das einfallende Lichtbündel verschieden neigt. Bei Anwendung einer polierten Metallplatte oder eines mit Quecksilberamalgam hinterkleideten Spiegelglases erfolgt keine Durchdringung der nunmehr undurchsichtigen Platte, während der zweite Lichtfleck weit heller ausfällt.

Bei diesen Versuchen wird der nicht selbst leuchtende Körper (Schirm, Glasplatte etc.) dadurch sichtbar, daß das auf ihn fallende Licht unregelmäßig nach allen Richtungen des Raumes, wie man sagt, zerstreut oder diffus zurückgeworfen (reflektiert) wird. An der rauhen, weißen Schirmfläche ist diese diffuse Reflexion so ausgiebig, daß durch sie das Zimmer aufgehellt wurde. Im Gegensatze hierzu zeigt die Glasplatte vorwiegend eine regelmäßige Reflexion, welche nur nach einer einzigen Richtung erfolgt, die von der Stellung der zurückwerfenden Fläche abhängt.

Als wichtigste Erscheinungen der diffusen Reflexion findet das Planetenlicht (Licht des Mondes), das zerstreute Tageslicht sowie die Morgen- und Abenddämmerung ihre Erklärung. (Vgl. Art. **236** und **253**.)

Das Gesetz, nach welchem die Richtungsänderung eines Lichtstrahles bei der Zurückwerfung von einem ebenen, beliebig klein oder groß zu denkenden Flächenstücke aus erfolgt, heißt das Reflexionsgesetz. Bezeichnet man als Einfallspunkt den vom einfallenden Lichtstrahl getroffenen Punkt E (Fig. 498) der Fläche F, als Einfallslot die in diesem Punkt errichtete Flächennormale LE, als Einfallsebene die durch den einfallenden Strahl und durch das Einfallslot gebildete Ebene, endlich als Einfallswinkel und als Reflexionswinkel die Winkel, welche das Einfallslot, beziehungsweise mit dem einfallenden und mit dem zurückgeworfenen Lichtstrahle bildet, so gilt: 1. Der reflektierte Lichtstrahl liegt in der Einfallsebene auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende Strahl. 2. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

Fig. 498.



Die Richtigkeit dieses Gesetzes kann experimentell am schärfsten auf astronomischem Wege nachgewiesen werden. Mittels des Vertikalkreises eines Theodoliten (Fig. 499) mißt man den Erhebungswinkel a eines Sternes S und hierauf den Depressionswinkel b, unter welchem in einem Quecksilberhorizont HH' sein Spiegelbild erscheint. Beide Winkel ergeben sich gleich groß. Da aber $\sphericalangle a = d$ (wegen des Parallelismus der vom Sterne S ausgehenden Strahlen) und da $\sphericalangle b = c$ (Wechselwinkel), so ist auch $\sphericalangle c = d$ und daher auch $e = r$. — Mit hinlänglicher Genauigkeit wird das Reflexionsgesetz auch durch die optische Scheibe (Fig 500) bewiesen. Auf einem Stativfuße ist eine mit weißem Papier überzogene, nach der Figur eingeteilte Scheibe in einer Vertikalebene drehbar. In der Richtung des Durchmessers, welcher die beiden mit 90° bezeichneten Punkte verbindet, ist ein kleines Glas- oder Metallspiegelchen normal zur Ebene der Scheibe befestigt. Ein horizontal einfallendes, streifend über die Ebene der Scheibe hingeführtes Lichtbündel erfährt vom Spiegel eine Zurückwerfung. Die Winkel e und r können abgelesen werden und sind stets gleich groß, wie immer man durch Drehen der Scheibe e ändern mag.

Fig. 499.

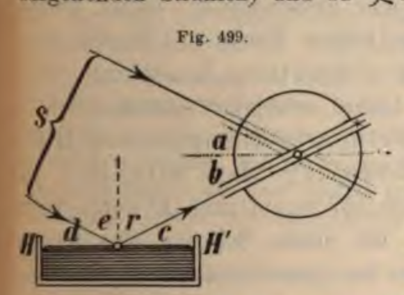
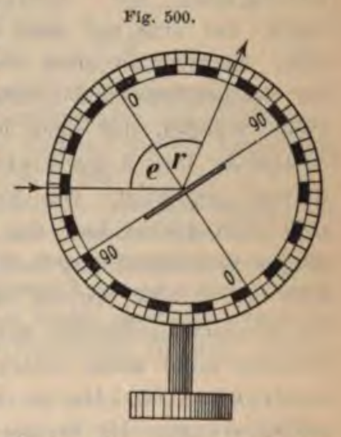


Fig. 500.

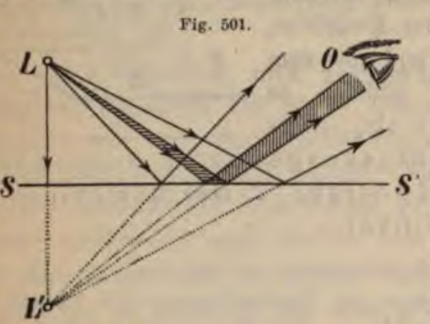


Unter Annahme der Undulationshypothese erklärt sich das Reflexionsgesetz aus der Zurückwerfung der räumlichen Kugelwellen nach dem Huygensschen Prinzipe (Art. **123**).

Wenn der einfallende Strahl in der Richtung BE (Fig. 498) verläuft, so ist EA nach dem Reflexionsgesetze der zurückgeworfene Strahl. Es ist dies ein besonderer Fall des Reziprozitätsgesetzes der Optik, welches lautet: Das Licht kann einen Weg, den es in dem einen Sinne durchläuft, stets auch im entgegengesetzten Sinne durchlaufen.

225. Der ebene oder Planspiegel. Aus dem Reflexionsgesetze ergibt sich, daß alle von einem hellen Punkte (L in Fig. 501) ausgehenden, auf einen ebenen Spiegel oder Planspiegel (SS') auffallenden Strahlen von demselben so zurückgeworfen werden, als kämen sie alle von einem Punkte (L'), welcher auf der vom Lichtpunkte aus auf den Spiegel gezogenen Normalen (LL') ebensoweit hinter der Spiegelebene liegt als der Lichtpunkt vor demselben (Gesetz des Planspiegels). Ein Auge, das sich vor dem Spiegel, z. B. in O, befindet, empfängt daher diese zurückgeworfenen Strahlen so, als ob sie von dem hinsichtlich der Spiegelebene zum Lichtpunkte L symmetrisch gelegenen Punkte L' ausgehen würden, der somit wie ein selbst Licht aussendender, heller Punkt erscheint. Das Auge sieht also von dem hellen Punkte L hinter dem Spiegel ein Bild. Das Bild wird als ein subjektives bezeichnet, weil sein Zustandekommen das Vorhandensein eines (subjektiv empfindenden) Auges voraussetzt; es heißt auch ein scheinbares (imaginäres) Bild, weil es nicht durch wirkliche Vereinigung der Strahlen zu einem neuen Lichtpunkte entsteht, daher auch auf einem nach L' gebrachten Schirme nicht einen hellen Fleck erzeugt, mit einem Schirme also nicht auffangbar ist. Da es im Schnittpunkte der geometrischen Rückwärtsverlängerungen der Strahlen erscheint, wird es auch als geometrisches Bild bezeichnet (Art. **226**).

Fig. 501.



Als Hauptstrahl bezeichnet man denjenigen von dem hellen Lichtpunkte L ausgehenden Strahl, welcher die Spiegelfläche normal trifft; er wird in der eigenen Richtung zurückgeworfen.

Unter Annahme der Undulationshypothese ist die Entstehung des Spiegelbildes und seine zum Gegenstande symmetrische Lage vollkommen erklärt (Art. **123**). — Ein direkter geometrischer Beweis, der sich auf die Richtigkeit des experimentell nachgewiesenen Reflexionsgesetzes stützt, ergibt sich, wenn man außer dem von L ausgehenden Hauptstrahl noch einen anderen beliebigen Strahl LB herausnimmt und berücksichtigt, daß (Fig. 502) $\triangle LAB \cong L'AB$

(wegen $AB = AB$, $\sphericalangle LAB = L'AB = 90^0$, $\sphericalangle m = (90 - e) = (90 - r) = n = m'$) und daher $\overline{LA} = \overline{AL'}$ ist. Da nun als Einfallspunkt B jeder Punkt der Spiegelebene gewählt werden kann und sich immer $\overline{LA} = \overline{AL'}$ ergeben muß, folgt die Richtigkeit des Gesetzes für den Planspiegel.

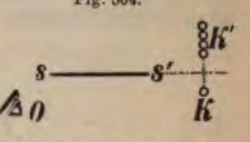
Fig. 502.



Fig. 503.

Die Verwendung des Planspiegels im täglichen Leben ist bekannt. Man beachte die symmetrische Lage eines räumlich ausgedehnten Gegenstandes zu seinem Spiegelbilde (Fig. 503). Ein räumliches Objekt und sein Spiegelbild stehen im Verhältnisse „räumlicher Symmetrie" und können daher im allgemeinen nicht zur Deckung gebracht werden. Das Spiegelbild der rechten Hand ist z. B. kongruent der linken Hand. — Polierte Metallspiegel. Amalgamspiegel sind an der Rückfläche mit Zinnamalgam überzogen oder metallisch versilbert. Bei denselben reflektiert hauptsächlich die belegte Glasfläche; da aber auch die vordere unbelegte reflektiert, also ein, wenn auch lichtschwächeres Bild erzeugt, bekommt man doppelte, wegen mehrfacher Reflexion des Lichtes zwischen beiden ebenen Flächen sogar mehrfache Bilder, welche deutlich sichtbar werden, wenn man vor einem aus dickem Glas hergestellten Spiegel $s\,s'$ (Fig. 504) eine brennende Kerzenflamme K stark seitlich und ziemlich nahe aufstellt und das Auge nach O bringt. Wo die vielfachen Bilder stören — wie bei astronomischen und physikalischen Apparaten (z. B. beim Heliostaten, S. 386) — benützt man entweder Metallspiegel oder an der Vorderfläche mit einer polierten Silberschichte überkleidete Glasspiegel oder auch schwarze Spiegel, deren Rückfläche mit einer das Licht absorbierenden oder verschluckenden (Art. 235) Asphaltlackschichte überzogen ist, so daß eigentlich nur die Vorderfläche spiegelt und daher einfache, wenn auch lichtschwache Bilder liefert.

Fig. 504.



Bei Verwendung **unbelegter Spiegel** (Spiegelglastafeln) kann man zugleich mit dem Spiegelbilde hinter dem Spiegel befindliche Gegenstände sehen; dabei kann man auch den Ort des Spiegelbildes annähernd feststellen, z. B. eine nicht angezündete Kerze so lange verschieben, daß das Spiegelbild einer vor dem Spiegel brennenden Kerzenflamme, von allen Stellen vor dem Spiegel aus gesehen, auf dem Dochte der nicht brennenden aufzusitzen scheint. Täuschungen bei den „Gespenstererscheinungen mit dem Bühnenspiegel".

Jede Drehung und jede Parallelverschiebung eines ebenen Spiegels erzeugt eine Drehung, beziehungsweise Parallelverschiebung des Bildes um den doppelten Betrag. Zum Beweise für den ersten Teil der Behauptung diene Fig. 505. Dreht sich Spiegel und Einfallslot um den Winkel x^0, so daß der neue Einfallswinkel $EAL' = (e + x)^0$ ist, so ist der Reflexionswinkel $L'AR'$ ebenso groß. Die Summe beider, also $\sphericalangle EAR'$ ist also $2\,(e + x)^0$ und da hiervon auf EAR $2\,e^0$ entfallen, muß $\sphericalangle RAR' = 2\,x^0$ sein. Den zweiten Teil der Behauptung begründet Fig. 506. Ist vor dem Spiegel im Abstande a der Gegenstand G und verschiebt man den Spiegel um x weiter vom Gegenstande weg, so liegt das neue Spiegel-

Fig. 505.



Fig. 506.

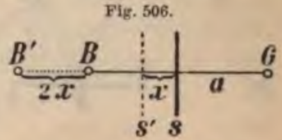


bild B' nun vom ruhig gebliebenen Gegenstande G in der Entfernung von $(2a + 2x)$, also um $2x$ weiter weg als zuvor.

Zwei unter einem Winkel gegeneinander geneigte Spiegel (Winkelspiegel) geben infolge mehrfacher Reflexion der Lichtstrahlen, welche von einem zwischen ihnen befindlichen Gegenstande kommen, mehrfache Bilder, die auf einer Kreislinie um die Schnittkante der Spiegel angeordnet sind. Man konstruiere dieselben für einen Neigungswinkel, der ein Teiler von 360° ist (z. B. für 60°), und zwar für den Fall, daß der Gegenstand *a)* in der Symmetrale dieses Winkels, *b)* außerhalb derselben liegt. Welches Gesetz ergibt sich hinsichtlich der Anzahl der Spiegelbilder? Welchen Wert ergibt die erhaltene Formel für den Neigungswinkel „Null" der Spiegel? Was heißt dies? Warum werden bei einer Ausführung des betreffenden Versuches die Spiegelbilder immer lichtschwächer? (Vergleich mit dem mehrfachen Echo zwischen parallelen Wänden.) — Täuschungen durch Winkelspiegel in Warenauslagefenstern. Kaleidoskop.

Von Anwendungen des Planspiegels vorwiegend zu wissenschaftlichen Zwecken sei noch hervorgehoben die Spiegelablesung an Galvanometern etc. (Art. **161**), die Verwendung eines um zwei zueinander normale Achsen drehbaren Heliostaten, um bei jedem Sonnenstande ein horizontales Lichtbündel in den Experimentierraum zu reflektieren (Uhrwerksheliostaten folgen dabei der scheinbaren Bewegung der Sonne), die Verwendung des Spiegels zu medizinischen Zwecken (Kehlkopfspiegel etc.), zur Aufhellung dunkler Räume (Straßenspiegel) u. s. w. Zur Messung von Kristallwinkeln (Prismenwinkeln) dient das Reflexgoniometer. Man befestigt bei demselben den zu messenden Keil so auf einem inmitten einer Kreisteilung drehbaren Tischchen, daß seine Kante parallel zur Drehungsachse des Tischchens steht, und stellt das Fadenkreuz-Fernrohr F (Fig. 507) so, daß man durch eine Keilfläche das Spiegelbild einer scharf begrenzten Lichtquelle L (helle Spalte) sieht. Durch bloße Drehung des Tischchens um seine Achse O kann dann erreicht werden, daß man durch Vermittlung der zweiten Keilfläche durch F abermals das Spiegelbild von L sieht. Da man den hierzu nötigen Drehungswinkel $(180 - \alpha)$ an der Kreisteilung ablesen kann, ist hierdurch auch α bekannt. — Das Prinzip des zur Winkelmessung dienenden Spiegelsextanten erläutert Fig. 508. Sind die beiden Spiegel s und s', von welchen s' drehbar und s fest ist, parallel, so sieht man einen weit entfernten Gegenstand P in der unteren belegten Hälfte von s (Fig. 509) infolge zweifacher Reflexion und, durch die obere unbelegte Hälfte von s blickend, außerdem direkt. Bildet also umgekehrt das Spiegelbild in s gleichsam die Fortsetzung des direkt gesehenen Bildes, so sind die Spiegel parallel. Um nun, in der Richtung nach P hin blickend, außer dem direkt sichtbaren Bilde von P durch zweifache Reflexion gleichzeitig das Bild eines zweiten fernen Gegenstandes Q zu erblicken, muß man s' um einen Winkel α drehen. Doppelt so groß [...]n nach dem vorigen der zu messende Winkel QAP, den die Visierlinien vom Auge [...]ch den Punkten P und Q bilden.

Fig. 507.

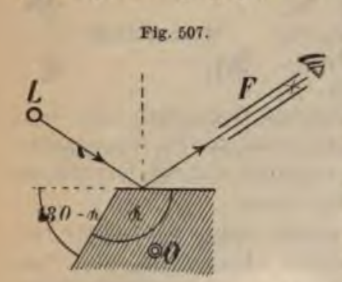


Fig. 508.

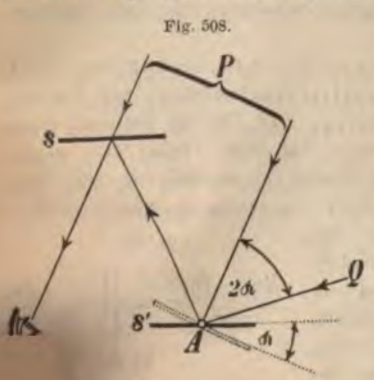
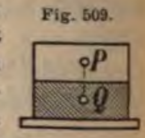


Fig. 509.

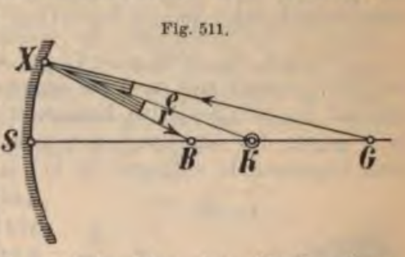


226. Die sphärischen Spiegel. Von den gekrümmten Spiegeln sind von besonderer Wichtigkeit die sphärischen Spiegel, welche die Form einer Kalotte haben. Je nachdem die hohle oder die erhabene Seite derselben die reflektierende ist, unterscheidet man sphärische Konkav- oder Konvexspiegel. Erstere heißen auch Hohlspiegel. Als Krümmungsmittelpunkt K (Fig. 510) bezeichnet man den Mittelpunkt derjenigen Kugelfläche, von welcher die Spiegelfläche ein Stück bildet, als Scheitel S den geometrischen Mittelpunkt der Kalotte; die Verbindung beider liefert die optische Achse des Spiegels. Der Winkel, welchen zwei von K aus zu diametral gegeneinander liegenden Randpunkten RR' gezogene Halbmesser bilden, heißt die Öffnung (Apertur) des Spiegels.

Fig. 510.

Es läßt sich beweisen, daß alle von einem Lichtpunkte, der in der Achse eines sphärischen Spiegels von kleiner Öffnung gelegen ist, ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte der Achse vereinigt werden; ein vor der Reflexion homozentrisches Strahlenbüschel ist auch nach der Reflexion homozentrisch. In dem betreffenden Punkte der Achse entsteht daher entweder durch wirkliche Vereinigung der Strahlen ein wirkliches (reelles), auf einem Schirme auffangbares Bild, das auch als objektives Bild bezeichnet werden kann, weil sein Zustandekommen unabhängig von dem Vorhandensein eines beobachtenden, nur subjektiv empfindenden Auges erfolgt, oder es entsteht nur durch Vereinigung der geometrischen Rückwärtsverlängerungen der Strahlen ein scheinbares (imaginäres, subjektives, geometrisches) Bild (Art. 225).

Fig. 511.



Liegt auf der Achse SG (Fig. 511) des sphärischen Konkavspiegels vom „Krümmungshalbmesser" $KS = r$ der leuchtende Punkt G (Gegenstand) im Abstande $GS = g$ (Gegenstandsweite) vom Scheitel, so wird ein Strahl, welcher von G zu dem beliebig am Spiegel gelegenen Punkte X geht, nach dem Reflexionsgesetze nach B reflektiert, wobei als Einfallslot der auf dem getroffenen ebenen Spiegelelemente normal stehende Radius XK zu betrachten ist. Nach einem bekannten geometrischen Satze ist dann $\overline{BK} : \overline{KG} = \overline{BX} : \overline{XG}$, woraus zu erkennen ist, daß die Lage des Punktes B (des Bildes) im allgemeinen von der Lage des Punktes X abhängig ist. Liegt jedoch X sehr nahe an S, so daß statt $\overline{BX}$ mit großer Annäherung $\overline{BS}$, statt $\overline{XG}$ ebenso $\overline{SG}$ gesetzt werden darf, so folgt $\overline{BK} : \overline{KG} = \overline{BS} : \overline{SG}$ oder nach Einführung der Werte, wenn die Bildweite BS mit b bezeichnet wird, die Gleichung

$$(r - b) : (g - r) = b : g \qquad (69),$$

woraus $br + gr = 2\,bg$ und nach Division durch die Größe bgr die Gleichung folgt:

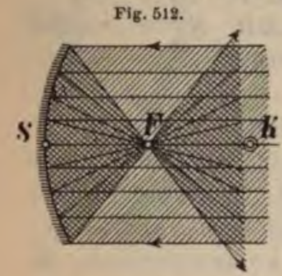
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}, \text{ wenn man } \frac{r}{2} = f \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (70)$$

setzt.

Aus der Gleichung (70) „für den sphärischen Konkavspiegel von kleiner Öffnung" oder aus der „Hohlspiegelgleichung" folgt, daß zu jedem Werte der Gegenstandsweite ein einziger bestimmter Wert der Bildweite gehört. Ferner ist aus derselben das Gesetz der Reziprozität (Art. 224) herauszulesen; gibt man nämlich der Gegenstandsweite den Wert b, so nimmt die Bildweite den zugehörigen Wert g an. Der Krümmungshalbmesser ist dabei stets das harmonische Mittel aus Gegenstandsweite und Bildweite.

Ist $g = \infty$, so folgt $b = \frac{r}{2} = f$, d. h.: I. Von einem auf der Achse in unendlicher Ferne gelegenen Lichtpunkte ausgehende, also parallel zur Achse und nahe derselben auf den Hohlspiegel fallende Strahlen sammeln sich nach der Reflexion in einem bestimmten Punkte der Achse, welcher der Brennpunkt (Fokus) heißt. Sein Abstand vom Scheitel heißt die Brennweite des Spiegels. Dieselbe ist bei einem sphärischen Konkavspiegel von kleiner Apertur gleich der Hälfte des Krümmungshalbmessers (Fig. 512).*)

Fig. 512.

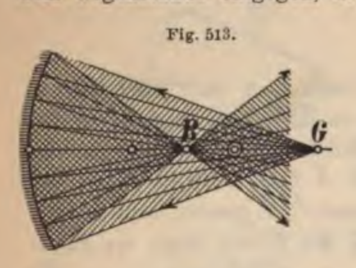


Praktisch entspricht dem Gesagten der Versuch, daß die Achse des Hohlspiegels gegen die Sonne gerichtet wird. Da mit den Lichtstrahlen zugleich die Wärmestrahlen (Art. **114** u. **242**) im Brennpunkte gesammelt werden, entsteht daselbst eine beträchtliche Wärmewirkung, woraus sich die Bezeichnungen „Brennpunkt", „Brennweite" sowie die oft gebrauchten Ausdrücke Sammelspiegel, Brennspiegel erklären.

Die Hohlspiegelgleichung (70) lautet in Worten ausgedrückt: „Die Summe der reziproken Werte der Gegenstandsweite und der Bildweite ist gleich dem reziproken Werte der Brennweite," also für einen und denselben Spiegel immer konstant.

Ist $g < \infty$, aber $g > 2f$, so ist nach der Hohlspiegelgleichung $b > f$, aber $b < 2f$; bewegt sich also der Gegenstand von „Unendlich" angefangen gegen den Spiegel bis zur doppelten Brennweite, so rückt das Bild vom Brennpunkte gleichfalls gegen die doppelte Brennweite; es entfernt sich also vom Spiegel und rückt dem Gegenstande entgegen, d. h.: II. Befindet sich der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite, so entsteht das Bild zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite (Fig. 513). — Ist $g = 2f$, so ist $b = 2f$, d. h.: III. Befindet sich der Gegenstand in der doppelten Brennweite, so ist auch das Bild in der doppelten Brennweite. — Wird $g < 2f$, aber $g > f$, so ist $b > 2f$, aber $b < \infty$; bewegt sich also der Gegenstand gegen den Spiegel hin von der doppelten zur einfachen Brennweite, so rückt das Bild von der doppelten Brennweite immer weiter vom

Fig. 513.



*) In den folgenden Figuren ist der Brennpunkt immer durch einen einfachen Ring, der Krümmungsmittelpunkt durch einen doppelten Ring eingeschlossen.

Spiegel fort; Bild und Gegenstand entfernen sich also immer weiter voneinander, d. h.: IV. Befindet sich der Gegenstand zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite, so entsteht das Bild außerhalb der doppelten Brennweite (Fig. 514). Dieser Fall IV ist offenbar reziprok zum Falle II. — Ist $g = f$, so ist $b = \infty$, d. h.: V. Befindet sich der Gegenstand im Brennpunkte, so verlassen die Strahlen den Spiegel parallel zur Achse (Fig. 515). (Reziprok zu Fall I.) — Ist $g < f$, aber $g > 0$, so ergibt sich aus der Hohlspiegelgleichung, wegen $\frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{f}\right)$, b negativ, und zwar dem absoluten Werte nach stets $b > g$; die Strahlen verlassen in diesem Falle — wie Fig. 516 erkennen läßt — den Spiegel divergierend, wobei sie von einem hinter dem Spiegel liegenden Punkte auszugehen scheinen, d. h.: VI. Ist die Entfernung des leuchtenden Punktes kleiner als die Brennweite, so entsteht ein imaginäres Bild hinter dem Spiegel. Dagegen entstehen in allen früher besprochenen Fällen reelle Bilder. — Auch Fall VI ergibt einen hierzu reziproken Fall. Ist nämlich g negativ, aber dem absoluten Werte nach kleiner als Unendlich, d. h. fallen Strahlen auf einen Hohlspiegel derartig auf, daß sie nach einem hinter dem Spiegel liegenden Punkte konvergieren, so entsteht vor dem Spiegel in einer Entfernung, welche kleiner ist als der absolute Wert des g, ein reelles Bild, welches dabei immer innerhalb der Brennweite liegt (Fall VII).

Fig. 514.

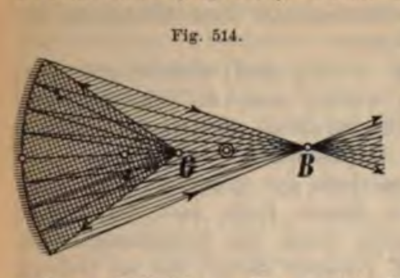


Fig. 515.

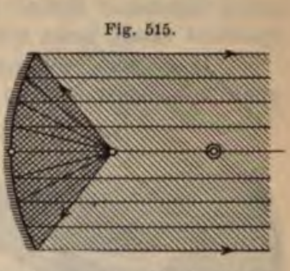
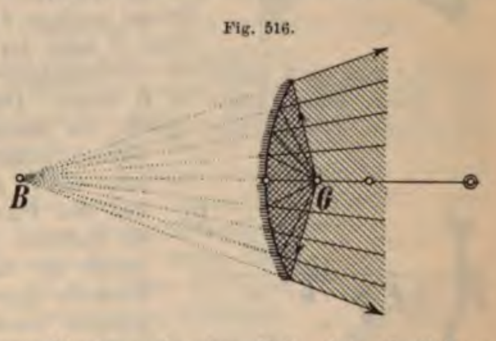
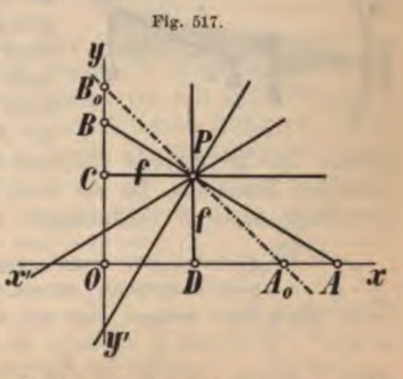


Fig. 516.



Die Diskussion der Hohlspiegelgleichung wird für diese verschiedenen Annahmen durch folgende konstruktive Betrachtung erleichtert. Für ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Fig. 517) hat der Punkt P die Koordinaten $x = y = f$. Legt man durch P irgend eine Gerade, so liefert sie auf den Koordinatenachsen zwei Abschnitte, welche ein Paar zusammengehöriger Werte der Gegenstandsweite und Bildweite für einen Hohlspiegel von der Brennweite f darstellen. Da nämlich $\triangle\, BCP \sim PDA$ ist, so folgt $\overline{BC} : \overline{CP} = \overline{PD} : \overline{DA}$ oder, wenn wir OA mit g, OB mit b bezeichnen, auch $(b - f) : f = f : (g - f)$, woraus die

Fig. 517.



Gleichung (70) durch einfache Umformung leicht erhalten werden kann.*) — Man verfolge die obigen Fälle I—VII an der Hand der Figur 517.

Experimenteller Nachweis dieser einzelnen Fälle, indem man parallele Strahlen (Sonnenlicht) durch eine Sammellinse (Art. 230) sammelt und ihren Konvergenzpunkt als hellen Gegenstand auffaßt. Indem man diesem Konvergenzpunkte einen Hohlspiegel entsprechend nähert, lassen sich die einzelnen Fälle erhalten.

Liegt der leuchtende Punkt (Gegenstand) G (Fig. 518) außerhalb, aber ziemlich nahe an der optischen Achse, so werden auch die von ihm ausgehenden Strahlen in einem einzigen Punkte B gesammelt, welcher aber nun auch außerhalb der optischen Achse liegt. Denn in diesem Falle darf der von G ausgehende, durch den Krümmungsmittelpunkt K gezogene Strahl, der als Hauptstrahl bezeichnet wird, da er die Spiegelfläche normal trifft, als Achse des Spiegels gelten; solange als auch hinsichtlich dieser neuen Achse der Spiegel geringe Apertur zeigt, was der Fall sein wird, wenn G nahe der Achse liegt, gilt die frühere Beweisführung und muß daher der Vereinigungspunkt der von G ausgehenden Strahlen auf dieser neuen Achse in B liegen. Daher ergibt sich eine einfache Konstruktion der Bilder, welche ein Hohlspiegel von außerhalb der Achse gelegenen punktförmigen Gegenständen liefert. Man zieht von G aus (Fig. 519) den Hauptstrahl GK und den Parallelstrahl GM; da letzterer nach der Reflexion durch F geht, ergibt sich im Schnittpunkte der reflektierten Strahlen das Bild B. Zur Kontrolle kann noch der Fokalstrahl GN durch F gezogen werden, der den Spiegel parallel zur Achse verläßt. (Inwiefern läßt diese Konstruktion wieder das „Reziprozitätsgesetz der Optik" erkennen?)

Fig. 518.

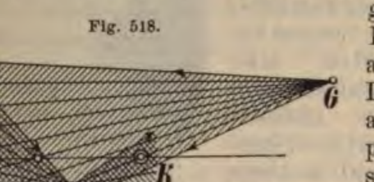
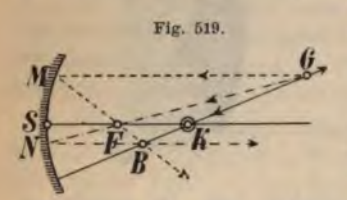
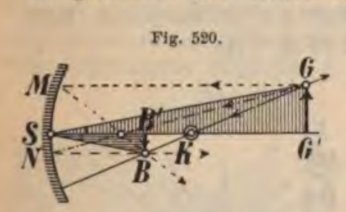


Fig. 519.



Das Bild eines zur Achse senkrechten, kleinen Gegenstandes GG' (Fig. 520) ist gleichfalls zur Achse senkrecht in BB'. Was nämlich von dem Achsenpunkte G' in Bezug auf die Achse $G'K$ gilt, wird für den außer der Achse liegenden Punkt G in Bezug auf die Achse GK gelten, solange $\measuredangle\, GKG'$ klein genug ist. Liegt G senkrecht über G', so darf dann $GK = G'K$ gesetzt werden. Dann muß aber auch der zu G gehörige Bildpunkt B auf GK in einer Entfernung $BK = B'K$ liegen und darf daher die in B' errichtete Senkrechte BB' als Bild von GG' gelten. Die Bildgröße (β) steht daher zur Gegenstandsgröße (γ) in einer einfachen Beziehung. Da der Scheitelstrahl GS (Fig. 520) nach der Reflexion gleichfalls durch B hindurchgeht und für ihn die optische Achse das Einfallslot

Fig. 520.



*) Die Gleichung einer Geraden kann — wie die analytische Geometrie lehrt — in der Form $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ angeschrieben werden, worin a und b die Achsenabschnitte auf der Abszissen-, beziehungsweise Ordinatenachse bedeuten. Geht diese Gerade durch den Punkt P mit den Koordinaten $x_1 = y_1 = f$, so gilt $\frac{f}{a} + \frac{f}{b} = 1$ oder $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$; die Achsenabschnitte a und b jeder durch diesen Punkt P gehenden Geraden stellen also ein Paar zusammengehöriger Werte von Gegenstands- und Bildweite für *einen Hohlspiegel* von der Brennweite f dar.

bildet, ist $\triangle BSB' \backsim GSG'$, also ist $\overline{BB'} : \overline{GG'} = \overline{B'S} : \overline{G'S}$ oder $\beta : \gamma = b : g$, d. h.: Die Bildgröße verhält sich zur Gegenstandsgröße wie die Bildweite zur Gegenstandsweite.

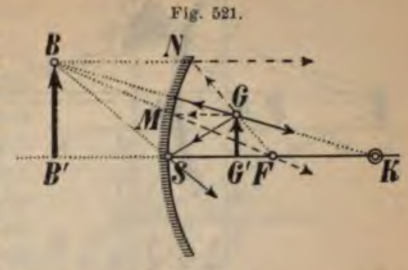


Fig. 521.

Fig. 521 zeigt, nach diesen Prinzipien durchgeführt, die Konstruktion des imaginären Bildes eines innerhalb der Brennweite befindlichen, normal zur Achse stehenden Gegenstandes. Man beachte auch hier die Relation $\beta : \gamma = b : g$ durch Betrachtung der ähnlichen Dreiecke BSB' und GSG'.

Als zusammenfassendes Resultat ergibt sich: Sphärische Konkavspiegel geben reelle oder virtuelle Bilder, je nachdem der Gegenstand außerhalb oder innerhalb der Brennweite liegt, welche dem halben Krümmungsradius gleichkommt. Die reellen Bilder sind stets umgekehrt, und zwar vergrößert, verkleinert oder gleich groß, je nachdem der Gegenstand innerhalb, außerhalb oder in der doppelten Brennweite liegt. Die virtuellen Bilder sind stets aufrecht und vergrößert.

Bei Konkavspiegeln von großer Öffnung werden die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nicht mehr in einem einzigen Punkte vereinigt. So liegt z. B. der Vereinigungspunkt von Parallelstrahlen (Fig. 522) für die Randstrahlen näher am Spiegel als für die Zentralstrahlen. Sämtliche Strahlen werden nach der Reflexion durch eine ihrer größeren Lichtwirkung halber sichtbare Brennfläche eingehüllt, deren Achsenschnitt den Namen Brennlinie (Katakaustika) führt. Derartige Spiegel liefern daher undeutliche Bilder; das vergrößerte Bild eines räumlichen Objektes (Kerzenflamme, Glühfaden), das sich zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite befindet, erscheint wie von einem Lichtnebel überzogen, welcher verschwindet, wenn man den Rand des Spiegels durch einen Ring aus Pappe (Diaphragma) abdeckt und so die Zentralstrahlen allein zur Wirkung kommen läßt. Der störende Einfluß der Randstrahlen wird als sphärische Aberration bezeichnet.

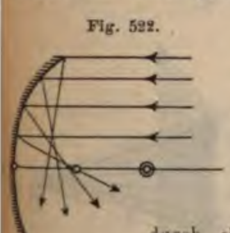
Fig. 522.


Fig. 523.


Bei einem parabolischen Spiegel werden einer geometrischen Eigenschaft der Parabel zufolge alle parallel zur Achse auffallenden Strahlen in einem einzigen Brennpunkte vereinigt (Fig. 523). Deshalb gibt ein solcher Spiegel von weit entfernten Gegenständen sehr reine Bilder. Verwendung derselben in den Spiegelteleskopen. Jeder sphärische Spiegel von kleiner Öffnung kann als Scheitelteil eines parabolischen aufgefaßt werden.*) —

Fig. 524.


*) Daß der Krümmungshalbmesser $\overline{KS}$ für den Scheitel der Parabel gleich dem halben Parameter p ist (also in Fig. 524 der Punkt F in der Mitte zwischen S und K liegt, weil $SF = \frac{p}{2}$, daher auch $FK = \frac{p}{2}$ ist), kann aus der bekannten Eigenschaft, daß die Subnormale der Parabel $= p$ ist, erkannt werden. Für die Normale in A ist $NP = p$; liegt A nahe an S, so geht $\overline{AN}$ in die Länge des Krümmungsradius über, der dann mit NP zusammenfällt, also ebenfalls gleich p ist.

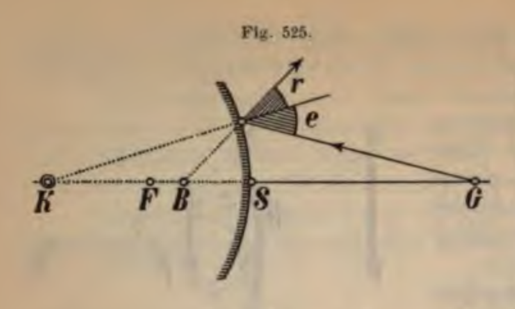


Fig. 525.

Für den sphärischen Konvexspiegel kann die Ableitung der Spiegelgleichung ebenso wie für den Konkavspiegel durchgeführt werden. Es genügt aber auch zu bedenken, daß der Konvexspiegel (Fig. 525) aus dem Konkavspiegel (Fig. 511) hervorgeht, wenn man K auf die entgegengesetzte Seite von S rücken, also den Wert von r negativ werden läßt. Die Gleichung lautet demnach

$$\frac{1}{g}+\frac{1}{b}=-\frac{2}{r}=-\frac{1}{f}, \text{ worin wieder } \frac{r}{2}=f \ldots\ldots\ldots\ldots (71)$$

gesetzt wird.

Für $g=\infty$ ist $b=-f$. Parallel zur Achse und nahe derselben auf einen Konvexspiegel fallende Strahlen werden von demselben derartig zurückgeworfen, daß ihre nach rückwärts gezogenen Verlängerungen sich hinter dem Spiegel in einem Punkte der Achse schneiden, welcher der Zerstreuungspunkt oder der imaginäre Brennpunkt des Konvexspiegels (Zerstreuungsspiegels) heißt. Sein Abstand vom Scheitel heißt die Zerstreuungsweite. Dieselbe ist bei einem sphärischen Konvexspiegel von kleiner Apertur gleich der Hälfte des Krümmungshalbmessers (Fig. 526). — Wenn g dem Vorzeichen nach positiv ist, wenn also der Gegenstand vor dem Konvexspiegel liegt, so muß b dem Vorzeichen nach stets negativ

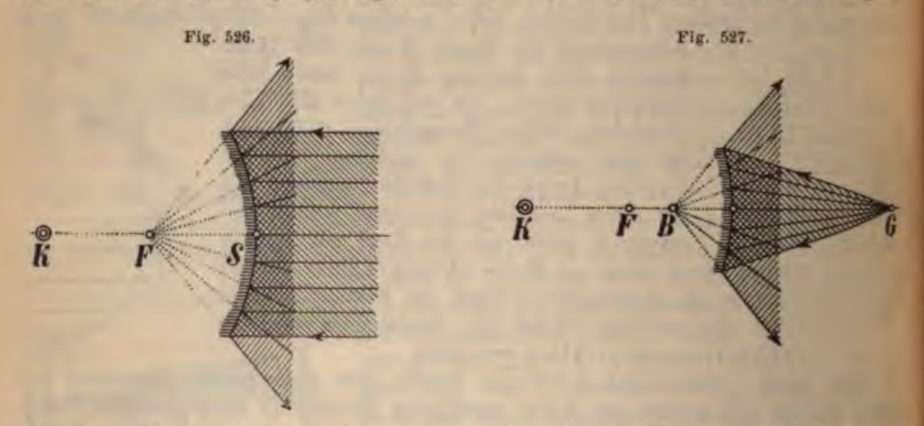
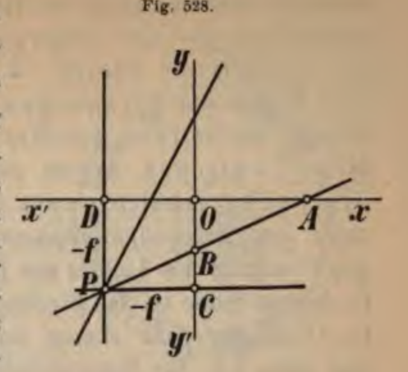


Fig. 526. Fig. 527.

sein. Von Gegenständen, welche sich vor dem Konvexspiegel befinden (Fig. 527), entstehen also stets imaginäre Bilder hinter dem Spiegel (da sie nicht durch wirklichen Schnitt der Strahlen zu stande kommen) innerhalb der Zerstreuungsweite (da $\frac{1}{b}$ immer $>\frac{1}{f}$, also $b<f$ sein muß). — Dem Reziprozitätsgesetze der Optik zufolge müssen daher Strahlen, welche nach einem innerhalb der Zerstreuungsweite hinter dem Konvexspiegel gelegenen Punkte konvergieren, vor dem Spiegel ein reelles Bild ergeben. Strahlen, welche nach dem Zerstreuungspunkte konvergieren, verlassen den Spiegel parallel; Strahlen, welche nach einem außerhalb der Zerstreuungsweite gelegenen Punkte konvergieren, verlassen den Spiegel divergierend. Diese drei Fälle zeigt die Glei-

chung (71), da nach $\frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{f}\right)$ für einen negativen Wert von g sich b entweder positiv oder unendlich oder negativ ergibt, je nachdem der absolute Wert von $g \lesseqgtr f$ ist. — Verfolgung dieser Gesetze an der zu Fig. 517 analogen Konstruktion Fig. 528. — Bildkonstruktion eines außerhalb der Achse gelegenen punktförmigen Gegenstandes G (Fig. 529) sowie eines räumlichen Gegenstandes GG' (Fig. 530). Nachweis der Relation $\beta : \gamma = b : g$ mittels des Scheitelstrahles (Fig. 530). Da b immer kleiner als g ist (Gleichung 71), liefert der Konvexspiegel stets verkleinerte Bilder.

Fig. 528.



Anwendung der Konkavspiegel als Brennspiegel (schon im Altertum), im Spiegelteleskop, bei elektrischen Scheinwerfern u. s. w. Kleine Hohlspiegel zu Beleuchtungszwecken beim Mikroskop, beim Rachenspiegel, Ohrenspiegel, Augenspiegel u. s. w. —

Fig. 529. Fig. 530.



Anwendung der Konvexspiegel als Malerspiegel; auch die in Gärten verwendeten Zierkugeln können als sphärische Konvexspiegel von großer Öffnung betrachtet werden, welche daher infolge sphärischer Aberration gekrümmte Bilder liefern; warum erscheinen die weit entfernten Objekte auf einer Kugel vom Radius $r/_2$? — Von den gekrümmten Spiegeln sind (außer den sphärischen Spiegeln) von untergeordneter Bedeutung die zylindrischen und die konischen Spiegel, welche Zerrbilder liefern, daher von verzerrten Zeichnungen als Objekten unverzerrte Bilder geben können.

227. Brechung des Lichtes. Wenn Lichtstrahlen, die sich in Luft, Wasser, Glas oder irgend einem anderen Körper verbreiten, auf die Grenzfläche eines zweiten durchsichtigen Mittels auftreffen, erfahren sie in der Regel eine zweifache Richtungsänderung. Ein Teil wird in das alte Mittel nach den bereits bekannten Gesetzen reflektiert; der andere Teil dringt in das neue Mittel ein, erfährt aber an der Trennungsfläche desselben eine solche Richtungsänderung, daß jeder Strahl daselbst abgeknickt oder gebrochen wird. Unter Festhaltung der bereits früher (Art. **224**) definierten Bezeichnungen nennen wir noch den Winkel zwischen dem gebrochenen Strahl und dem Einfallslote den Brechungswinkel. Die Ablenkung im neuen Mittel oder die Brechung oder Refraktion des Lichtstrahls ist dann durch das von Snellius (Art. **142**) aufgestellte Brechungsgesetz

bestimmt, welches lautet: 1. Der gebrochene Strahl liegt in der Einfallsebene auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende Strahl. 2. Der Sinus des Einfallswinkels steht zum Sinus des Brechungswinkels in einem konstanten Verhältnis. Dieses Verhältnis, welches nur abhängt von der Natur der beiden Mittel, zwischen denen sich die Brechung vollzieht, heißt das Brechungsverhältnis oder der Brechungsexponent. Gewöhnlich wird unter dem Brechungsverhältnis eines Körpers das Brechungsverhältnis für den Übergang des Lichtes aus Luft in den Körper verstanden (vgl. Art. 228). In diesem Sinne ist das Brechungsverhältnis für Wasser ungefähr $^4/_3$ (1,333), für Crownglas (und ebenso für Kanadabalsam) rund $^3/_2$ (1,530), für Flintglas zirka 1,7, für Schwefelkohlenstoff 1,633, für Diamant zirka $^5/_2$ u. s. w. Bezeichnen wir dasselbe mit n, den Einfallswinkel mit α, den Brechungswinkel mit β, so lautet das Snelliussche Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad \ldots\ldots (72).$$

Während also die Reflexion des Lichtes, was die geometrische Richtung des reflektierten Lichtes anbelangt, sich unabhängig von der materiellen Beschaffenheit der reflektierenden Fläche vollzieht, hängt die Brechung des Lichtes von der Natur beider Mittel ab.

Im Sinne der Undulationshypothese erklärt sich die Brechung dadurch, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung des Lichtes in verschiedenen Mitteln entsprechend dem daselbst verschiedenen Zustande des zwischen den Molekülen eingeschlossenen Äthers (Art. 222) eine verschiedene ist, was auch Versuche direkt bestätigten (Art. 222). In einem aus großer Entfernung kommenden Parallelstrahlenbündel müssen daher die Planwellenflächen — wie in Art. **124** gezeigt wurde — eine Änderung ihrer Stellung, die Wellenstrahlen eine Änderung ihrer Fortpflanzungsrichtung erleiden. Der Wert des Brechungsverhältnisses $n_{1,2}$ für den Übergang aus dem Mittel 1 in das Mittel 2 erlangt in diesem Sinne die Bedeutung

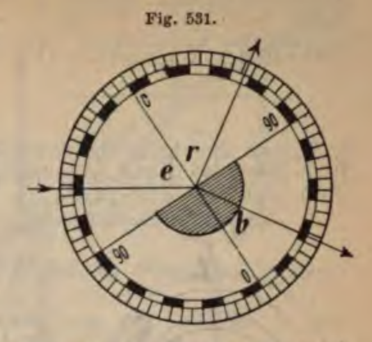
$$n_{1,2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \ldots\ldots (73).$$

In Übereinstimmung mit der Formel der Wellenlehre $c = \sqrt{\frac{e}{d}}$ nennen wir jenes Mittel optisch dichter, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit den kleineren Wert hat. Wasser, Glas etc. sind also optisch dichter als Luft. Die optische Dichtigkeit läuft nicht immer parallel der physikalischen; so ist z. B. Alkohol optisch dichter als Wasser, während er spezifisch leichter als dieses ist. Auffällig erscheinen die höheren Werte der optischen Dichtigkeit brennbarer Substanzen (Äther, Benzol, Schwefelkohlenstoff etc.).

Zum Zwecke der experimentellen Bestätigung des Brechungsgesetzes wird auf der „optischen Scheibe" ein Halbzylinder aus Glas (Fig. 531) befestigt. Da das Experiment in Übereinstimmung mit der Formel (72) zeigt,

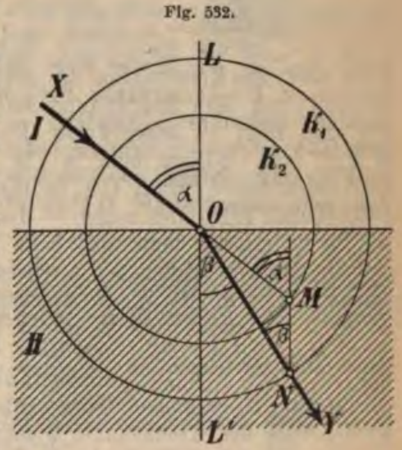
daß ein normal zur Trennungsfläche einfallender Strahl keine Richtungsänderung erleidet, wird das beim Eintritte in den Glaskörper (Fig. 531) gebrochene Licht beim Austritte aus demselben ungebrochen weitergehen. Ändert man durch Drehung der optischen Scheibe den Einfallswinkel e und bestimmt jedesmal den zugehörigen Brechungswinkel b, so zeigt der Quotient ihrer Sinuswerte (die Differenz der Logarithmen derselben) einen konstanten Wert. — Bringt man nach jedem dieser Versuche die Scheibe durch Drehung in eine solche Lage, daß das einfallende Licht nun jenen Weg in umgekehrter Richtung zu machen hat, den früher das gebrochene ging, so bildet die frühere Einfallsrichtung nun den Weg des gebrochenen Strahles (Bestätigung des Reziprozitätsgesetzes).

Fig. 531.



Erleichterung bei der Diskussion des Snelliusschen Brechungsgesetzes bietet eine einfache Konstruktion, nach welcher man für einen gegebenen Wert des Brechungsverhältnisses zu jedem Einfallswinkel den zugehörigen Brechungswinkel findet. Man stellt das Brechungsverhältnis $\frac{c_1}{c_2}$ in Form eines einfachen Näherungsbruches $\frac{a}{b}$ dar (z. B. für Luft in Glas $^3/_2$) und zeichnet um den Einfallspunkt O (Fig. 532) zwei Kreise K_1 und K_2 mit den Radien a und b (in der Figur mit den Strecken *3* und *2*). Um zum einfallenden Strahle XO den gebrochenen zu finden, verlängert man den ersteren in das neue Mittel II bis zum Schnittpunkte M des zugehörigen Kreises K_2, zieht $MN \parallel LL'$, bis der Kreis K_1 des ersten Mittels in N geschnitten wird, und erhält in der Verbindungslinie ON den gesuchten, gebrochenen Strahl OY. Die Richtigkeit erscheint bewiesen, da aus $\triangle\ OMN$ nach dem Sinussatze folgt, daß $\sin\alpha : \sin\beta = \overline{ON} : \overline{OM} = a : b = n$ ist, also α und β ein Paar zusammengehöriger Werte von Einfalls- und Brechungswinkel sind.

Fig. 532.



Diskussion der Formel (72): 1. Für $\alpha = 0^0$ ist auch $\beta = 0^0$. — 2. Ist $n > 1$, geht also das Licht aus dem optisch dünneren in das optisch dichtere Mittel über (z.B Luft in Glas), so ist $\sin\beta < \sin\alpha$, also $\beta < \alpha$, die Brechung findet zum Lote statt. — 3. Wächst dabei der Winkel α, so wächst auch Winkel β; mit wachsendem Einfallswinkel wächst auch der Brechungswinkel. — 4. Mit wachsendem Winkel α wächst — wie Fig. 532 erkennen läßt — auch die Strecke MN und damit auch der der Seite MN gegenüberliegende Winkel $(\alpha - \beta)$, welcher die Größe der Ablenkung des Lichtes oder die Größe der Brechung vorstellt.*) — 5. Die Grenze, welcher sich α nähern

*) Man kann dies auch auf rechnendem Wege zeigen, indem man aus der Gleichung $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$ den Tangentensatz $\operatorname{tang}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{n-1}{n+1} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha+\beta}{2}$ ableitet; da $\frac{\alpha+\beta}{2}$ stets kleiner als 90^0 ist, wächst die Größe der Brechung, d. i. $\sphericalangle(\alpha-\beta)$ mit wachsendem Einfallswinkel α.

kann, ohne sie zu erreichen, ist 90°; bei Annäherung an dieselbe nähert sich β einem bestimmten Winkel φ — dem Grenzwinkel — dessen Sinus aus der modifizierten Konstruktion (Fig. 533) durch $\frac{b}{a}$, also durch $\frac{1}{n}$ gegeben ist. Also gilt

$$\sin \varphi = \frac{1}{n} \quad \ldots\ldots (74).$$

6. Nimmt das Licht den umgekehrten Weg, also im Vergleiche zu Fall 2 aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Mittel, so würde dafür das Brechungsverhältnis gegeben sein durch $n' = \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{n}$. (Ist also für Luft in Glas das Brechungsverhältnis $^3/_2$, so ist es für Glas in Luft $^2/_3$.) Da früher (Fall 2) $n > 1$ war, ist also $n' < 1$. Es ist dann in $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n'$ wegen $\sin \alpha < \sin \beta$ auch $\alpha < \beta$, die Brechung findet vom Lote statt. Die Konstruktion des gebrochenen Strahles und ihre Begründung ist — wie Fig. 534 zeigt — schrittweise dieselbe wie in Fig. 532. Nimmt man in Fig. 534 den einfallenden Strahl XO parallel zu dem gebrochenen Strahl OY in Fig. 532 an, so läßt die Konstruktion — wie die gestrichelten Hilfslinien zeigen — das Gesetz der Reziprozität erkennen. — 7. Ebenso wie in 4) erkennt man, daß beim Übergange aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Mittel bei wachsendem Einfallswinkel die Größe der Brechung wächst. Der größte Wert, welchen dabei der Brechungswinkel erreichen kann, ist 90°; der zugehörige Wert des Einfallswinkels — er heiße φ — ergibt sich dabei aus der Gleichung $\frac{\sin \varphi}{\sin 90^0} = \frac{1}{n}$ mit $\sin \varphi = \frac{1}{n}$; es ist dies der bereits oben (unter 5) gefundene Grenzwinkel. — 8. Läßt man den Einfallswinkel größer werden, als der Grenzwinkel φ ist, so versagt die Konstruktion und kann auch die Gleichung $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$ keinen reellen Brechungswinkel mehr liefern (weil dann $\sin \alpha > \frac{1}{n}$, also $\sin \beta > 1$ wäre): das Licht kann aus dem dichteren Mittel nicht mehr in das dünnere durch Brechung heraustreten. Von den zu Eingang des Artikels aufgezählten zwei Richtungsänderungen kann nur mehr die zuerst genannte Reflexion eintreten; da aber durch sie alles Licht in das ursprüngliche Mittel zurückkehrt, wird sie als eine totale Reflexion bezeichnet. Der „Grenzwinkel der totalen Reflexion" ergibt sich aus Gleichung (74) für Glas mit zirka 42°, für Wasser mit zirka $48^1/_2$°.

Fig. 533.

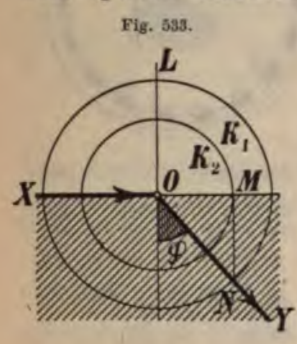
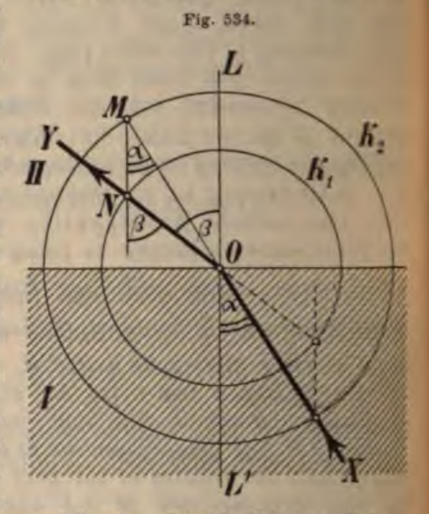


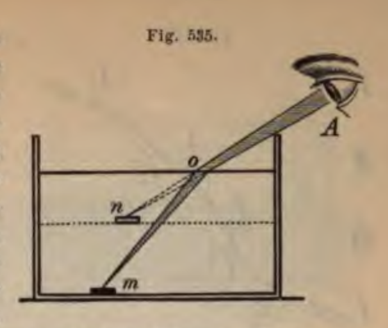
Fig. 534.



Erscheinungen der Brechung: Ein Teich erscheint dem Auge weniger tief, als er ist. Versuch mit der gehobenen Münze (Fig. 535). Ein schräg ins Wasser gehaltener Stab erscheint an der Wasserfläche geknickt und der im Wasser befindliche Teil erscheint

nach oben gehoben. — Obwohl Kochsalzlösung farblos ist wie reines Wasser, besitzt sie doch ein anderes Lichtbrechungsvermögen. Halten wir daher ein Trinkglas mit Wasser gegen das Licht und tauchen in dasselbe einen kleinen Salzkristall, den wir mit Wachs an einem Glasstäbchen befestigt haben, so bildet die spezifisch schwerere und daher herabsinkende Kochsalzlösung deutlich sichtbare, eigentümliche Bänder, welche man als **Schlieren** bezeichnet. Sichtbarmachung derselben auf dem optischen Wege der Projektion. Schlieren in optischen Gläsern. Luftschlieren über Schornsteinen, Flammen, von der Sonne erhitzten Wiesen. „Flimmern" der Luft.

Fig. 535.



Erscheinungen der totalen Reflexion: Blickt man von untenher in hinlänglich schräger Richtung gegen den Wasserspiegel in einem Trinkglase, so erscheint er wie eine hellglänzende Metallfläche. Eine leere, in schiefer Richtung in Wasser getauchte, einseitig zugeschmolzene, längere Glasröhre erscheint bei entsprechendem Lichteinfall einem auf sie herabblickenden Auge wie mit Quecksilber gefüllt, welche Täuschung durch Einfüllen von Wasser verschwindet. Fig. 536 erklärt, wieso man, unter Wasser nach oben blickend, alle Gegenstände bis zum Horizonte herab gleichsam nur durch eine kreisrunde Öffnung *A B* sehen kann, deren Radius unter einem Winkel von $48^1/_2{}^0$ erscheint. Das Reflexionsprisma (Fig. 537) ersetzt durch seine Hypotenusenfläche einen Spiegel, welcher aber hellere Bilder liefert als ein gewöhnlicher, da **Totalreflexion** eintritt (der Einfallswinkel ist 45°, der Grenzwinkel zirka 42°). — Totalreflexion des Lichtes in Wasserstrahlen (fontaine lumineuse), in Glasstäben (Mikroskopierlampen) etc.

Fig. 536.

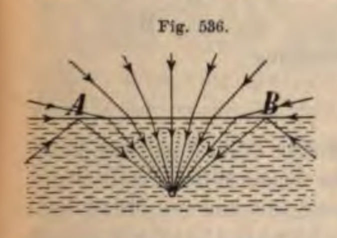
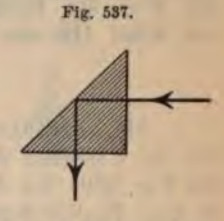


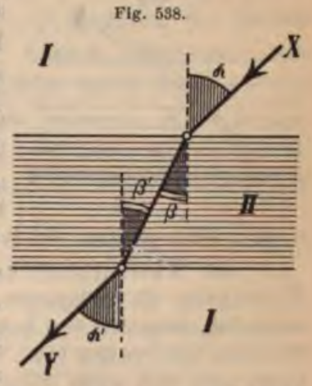
Fig. 537.



228. Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte.

Geht ein im Mittel *I* (Fig. 538) fortschreitender Lichtstrahl durch eine von parallelen Ebenen begrenzte Schichte eines anderen Mittels *II* — durch eine **planparallele Platte** —, so erfährt er eine zweimalige Brechung, nach welcher der austretende Strahl ohne Richtungsänderung, sondern nur gegen den eintretenden parallel verschoben erscheint. Da nämlich $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ und $\frac{\sin \beta'}{\sin \alpha'} = \frac{1}{n}$ ist, da ferner aus geometrischen Gründen $\beta = \beta'$ ist, folgt durch Multiplikation der beiden Gleichungen $\sphericalangle \alpha' = \alpha$. Die Größe der eintretenden Parallelverschiebung des Strahles wächst mit der Plattendicke, mit der Größe des Einfallswinkels und mit dem Brechungsverhältnis *n*. Bei **dünnen** Platten und kleinem Einfallswinkel ist dieselbe daher unmerklich.

Fig. 538.



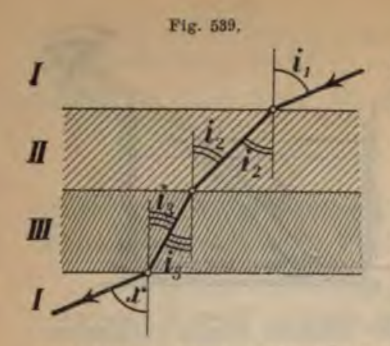


Fig. 539.

Blickt man also in der Richtung von I gegen die Platte nach der den zweifach gebrochenen Lichtstrahl aussendenden Lichtquelle, so erscheint dieselbe gegen ihre richtige Lage etwas verschoben.

Durchdringt ein Lichtstrahl zwei oder mehrere planparallele Schichten *II*, *III* (Fig. 539), so ist auch hier die Richtung des wieder im Mittel *I* austretenden Strahles und des eintretenden Strahles dieselbe. Aus der Figur folgt nämlich $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{c_1}{c_2}$, $\frac{\sin i_2}{\sin i_3} = \frac{c_2}{c_3}$, $\frac{\sin i_3}{\sin x} = \frac{c_3}{c_1}$ und daraus durch Multiplikation aller Gleichungen $x = i_1$.

Bezeichnen wir das Brechungsverhältnis der Mittel *I* und *II* mit $n_{1,2}$, jenes für die Mittel *II* und *III* mit $n_{2,3}$ und multiplizieren die beiden Gleichungen $\frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}$, $\frac{c_2}{c_3} = n_{2,3}$ miteinander, so erhalten wir $\frac{c_1}{c_3} = n_{1,2} \cdot n_{2,3}$. Da aber $\frac{c_1}{c_3}$ der Wert des Brechungsverhältnisses für den Übergang aus dem Mittel *I* in das Mittel *III*, also $n_{1,3}$ vorstellt, ergibt sich die Beziehung

$$n_{1,3} = n_{1,2} \times n_{2,3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (75).$$

Als **absolutes Brechungsverhältnis** eines Mittels bezeichnet man jenes für den Übergang des Lichtes aus dem leeren Raum in dieses Mittel. Stellt also *I* (in Fig. 539) den leeren Raum, *II* die Luft, *III* irgend ein anderes Mittel vor, so sagt die Gleichung (75), **daß das absolute Brechungsverhältnis eines Körpers dem Produkte aus dem absoluten Brechungskoeffizienten der Luft mit dem relativen Brechungskoeffizienten des Körpers in der Luft gleich ist.** Der erstere wurde für normale Verhältnisse der Luft (0° C. und 760 *mm*) mit 1,000294 bestimmt und gefunden, daß er mit abnehmender Dichte der Luft so abnimmt, daß $(n-1)$ der Dichte proportional ist.



Fig. 540.

Hieraus erklärt sich die **astronomische Strahlenbrechung**. Licht, welches von einem Sterne in die Atmosphäre eindringt, wird in den dichteren Schichten derselben immer mehr zum Lote gebrochen und so in eine krummlinige Bahn gebogen (Fig. 540), wodurch der Stern *S* nach *S'* gehoben erscheint. Die astronomische Strahlenbrechung ist natürlich am Horizonte am größten (zirka ½°), wodurch auch Sonne und Mond im Momente des Aufganges etwas abgeplattet (elliptisch) erscheinen. Ähnlich erscheinen auch infolge der **terrestrischen Strahlenbrechung** im Horizont befindliche irdische Gegenstände (entfernte Ufer u. dgl.) etwas gehoben, welche Erscheinung man auch als **Kimmung** bezeichnet.

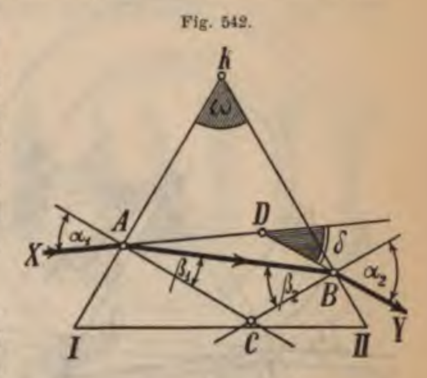
Die **Wüstenspiegelung** (Fig. 541) kann eintreten, wenn über Wüsten- oder Steppenboden die anliegenden Schichten wesentlich erwärmt und ausgedehnt sind. Die anfänglich fortgesetzt vom Lote gebrochenen Strahlen erfahren endlich — bei *o* — totale Reflexion und kommen nun, von unten nach oben gehend, ins Auge, welches ihren Ausgangspunkt nach unten verlegt. Da somit das Auge unter dem direkt gesehenen Gegenstande sein nach unten gekehrtes Spiegelbild sieht, unterliegt man der Täuschung, vor einem Wasserspiegel zu stehen.

229. Durchgang des Lichtes durch ein Prisma. Ein durchsichtiger Körper mit zwei keilförmig gegeneinander geneigten, ebenen Flächen wird als optisches Prisma bezeichnet. Der Neigungswinkel der beiden Begrenzungsebenen oder brechenden Ebenen heißt der brechende Winkel, die Scheitelkante des Keils die brechende Kante, ein auf ihr senkrechter Schnitt des Prismas ein Normalschnitt. Ein die keilförmige Prismenschicht durchdringender Strahl homogenen Lichtes*) erfährt eine zweimalige Brechung und wird dabei, wenn die Prismensubstanz (wie es zumeist der Fall ist) optisch dichter ist als Luft, von der brechenden Kante des Prismas weg abgelenkt (Fig. 542). Der Winkel, welchen der eintretende Strahl mit dem austretenden Strahl bildet, heißt die Ablenkung oder Deviation.

Fig. 541.



Fig. 542.



Experimenteller Nachweis dieses Strahlenganges mittels der optischen Scheibe, auf welche anstatt des Halbzylinders ein Prisma befestigt wird.

Nachdem der eintretende Lichtstrahl XA (Fig. 542) durch die brechende Fläche KI eine „Brechung" von der Größe $(\alpha_1 - \beta_1)$, durch die zweite brechende Fläche KII in demselben Sinne eine weitere „Brechung" von der Größe $(\alpha_2 - \beta_2)$ erfährt, ist die Deviation δ gegeben durch die Gleichung $\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2)$.**) Da ferner in dem Vierecke $KACB$ die Winkel bei A und B rechte Winkel sind, ist $180^0 - C = \omega$ und daher aus dem Dreiecke ABC auch $\beta_1 + \beta_2 = 180 - C = \omega$. Es ergeben sich also die beiden Gleichungen

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - \omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (76),$$

$$\omega = \beta_1 + \beta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (77).$$

*) Die im Art. 229 beschriebenen Versuche setzen eine „homogene Lichtquelle" voraus, d. i. eine solche, die nur Lichtstrahlen derselben Schwingungsart aussendet. Für die Versuche ist also entweder das Licht einer von Natriumdämpfen gelb gefärbten Bunsenflamme oder Sonnenlicht (elektrisches Licht) zu verwenden, welches zuvor eine Rubinglasplatte passiert hat (Art. 235).

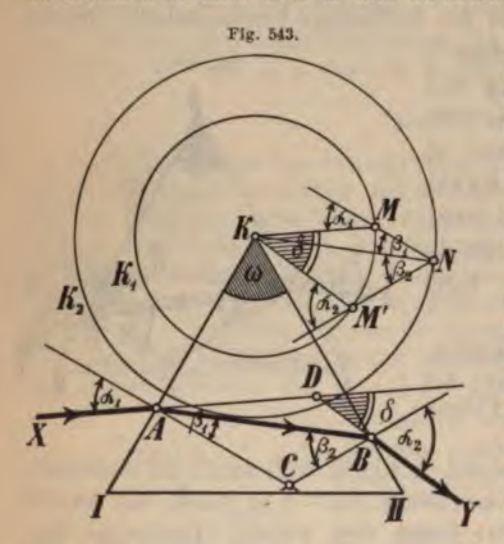
**) Folgt auch aus geometrischen Gründen, da δ als Außenwinkel des Dreieckes ABD gleich $(\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$ ist.

Ändert man durch Drehen des Prismas den Eintrittswinkel α_1, so findet man, daß bei einer gewissen Stellung des Prismas die Deviation einen kleinsten Wert — ein Minimum — besitzt. Durch Messung findet man, daß dies der Fall ist, wenn der Lichtstrahl das Prisma „symmetrisch durchsetzt" oder wenn der Eintrittswinkel α_1 gleich dem Austrittswinkel α_2, also auch $\beta_1 = \beta_2$ ist. Dann folgt, wenn diese Minimaldeviation δ_0 heißt und die Indices weggelassen werden, aus (77) $\beta = \frac{\omega}{2}$, aus (76) aber $\delta_0 = 2\alpha - \omega$ oder $\alpha = \frac{\delta_0 + \omega}{2}$. Weil $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, folgt daraus die Gleichung

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_0 + \omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (78).$$

Der Verlauf eines auf die Fläche IK des Prismas in einem Normalschnitte auffallenden Strahles XA in und außerhalb des Prismas kann durch zweimalige Anwendung der im Art. **227** gezeigten Konstruktion gefunden werden, welche dabei wesentlich vereinfacht werden kann. Die beiden Hilfskreise K_1 und K_2 (Fig. 543) werden um die brechende Kante K beschrieben. Hierauf zieht man $KM \parallel XA$, $MN \perp KI$, $NM' \perp KII$; ferner nach Verbindung der Punkte M' und K auch $AB \parallel KN$ und $BY \parallel KM'$.

Fig. 543.



Inwiefern sind die Gleichungen (76) und (77) auch aus Fig. 543 herauszulesen? — Um die Tatsache der „Minimaldeviation" einzusehen, führe man die Konstruktion (Fig. 543) nochmals so aus, daß $KN \parallel III$ angenommen wird, hierauf β_1 und β_2 gleichgroß, und zwar mit $\frac{\omega}{2}$ angenommen und die Schnittpunkte M und M' mit K verbunden werden. Die Größe des Winkels δ ist dann durch die Länge des Bogens MM' gemessen. Dreht man nun den seine Größe nicht ändernden Winkel MNM' um den Scheitel N (was einer Änderung des Eintritts- und Austrittswinkels entspricht), so wächst die Länge des Bogens MM', also auch die Größe des Winkels δ, da derselbe auf der einen Seite wohl um ein Stück abnimmt, dafür aber auf der anderen Seite um ein größeres Stück zunimmt. — Auf Grund der Konstruktion Fig. 543 möge man jenen Eintrittswinkel finden, für welchen der aus der zweiten brechenden Fläche austretende Strahl die Ebene derselben streift. Was erfolgt für Strahlen mit noch größerem Eintrittswinkel? (Vgl. auch Aufgabe Nr. 16 auf S. 455.)

Die Formel (78) gestattet, das **Brechungsverhältnis durchsichtiger Körper zu bestimmen.** Man bringt dieselben zu diesem Zwecke in Prismenform (Anschleifen zweier Prismenflächen an feste Körper, Einfüllen von Flüssigkeiten und Gasen in Hohlprismen) und bestimmt mittels des Goniometers den Prismenwinkel ω und die Minimaldeviation δ_0. —

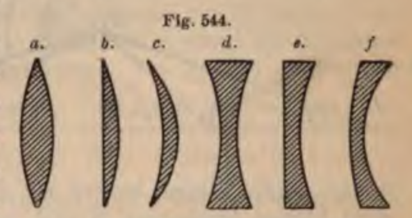
Eine besondere Betrachtung verlangt noch das Prisma mit sehr kleinem, brechendem Winkel, auf welches ein Strahl unter kleinem Eintrittswinkel auffällt. Ist letzterer α_1 sehr klein, so folgt, daß auch β_1, ferner wegen $\beta_1 + \beta_2 = \omega$ auch β_2 und daher auch α_2 sehr klein ist. Da man daher den Sinus jedes dieser Winkel durch den Bogen ersetzen kann, folgt $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n$ und $\frac{\alpha_2}{\beta_2} = n$, daher nach Gleichung (76) $\delta = n\,(\beta_1 + \beta_2) - \omega$ oder wegen (77)

$$\delta = (n - 1) . \omega \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (79).$$

Da für Crownglas n rund $^3/_2$ beträgt, folgt $\delta = \omega/_2$.

230. Sphärische Linsen. Ein durchsichtiger Körper, welcher von zwei Kugelflächen begrenzt ist, heißt eine sphärische Linse. Eine der beiden Kugelflächen kann auch durch eine Ebene (Kugelfläche mit unendlich großem Halbmesser) ersetzt sein. Die Achse der Linse verbindet die beiden Krümmungsmittelpunkte der begrenzenden Kugelflächen. Je nach der Lage der letzteren unterscheidet man zwei Arten von Linsen. Die Konvexlinsen (Fig. 544 *a*, *b*, *c* zeigen Achsenschnitte derselben), welche auch Sammellinsen oder positive Linsen heißen, sind in der Mitte dicker als am Rande, während die Konkavlinsen (Fig. 544 *d*, *e*, *f*), welche auch als Zerstreuungslinsen oder als negative Linsen bezeichnet werden, am Rande dicker als in der Mitte sind. Von den Sammellinsen unterscheidet man bikonvexe (544 *a*), plankonvexe (Fig. 544 *b*) und konkavkonvexe (Fig. 544 *c*). Bei den letzteren ist die konvexe Fläche stärker gekrümmt als die konkave Fläche; der Krümmungsradius der ersteren ist also kleiner als jener der letzteren. Von den Zerstreuungslinsen gibt es analog bikonkave (Fig. 544 *d*), plankonkave (Fig. 544 *e*) und konvexkonkave (Fig. 544 *f*). Bei der letzteren ist die konkave Fläche die stärker gekrümmte, ihr Krümmungsradius demnach der kleinere.

Fig. 544.



Fällt ein vom Punkte G ausgehender Lichtstrahl (Fig. 545) auf die Fläche einer bikonvexen Linse, welche er im Punkte A_1 trifft, so erfährt er dieselbe Brechung, wie wenn er ein Prisma treffen würde, dessen eine brechende Ebene mit der Tangentialebene TA_1 im Punkte A_1 zusammenfällt. Der dem Einfallslote genäherte, von der brechenden Kante des Prismas abgelenkte (Art. 229) Strahl trifft die zweite Linsenfläche oder die sie hier ersetzende Tangentialebene in A_2, erfährt hier eine Ablenkung vom Lote und eine nochmalige Ablenkung gegen den dickeren Teil des Prismas. Bei einer bikonvexen Linse und überhaupt bei einer Konvexlinse (Sammellinse) werden somit die von einem Punkte der Achse kommenden Strahlen gegen die Achse hin gedreht, so daß die Divergenz

der auffallenden Strahlen vermindert wird; derartige Strahlen können daher die Linse entweder weniger divergierend, parallel oder sogar konvergierend verlassen.

Es sei G ein leuchtender Punkt auf der Achse einer bikonvexen Linse mit den Krümmungsmittelpunkten K_1 und K_2 und den Krümmungshalbmessern r_1 und r_2. Einer der von ihm ausgehenden Strahlen GA_1 erfährt nach dem vorigen eine zweimalige Brechung und Ablenkung nach einem Punkte B der Achse. Um die Lage von B gegenüber jener von G zu bestimmen, setzen wir voraus, daß die Linse erstens sehr dünn, zweitens der von G ausgehende Strahl mit der Achse einen kleinen Winkel bilde. Dann besitzt das die Linse bei A_1 und A_2 ersetzende Prisma einen kleinen brechenden Winkel und wird von dem Strahle GA_1 unter kleinem Eintrittswinkel getroffen. Unter diesen Voraussetzungen geht Fig. 545 in die einfachere Fig. 546 über, in welcher die Projektionen der Punkte A_1 und A_2 auf die Achse, nämlich die Punkte M_1 und M_2, in einen einzigen Punkt M zusammenfallen. Die Linse selbst erscheint ersetzt durch eine zur Achse normale Ebene, von welcher die Punkte G und B die Entfernungen $\overline{GM} = g$ und $\overline{MB} = b$ besitzen. Der (in Wirklichkeit kleine) brechende Winkel ω des Prismas wird durch die Krümmungsradien $K_1A = r_1$ und $K_2A = r_2$ gebildet. Ist das Brechungsverhältnis der Linsensubstanz n, so gilt nach Art. 229 Formel (79), da aus dem $\triangle K_1AK_2 \sphericalangle \omega = e_1 + e_2$ und aus dem Dreiecke $GAB \sphericalangle \delta = \lambda_2 + \lambda_1$ ist, die Beziehung

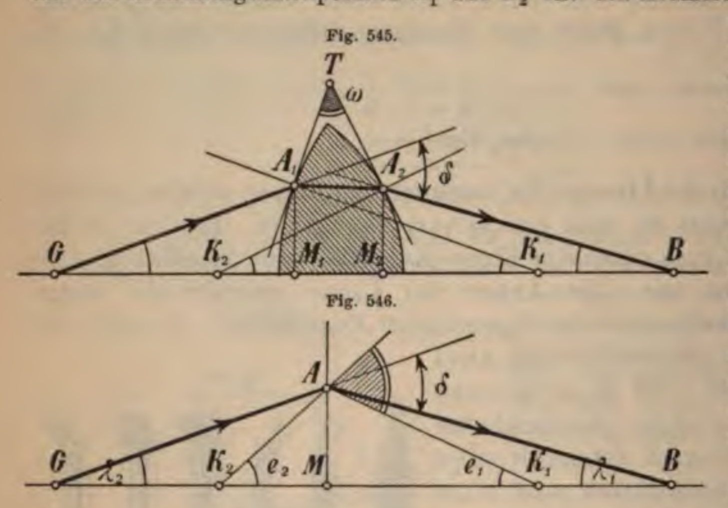


Fig. 545.

Fig. 546.

$$\lambda_2 + \lambda_1 = (n-1)(e_1 + e_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{I}).$$

Nun ist $\overline{AM} = \overline{MK_1} \operatorname{tang} e_1$; wegen der Kleinheit des Winkels e_1 darf darin die Tangente durch den im Bogenmaße ausgedrückten Winkel ersetzt werden. Hierdurch erhält man $\overline{AM} = r_1 e_1$. Ganz analog erhält man aber die drei weiteren Gleichungen $\overline{AM} = r_2 e_2$, $\overline{AM} = b\lambda_1$, $\overline{AM} = g\lambda_2$. Setzt man aus diesen vier Gleichungen die Werte von λ_2, λ_1, e_1 und e_2 in die Gleichung I, so erhält man

$$\frac{\overline{AM}}{g} + \frac{\overline{AM}}{b} = (n-1)\left(\frac{\overline{AM}}{r_1} + \frac{\overline{AM}}{r_2}\right) \text{ oder}$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (80)$$

oder

$$\frac{1}{g}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \quad \text{(81)},$$

worin

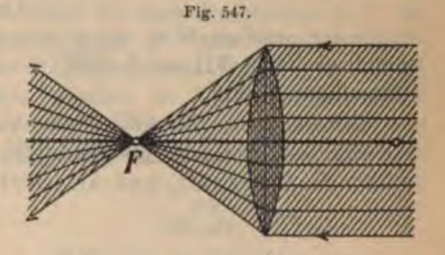
$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) \quad \text{(82)}$$

gesetzt wurde.

Aus dieser Gleichung ist zu erkennen, daß unter Festhaltung der gemachten Voraussetzungen, also unter der Annahme, daß von G aus nur nahe der Achse Strahlen — Zentralstrahlen — auf eine sehr dünne Linse auffallen, alle vom leuchtenden Punkte G (Gegenstand) ausgehenden Strahlen sich in einem einzigen Punkte B (Bild) der Achse vereinigen (oder in einem solchen Punkte zu vereinigen scheinen), da die Größe b — die Bildweite — nach der Formel (81) nur von der Größe g — Gegenstandsweite — und von einer durch die geometrischen und die optischen Eigenschaften der Linse (r_1, r_2 und n) bedingten Größe f, nicht aber von der Entfernung des Auftreffpunktes A von der Achse abhängt. Ein homozentrisches Strahlenbüschel ist also auch nach der Brechung durch eine Konvexlinse homozentrisch.

Die „Gleichung für Zentralstrahlen einer Sammellinse" oder kürzer die „Linsengleichung" Formel (81) stimmt der Form nach mit der in Artikel **226**, Formel (70) angeführten „Hohlspiegelgleichung" völlig überein. Es können also alle Punkte der auf S. 388 und 389 durchgeführten Diskussion vom Hohlspiegel auf die Sammellinse übertragen werden*). In Kürze wiederholt, ergeben sie folgendes: 1. Zu jedem Werte von g gehört nur ein Wert von b. — 2. Bild und Gegenstand stehen in der Beziehung der Reziprozität. — 3. Für $g=\infty$ ist $\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{f}$. Die früher in Formel (82) arithmetisch definierte Größe f ist also physikalisch die zu einem unendlich fernen Gegenstande gehörige Bildweite (Satz I auf S. 388, Fig. 547). Der hierdurch erhaltene Vereinigungspunkt der Parallelstrahlen heißt Brennpunkt (Fokus), sein Abstand von der Linse die Brennweite, eine durch ihn normal zur Achse gelegte Ebene die Brennebene oder Fokalebene.**) Die Sammellinsen können daher auch als „Brenngläser" benützt werden. Jede Sammellinse hat zwei Brennpunkte, welche in gleichen Abständen zu beiden Seiten der Linse liegen. Die Linsenbrennweite ist nicht (wie es beim Hohlspiegel der Fall war) nur von der geometrischen Form (von r_1 und r_2), sondern auch von der Linsensubstanz (von n) abhängig. Für eine bikonvexe Linse aus Crownglas mit gleichen Krümmungshalbmessern folgt aus $\frac{1}{f}=\left(\frac{3}{2}-1\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)$ die Brennweite gleich dem Krümmungshalbmesser. Für eine plankonvexe Linse ist einer der Krümmungsradien unendlich groß, für eine konkavkonvexe Linse ist der größere Krümmungshalbmesser negativ zu setzen, so daß die Brennweite noch immer eine positive bleibt. Alle Konvexlinsen haben eine positive Brennweite (positive

Fig. 547.



*) Insbesondere gilt der Wortlaut der die Fälle I—VII begleitenden Sätze, wenn statt der Worte „Hohlspiegel, Reflexion" die Worte „Sammellinse, Brechung" gesetzt werden.

**) In den folgenden Figuren sind die Brennpunkte durch einen einfachen Ring bezeichnet. In der Entfernung der doppelten Brennweite befindet sich ein doppelter Ring.

Linsen). — 4. Für $g < \infty$, aber $g > 2f$ ist $b < 2f$ aber $b > f$; es gilt also Satz II auf S. 388, wobei nur zu beachten ist, daß Gegenstand und Bild auf verschiedenen Seiten der Sammellinse liegen (Fig. 548). — 5. Für $g = 2f$ wird $b = 2f$ (Satz III auf S. 388). — 6. Für $g < 2f$, aber $g > f$ ist $b > 2f$, aber $b < \infty$ (Satz IV auf S. 389, „Umkehrung" der Fig. 548). — 7. Für $g = f$ ist $b = \infty$ (Satz V auf S. 389, „Umkehrung" der Fig. 547). — 8. Ist $g < f$, so ist b negativ; ebenso wie bei den Konkavspiegeln ist dabei dem absoluten Werte nach stets $b > g$. Die Strahlen verlassen also — wie Fig. 549 zeigt — die Linse divergierend, wobei sie von einem mit dem Gegenstande auf derselben Seite der Linse liegenden Punkte herzukommen scheinen (Satz VI auf S. 389). In diesem Falle entsteht ein imaginäres Bild, in allen anderen Fällen reelle Bilder. — 9. Ist g negativ, aber dem absoluten Werte nach kleiner als Unendlich, d. h. fallen Strahlen auf eine Sammellinse so auf, daß sie nach einem hinter ihr liegenden Punkte konvergieren (Umkehrung der Fig. 549), so entsteht — wie die Linsengleichung zeigt — hinter der Linse in einer Entfernung, welche kleiner ist als der absolute Wert des g, ein reelles Bild, und zwar stets innerhalb der Brennweite (Fall VII auf S. 389). — 10. Die Konstruktion (Fig. 517) bleibt für Sammellinsen giltig.

Fig. 548

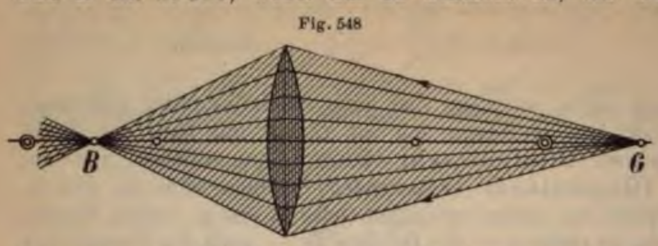
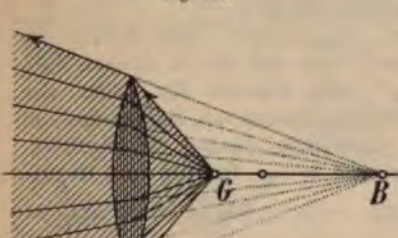


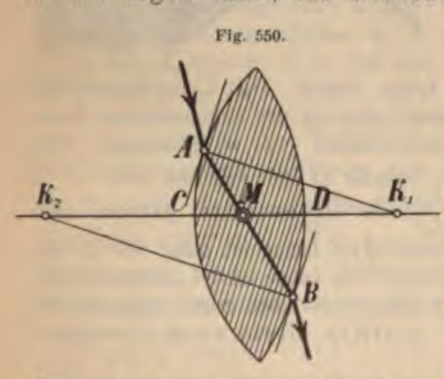
Fig. 549.



Experimenteller Nachweis dieser verschiedenen Fälle wie bei den Konkavspiegeln.

Zu jeder Sammellinse gehört ein Punkt — der optische Mittelpunkt — von der Eigenschaft, daß alle durch ihn gehenden Strahlen — Hauptstrahlen — von ihrer Richtung nicht abgelenkt werden. Um zu demselben zu gelangen, denken wir uns an die Linse zwei parallele Tangentialebenen (in A und B, Fig. 550) gelegt. Die Verbindungsstrecke ihrer Berührungspunkte (AB) liefert als Schnittpunkt mit der Achse den Punkt M, welcher der optische Mittelpunkt ist. Da nämlich $\triangle K_1AM \sim K_2BM$ ist (zu den parallelen Tangentialebenen gehören auch parallele Krümmungsradien!), folgt $\overline{K_1M} : \overline{K_2M} = r_1 : r_2$, also $(r_1 - \overline{K_1M}) : (r_2 - \overline{K_2M}) = r_1 : r_2$ oder $\overline{CM} : \overline{MD} = r_1 : r_2$, woraus $(\overline{CM} + \overline{MD}) : \overline{CM} = (r_1 + r_2) : r_1$ folgt. Setzt man $\overline{CM} + \overline{MD} = d$ (Dicke der Linse), so folgt $\overline{CM} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} d$. Da man genau dasselbe Resultat für jede beliebige Lage der

Fig. 550.



parallelen Tangentialebenen erhalten muß, ist die Lage des Punktes M gegenüber dem Linsenscheitel C stets dieselbe. Jede durch M gezogene Gerade trifft somit die Linse genau so wie der gezeichnete Strahl AB in zwei Punkten, deren Tangentialebenen parallel sind; jeder innerhalb der Linse durch M verlaufende Strahl wird also beim Austritte wie beim Durchsetzen einer planparallelen Platte (Art. 228) zur Eintrittsrichtung parallel sein und bei kleinem Einfallswinkel und geringer Linsendicke auch keine merkliche Parallelverschiebung erfahren. Bei bikonvexen Linsen geringer Dicke kann der Schnittpunkt der die Linse ersetzenden Ebene mit der Achse als optischer Mittelpunkt gelten (M in Fig. 546).

Man zeige, daß der optische Mittelpunkt einer plankonvexen Linse zusammenfällt mit dem Scheitel der gewölbten Fläche, und gebe an, wie man den Mittelpunkt einer konkavkonvexen Linse findet.

Ist B (Fig. 551) das Bild eines in der Achse liegenden Gegenstandes G und denken wir uns den letzteren, in der Ebene der Zeichnung bleibend, um eine zu der letzteren normale, durch den optischen Mittelpunkt gehende Achse längs eines kleinen Kreisbogens nach G' gehoben, so wird sich auch das Bild B in einem kurzen Kreisbogen nach B' verschieben. Da nämlich der von G' durch den optischen Mittelpunkt gehende Hauptstrahl die Linse ungebrochen durchsetzt, spielt die Gerade $G'B'$ als „Nebenachse" genau die Rolle wie die früher benützte Hauptachse GB. Es bleibt also für sie ohne erheblichen Fehler, solange G' nahe der Hauptachse bleibt, die Beziehung gelten, daß alle von G' ausgehenden Strahlen in einem Punkte der durch G' gezogenen Nebenachse, nämlich in B', vereinigt werden. — Es ergibt sich daher für die Konstruktion des zu G (Fig. 552) gehörigen Bildes B genau dieselbe Methode durch Hauptstrahl, Parallelstrahl und Fokalstrahl, welche

Fig. 551.

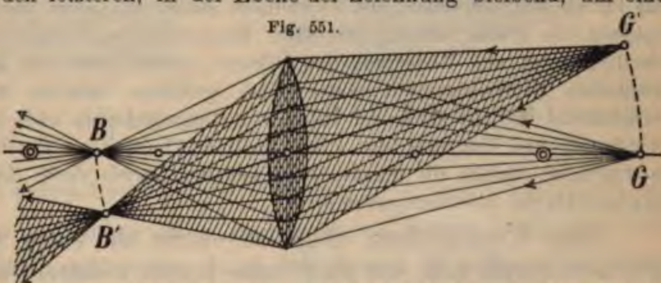


Fig. 552.

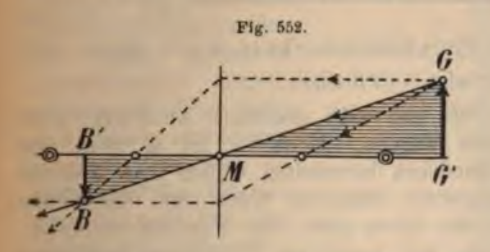
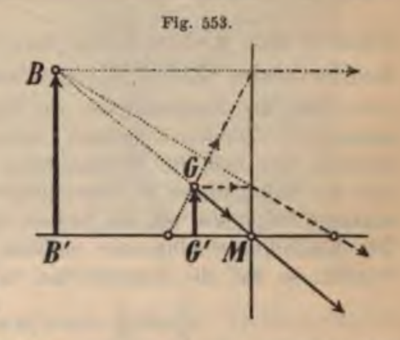


Fig. 553.



bei den Hohlspiegeln gelehrt wurde. — Ebenso wie dort wird auch hier das Bild eines zur Achse senkrechten kleinen Gegenstandes GG' gleichfalls zur Achse senkrecht in BB' (Fig. 552) sein. Solange nämlich GG' klein ist, darf die Senkrechte als zusammenfallend mit dem Bogen GG' in Fig. 551, also auch der Bogen BB' als senkrecht zur Achse aufgefaßt werden. — Konstruktion des imaginären Bildes nach Fig. 553.

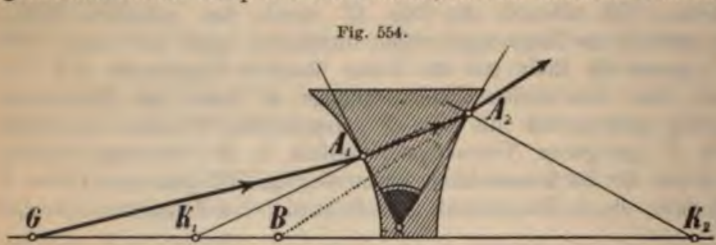
Auch bei den Sammellinsen gilt die Beziehung: Die Bildgröße verhält sich zur Gegenstandsgröße wie die Bildweite zur Gegenstandsweite ($\beta : \gamma = b : g$), wie die Betrachtung der ähnlichen Dreiecke $GG'M$ und $BB'M$ lehrt.

Als zusammenfassendes Resultat ergibt sich: Sammellinsen geben reelle oder virtuelle Bilder, je nachdem der Gegenstand außerhalb oder innerhalb der Brennweite liegt. Die reellen Bilder sind stets umgekehrt, und zwar vergrößert, verkleinert oder gleich groß, je nachdem der Gegenstand innerhalb oder außerhalb oder gerade in der doppelten Brennweite liegt. Die virtuellen Bilder sind stets aufrecht und vergrößert.

Bei Konvexlinsen von großer Öffnung werden die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nicht mehr in einem einzigen Punkte vereinigt. So liegt z. B. der Vereinigungspunkt von Parallelstrahlen für die Randstrahlen näher an der Linse als für die Zentralstrahlen. Die Verhältnisse stehen also genau ebenso wie bei den Konkavspiegeln von großer Öffnung (Art. 226). Brennfläche, Brennlinie (Diakaustika). Undeutlichwerden und Verzerrung von Bildern; entwirft man von einem beleuchteten quadratischen Schirmausschnitt mittels einer größeren, ziemlich dicken Sammellinse ein vergrößertes Bild, so erscheinen die vier Begrenzungsseiten nach innen eingebogen. Verminderung und Behebung der sphärischen Aberration durch Blenden oder Diaphragmen, welche die Randstrahlen abhalten, sowie durch Linsenkombinationen (aplanatische Linsensysteme). —

Eine Konkavlinse (Fig. 554) wirkt auf einen vom Punkte G ausgehenden Strahl GA_1 wie ein Prisma, dessen dickerer Teil von der Achse abgewendet ist: der Lichtstrahl erfährt eine Drehung von der Achse fort die Divergenz eines von einem Punkte der Achse ausgehenden Strahlenbüschels wird durch eine Konkavlinse (Zerstreuungslinse) also vermehrt.

Fig. 554.



Die für Sammellinsen in Fig. 545 und 546 gegebene Ableitung kann analog für Zerstreuungslinsen wiederholt werden. Einfacher ist es aber, das Resultat aus dem für Sammellinsen gefundenen herzuleiten, indem man bedenkt, daß die Sammellinse in eine Zerstreuungslinse übergeht, wenn jeder der Krümmungsmittelpunkte auf die andere Seite der Linse rückt (vgl. Fig. 554 und 545). Die Krümmungshalbmesser müssen dann mit negativem Vorzeichen eingeführt werden, so daß die Linsenformel lautet

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = -(n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = -\frac{1}{f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (83),$$

worin wieder $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ gesetzt wurde.

Für $g = \infty$ ist $b = -f$. Parallel zur Achse und nahe derselben auf eine Konkavlinse auffallende Strahlen werden durch dieselbe

derartig gebrochen, daß ihre nach rückwärts gezogenen Verlängerungen sich hinter der Linse in einem Punkte der Achse schneiden, welcher der Zerstreuungspunkt oder der imaginäre Brennpunkt der Konkavlinse (Zerstreuungslinse) heißt. Sein Abstand von der Linse heißt die Zerstreuungsweite (Fig. 555).*) — Wenn g dem Vorzeichen nach positiv ist, muß $\frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$ und daher b immer negativ sein. Von Gegenständen, welche vor der Konkavlinse liegen, entstehen also stets ima-

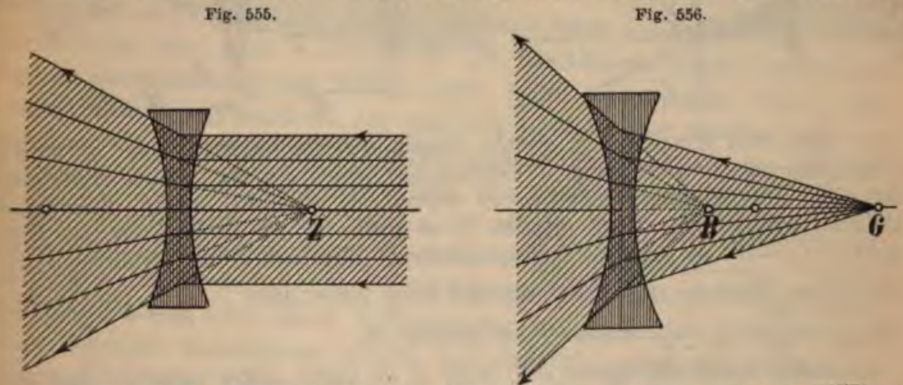
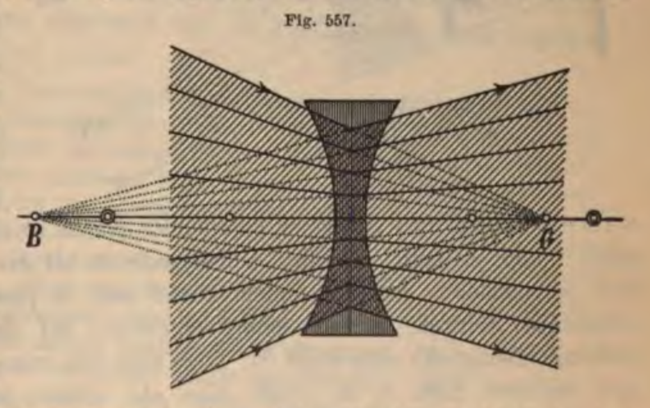


Fig. 555. Fig. 556.

ginäre Bilder auf derselben Seite der Linse, und zwar innerhalb der Zerstreuungsweite der Linse (da $\frac{1}{b} > \frac{1}{f}$, also $b < f$ sein muß) (Fig. 556). Aus der Linsengleichung (und ebenso durch Umkehrung der früher besprochenen Fälle) ist demnach auch zu erkennen, daß Strahlen, welche auf eine Zerstreuungslinse konvergent auffallen, die Linse entweder noch immer konvergent oder parallel oder divergent verlassen, je nachdem der Konvergenzpunkt innerhalb der Zerstreuungsweite liegt (Umkehrung der Fig. 556) oder gerade mit dem Zerstreuungspunkte zusammenfällt (Umkehrung der Fig. 555) oder außerhalb der Zerstreuungsweite fällt (Fig. 557). — Verfolgung dieser Gesetze an der Konstruktion Fig. 528. Bildkonstruktion eines außer der Achse gelegenen punktförmigen Gegenstandes G (Fig. 558) sowie eines räumlichen Gegenstandes GG'. — Nachweis der Relation $\beta : \gamma = b : g$ mittels der ähnlichen Dreiecke $BB'M$ und $GG'M$. Da b immer kleiner ist als g (Gleichung 83), liefert eine Konkavlinse stets aufrechte, verkleinerte, imaginäre Bilder. — Die einfachste Methode, zu erkennen, ob eine vorgelegte Linse eine Sammellinse oder eine Zerstreuungslinse ist, besteht somit darin, durch die Linse einen Gegenstand von passender Entfernung zu betrachten; bei Sammel-

Fig. 557.



*) Man erkläre nun die Bezeichnung „negative Linsen“.

linsen erscheint sein aufrechtes imaginäres Bild vergrößert (**Vergrößerungsgläser**), bei Zerstreuungslinsen dagegen verkleinert (**Verkleinerungsgläser**).

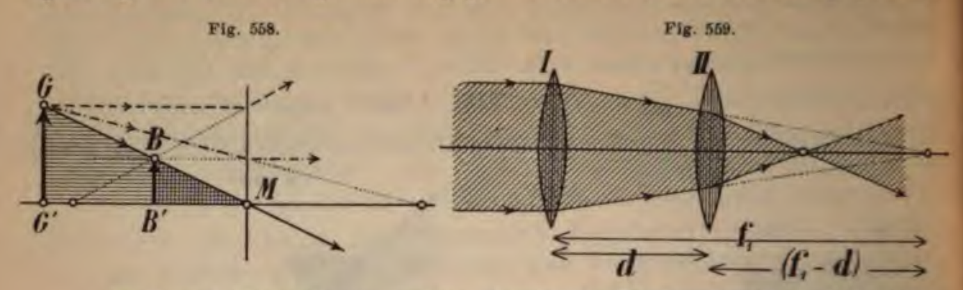


Fig. 558. Fig. 559.

Sind zwei Konvexlinsen, welche einzeln die Brennweiten f_1 und f_2 haben (Fig. 559), in der Entfernung d voneinander, wobei $d < f_1$ ist, so aufgestellt, daß ihre Achsen zusammenfallen, so wirken sie wie eine einzige Linse von kleinerer Brennweite. Heißt dieselbe f, so kann für die zweite Linse die Entfernung $(f_1 - d)$ als negative Gegenstandsweite eingeführt werden, während f die zugehörige Bildweite ist. Die Linsengleichung liefert dann $-\frac{1}{f_1 - d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2}$ oder $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1 - d}$, woraus f bestimmbar ist.

Welche Spezialfälle ergeben sich, wenn *a*) die beiden Linsen unendlich dünn und aufeinandergelegt sind, *b*) eine Konvexlinse mit einer Konkavlinse im Abstande d kombiniert wird?

231. Farbenzerstreuung. Von einem hellen, durch Sonnenlicht oder elektrisches Bogenlicht beleuchteten Spalte S (in Fig. 560 vertikal zur Zeichnungsebene gedacht) wird vermittels einer Sammellinse im Punkte S'_w auf einem Schirme ein reelles Bild entworfen. Schiebt man ein dunkelrotes Glas (Rubinglas) r vor den Spalt, so erscheint dieses Bild rot gefärbt. Nun

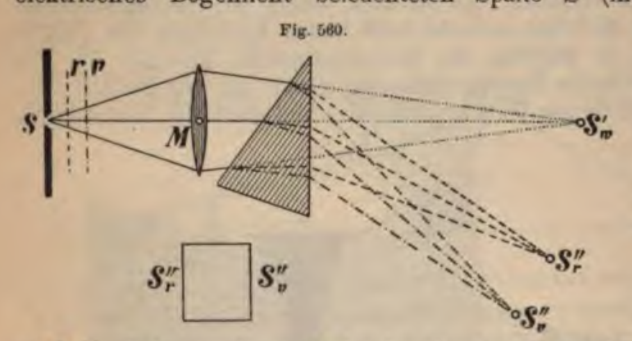


Fig. 560.

wird ein Prisma mit vertikaler brechender Kante in den Gang der Strahlen gestellt und so lange um seine Achse gedreht, bis das abgelenkte rote Spaltbild S_r'', welches auf dem entsprechend und in passende Entfernung verschobenen Schirme wieder scharf erscheint, auf das Minimum der Ablenkung (Deviation) eingestellt ist. Legt man nun vor r ein violettes Glas*) v und entfernt dann r, so erhält man ein violett gefärbtes Spaltbild S_v'', welches noch weiter von S'_w abgelenkt ist. Bei diesen beiden Versuchen geben die Strahlen SMS_r'' und SMS_v'', weil sie durch die Linse keine

*) Besser eine von planparallelen Wänden begrenzte Küvette mit einer ziemlich dunklen Lösung von Kupferoxydammoniak.

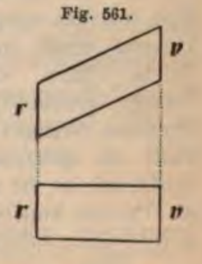
Ablenkung erfahren, jedesmal die Richtung jener Lichtstrahlen an, welche bei Hinweglassung der Linse den Spalt in normaler Richtung verlassen hätten.*)

Entfernt man nun die farbigen Gläser *r* und *v*, so erhält man zwischen S_r'' und S_v'' ein zusammenhängendes, horizontales, farbiges Band auf dem Schirme (Nebenfigur bei 560), welches man ein Spektrum nennt. Die Farben desselben gehen im allgemeinen ineinander unmerklich über, doch unterscheidet man nach Newton, der die Erscheinung zuerst beobachtete, sieben Hauptfarben: rot, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett. Am wenigsten abgelenkt erscheint das rote, am stärksten das violette Ende des Spektrums. Die Farben des Spektrums werden um so reiner, je enger man den Spalt macht und je genauer man den auffangenden Schirm dorthin bringt, wo die wirkliche Vereinigung der scharfen, farbigen Spaltbilder erfolgt. Unter Einhaltung dieser Voraussetzungen erhält man ein „reines" Spektrum, während durch Vor- oder Zurückschieben des Schirmes gegenüber dieser Stelle sowie durch Verbreiterung des Spaltes die farbigen Spaltbilder teilweise übereinander greifen und dadurch unrein und verwaschen werden. Bei sehr breitem Spalte (z. B. bei einer größeren quadratischen Öffnung) erscheinen deshalb nur die beiden Enden des Spektrums farbig gerändert, die Mitte dagegen weiß (s. u.).

Die Erklärung dieser Erscheinung, welche man als Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes bezeichnet, gelang Newton durch den Nachweis, daß das weiße Sonnenlicht (und ebenso das Licht hell weißglühender Körper) aus vielen farbigen Strahlen zusammengesetzt ist, die sich durch verschiedene Brechbarkeit voneinander unterscheiden, daher durch ein Prisma verschieden weit abgelenkt und so gleichsam in einen farbigen Fächer auseinandergeschoben werden.

Die Richtigkeit dieser Behauptung Newtons ergibt sich durch weitere Versuche mit dem Spektrum. Zunächst kann gezeigt werden, daß jede reine Farbe des Spektrums nicht mehr weiter zerlegbar, dagegen um so weiter ablenkbar ist, je näher dieselbe dem violetten Ende zu liegt. Dies geschieht, indem man entweder den auffangenden Schirm mit einem engen, vertikalen Spalte versieht und das ihn passierende einfarbige Licht durch ein zweites Prisma hindurchgehen läßt, dessen brechende Kante jener des ersten Prismas parallel ist; man erhält dadurch wohl Ablenkung, aber keine weitere Farbenzerstreuung. Oder man fängt das aus dem ersten Prisma austretende farbige Strahlenbündel durch ein zweites Prisma mit horizontaler, brechender Kante auf (Methode der gekreuzten Prismen); ist dieselbe nach unten gekehrt, so wird das ursprüngliche Spektrum in ein schiefwinkliges Parallelogramm verzerrt (Fig. 561), dessen rotes Ende am tiefsten, das violette am höchsten liegt; aber auch in diesem neuen

Fig. 561.

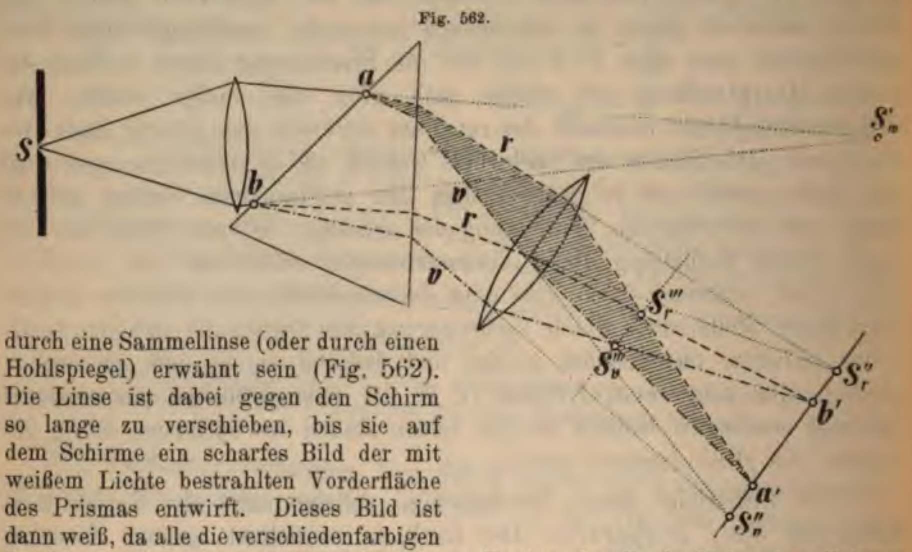


*) In den Fig. 560, 562, 564 und 566 sind rote Strahlen immer gestrichelt, violette strichpunktiert gezeichnet. Es empfiehlt sich, zu diesen Figuren entsprechende Farbenskizzen zu zeichnen.

Spektrum ist die Anordnung und Ausdehnung der Farben dieselbe wie im ursprünglichen.

Ein zweiter wichtiger Nachweis für die Richtigkeit der Newtonschen Behauptung liegt in der Tatsache, daß die durch ein Prisma getrennten Farbengattungen bei ihrer Wiedervereinigung abermals weißes Licht ergeben. Von den verschiedenen Methoden, dies zu erreichen, soll hier nur die Farbenmischung

Fig. 562.



durch eine Sammellinse (oder durch einen Hohlspiegel) erwähnt sein (Fig. 562). Die Linse ist dabei gegen den Schirm so lange zu verschieben, bis sie auf dem Schirme ein scharfes Bild der mit weißem Lichte bestrahlten Vorderfläche des Prismas entwirft. Dieses Bild ist dann weiß, da alle die verschiedenfarbigen Strahlen, welche von einem beleuchteten Punkte der Vorderfläche des Prismas — z. B. von *a* — ausgehen, in einem einzigen Punkte *a'* des Schirmes wieder vereinigt werden, wobei sie die Farbenmischung „weiß" erzeugen, aus der sie hervorgegangen sind. Die Vereinigungsstelle aller gleichfarbigen Strahlen — der Ort des reinen Spektrums — wird durch die Einschaltung der Linse näher nach vorne geschoben (nach S_r''' S_v''' in Fig. 562).

Schiebt man bei dem eben geschilderten Versuche dort, wo das „reine Spektrum" entsteht (also bei S'''_r S'''_v in Fig. 562) ein Prisma mit kleinem brechenden Winkel bei vertikaler Lage der brechenden Kante in den Strahlengang ein, so wird ein Teil der farbig zerlegten Strahlen seitwärts auf den Schirm abgelenkt, so daß auf demselben zwei Bilder der beleuchteten Prismenvorderfläche entstehen. Wirft man dabei die roten Strahlen aus dem Spektrum, so ist das abgelenkte Bild rot, das ursprüngliche grünblau; bei weiterem Vorschieben des ablenkenden Prismas erhält man die Farbenpaare „orange und blau" bis „gelb und violett". Solche Paare, welche vereinigt weiß geben, heißen Komplementärfarben. Strenge genommen gehört zu jedem bestimmten Farbenton (z. B. zu einem bestimmten Orange) ein anderer ganz bestimmter Komplementärfarbenton (in diesem Falle ein gewisses Blau). Nur zum spektralen Grün mangelt ein solcher im Spektrum; es ist dies eine Übergangsfarbe zwischen rot und violett, welche man als Purpur bezeichnet und die man bei dem obigen Versuche erhält, wenn man durch einen spitzen Kartonkeil das spektrale Grün im reinen Spektrum abblendet.

Führt man den Versuch (Fig. 560) mit Sonnenlicht und bei sehr *engem* Spalte aus, so bemerkt man, daß das horizontale Spektrum von

feinen schwarzen Linien, die in vertikaler Richtung verlaufen, durchzogen ist, welche man nach ihrem Entdecker als Fraunhofersche Linien*) bezeichnet. Im Gegensatze hierzu ist das Spektrum eines weißglühenden Körpers (des elektrischen Bogenlichtes) ein ununterbrochenes (kontinuierliches). Während in einem solchen alle möglichen Lichtsorten enthalten sind, fehlen im Sonnenspektrum gewisse Lichtarten, jene nämlich, welche gerade an den dunklen Streifen (dunklen Spaltbildern) eintreten sollten. Man bezeichnet die wichtigsten dieser Linien, deren man viele Tausende kennt, mit Buchstaben. Die am Schlusse des Buches beigeheftete Spektraltafel zeigt im letzten Spektrum einige dieser Linien. —

Soll nun nach der am Schlusse des Art. **229** besprochenen Methode der Brechungsexponent einer Substanz ermittelt werden, so mißt man die Deviation einer bestimmten auf ihr Minimum eingestellten Linie und führt sie in Formel (78) ein. Man erhält dabei natürlich den Brechungsexponenten für ein und dasselbe Prisma je nach der verwendeten Linie (Farbensorte) verschieden.

Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten einiger Substanzen für verschiedene Fraunhofersche Linien, während im Art. **227** nur gewisse Mittelwerte dieser Zahlen angegeben waren.

	B	*D*	*F*	*H*	*H—B*
Wasser (luftfrei, 20° C.)	1,3304	1,3330	1,3371	1,3434	0,0130
Crownglas	1,5258	1,5296	1,5361	1,5466	0,0208
Flintglas	1,6277	1,6350	1,6483	1,6711	0,0434
Schwefelkohlenstoff	1,6176	1,6303	1,6553	1,7028	0,0852

Für ein Prisma mit kleinem brechenden Winkel ω möge ein unter kleinem Einfallswinkel eintretender weißer Strahl so zerlegt werden, daß die Deviation der roten (*B*-Linie) Strahlen δ_r, jene der violetten (*H*-Linie) δ_v ist. Ist dann mit n_r und n_v das Brechungsverhältnis der Prismensubstanz für die roten, beziehungsweise für die violetten Strahlen bezeichnet, so erhält man nach Gleichung (79)

$$\delta_v = (n_v - 1) \cdot \omega \text{ und } \delta_r = (n_r - 1) \cdot \omega \quad \ldots\ldots\ldots (84\,a, b),$$

woraus sich ergibt

$$\delta_v - \delta_r = (n_v - n_r) \cdot \omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (85).$$

Aus Gleichung (85) ersieht man, daß die Differenz der Ablenkungen für violettes und für rotes Licht, also die Länge des Spektrums, proportional ist der Differenz $(n_v - n_r)$, welche man als das Zerstreuungsvermögen oder als die Dispersion der Prismensubstanz bezeichnet. Die mit $H - B$ überschriebene Kolonne der vorstehenden Tabelle gibt die Werte der Dispersion für die betreffenden Substanzen an.

---

*) Josef v. **Fraunhofer**, geb. 1787 zu Straubing, gest. 1826 zu München, war ebensowohl praktisch wie theoretisch auf dem Gebiete der Optik in hervorragender Weise tätig. Er begründete ein optisches Institut in Benediktbeuren, das er später nach München verlegte und dessen Instrumente einen Weltruhm erlangten; im Jahre 1823 wurde er Mitglied der Akademie und Professor und Konservator des physikalischen Kabinettes derselben. Entdecker der Beugungsspektra (Art. 253). Vgl. auch Art. 251.

232. Achromatisches Prisma. Chromatische Abweichung der Linsen. Achromatische Linsen. Aus den Zahlen der im vorigen Artikel mitgeteilten Tabelle kann entnommen werden, daß ein Flintglasprisma ein etwa gleich langes, aber weniger stark abgelenktes Spektrum liefert als ein Crownglasprisma mit doppelt so großem brechenden Winkel. Denn die Ablenkung der roten Strahlen (B) ist für das erstere (nach Formel 84 b) $0{,}6277 \cdot \omega$, für das letztere $0{,}5258 \cdot 2\,\omega = 1{,}0516\,\omega$, also größer; dagegen ist die Farbenzerstreuung für das erstere $0{,}0434 \cdot \omega$, für das letztere $0{,}0208 \cdot 2\,\omega = 0{,}0416 \cdot \omega$, also ungefähr gleich groß.

Setzt man daher diese beiden Prismen, wie Fig. 563 andeutet, so hintereinander, daß die brechenden Kanten zu verschiedenen Seiten liegen, so wird der durch das Crownglasprisma aufgeschobene Farbenfächer durch das Flintglasprisma auf die ursprüngliche Ausdehnung zusammengeschoben. Weißes Licht, welches auf das Prisma auffällt, wird daher das Prisma auch wieder als weißes Licht, also unzerlegt, verlassen, wobei aber, da die Ablenkung des Crownglasprismas überwiegt, eine Ablenkung zum dickeren Prismenteil hin bestehen bleibt. Eine solche Prismenkombination, die man als ein achromatisches Prisma bezeichnet, liefert also Ablenkung ohne Farbenzerstreuung. —

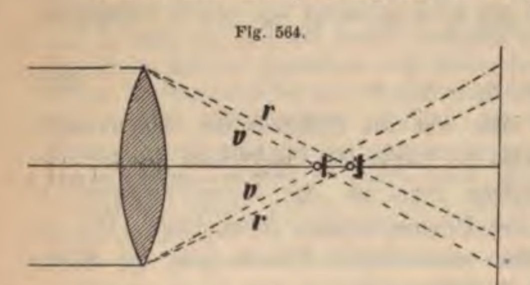
Fig. 563.

C F

Da sphärische Linsen wie ein System von Prismen wirken, muß auch bei ihnen eine chromatische Zerlegung (Farbenzerstreuung) auftreten. In der Tat findet man, daß parallel auffallende Sonnenstrahlen durch eine Sammellinse, und zwar insbesondere durch den Randteil derselben, weil derselbe Prismen von größerem brechenden Winkel ersetzt, derartig farbig zerstreut werden, daß der Brennpunkt der violetten Strahlen näher an der Linse liegt als jener der roten Strahlen.

Blendet man daher, wie Fig. 564 andeutet, die eine Sorte derselben durch einen kreisrunden Schirm ab, so erscheint das eine Mal der Schatten der Blende rot, das andere Mal violett umsäumt.

Fig. 564.



Bei Linsen von geringer Dicke und bei Abblendung der Randstrahlen kann die vorhin zur Achromatisierung eines Prismas verwendete Methode auf die Linsen übertragen werden. Eine Sammellinse aus Crownglas C (Fig. 565) und eine Zerstreuungslinse F aus Flintglas, deren Zerstreuungsweite größer ist als die Brennweite der ersteren,

Fig. 565.

C F

liefern bei passender Wahl dieser Größen daher eine achromatische Linse von positiver Brennweite.

Eine vollkommene Achromasie erreicht man ebensowenig durch eine Prismenkombination wie durch eine Kombination zweier Linsen, da die Spektren beider Bestandteile wohl gleich lang gemacht werden können, aber nie vollkommen kongruent sind. Eine vollkommenere und selbst für die schwierigsten Probleme an optischen Instrumenten ausreichende Achromasie kann durch Anwendung weiterer Linsenkombinationen sowie neuerer Glassorten (Bor- und Phosphatgläser) erreicht werden, wobei die Linsenkombinationen gleichzeitig auch aplanatisch korrigiert werden können. —

Beim achromatischen Prisma erreicht man eine Ablenkung ohne Farbenzerstreuung. Denkt man sich nun den brechenden Winkel des Flintglasprismas F (Fig. 563) so lange vergrößert, bis die Ablenkung, welche ein Strahl von mittlerer Brechbarkeit erfährt, ebenso groß, aber entgegengesetzt zu derjenigen ist, welche das Crownglasprisma liefert, so erhält man ein sogenanntes Geradsichtprisma; wegen der nunmehr überwiegenden Zerstreuung des Flintglasprismas gibt dasselbe nämlich eine Farbenzerstreuung ohne Ablenkung. Um die Länge des erhaltenen Spektrums zu vergrößern, kombiniert man gewöhnlich drei Crownglasprismen mit zwei rechtwinkligen Flintglasprismen (vgl. auch Fig. 568).

233. Regenbogen. Ein Regenbogen kann nur dann zu stande kommen, wenn vor uns die den Regen veranlassende Wolke und hinter uns die Sonne steht (beim Mondregenbogen der Mond). Er bildet einen Kreisbogen, dessen Mittelpunkt auf der Geraden liegt, welche durch die Sonne und das Auge des Beobachters bestimmt ist. Ist daher die Sonne im Horizonte, so bildet der Regenbogen einen Halbkreis. Meist wölbt sich über dem Hauptregenbogen der lichtschwächere Nebenregenbogen. Beide wenden ihre roten Säume gegeneinander, indem der erstere am konvexen, der letztere am konkaven Rande rot ist. Die Farben beider zeigen im großen und ganzen die Reihenfolge der Spektralfarben, so daß der Hauptregenbogen innen, der Nebenregenbogen außen mit Violett abschließt. Doch zeigen die einzelnen Farben in verschiedenen Fällen verschiedene Breite, Sättigung und Helligkeit; außerdem schließen beide Bogen in der Regel mit dem Violett nicht ab, es folgen vielmehr noch rosa, grün und violett gefärbte „überzählige“ oder sekundäre Bogen.

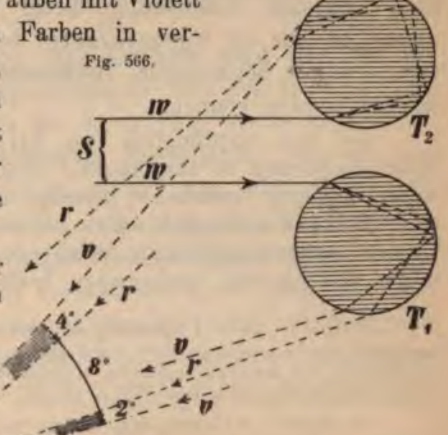


Fig. 566.

Nach Descartes erklärt sich der Regenbogen dadurch, daß ein in einem kugelförmigen Tropfen T_1 (Fig. 566) eintretender Sonnenstrahl beim Eintritte eine Brechung und farbige Dispersion, an der Rückwand eine Reflexion und beim Austritte eine abermalige Brechung

erleidet. Zeichnet man verschiedene dieser parallel eintretenden Strahlen, so findet man, daß sie beim Austritte verschieden stark abgelenkt werden; das auf den Tropfen fallende Strahlenbündel wird also zum Teile zerstreut und geschwächt. Unter ihnen findet sich jedoch ein dünnes Strahlenbündel, dessen Strahlen nach dem Austritte den Tropfen parallel verlassen. Diese „wirksamen Strahlen" sind es, welche einen bestimmten Farbeneindruck im Auge hervorrufen. Man findet den Winkel, welchen die einfallenden Strahlen mit dem wirksamen Strahlenbündel der austretenden roten Strahlen bilden, mit 42° 2', jenen mit den violetten mit 40° 16'. Deshalb sehen wir die auf einem Kreise von zirka 42° liegenden Tropfen rot, jene auf einem Kreise von zirka 40° violett und zwischen beiden die übrigen Farben. Bei einem Sonnenstande über dem Mittelwerte 41° kann daher gar kein Regenbogen sichtbar sein. Da die Breite jedes Bandes einer homogenen Farbe gleich dem scheinbaren Durchmesser der Sonne (30') ist, lagern sich diese Bänder zum Teile übereinander und erzeugen unreine Mischfarben, welche von den reinen Farben des Sonnenspektrums verschieden sind. — In ähnlicher Weise würde sich der Nebenregenbogen, dessen mittlerer Radius zirka $51\frac{1}{2}°$ ist, durch Strahlen erklären, welche eine zweifache Reflexion im Tropfen T_2 erfahren (Fig. 566).

Nach Airy (1836), dessen Theorie Pernter in neuester Zeit weiter ausgeführt hat, ist der Regenbogen ein Phänomen der Interferenz des Lichtes (Art. **252**) und sind die Verschiedenheiten der einzelnen Regenbogen (auch in Betreff der sekundären Bogen) durch die jeweilig vorhandene Tropfengröße erklärbar.

Der Regenbogen ist eine subjektive Erscheinung, die sich ändert, wenn der Beobachter seinen Standpunkt wechselt. — Als Regengallen bezeichnet man vereinzelt sichtbare Stücke des Bogens. Regenbogen in Fontänen, Wasserfällen etc.

234. Spektralapparat und Spektrometer. Die Zerlegung des weißen Lichtes durch ein Prisma (Art. **231**) bietet eine Methode, um die Natur der von irgend einem leuchtenden Körper ausgehenden Strahlen, d. h. die Zusammensetzung seines Lichtes, bestimmen zu können. Zur bequemen Ausführung dieser Untersuchung dienen die Spektralapparate, die als Spektrometer bezeichnet werden, wenn sie durch Beifügung eines horizontalen Teilkreises auch als Goniometer (Art. **225**) verwendet werden können.

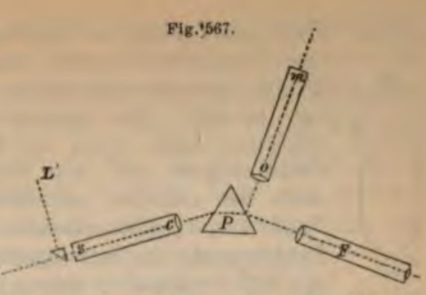
Bei den ursprünglich von Kirchhoff*) und Bunsen**) konstruierten Spektralapparaten ist das Prisma P (Fig. 567) häufig auf einem um eine vertikale Achse drehbaren Tischchen so befestigt, daß seine brechende Kante parallel ist dem an einem Rohre sc bei s angebrachten, hinsichtlich seiner Breite regulierbaren Spalte. Die vor dem letzteren angebrachte Lichtquelle, von welcher vorläufig angenommen werden möge, daß sie nur homogenes Licht (Licht einer einzigen Farbensorte) aus-

*) Gustav Robert **Kirchhoff**, geb. 1824 zu Königsberg, gest. 1887 zu Berlin, wirkte von 1854 angefangen als Universitätsprofessor der Physik in Heidelberg, seit 1874 in Berlin; außer der von ihm in Gemeinschaft mit Bunsen entdeckten Spektralanalyse (1860) verdankt man ihm eine Reihe der wertvollsten Bereicherungen der theoretischen Physik.

) Robert Wilhelm **Bunsen, geb. 1811 zu Göttingen, gest. 1899 in Heidelberg, wirkte als Professor der Chemie an den Hochschulen in Kassel, Marburg, Breslau und von 1852—1889 an der Universität Heidelberg. Außer seinen zahlreichen Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie verdankt man ihm auch viele wichtige physikalische Entdeckungen. (Vgl. unter anderem Art. **87**, **196**, **223**.)

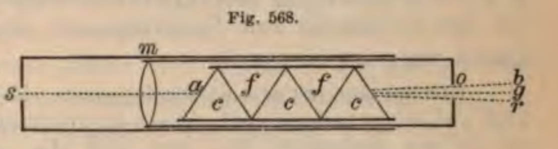
sende, beleuchtet den Spalt *s*. Da sich derselbe in der Brennebene der Linse *c* befindet, treten die Lichtstrahlen aus dem Kollimatorrohre *sc* parallel aus, durchsetzen das Prisma und gelangen in das astronomische Fadenkreuz-Fernrohr *F* (Art. **249**), welches auf die Entfernung „Unendlich“ eingestellt ist, so daß in demselben das scharfe Bild des mit einfarbigem Lichte beleuchteten Spaltes zu sehen ist. Ist die Lichtquelle nicht homogen, so werden die einzelnen verschiedenfarbigen Strahlen verschieden stark abgelenkt, im Fernrohre ergeben sich also so viele aneinander gereihte Spaltbilder, als homogene Lichtsorten vorhanden sind. (Subjektive Beobachtung eines Spektrums, im Gegensatze zu der objektiven nach Fig. 560.) — Zur Feststellung des Platzes einer Lichtsorte dient ein drittes Rohr *om*, welches bei *m* eine transparent photographierte Skala enthält; dasselbe wird so eingestellt, daß die von der beleuchteten Skala kommenden Strahlen von der Vorderfläche des Prismas in das Fernrohr *F* reflektiert werden, so daß man die Skala gleichsam in das Spektrum hineingezeichnet sieht. Beim Spektrometer ist das Skalenrohr entbehrlich, da die Feststellung einer Lichtsorte durch die Einstellung des Fadenkreuzes auf dieselbe und durch die Ablesung am Teilkreise erfolgen kann. Um die Spektra zweier Lichtquellen gleichzeitig beobachten zu können, ist vor der einen — z. B. der unteren — Hälfte des Spaltes *s* ein total reflektierendes Prisma angebracht, welches das Licht von der einen Lichtquelle in den Apparat leitet, so daß man zwei übereinander gelagerte Spektren sieht. Zumeist wählt man als das eine das Spektrum des Sonnenlichtes (Tageslichtes), dessen Fraunhofersche Linien nun eine Vergleichsskala bilden.

Fig. 567.



Die „Spektroskope mit gerader Durchsicht“, z. B. das Taschenspektroskop von Browning (Fig. 568), enthalten einen Prismensatz, welcher Farbenzerstreuung ohne Ablenkung liefert (Art. **232**).

Fig. 568.



235. Emission und Absorption des Lichtes und die sie begleitenden Erscheinungen. Im Spektralapparate und bei der objektiven Darstellung (nach Fig. 560) erweist sich das Spektrum eines hell weißglühenden Körpers (z. B. des elektrischen Bogenlichtes) als ein ununterbrochenes oder kontinuierliches Spektrum. Im Gegensatze hierzu erzeugen gasförmige Lichtquellen, wie z. B. eine Bunsenflamme und ebenso die Knallgasflamme, der zwischen den glühenden Kohlenspitzen übergehende Lichtbogen etc., wenn diese Lichtquellen durch hineingebrachte Salze von Alkalimetallen gefärbt und leuchtend gemacht werden, ein Spektrum, das nur aus einzelnen, verschiedenfarbigen, leuchtenden Streifen (Spaltbildern) besteht und das daher als diskontinuierliches oder als Linienspektrum bezeichnet wird.

So erzeugt irgend eine Natriumverbindung durch den in jedem Falle entstehenden Natriumdampf Gelbfärbung der nichtleuchtenden Flamme,

Fig. 569. deren Betrachtung im Spektralapparate eine hellgelbe Linie (eigentlich eine Doppellinie) ergibt, welche denselben Platz einnimmt wie die *D*-Linie des Sonnenspektrums. (Über die Empfindlichkeit dieser Methode vgl. Art. **60**.) Das Spektrum des Lithiums zeigt eine rote und eine orangerote Linie, jenes des Thalliums eine hellgrüne, jenes des Strontiums mehrere rote, eine orangefarbene und eine blaue Linie u. s. w. Auch der zwischen metallischen Elektroden überspringende elektrische Funke verrät, spektroskopisch untersucht, seinen Gehalt an Metalldämpfen. Funkenspektra der Schwermetalle. Die Spektra gasförmiger Körper werden mit Hilfe Geißlerscher Röhren von der Gestalt Fig. 569 erzeugt, bei welchen der elektrische Funke zwischen metallischen Elektroden übergeht und das eingeschlossene verdünnte Gas im engen Teile der Röhre, welcher vor den Spalt des Spektroskops kommt, in helles Leuchten versetzt. Das Spektrum des Wasserstoffes zeigt hauptsächlich drei helle Linien, eine rote, eine grüne und eine blaue, welche mit den Linien *C*, *F* und *G* des Sonnenspektrums übereinstimmen. (Vgl. die Spektraltafel am Schlusse des Buches.)

Da die Linienspektren der Elemente sehr genau bekannt sind, kann man aus dem Vorhandensein gewisser Linien, welche das Spektrum einer unbekannten Verbindung zeigt, auf bestimmte chemische Bestandteile schließen. Dies ist das Wesen der von Kirchhoff und Bunsen (1860) entdeckten Spektralanalyse, welche unmittelbar nach ihrem Aufkommen zur Entdeckung neuer Elemente (Rubidium, Cäsium, Thallium etc.) führte.

Die bisher beschriebenen Spektren werden als Emissionsspektren bezeichnet, weil sie durch das von der Lichtquelle ausgesendete und keinerlei Veränderungen unterworfene Licht erzeugt werden. Im Gegensatz hierzu entstehen die Absorptionsspektren durch Licht, welches auf dem Wege von der Lichtquelle zum Spektralapparat einer teilweisen Absorption ausgesetzt war.

Erzeugt man mit dem Spektralapparate oder objektiv ein kontinuierliches Spektrum und bringt nun vor den Spalt ein dunkelrotes Glas, so verschwindet das Spektrum bis auf den dunkelroten Teil; man muß also annehmen, daß alle anderen Lichtsorten im roten Glas zurückgehalten oder gleichsam verschluckt oder absorbiert wurden; der restliche Teil des Spektrums bildet das Absorptionsspektrum. Die absorbierten Lichtstrahlen bewirken dabei in erster Linie eine Erwärmung des Körpers. Eine Scheibe aus blauem Kobaltglas läßt nur einen Streifen im Dunkelrot, ferner den blauen und violetten Teil des Spektrums hindurch, absorbiert also insbesondere den gelben und den grünen Teil. Ähnlich löscht eine Lösung von Kaliumbichromat den stärker brechbaren Teil des Spektrums (grün bis violett), eine Lösung von Kupferoxydammoniak den weniger brechbaren Teil (rot bis grün) aus. Eine Lösung von hypermangansaurem Kali zeigt je nach dem Grade ihrer Konzentration drei oder fünf Absorptionsstreifen im Grün, bei noch stärkerer Konzentration ein breites, das Grün verdeckendes Absorptionsband. Das Absorptionsspektrum des Chlorophylls zeigt unter anderem einen dicken Absorptionsstreifen im Rot, jenes der Didymsalze, deren Lösung wasserhell ist, eine feine, schwarze Linie im Gelb. Das Absorptionsspektrum des Stickstoffdioxyds zeigt eine große Anzahl von Absorptionslinien. — In den meisten dieser Fälle ist die Absorption auswählend oder selektiv, indem gewisse Lichtsorten ausgelöscht, benachbarte dagegen durchgelassen werden. (Vgl. die Spektraltafel am Schlusse des Buches.)

Zu den Absorptionsspektren gehört auch das Sonnenspektrum. Seine Absorptionsstreifen rühren zum kleineren Teile von der Absorption des Lichtes in der Erdatmosphäre her; diese Linien erscheinen Morgens und Abends ausgeprägter als Mittags, was sich durch den verschieden großen Weg in der Erdatmosphäre erklärt. Da der weitaus größte Teil der Linien tagsüber in gleicher Intensität verbleibt, kann man nur annehmen, daß dieselben durch eine Absorption entstehen, welche das von der in hellster Weißglut befindlichen Sonne ausgestrahlte Licht in einer die Sonne umgebenden Dampf- und Gasschichte erfährt, die man als die Sonnenatmosphäre bezeichnet. Über die Bedeutung der Fraunhoferschen Absorptionslinien gibt nun eine von Kirchhoff und Bunsen aufgefundene wichtige Tatsache Aufschluß. Erzeugt man nämlich durch elektrisches Licht ein kontinuierliches Spektrum und bringt vor den Spalt eine nichtleuchtende Gasflamme, die man durch Natriumdämpfe möglichst intensiv gelb färbt, so erscheint im Gelb des Spektrums eine feine, dunkle Linie — ein Absorptionsstreifen — genau an jener Stelle, wo der leuchtende Natriumdampf für sich eine helle, gelbe Linie (vgl. die Spektraltafel) erzeugen würde. Man bezeichnet diese Erscheinung als die Umkehrung der Natriumlinie (aus einer hellen in eine dunkle Linie). Daraus muß man schließen, daß Natriumdampf die Eigenschaft hat, genau dieselben Strahlen, die er aussendet, auch zu absorbieren.*)

Ähnlich würden bei einer Harfe, die von einem Tongemische getroffen wird, gewisse Saiten durch die gleichtönigen Bestandteile zum Mitschwingen veranlaßt, so daß die betreffenden Töne in dem durch die Saite hindurchgegangenen Tongemische nur mehr in geschwächtem Zustande vorhanden sind.

Durch weitgehende Versuche dieser Art gelangten Kirchhoff und Bunsen zu dem Satze: Das Absorptionsvermögen leuchtender Dämpfe für Strahlen bestimmter Brechbarkeit ist ihrem Emissionsvermögen für dieselben Strahlen proportional.

Da nun das Sonnenspektrum an Stelle der gelben Natriumlinie einen schwarzen Absorptionsstreifen zeigt, ist mit Bestimmtheit anzunehmen, daß sich in der Sonnenatmosphäre Natriumdampf befindet, welcher aus dem kontinuierlichen Spektrum, das der weißglühende Sonnenball erzeugen würde, jene Lichtsorte auslöscht, welche der Natriumdampf für sich erzeugen würde.

Aus demselben Grunde ist die Anwesenheit von Wasserstoffgas in der Sonnenatmosphäre sichergestellt; dasselbe bildet oft flammenartige, aus der Sonne hervorbrechende Gebilde von ungeheurer Höhe (man beobachtete solche von

*) Der Versuch der Umkehrung der Natriumlinie erfordert zur Erzeugung des kontinuierlichen Spektrums eine sehr helle Lichtquelle; denn die vor den Spalt gesetzte Natriumflamme wird nicht nur Licht absorbieren, sondern auch solches aussenden. Der Ort der Natriumlinie wird daher durch Absorption verdunkelt, durch Emission aber erhellt. Die von der Flamme ausgestrahlte Lichtmenge ist aber eine bestimmte, sie heiße E, die von der Flamme absorbierte nur ein Bruchteil der gesamten auffallenden, zum Beispiel $J/_n$. Wird nun J so bedeutend gesteigert, daß $J/_n > E$ wird, dann tritt erst die „Umkehrung“ ein.

39 Erddurchmessern Höhe!), welche man als Protuberanzen bezeichnet. Richtet man gegen eine solche das Spektroskop, so zeigen sich in der Tat helle Linien, unter denen besonders die Wasserstofflinien durch ihre Helligkeit hervorleuchten. Diese Beobachtung konnte früher nur bei einer totalen Sonnenfinsternis angestellt werden, bei welcher die dunkle Neumondscheibe von einem hellen Strahlenkranze, der Corona (leuchtende Photosphäre der Sonne), umgeben ist, aus welcher gleich roten Flammen die Protuberanzen emporschießen; gegenwärtig lassen sich Protuberanzen auch bei unverdunkelter Sonne spektroskopisch beobachten.

Das Licht der Planeten und Monde ist reflektiertes Sonnenlicht; daher stimmen die Spektren dieser Himmelskörper mit dem Sonnenspektrum im allgemeinem überein; treten in einem solchen Spektrum neue Linien auf, so deuten sie auf eine den Planeten umgebende Atmosphäre. — Die Spektren der Fixsterne zeigen teils mit den Fraunhoferschen Linien übereinstimmende, teils abweichende Absorptionslinien. — Einzelne durch das Fernrohr nicht auflösbare Nebelflecke zeigen Linienspektren und dürften demnach glühende Gasmassen sein.

236. Farben der Körper. Von dem weißen Tageslichte, welches auf einen Körper auffällt, wird ein Teil von der Oberfläche desselben zurückgeworfen (und zwar regelmäßig bei glatter, unregelmäßig bei rauher Oberflächenbeschaffenheit), der andere Teil dringt in den Körper ein. Von diesem, in den Körper eindringenden Lichte wird ein Teil bei ungleichartiger Beschaffenheit des Stoffes allseitig zerstreut (diffundiert), ein zweiter Teil wird absorbiert, im allgemeinen also in eine andere Energieform — größtenteils in Wärme — umgesetzt, der restlich übrigbleibende dritte Teil pflanzt sich als Licht im Körper fort.

Diese stets, aber dabei in wechselnden Quantitätsverhältnissen gegeneinander erfolgenden Erscheinungen bedingen die natürlichen Farben der Körper, in welchen uns dieselben im Tageslichte erscheinen.

Halten wir einen Körper zwischen die Lichtquelle und das Auge, so beurteilen wir seine Farbe im durchgelassenen Lichte. Es sind dann drei Hauptfälle möglich. Der Körper erscheint uns farblos (wasserhell), wenn er überhaupt wenig Licht und zudem die einzelnen Lichtsorten in ziemlich gleichem Maße absorbiert, so daß das den Körper verlassende Licht in seiner Zusammensetzung wieder weißes Licht ergibt. Dagegen bezeichnen wir den Körper als farbig, wenn er gewisse Lichtsorten stärker absorbiert als andere; dann zeigt das den Körper verlassende Licht die Mischfarbe aus den nicht absorbierten Bestandteilen des Lichtes, also die komplementäre Farbe jener Farbengattung, die am meisten absorbiert wird. Endlich kann aber die Absorption für alle Strahlengattungen eine so bedeutende sein, daß bei entsprechender Dicke der durchsetzten Körperschichte kein Licht mehr austreten kann; wir nennen den Körper dann schwarz oder opak.

Man führe Beispiele für diese drei Fälle an. — Es ist leicht einzusehen, daß die Dicke der vom Lichte durchdrungenen Körperschicht die Zusammensetzung des restlich austretenden Lichtes verändern und daher die Substanz in verschieden dicken Schichten eine verschiedene Färbung zeigen kann. So erscheint selbst chemisch reines Wasser in Schichten von einigen Metern Dicke

blau; Fensterglasstücke, welche einzeln farblos erscheinen, lassen, in größerer Zahl aufeinandergelegt, nur mehr grünes oder blaugrünes Licht hindurch. Die Erklärung liegt darin, daß gewisse Lichtsorten von den genannten Körpern doch etwas mehr zurückgehalten werden als andere; in dünner Schicht ist dieser Verlust unmerklich, mit Zunahme der Dicke der Schicht macht er sich jedoch immer fühlbarer.

Auch bei dem Zustandekommen der Farbe, welche ein Körper im zurückgeworfenen (reflektierten) Lichte zeigt und welche hauptsächlich durch das in den obersten Körperschichten diffundierte Licht entsteht, spielt die Absorption des Lichtes in der Materie des Körpers eine wichtige Rolle. Ein Körper wird uns weiß erscheinen, wenn er sämtliche Lichtarten beim Eindringen in die Körpersubstanz diffundiert. Er erscheint dagegen farbig, wenn er gewisse Lichtarten absorbiert, die übrigen, welche nun eine bestimmte Mischfarbe ergeben, im Innern diffundiert. Der Körper wird endlich als schwarz bezeichnet, wenn er alles eindringende Licht absorbiert und daher keines (oder nur sehr wenig davon) diffundiert.

Ein Körper erscheint bei künstlicher Beleuchtung nur dann in seiner natürlichen Körperfarbe, wenn die Lichtquelle eine dem Sonnenlichte analoge Zusammensetzung zeigt (alle Lichtsorten enthält). Eine buntfarbige Zeichnung erscheint daher bei homogenem gelben Natriumlichte wie eine Tuschzeichnung (grau in grau) mit Ausnahme jener Teile, die im natürlichen Lichte gelb sind und es auch im künstlichen Lichte bleiben. — Fremdartiges Aussehen der Gegenstände bei farbigem bengalischen Lichte. — Warum erscheinen weiße Gegenstände bei Lampenlicht gelblich, blaue und grüne Pigmente ziemlich gleichfarbig etc.? Was ist daraus zu folgern, daß elektrische Glühlampen einen wärmeren (mehr rötlich gelben) Ton als Bogenlampen geben? (Vgl. auch Art. **241**.)

237. Fluoreszenz und Phosphoreszenz. Manche Körper werden bei Beleuchtung mit gewissen Lichtarten leuchtend, wobei aber die Farbe des von ihnen ausgestrahlten Lichtes eine andere, und zwar zumeist eine Farbe von geringerer Brechbarkeit ist als die Farbe des absorbierten Lichtes (Art. **235**). Man nennt diese Erscheinung Fluoreszenz, da sie unter anderem auch am Flußspate (Fluorit) auftritt.

Läßt man den Strahlenkegel einer Sammellinse auf einen Würfel aus Uranglas fallen, so geht von dem im Innern des Würfels befindlichen Teile des Kegels nach allen Seiten ein intensiv gelbgrünes Licht aus, während die durch den Würfel gehenden Strahlen orangegelb sind. Das absorbierte blaue Licht wird also als gelbgrünes zurückgestrahlt. Um zu untersuchen, welche Strahlengattungen des Spektrums diese Fluoreszenz verursachen, verschiebt man den Uranglaswürfel durch das objektiv erzeugte Sonnenspektrum. Während im roten und gelben Teile die Fluoreszenz völlig verschwindet, tritt sie im blauvioletten Teile lebhaft hervor. Die Fluoreszenz des Uranglases wird also von den im sichtbaren Teile des Spektrums enthaltenen blauen und violetten Strahlen angeregt; dieselben erfahren durch den fluoreszierenden Körper eine Umwandlung in gelbgrüne Strahlen, also in Strahlen von geringerer Brechbarkeit.

Ähnlich wie das Uranglas fluoreszieren Lösungen von Farbstoffen der Eosingruppe (Eosin, Fluoresceïn, Uranin), ferner Kristalle von Baryum-Platin-Cyanür. Petroleum, Äskulinlösung (Roßkastanienrinde in Wasser), Chininsulfat in mit H_2SO_4 angesäuertem Wasser fluoreszieren schön himmelblau, während sie im

durchgelassenen Lichte farblos sind. Eine Lösung von Naphthalinrot (Magdalarot) ist im durchfallenden Lichte karminrot, fluoresziert aber ziegelrot. Die ätherische Lösung des Chlorophylls erscheint bei durchscheinendem Lichte schön saftgrün, bei auffallendem blutrot.

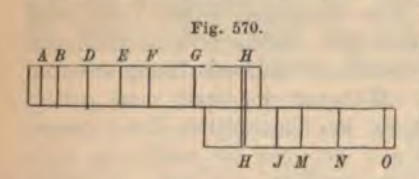
Wenn die Fluoreszenz in einer Umwandlung von gewissen, in den Körper eindringenden Strahlen in Strahlen von — in der Regel — geringerer Brechbarkeit besteht, so müssen in dem durch den fluoreszierenden Körper hindurchgegangenen Lichte eben diese Strahlen fehlen, so daß dieses vom Körper durchgelassene Licht nicht mehr die Fähigkeit besitzt, in einem zweiten Körper dieser Art Fluoreszenz zu erregen. Läßt man in der Tat ein Bündel Sonnenstrahlen durch eine Küvette mit Fluoresceïnlösung gehen, so vermögen die von einer entsprechend dicken Flüssigkeitsschichte durchgelassenen orangegelben Strahlen eine Fluoresceïnlösung in einem zweiten Gefäße nicht mehr zur Fluoreszenz anzuregen.

Als Phosphoreszenz bezeichnet man im allgemeinen jedes schwache Selbstleuchten eines Körpers; so ist z. B. das Leuchten des Phosphors, des faulenden Holzes, gewisser Insekten und Infusorien durch bestimmte chemische Vorgänge erzeugt. Als Phosphoreszenz wird aber im besonderen das Nachleuchten gewisser Körper nach vorangegangener Bestrahlung mit Licht bezeichnet.

Hauptsächlich tritt diese Erscheinung nach Belichtung mit Sonnenlicht (Insolation), elektrischem Bogenlicht, Magnesiumlicht etc. auf. In besonders auffallender Weise zeigen die Phosphoreszenz die sogenannten „Leuchtsteine“, deren wirksame Teile die Sulfide des Baryums, Strontiums und Calciums sind. So besteht auch die zum Anstriche von Zifferblättern, Feuerzeugen etc. viel verwendete „Balmainsche Leuchtfarbe“ (intensiv violett nachleuchtend) hauptsächlich aus Calciumsulfid (CaS). — Die Phosphoreszenz ist gleichsam eine nachwirkende Fluoreszenz, deren Dauer von Bruchteilen einer Sekunde (Phosphoroskop) bis zu mehreren Stunden währen kann.

238. Ultraviolette Strahlen. Fängt man das kontinuierliche Spektrum eines weißglühenden Körpers auf einer fluoreszierenden Substanz (Uranglastafel, Baryumplatincyanür-Schirm, Art. **237**) auf, so erscheint dasselbe weit über das violette Ende hinaus verlängert. Wird das Sonnenspektrum auf einem zur Hälfte mit der fluoreszierenden Substanz bedeckten Schirme erzeugt, so ist (Fig. 570) beispielsweise auf der oberen Hälfte das gewöhnliche Sonnenspektrum, auf der unteren das im grünen Fluoreszenzlichte leuchtende Fluoreszenzspektrum sichtbar, welches sich — gleichfalls unterbrochen durch dunkle Linien — weit über das violette Ende des ersteren erstreckt.

Fig. 570.



Dieser Versuch zeigt die überraschende Tatsache, daß außer den sichtbaren Lichtarten von rot bis violett von beiden spektralanalytisch untersuchten Lichtquellen stärker brechbare Strahlen ausgehen, welche für gewöhnlich nicht bemerkbar sind, die aber dadurch zu sichtbaren Strahlen werden, *daß die fluoreszierenden* Substanzen sie in Strahlen von geringerer Brech-

barkeit und daher in sichtbare Strahlen umwandeln. Der so sichtbar gemachte Teil des Spektrums heißt der ultraviolette Teil. Da dieser Teil der Strahlen durch Glas ziemlich stark absorbiert wird, ist es vorteilhaft, für den obigen Versuch Linsen und Prismen aus Quarz anzuwenden; in dem so erzeugten Spektrum ist bei Abblendung der hellen Strahlen der ultraviolette Teil in schwach lavendelgrauem Lichte direkt (ohne Fluoreszenzschirm) sichtbar. Dabei erscheint der ultraviolette Teil im Spektrum des elektrischen Bogenlichtes noch viel ausgedehnter als in jenem des Sonnenlichtes; ersteres enthält also noch brechbarere Strahlen als letzteres.

239. Chemische Wirkungen des Lichtes. Prinzip der Photographie. Erzeugt man in drei verdünnte Silbernitratlösung enthaltenden Proberöhren im Dunklen durch Zusatz von beziehungsweise Natriumchlorid, Natriumbromid, Natriumjodid die betreffenden weißen bis gelblichweißen Niederschläge von Chlorsilber, Bromsilber und Jodsilber und stellt dieselben dann in direktes Sonnenlicht, so schwärzt sich der Niederschlag an der dem Lichte zugewendeten Seite durch Ausscheidung von Silber. Das Licht übt also bei diesem Versuche eine chemische Wirkung aus.

Andere chemische Wirkungen des Lichtes: „Bleichen“ der Leinwand und des Wachses, „Verschießen“ gefärbter Zeuge, Verblassen gewisser Anilinfarben (Eosin, Metalltinte), Unlöslichwerden einer dünnen Asphaltschichte sowie einer Chromleimschichte (Gelatine mit Zusatz von Chromsalzen) bei der Belichtung etc.

Bedeckt man ein Stück photographisches Papier P (Fig. 571), welches in einer als „Träger“ dienenden Schicht von Albumin, Celloidin, Gelatine u. dgl. lichtempfindliches Chlorsilber enthält, wie die Figur andeutet, zum Teile mit dunkelrotem, zum Teile mit dunkelblauem Glase und legt das Ganze ins Tageslicht, so wird nach einiger Zeit der in der Mitte freigelassene Teil P tief schwarzbraun sein. Fast ebenso stark braun erscheint der unter dem blauen Glase (b) befindliche Teil, während der vom roten (r) bedeckte kaum eine Spur einer Schwärzung zeigt. Dieser Versuch beweist, daß die chemisch wirksamen (aktinischen) Strahlen die stärker brechbaren sind. Daß die aktinische Wirksamkeit auch den ultravioletten Strahlen eigen ist, zeigt sich, wenn man das Spektrum auf photographischem Papiere auffängt. Man erhält einen photographischen Abdruck des ultravioletten Teiles mit den darin enthaltenen Linien.

Fig. 571.

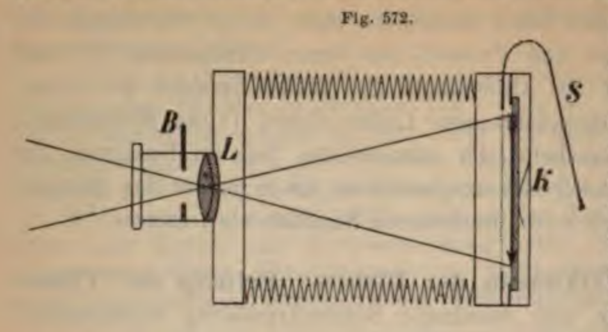
r b P

Die Lichtempfindlichkeit der Haloidsalze des Silbers sowie einiger anderer oben angeführten Substanzen führte auf die Erfindung der Photographie.

Die Camera obscura oder der photographische Apparat ist ein innen geschwärzter (behufs Vermeidung von Nebenreflexen) Kasten (Fig. 572), dessen Vorderwand eine achromatische Linse L (oder ein achromatisches und apla-

natisches Linsensystem — photographisches Doppelobjektiv) mit einsteckbaren Blenden (*B*, zur Abhaltung der Randstrahlen) enthält. Die Rückwand ist mit der Vorderwand durch einen lichtdichten, faltig zusammengelegten Lederbalg verbunden und kann dadurch so weit verschoben werden, daß auf einer rückwärts eingesetzten Mattscheibe (Visierscheibe) ein reelles, umgekehrtes Bild des zu photographierenden Gegenstandes entsteht. Die Visierscheibe wird dann bei geschlossenem Objektive durch eine Art Kästchen *K* mit aufziehbarer Vorderwand *S*, welches Kassette heißt, ersetzt. Letzteres enthält die lichtempfindliche Platte genau an jener Stelle, an der sich zuvor die mattierte Glasfläche befand. Die lichtempfindliche Platte ist zumeist eine „Trockenplatte", die in einer Schicht eingetrockneter Gelatine das lichtempfindliche Bromsilber enthält. Nach erfolgter „Exposition" wird die Kassette geschlossen und die Platte in einem durch „unaktinisches" rotes Licht erleuchteten Raume — Dunkelkammer — in den „Entwickler", d. i. in eine reduzierende Flüssigkeit, z. B. eine alkalische Lösung von Pyrogallussäure, Hydrochinon, Glyzin u. a. gebracht. Bei der Exposition ist an den belichteten Stellen der chemische Zusammenhang zwischen Brom und Silber bereits gelockert, ohne daß diese Änderung dem Auge vorläufig sichtbar wäre. Das noch „latente Bild" wird durch die reduzierende Wirkung des Entwicklers „hervorgerufen", indem das Bromsilber zu metallischem Silber, und zwar an einer Stelle in um so stärkerem Maße reduziert wird, je stärker diese Stelle bei der Exposition von aktinischen Strahlen getroffen wurde. Das so hervorgerufene Bild wird in eine wäßrige Lösung von unterschwefligsaurem Natron (eine solche löst die beim vorhin beschriebenen Versuche erhaltenen Niederschläge von *Ag Cl*, *Ag Br* und *Ag J*) gebracht, welche das Bild in ein dauerndes verwandelt (dasselbe „fixiert"), indem es das noch vom Lichte unzersetzt gebliebene Bromsilber auflöst. Das so erhaltene Bild ist ein „Negativ", d. h. den hellen Stellen des Objektes entsprechen durch den Silberniederschlag im Bilde dunkle Stellen und umgekehrt. Ein „Positiv" wird erhalten, indem man im „Kopierrahmen" unter das Negativ lichtempfindliches Papier legt und auf das Negativ Tageslicht fallen läßt; unter den dunklen Stellen des Negatives bleibt das Papier vor der Bräunung geschützt, diese Stellen bleiben also hell wie im Originale. Das Positiv wird nach abermaliger Fixierung in einem Goldchlorid enthaltenden „Tonbade" getont, wobei auf den dunklen Stellen des Bildes feinverteiltes Gold niedergeschlagen wird. Fixierung und Tonung können auch in einem einzigen „Tonfixierbade" geschehen.

Fig. 572.



Platindruck durch Kopieren auf mit Kaliumplatincyanür präparierten Papieren. — Lichtpauseprozeß. — Photomechanische Druckverfahren. — Anwendung der Photographie für Aufnahme von Porträts, Landschaften etc. Wichtigkeit derselben für Forschungsreisen und wissenschaftliche Zwecke. Selbstaufzeichnung (Selbstregistrierung) meteorologischer, magnetischer u. dgl. Beobachtungen. — Astrophotographie. — Momentphotographie (liefert wertvolle Beiträge zur Erkennung von Bewegungsvorgängen). — Photogrammetrie (photographische Terrainaufnahme). — Mikrophotographie. — Photographie bei elektrischem und bei Magnesiumlicht.

Die Kenntnis von der Zersetzung der Silbersalze durch das Licht, welche die eigentliche Basis der Erfindung der Photographie bildet, verdankt man dem deutschen Arzte J. H. Schulze, Professor an der Universität zu Altdorf in Bayern (1727). An dem weiteren Ausbau der Photographie haben sich viele Männer beteiligt. Die ersten photographischen Bilder wurden in der Zeit von 1828—1839 von Niepce und Daguerre ausgeführt.

240. Infrarote Strahlen. Ein mit Balmainscher Leuchtfarbe bestrichener Schirm wird insoliert und dadurch leuchtend gemacht. Hierauf wird auf diesem Schirme ein Sonnenspektrum aufgefangen und nachdem man ihn der Einwirkung des letzteren durch einige Minuten ausgesetzt, das Licht abgeblendet. Auf dem Schirme zeigt sich ein eigentümliches „phosphorographisches" Bild des Spektrums. Dort, wo der blaue, violette und ultraviolette Teil des Spektrums einwirkte, leuchtet der Schirm hell auf dunklem Grunde, wogegen die Partie, welche von den weniger brechbaren Strahlen zwischen rot und grün getroffen wurde, dunkel auf hellem Grunde erscheint; während also die stärker brechbaren Strahlen Phosphoreszenz erzeugten, haben die weniger brechbaren vorhandene Phosphoreszenz ausgelöscht. Da nun diese Auslöschungswirkung über das rote Ende des Spektrums beträchtlich hinausgeht, enthält letzteres außer dem über das Violett hinausliegenden „ultravioletten" noch einen über das Rot hinausgreifenden ultraroten oder infraroten unsichtbaren Teil.

241. Wärmewirkungen des Lichtes. Führt man die Kugel eines Thermometers durch das ganze Spektrum hindurch, so zeigt es sich, daß die Wärmewirkung vom Violett gegen das Rot zunimmt und erst im infraroten Teile ihren größten Wert erreicht. Zum feineren Nachweis dient Mellonis Thermosäule in Verbindung mit einem Galvanometer (Art. **201**) oder das Bolometer, bei welchem ein geschwärzter, dünner, senkrecht zur Richtung des Spektrums gehaltener Metalldraht in den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brückenverbindung (in AD in Fig. 432, S. 344) eingeschaltet ist; wird derselbe im infraroten Teile parallel verschoben, so findet man Lagen, in welchen das Galvanometer keine Widerstandsänderung infolge Erwärmung angibt. Diese Lagen entsprechen „dunklen Linien" des Wärmespektrums, welche, dem Auge unsichtbar, vom Bolometer gleichsam empfunden werden. Zeigen diese Stellen somit Minima der Wärmewirkung an, so kann auf demselben Wege auch die Stelle stärkster Wärmewirkung aufgesucht werden; sie liegt bei einem durch ein Flintglasprisma erzeugten Spektrum im infraroten Teile.

Erwärmt man einen Körper (z. B. eine Metallkugel) immer stärker, so sendet er bei steigender Erwärmung unsichtbare Wärmestrahlen aus, welche durch ein Prisma aus Steinsalz weniger gebrochen werden als die roten Strahlen und somit den infraroten Strahlen des Sonnenspektrums entsprechen. Schreitet die Erwärmung weiter fort, so wächst die Stärke dieser Wärmeausstrahlung; es treten aber auch zu den dunklen Strahlen leuchtende

Strahlen von stärkerer Brechbarkeit hinzu: der heiße Körper wird im Dunklen sichtbar, er glüht. Bei 540° zeigt sich das Rot bis zur Linie *B* (dunkle Rotglut), bei 700° erstreckt sich das Spektrum über die Linie *F* (helle Rotglut), bei 1200° über die Linie *H* hinaus (Weißglut). (Vgl. Art. 253.)

242. Wärmestrahlen. Diathermane und athermane Körper. Die unsichtbaren oder dunklen Wärmestrahlen des Spektrums befolgen dieselben Gesetze der Zurückwerfung wie der Brechung, welche wir für die sichtbaren Lichtstrahlen nachweisen konnten.

Sind zwei größere Hohlspiegel aus Blech in einem Abstande von mehreren Metern einander so zugekehrt, daß ihre optischen Achsen zusammenfallen, und bringt man in den Brennpunkt des einen eine heiß gemachte Eisenkugel, in den zweiten ein entsprechend empfindliches Thermoskop, so zeigt dasselbe Erwärmung an.

Sowie verschiedene durchsichtige Körper die hellen Strahlen des Spektrums in verschiedenem Maße teils hindurchlassen, teils absorbieren, so erweisen sich verschiedene Körper auch für die dunklen Wärmestrahlen in verschiedenem Grade durchlässig; die im Körper absorbierten Wärmestrahlen bewirken dabei seine Erwärmung. Als wärmedurchlässig oder diatherman bezeichnet man jene Körper, welche die dunklen Wärmestrahlen vorwiegend hindurchlassen, ohne sich zu erwärmen, als wärmeundurchlässig oder atherman dagegen jene, welche die Wärmestrahlen vorwiegend absorbieren und sich daher erwärmen.

Diatherman ist insbesondere die atmosphärische Luft, das Steinsalz, die fast undurchsichtige, schwarzviolette Lösung des Jods in Schwefelkohlenstoff. Athermane Körper sind unter anderem Alaun, Eis, Wasser und Wasserdunst. — Die Wärmestrahlen der Sonne durchsetzen die diathermanen Schichten der Atmosphäre, insbesondere ihre höheren, reinen und wasserdunstfreien Schichten, ohne sie dabei sonderlich zu erwärmen; selbst in der heißen Zone sind daher die höchsten Berggipfel von ewigem Schnee bedeckt. Dadurch, daß die athermane Erdrinde von den Wärmestrahlen der Sonne getroffen und erwärmt wird, werden die ihr anliegenden Schichten der Atmosphäre nun gleichfalls erwärmt (Art. **114**).

Das Wärmeausstrahlungs- oder Emissionsvermögen verschiedener erwärmter Körper ist ein verschieden großes. Durch Versuche fand man, daß unter anderem dunkle und rauhe Flächen mehr Wärme ausstrahlen als glatte und glänzende.

Experimenteller Nachweis mit einer zylindrischen Metallkapsel, deren eine Basisfläche poliert und glänzend, die andere mit einer mattschwarzen Rußschicht überzogen ist und welche mittels durchgeleiteten Wasserdampfes erhitzt wird. — Anwendungen in der Praxis: Mattschwarze Graphitanstriche eiserner Heizkörper (zugleich Schutz gegen Rosten). Glänzend polierte Metallkessel (Samowar), Dampfleitungsrohre an Dampfmaschinen etc.

Das Wärmeaufnahms- oder Absorptionsvermögen eines Körpers ist seinem Wärmeausstrahlungs- oder Emissionsvermögen gleich. Versuche bestätigen dies, indem unter anderem dunkle und rauhe Flächen mehr Wärme aufnehmen als glatte und glänzende.

Wäre das Absorptionsvermögen eines Körpers größer als sein Emissionsvermögen, so müßte der Körper sich in einer Umgebung von Körpern gleicher Temperatur erwärmen, im gegenteiligen Falle aber abkühlen. Da er aber seine Temperatur erfahrungsgemäß unter diesen Umständen nicht ändert, müssen beide Vermögen gleich sein. — Versuch mit einem Farbenthermoskope, einer dünnen Stanniolplatte, die auf der einen Seite mit einer farbenthermoskopischen Substanz (Art. **113**) überzogen ist und auf der anderen Seite einen mattschwarzen Rußring (Fig. 573) besitzt; wird die letztere Seite einem Wärme ausstrahlenden Körper genähert, so wird der Ring auf der anderen Seite farbig sichtbar.

Fig. 573.



243. Projektionsapparat. Skioptikon. Das von einer hellen Lichtquelle S (Fig. 574) kommende divergente Strahlenbündel wird durch die Beleuchtungs- oder Kondensorlinsen O (zwei, mitunter auch drei zur möglichsten Verbesserung der sphärischen und chromatischen Aberration) zuerst parallel, dann konvergent gemacht, um dann von den Projektionslinsen o (meist ein photographisches Doppelobjektiv) aufgenommen zu werden, wodurch auf einem vorgesetzten Lichtschirme ein möglichst gleichförmig beleuchteter, heller Lichtkreis entsteht. Die Brennweiten beider Linsensysteme müssen so gewählt werden, daß von einem vor den Beleuchtungslinsen aufgestellten, durchsichtigen Objekte bb' (z. B. einer auf Glas ausgeführten Photographie) auf dem Schirme ein reelles, umgekehrtes (bei umgekehrt eingeschobener Photographie also aufrechtes) und vergrößertes Bild entsteht. Lichtquelle und Linsensysteme sind in einem entsprechenden Gehäuse untergebracht.

Fig. 574.

Nach demselben Prinzipe sind auch die Projektionsmikroskope eingerichtet. Beim Sonnenmikroskope wird das mittels des Heliostaten eingeleitete Sonnenlicht zur Beleuchtung des Präparates verwendet. — Die Lichtstärke des Projektionsbildes ist der zweiten Potenz der Entfernung des auffangenden Schirmes verkehrt proportional. Wenn also durch Vergrößerung dieser Entfernung die vergrößernde Wirkung wächst, so nimmt dagegen die Lichtstärke des Bildes beträchtlich ab; daraus ergibt sich die Notwendigkeit, eine möglichst helle Lichtquelle zu verwenden. — Beim Nebelbilderapparate werfen zwei (bisweilen auch drei) abwechselnd oder gleichzeitig benützte Projektionsapparate ihre Lichtkreise genau aufeinander, wodurch Bildverwandlungen, Übergänge etc. durchgeführt werden können. — Das Megaskop oder Episkop liefert Bilder von stark beleuchteten, undurchsichtigen Objekten.

244. Das Auge und das Sehen. Das Auge, von welchem Fig. 575 einen schematischen Achsenschnitt zeigt, enthält vier, durch nahezu kugelförmige Flächen begrenzte, lichtbrechende Mittel, nämlich die Hornhaut (Cornea) C, die wäßrige Augenfeuchtigkeit (bei ii), die Kristallinse l und den gallertartigen Glaskörper, welcher den Raum zwischen Linse und der rückwärtigen Augenwand ausfüllt. Diese optischen Mittel wirken insgesamt wie eine unendlich dünne, in Luft befindliche Linse, deren Achse mit der

Augenachse zusammenfällt und deren optischer Mittelpunkt *k* (Fig. 576) 7,5 *mm* hinter der Vorderfläche der Hornhaut liegt; sie entwerfen daher

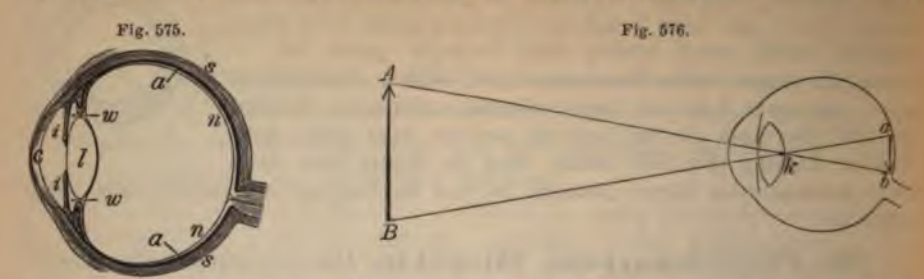


Fig. 575. Fig. 576.

auf der lichtempfindlichen Netzhaut *n* (Ausbreitung des Sehnerven auf der Rückwand des Auges) von einem betrachteten Gegenstande ein umgekehrtes, reelles Bild, dessen Helligkeit durch die Regenbogenhaut (Iris) *ii* reguliert wird, indem deren kreisrunde Öffnung (Sehloch, Pupille) sich bei stärkerer Beleuchtung des Gegenstandes unwillkürlich zusammenzieht, bei schwächerer dagegen weiter öffnet.

Obgleich die Bilder auf der Netzhaut verkehrt sind, sehen wir doch die Gegenstände aufrecht, weil wir durch Erfahrung und Übung, insbesondere unter Beihilfe des Tastsinns uns seit der Kindheit gewöhnt haben, die leuchtenden Gegenstände nach jener Richtung zu versetzen, von welcher aus die Strahlen auf die Netzhaut treffen. Wir „projizieren" also gleichsam jeden Lichtstrahl in die Außenwelt zurück und suchen daher die Veranlassung jener Strahlen, welche die Netzhaut unten treffen, nicht unten, sondern oben.

Würde das Auge unveränderlich wie eine Glaslinse sein, so wäre es nur möglich, das Bild von Gegenständen, welche in einer bestimmten Entfernung sind, scharf zu sehen; würden diese Gegenstände näher rücken, so müßte ihr Bild hinter die Netzhaut, würden sie weiter fortrücken, müßte es vor die Netzhaut fallen. Daß dies nun, wie die Erfahrung lehrt, nicht der Fall ist, hat seine Ursache darin, daß sich die Krümmungsverhältnisse und daher auch die Brennweite der Kristallinse durch einen sie umgebenden Muskelkranz (Ciliarkörper *w*, Fig. 575) ändern lassen; die Linse ersetzt daher gleichsam einen ganzen Linsensatz mit Linsen der verschiedensten Brennweiten, unter welchen das Auge jene auswählt, welche das reelle Bild eines in der betreffenden Entfernung befindlichen Gegenstandes genau auf die Netzhaut wirft. Diese Fähigkeit des Auges, von verschieden weit entfernten Objekten deutliche Bilder zu erzeugen, nennt man sein Akkommodationsvermögen.

Die Linse muß flacher werden, wenn der Gegenstand weiter wegrückt, dagegen sich stärker krümmen, wenn derselbe sich nähert. Immer aber kann das Auge nur auf eine einzige bestimmte Entfernung richtig akkommodiert sein. Halten wir daher einen dünnen Stift bei geschlossenem linken Auge

so vor das rechte, daß wir ein dahinter befindliches Fensterkreuz scharf sehen, so erscheint der Stift unscharf, beim Fixieren des Stiftes dagegen das Fensterkreuz. Sowie ferner die Wirkungsfähigkeit jedes Muskels eine begrenzte ist, so vermag auch der die Linse ändernde Muskelapparat dieselbe nur bis zu einer gewissen Grenze abzuflachen und auch nicht über ein gewisses Maß hinaus zu krümmen: die Fähigkeit der Akkommodation ist eine beschränkte. Der am weitesten entfernte Punkt, den man durch Akkommodation erreichen kann, heißt der Fernpunkt (F), der nächste der Nahepunkt (N). Je nach der Lage dieser beiden Punkte unterscheidet man normalsichtige Augen, für welche N rund 10—12 *cm*, F unendlich fern liegt, kurzsichtige Augen, für welche N näher als 10—12 *cm* und F in einer gewissen endlichen Entfernung vor dem Auge liegt, und endlich weitsichtige Augen, für welche N weiter als 10—12 *cm* vor dem Auge, dagegen F gleichsam virtuell hinter der Netzhaut liegt, indem diese Augen auf letzterer noch Strahlen zu vereinigen vermögen, welche konvergierend auf das Auge auffallen, also gleichsam nach einem Punkte (F) hinter der Netzhaut hinzielen (daher auch übersichtige Augen). Da das Auge ruht, wenn es ferne Gegenstände betrachtet, sich dagegen anstrengt, wenn es auf nahe Gegenstände gerichtet ist, so ist klar, daß das weitsichtige Auge immer eine Veränderung vorzunehmen hat, wenn es reelle Objekte fixieren will. Die Ursache der Kurz- und Weitsichtigkeit liegt zumeist im Bau des Augapfels sowie in dem Brechungsvermögen der brechenden Mittel desselben.

Durch Anwendung von Brillen kann der Fehler der Kurzsichtigkeit und Weitsichtigkeit behoben werden. Das kurzsichtige Auge, welches bei äußerstem Nachlassen des Akkommodationsapparates nur mehr Strahlen auf der Netzhaut vereinigen kann, deren Ausgangspunkt der Fernpunkt F_k ist (Fig. 577), kann bei Vorsetzung einer negativen Linse selbst Parallelstrahlen auf der Netzhaut vereinigen; es wird also hierdurch der Fernpunkt in unendliche Ferne verschoben. Umgekehrt wird bei einem weitsichtigen Auge durch Anwendung einer positiven Linse (Fig. 578) erreicht, daß die parallel (aus der normalen Entfernung des Fernpunktes) kommenden Strahlen nach dem Fernpunkte F_w des weitsichtigen Auges vereinigt werden. In beiden Fällen muß die Brennweite der Brille gleich sein dem Abstande des Fernpunktes vom Auge*); dann sind alle drei Arten von Augen im ruhenden Zustande auf Unendlich akkommodiert.

Fig. 577.

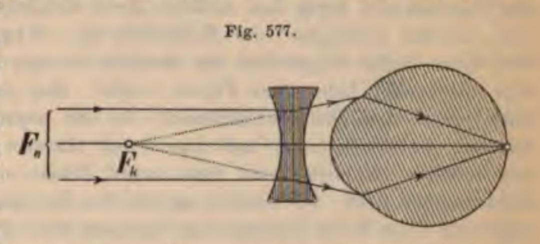
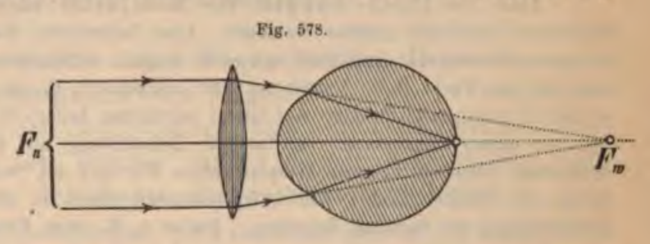


Fig. 578.



Die deutliche Sehweite des normalen Auges, d. i. die Entfernung, in welcher das Auge ohne Akkommodationsanstrengung gewöhnliche Druckschrift am bequemsten zu lesen vermag, beträgt etwa 25 *cm*. Die deutliche Sehweite des kurzsichtigen Auges ist kleiner, jene des weitsichtigen Auges größer als diese Entfernung.

*) Dabei vernachlässigt man die kleine Distanz zwischen dem optischen Mittelpunkt des Brillenglases und des Auges.

Der graue Star (Trübung der Linse, wodurch die Pupille grau erscheint) ist operierbar, indem die Kristallinse entfernt und durch eine vor dem Auge getragene Starbrille ersetzt wird; das Akkommodationsvermögen ist dabei freilich verloren gegangen, so daß eine bestimmte Starbrille nur zu einer bestimmten Tätigkeit (z. B. Lesen und Schreiben Sichbewegen auf der Straße etc.) dienlich ist. — Der unheilbare schwarze Star besteht in einer Lähmung des Sehnerven, der grüne Star in einer Entartung des Glaskörpers.

Zum deutlichen Sehen eines Gegenstandes ist außer der nötigen Helligkeit und Schärfe des Netzhautbildes auch eine hinlängliche Dauer desselben erforderlich. Da die Gesichtsempfindung nämlich wahrscheinlich durch gewisse chemische Veränderungen im Zustande der Netzhaut zu stande kommt, muß der Lichteindruck eine hinlängliche Einwirkung auf dieselbe ausüben. Umgekehrt wird aber auch eine Gesichtsempfindung nicht augenblicklich, sondern nur allmählich verschwinden.

Ein fliegendes Geschoß ist unsichtbar. Dagegen bildet eine im Dunklen längs eines Kreises geschwungene glühende Kohle einen feurigen Kreis. — Thaumatrop. — Stroboskopische Scheiben. — Farbenmischungsscheiben. — Beim Schnellseher von Anschütz sowie beim Kinematographen empfängt das Auge in rascher Folge die einem gewissen Bewegungsvorgange (Sprung eines Turners u. dgl.) nach und nach entsprechenden, durch Momentphotographie (Art. **239**) fixierten Bilder und gewinnt dadurch den Eindruck, daß sich das im Bilde dargestellte Objekt wirklich bewegt.

Die Nachwirkung des Lichteindruckes verursacht auch die Entstehung der Nachbilder. Positive Nachbilder entstehen, wenn man einen hellen Gegenstand kurze Zeit (vielleicht $^1/_3$ Sekunde) scharf fixiert und dann das Auge schließt; man erblickt die Umrisse des Gegenstandes kurze Zeit noch in ihren wirklichen Helligkeitsverhältnissen, dann tritt ein „farbiges Abklingen" des Nachbildes ein. Negative Nachbilder erhält man, wenn man einen hellen Gegenstand auf dunklem Grunde lange fixiert und dann das Auge auf eine gleichmäßig beleuchtete Fläche wendet. Man sieht kurze Zeit hindurch ein Bild mit umgekehrten Helligkeitsverhältnissen. Zu den negativen Nachbildern gehört auch unter anderem die Erscheinung, daß man durch längeres Anblicken eines roten Gegenstandes und späteres Hinblicken auf eine weiße Fläche ein grünes Nachbild des betrachteten Gegenstandes sieht. Da nämlich an der von der roten Farbe längere Zeit getroffenen und daher für diese Farbe übermüdeten Netzhaut diese Farbe weniger empfunden wird, bildet sich durch die vereinigte Einwirkung der übrigen Strahlen die Empfindung der Komplementärfarbe aus.

Auch die Erscheinungen des Kontrastes finden ihre Erklärung in eigentümlichen Zuständen unserer Netzhaut. Eine beleuchtete Fläche erscheint unserem Auge in ganz verschiedener Helligkeit und auch in ganz verschiedener Farbe, je nach der Helligkeit und der Farbe ihrer Umgebung. So erscheint z. B. ein grauer Papierfleck auf einem weißen Hintergrunde dunkler, auf einem schwarzen heller als bei gleichartiger Umgebung. Die von einem Gegenstande bei farbiger Beleuchtung auf eine weiße Fläche geworfenen schwarzen Schatten nehmen komplementäre Färbung an, wenn die ganze Fläche gleichzeitig mit weißem Lichte von entsprechender, nicht zu großer Stärke beleuchtet wird (Erscheinung der farbigen Schatten). Fallen z. B. beim Fenster die matten Strahlen der auf- oder untergehenden Sonne passend auf eine horizontale, weiße Papierfläche, die durch eine in entsprechender Entfernung stehende Lampe gelblich beleuchtet wird, so wirft ein vertikal auf die Papierfläche gestellter Bleistift zwei Schatten, einen gelben und einen blauen.

Obwohl das Auge fast unter einem Winkel von 180° ausgreift, ist doch der räumliche Winkel, innerhalb dessen wir Gegenstände deutlich sehen (der Winkel des „direkten Sehens") ein weit kleinerer. Dies rührt daher, daß die in

der Verlängerung der Augenachse befindliche Stelle der Netzhaut — der gelbe Fleck (nicht zu verwechseln mit der lichtunempfindlichen Eintrittsstelle des Sehnerven, dem blinden Fleck) — sich durch besondere Lichtempfindlichkeit auszeichnet. Beim Betrachten eines Gegenstandes bewegen die sechs Augenmuskeln jeden Augapfel so, daß das Bild des Gegenstandes auf den gelben Fleck fällt; die Augenachsen konvergieren somit gegen das betrachtete Objekt. Die von demselben in beiden Augen entworfenen Netzhautbilder sind dann nicht vollkommen kongruent; sie weisen vielmehr um so stärkere Verschiedenheiten auf, je näher das räumliche Objekt sich befindet. Durch die Verschmelzung und gegenseitige Ergänzung der etwas verschiedenen Netzhautbilder in ein einziges Vorstellungsbild sehen wir den Gegenstand plastisch, d. i. körperlich.

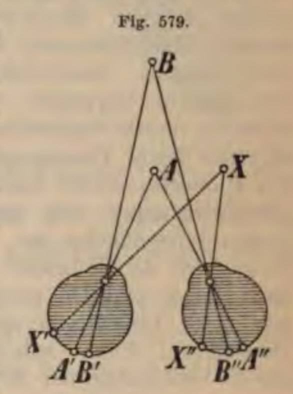


Fig. 579.

Der betrachtete Gegenstand wird mit beiden Augen bei korrekter Blickrichtung einfach gesehen; vor oder hinter ihm liegende erscheinen dagegen doppelt, da ihre Bilder nicht auf „korrespondierende", sondern auf hinsichtlich des gelben Fleckes verschieden gelegene Stellen der Netzhaut fallen. Ist z. B. die in A (Fig. 579) vertikal zur Zeichnungsebene gehaltene Stricknadel fixiert, so erscheint eine hinter ihr in B gelegene doppelt, da ihre Bilder das eine rechts, das andere links von A erscheinen. Dasselbe würde für eine vor A gelegene Nadel gelten. Dagegen kann auch der in der Nähe von A gelegene Punkt X einfach erscheinen. Da uns immer nur die Wahrnehmung des „betrachteten" Gegenstandes zum Bewußtsein kommt, stören die Doppelbilder der nicht-betrachteten Objekte nicht, umsoweniger, als der Bereich des „direkt Gesehenen" zufolge der geringen Ausdehnung des gelben Fleckes ein ziemlich eng begrenzter ist.

Verschiedenheit der Bilder, die ein in der Symmetrieebene des Kopfes gehaltener Würfel in jedem der beiden Augen hervorbringt. Abnahme dieser Verschiedenheiten bei wachsender Entfernung des Objektes. — Beim Stereoskop werden zwei auf zeichnendem oder auf photographischem Wege hergestellte Ansichten, welche ein körperliches Objekt einem jeden der beiden Augen liefert, auf optischem Wege (durch Anwendung von Schauröhren, durch Prismen oder Spiegel) in ein einziges Bild verschmolzen, das nun tatsächlich körperlich (plastisch) erscheint. — Unvollkommenheit des einäugigen (monokularen) Sehens gegenüber dem binokularen in Betreff der Tiefenwahrnehmung.

245. Scheinbare Größe eines Gegenstandes. Beurteilen der Entfernung eines Gegenstandes vom Auge. Unter der scheinbaren Größe eines linearen Objektes oder unter dem Sehwinkel desselben versteht man den Winkel, unter welchem dasselbe, vom optischen Mittelpunkte des Auges aus gesehen, erscheint.

Bezeichnet g die Gegenstandsweite, γ die Gegenstandsgröße des angeblickten Objektes AB (Fig. 576), wird ferner mit b die Bildweite (Entfernung des Punktes k vom Bilde ab), mit β die Bildgröße, mit s der im Bogenmaße ausgedrückte Sehwinkel AkB bezeichnet, so gilt $\gamma = gs$, weil bei kleinem Werte des Winkels s die Strecke AB mit dem durch A und B von k aus gelegten Kreisbogen als zusammenfallend gelten darf. Man erhält somit die Gleichung

$$s = \frac{\gamma}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (86).$$

Es ist demnach die scheinbare Größe eines Gegenstandes direkt proportional seiner wirklichen Größe und umgekehrt proportional seiner Entfernung vom Auge.

Weil aber $\beta : \gamma = b : g$, also $\beta = b . \cdot \frac{\gamma}{g}$ ist, folgt auch

$$\beta = bs \qquad (87).$$

Es ist daher die Größe des Netzhautbildes proportional der scheinbaren Größe, also auch umgekehrt proportional der Entfernung des Gegenstandes vom Auge.

Der Sehwinkel kann auch insofern das Schätzen von Entfernungen vermitteln, als wir einen Gegenstand von bestimmter Größe (z. B. die aufrechte Gestalt eines Menschen) für um so weiter entfernt halten, je kleiner uns sein Bild erscheint. Diese Schätzung wird wesentlich erleichtert durch die vermittels der „Augenbewegungen" erfolgende Beurteilung der Menge von Objekten, welche zwischen diesem Gegenstande und dem Auge liegen. Fehlen daher solche Objekte, so treten leicht Täuschungen ein. So erscheint uns der im Zenith gelegene Teil des Himmelsgewölbes näher als der im Horizont gelegene. Unrichtiges Schätzen der Entfernungen von einem Turme aus, desgleichen auf offenem Meere, auf großen Wiesenflächen etc. — Weitere Hilfen bei der Schätzung von Entfernungen bietet auch die Helligkeit und die Schärfe der Umrisse, bei nahen Gegenständen auch die verschieden starke Konvergenz, welche man den Augenachsen erteilen muß. — Die Täuschung in Panoramen wird durch korrekte perspektivische Darstellung, durch Anbringung eines wirklichen (plastischen) Vordergrundes, durch Verdeckung der Bildgrenzen sowie durch Beleuchtungskunstgriffe hervorgebracht.

246. Vergrößerung eines optischen Instrumentes. Eine Gesichtswahrnehmung ist um so inhaltsreicher in ihren Einzelheiten, je größer das betreffende Netzhautbild ist. Dieses Netzhautbild kann nun in zwei Fällen klein, die Gesichtswahrnehmung infolgedessen eine wenig detaillierte sein: 1. Der Gegenstand ist selbst von kleiner Ausdehnung. Bringt man denselben dem Auge näher, so vergrößert man wohl nach Formel (86) den Sehwinkel, nach Formel (87) daher auch das Netzhautbild; allein diese Vergrößerung hat ihr Ende erreicht, wenn der Gegenstand in den Nahepunkt des Auges gebracht ist. Eine weitergehende Vergrößerung des Netzhautbildes erreicht man durch optische Vorrichtungen, welche Mikroskope genannt werden. 2. Der Gegenstand ist selbst vielleicht groß, befindet sich aber in bedeutender Entfernung; die Vergrößerung des Netzhautbildes wird in diesem Falle durch Fernrohre oder Teleskope erreicht. Die Wirkungsweise beider Arten von optischen Instrumenten beruht immer nur auf einer durch sie erfolgenden Vergrößerung des Sehwinkels oder der scheinbaren Größe des betrachteten Objektes. Man definiert daher als Vergrößerungszahl eines optischen Instrumentes den Quotienten aus der scheinbaren Größe des Gegenstandes, gesehen durch das Instrument, durch diejenige, gesehen ohne das Instrument.

247. Die Lupe oder das einfache Mikroskop. Bringt man innerhalb der Brennweite einer Sammellinse einen Gegenstand AB (Fig. 580) von der Größe $AB = \gamma$ an, so entsteht von demselben ein imaginäres, vergrößertes Bild $A'B'$. Ist f die Brennweite der Linse, so wird man den Gegenstand in eine gewisse Entfernung $x < f$ bringen müssen, damit das vergrößerte Bild ohne Akkommodationsanstrengung in der deutlichen Sehweite s gesehen werde. Nach der Linsenformel ist dann $\frac{1}{x} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$, weil die Bildweite s negativ zu nehmen ist, da Bild und Gegenstand auf derselben Seite der Linse liegen. Daraus folgt $x = \frac{sf}{s+f}$. Nach der Definition der Vergrößerungszahl n ist dieselbe aber gegeben durch $n = \frac{\gamma : x}{\gamma : s} = \frac{s}{x}$, woraus durch Einsetzung des oben gefundenen Wertes für x folgt, daß $n = \frac{s}{f} + 1$ ist. Die Vergrößerungszahl der Lupe wird also um so größer, je kleiner ihre Brennweite im Vergleiche zur deutlichen Sehweite ist.

Fig. 580.

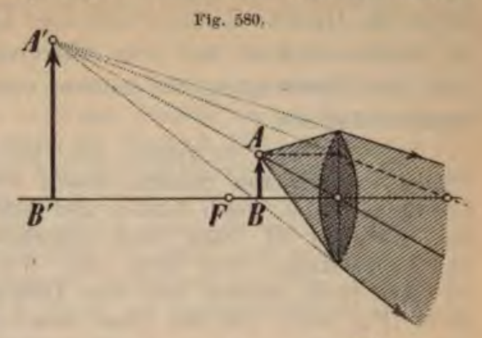
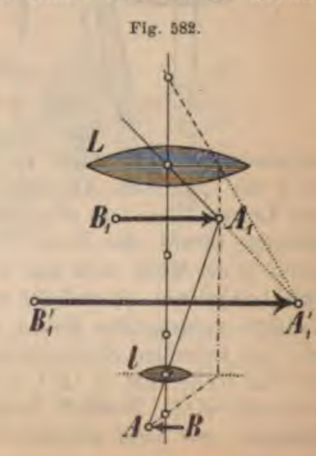


Fig. 581.

Da die Linsenfehler (sphärische und chromatische Aberration) mit abnehmendem Krümmungsradius zunehmen, kann man mit einfachen Linsen keine weitgehende Vergrößerung erzielen. — Besserung dieser Verhältnisse durch Anwendung einer Linsenkombination (Dublettlinsen).

248. Das zusammengesetzte Mikroskop. Eine Linse von kurzer Brenn-

Fig. 582.



weite — das Objektiv l (Fig. 581) — entwirft von dem auf einem Objekttische T liegenden, zumeist mit durchfallendem Licht von einem Spiegel aus beleuchteten Objekte AB ein reelles, stark vergrößertes Bild A_1B_1, welches durch das Okular L wie durch eine Lupe betrachtet wird. Fig. 582 zeigt die Bildkonstruktion mit dem Minimum von Hilfslinien. Fig. 581 versinnlicht den Strahlengang des ganzen, von A aus auf das Objektiv l fallenden Strahlenbüschels.

Als Objektiv verwendet man ein aus mehreren Linsen kombiniertes, möglichst korrigiertes System, dessen Herstellung den schwierigsten Teil der Erzeugung bildet, welch letztere aber heutzutage bereits zu hoher Vollkommenheit entwickelt ist. Statt eines einfachen Okulars L benützt man gewöhnlich ein Doppelokular, und zwar das Huygenssche oder Campanische Okular, durch welches man eine Verminderung beider Linsenaberrationen erreicht (Fig. 583). Die eine Linse desselben — das Kollektiv C — fängt den vom Punkte A herrührenden Strahlenkegel vor seinem Konvergenzpunkte A_1 auf und lenkt ihn, das kleinere reelle Bild $A_1'B_1'$ erzeugend, gegen die Achse ab; die zweite Linse — die Augenlinse O — vergrößert, als Lupe wirkend, $A_1'B_1'$. Während A_1 durch O nicht mehr gesehen werden könnte, wird A_1' durch O gesehen; das Kollektiv vergrößert also das Gesichtsfeld des Apparates. Außerdem wird durch das Huygenssche Okular die chromatische Aberration gebessert. Denn ein weißer Strahl n (Fig. 584) wird durch das Kollektiv farbig zerlegt; da der schwächer abgelenkte rote Strahl r die Augenlinse näher am Rande trifft als der stärker abgelenkte violette v, erfährt durch die letztere r eine stärkere Ablenkung als v, so daß beide nach dem Austritte parallel die Augenlinse verlassen und vom Auge zu Weiß vereinigt werden. In ähnlicher Weise erfährt auch die sphärische Aberration eine Besserung, indem die Strahlen sich zwischen den Linsen C und O (Fig. 583) überkreuzen. Der näher gegen den Rand von C gelegene Strahl, der durch C eine zu starke Ablenkung erfährt, trifft die Linse O näher in der Mitte, wird also schwächer als der andere, näher am Rande auftreffende Strahl abgelenkt, so daß die Augenlinse durch ihre sphärische Abweichung die vom Kollektiv verursachten Fehler mindestens verbessert. Außerdem werden beide Linsen nur von schmalen Strahlenbündeln durchsetzt, da zwischen ihnen, und zwar dort, wo das reelle Bild $A_1'B_1'$ zu stande kommt, eine Blende (Diaphragma) DD' angebracht wird. Deshalb kommen beide Abweichungen beim Okular minder in Betracht wie beim Objektiv, dessen volle Öffnung vom Lichte durchsetzt wird.

Fig. 583.

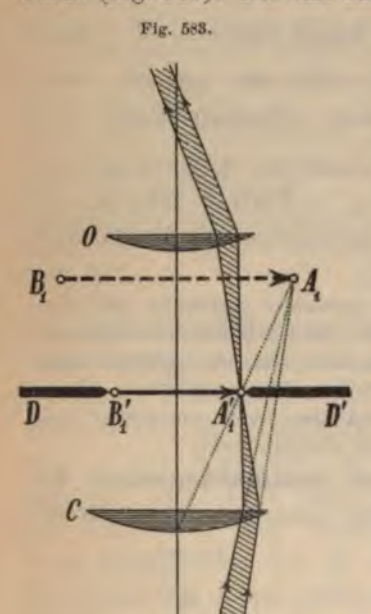


Fig. 584.

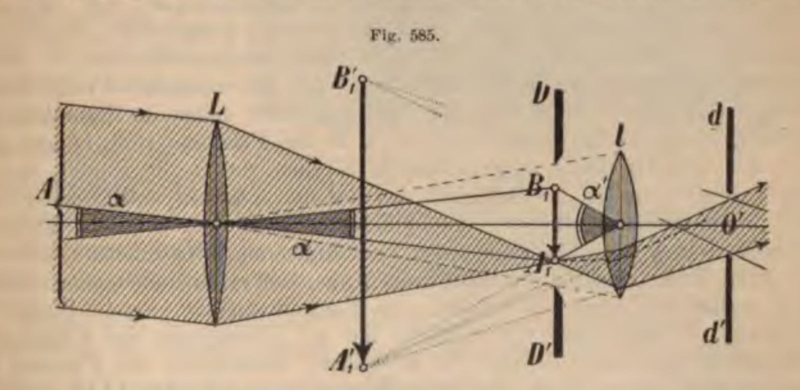


In der Öffnung der Blende kann auch zu Messungszwecken ein Fadenkreuz oder ein auf Glas geritztes Mikrometer (Okularmikrometer) angebracht werden, dessen vergrößertes Bild bei richtiger Einstellung der Augenlinse mit dem Bilde des Objektes in einer Ebene (ohne parallaktische Verschiebung, wenn das Auge vor O seitlich bewegt wird) erscheint.

Die Vergrößerungszahl eines Mikroskopes wird bei ausschließlicher Verwendung eines Objektivs und eines Okulars gleich dem Produkte aus den Vergrößerungen des Okulars und des Objektivs sein (vgl. Aufgabe Nr. 41 auf S. 456). Zumeist wird dieselbe jedoch auf empirischem Wege bestimmt. Man stellt auf ein am Objekttische liegendes Glasmikrometer von bekannter Strichentfernung (z. B. 1 *mm* in 10 gleiche Teile geteilt, also ein Intervall 0,1 *mm*) scharf ein und markiert, mit dem einen Auge durch das Mikroskop, mit dem anderen neben demselben vorbeiblickend, auf einem unter dem Apparate in der Entfernung der deutlichen Sehweite liegenden Papierblatte die Größe eines Strichintervalles, wie es im Mikroskope erscheint. Würde ein solches Strichintervall 3 *cm* lang erscheinen, so wäre $n = \frac{30}{0,1} = 300$. Besondere „Zeichnungsapparate" (Sömmeringscher Spiegel) erleichtern diese Bestimmung. — Das Okularmikrometer dient inbesondere zur Messung der Länge mikroskopischer Objekte. Wichtige Anwendungen des Mikroskopes in den Naturwissenschaften, in der Medizin, Warenkunde etc. — „Probeobjekte" für das Mikroskop bilden Schmetterlingsschuppen, Diatomaceen etc. — Die Vergrößerung der besten Mikroskope geht über 1000 linear hinaus. — Die Erfindung des zusammengesetzten Mikroskopes wird gewöhnlich dem Brillenmacher Zacharias Jansen zu Middelburg in Holland (um 1590) zugeschrieben; jedenfalls haben Divini und Hooke (1665) an demselben wertvolle Verbesserungen durchgeführt.

249. Das astronomische (Keplersche) Fernrohr. In dem 1611 durch Johannes Kepler entdeckten astronomischen Fernrohre entwirft eine Objektivlinse L (Fig. 585) von ziemlich beträchtlicher Brennweite F von einem

Fig. 585.



weitentfernten Objekte in der Brennebene ein reelles Bild $A_1 B_1$, welches durch die Lupenwirkung einer Okularlinse l von der Brennweite f vergrößert wird. Ruht die Akkommodationstätigkeit des durch l blickenden Auges, ist dasselbe also auf parallele (vom unendlich fernen Fernpunkte kommende) Strahlen eingestellt, so muß das reelle Bild $A_1 B_1$ auch in der Fokalebene des Okulars

liegen. Die Fernrohrlänge λ ist dann $\lambda = F + f$. Die scheinbare Größe des Gegenstandes, gesehen durch das Instrument, ist durch den im Bogenmaße gemessenen $\sphericalangle \alpha'$, jene ohne Instrument durch den ebenso gemessenen $\sphericalangle \alpha$ gegeben, also $n = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Beträgt nun die Länge des reellen Bildes β, so ist $\beta = f \cdot \alpha'$ und $\beta = F \cdot \alpha$, also $n = \frac{F}{f}$. Es ist also die Vergrößerungszahl gleich dem Quotienten der Brennweite des Objektivs durch jene des Okulars.

Auch das astronomische Fernrohr wird mit einem zusammengesetzten Okulare ausgestattet. — Richtet man das Fernrohr auf ein ausgedehntes Objekt (z. B. auf eine Landschaft, auf den Sternenhimmel), so werden die Bildpunkte desselben die ganze Fokalebene erfüllen; es würden aber dabei von einem weiter von der Achse des Fernrohres entfernt gelegenen Objektpunkte wenig oder gar keine Strahlen in das Okular treten und ins Auge kommen können. Das Bild im Fernrohre würde also in der Mitte am hellsten sein und gegen den Rand zu an Lichtstärke abnehmen. Die in der Fokalebene angebrachte Gesichtsfeldblende DD' (Fig. 585) hat nun die Strahlen von den entfernter von der Achse gelegenen Punkten auszuschließen. Ihre Weite ist offenbar durch den Winkel bestimmt, welchen die von der Objektivmitte zum Okularrande gezogenen Strahlen bilden. Heißt dieser Gesichtsfeldwinkel φ, der Halbmesser des Okulars r, so ist nach dem Früheren $\operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \frac{r}{F + f}$, der Radius ρ der Gesichtsfeldblende also $\rho = F \cdot \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \frac{F}{F + f} \cdot r$.

Das Auge des Beobachters muß so vor dem Okulare gehalten werden, daß seine Pupillenöffnung an jener Stelle O' ist, wo alle von den einzelnen Objektpunkten ausgehenden und das Objektiv passierenden Strahlenzylinder sich schneiden. Es ist dies also jene Stelle O', an welcher ein Bild des (beleuchteten) Objektivs durch das Okular entworfen würde. Aus diesem Grunde ist dem Okulare in passender Entfernung eine „Schaulochblende" dd' vorgesetzt.

Während die Helligkeit eines durch das Fernrohr betrachteten ausgedehnten Gegenstandes — schon infolge der Reflexions- und Absorptionsverluste — kleiner ist als bei Betrachtung mit freiem Auge, und zwar mit wachsender Vergrößerung abnimmt, ist dies bei Betrachtung sehr weit entfernter, selbst im Fernrohre noch punktförmig erscheinender Objekte, wie es z. B. die Fixsterne sind, anders. Hier werden alle vom Objektive aufgenommenen Strahlen durch die Pupille des Beobachters geleitet und so die Helligkeit des auf der Netzhaut entstehenden Lichtpunktes ungewöhnlich gesteigert. Deshalb lassen große astronomische Fernrohre die hellsten Sterne auch am Tage sehen und zeigen am Nachthimmel auch noch Sterne jener Größenklassen, die dem freien Auge vollkommen unsichtbar bleiben. Hieraus erklärt sich auch das Streben, das Fernrohrobjektiv — „die Pupille des Astronomen" — möglichst zu vergrößern, um zur Erforschung der Fixsternwelt, der Nebelflecke etc. neue Beiträge zu gewinnen; hinsichtlich der Planeten (des Mondes) liefern jedoch diese modernen Rieseninstrumente (Art. **141**) nicht viel mehr als „Refraktoren" mittlerer Größe.

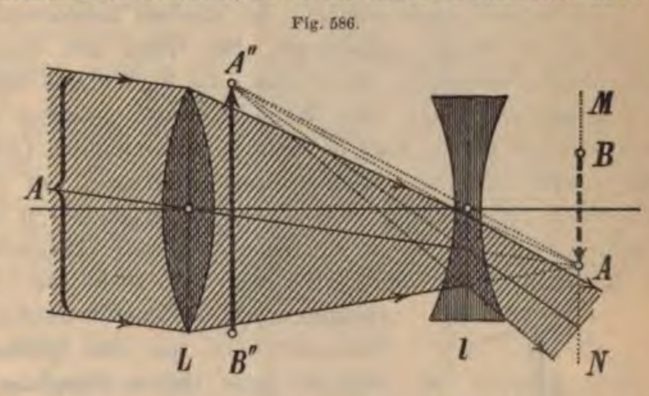
Ebenso wie beim Mikroskop kann in der Gesichtsfeldblende ein „Fadenkreuz" angebracht werden, wie dies bei den Theodoliten und anderen astronomischen Instrumenten sowie an Nivellierapparaten, Spektralapparaten geschieht. In allen diesen Fällen bringt der Umstand, daß das astronomische Fernrohr umgekehrte Bilder liefert, keinen Nachteil.

250. Das terrestrische (Erd-) Fernrohr. Dasselbe unterscheidet sich vom astronomischen dadurch, daß durch eine Umkehrungslinse (eigentlich aus zwei Linsen kombiniert) das reelle Bild des Gegenstandes eine Umkehrung erfährt und erst dieses nun wieder aufrechte Bild durch ein zusammengesetztes Okular — durch Lupenwirkung — vergrößert wird. Hierdurch ist eine größere Fernrohrlänge (daher meist zusammenschiebbares Rohr) sowie ein stärkerer Lichtverlust bedingt.

Die Umkehrungslinse kann in Vereinigung mit dem Okulare auch als ein zusammengesetztes Mikroskop betrachtet werden, welches von dem in der Brennebene des Fernrohrobjektivs entstehenden umgekehrten, reellen Bilde ein vergrößertes, abermals umgekehrtes — also im Vergleich zum Objekte aufrechtes — Bild entwirft. Man versuche, in diesem Sinne die Konstruktion des Strahlenganges zu zeichnen. — Experimentelle Bestimmung der Fernrohrvergrößerung auf empirischem Wege. Man kann hierzu eine Dachziegelreihe mit einem Auge durch das Fernrohr und gleichzeitig mit dem anderen freien Auge beobachten. Die Zahl der mit freiem Auge gesehenen Dachziegelreihen, welche von einer durch das Fernrohr gesehenen Dachziegelreihe überdeckt werden, zeigt die Vergrößerung des Fernrohrs an.

251. Das holländische (Galileische) Fernrohr. Bei diesem meist als Opernglas (Feldstecher) verwendeten Fernrohre werden die vom Objektive L (Fig. 586) herkommenden Strahlen, bevor sie in der Fokalebene MN sich zum reellen Bilde AB vereinigen würden, von einer als Okular dienenden Zerstreuungslinse l aufgefangen, deren Zerstreuungsweite f kleiner ist als die Brennweite F des Objektivs, und hierdurch divergent; beziehungsweise für ein auf „Unendlich" eingestelltes Auge parallel gemacht. Fig. 586 verfolgt den Strahlengang eines von einem fernen Bildpunkte die Objektivöffnung durchsetzenden Strahlenzylinders. (Vgl. Fig. 557.)

Fig. 586.



Ist das Auge auf „Unendlich" eingestellt, so wird der Brennpunkt des Objektivs zugleich auch der Zerstreuungspunkt des Okulars sein; die Fernrohrlänge ist also $\lambda = F - f$, die Vergrößerung ebenso wie beim astronomischen Fernrohre $\frac{F}{f}$ (Begründung?). Die Hauptvorteile dieses Fernrohres liegen in seiner geringen Länge und der einfachen Linsenanordnung, die Nachteile in der Unmöglichkeit, ein Fadenkreuz anzubringen und stärkere Vergrößerungen zu erzielen, sowie in der unscharfen Gesichtsfeldbegrenzung (woher?).

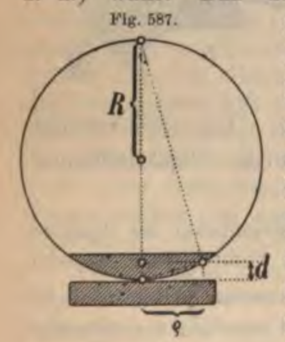
Die Erfindungsgeschichte dieses Fernrohres ist in ein unaufhellbares Dunkel gehüllt. Sicher ist nur, daß es Galilei 1609 gelang, dieses Instrument nachzukonstruieren, von

welchem er als einer in Holland gemachten Erfindung erzählen hörte. 1608 ließ sich ein holländischer Brillenschleifer Lippersheim oder Lippershey dieses Fernrohr patentieren. Ob er der eigentliche Erfinder war oder — was wahrscheinlicher ist — das Instrument gleichfalls nur nachkonstruierte, läßt sich nicht sicherstellen. Die Erfindung der achromatischen Linsen durch den Londoner Besitzer einer optischen Werkstätte John Dollond, sowie deren spätere Vervollkommnung durch Fraunhofer und dessen Nachfolger Merz war für die Herstellung der Linsenfernrohre bahnbrechend.

252. Interferenzerscheinungen des Lichtes. Farben dünner Blättchen. Wenn die Newtonsche Emanationshypothese (Art. **219**) schon die Erscheinungen der Brechung und Dispersion des Lichtes nur in sehr gezwungener Weise zu erklären vermochte und dabei in unlöslichen Widerspruch mit später aufgefundenen Tatsachen kam,*) so sind die in den folgenden Artikeln besprochenen Erscheinungen nach dieser Hypothese vollends unerklärlich, während sie auf das bestimmteste für die Richtigkeit der Undulationshypothese sprechen. Ein Teil dieser Erscheinungen gipfelt in der experimentell nachweisbaren Tatsache, daß Licht zu Licht gebracht unter Umständen Dunkelheit erzeugen kann, was nur bei einer Wellenbewegung (Art. **120**), nicht aber bei einer stofflichen Beschaffenheit des Lichtes stattfinden kann.

Eine Seifenblase erscheint bei kleinem Durchmesser farblos; wird dieselbe immer weiter aufgeblasen, ihre Wand also dünner, so zeigt sie ein prächtiges Farbenspiel, bei welchem die Farben sich beständig ändern, wenn die Blase vergrößert, ihre Wanddicke also geändert wird. Ähnliche Erscheinungen nimmt man an dünnen Glasschichten (Zerplatzen einer rasch an einem Glasrohre aufgetriebenen Glaskugel), an dünnen Flüssigkeitsschichten (Ausbreitung eines Tropfens Terpentinöl u. dgl. auf Wasser), an dünnen Luftschichten in Kristallen (Steinsalz, Bergkristall, Gips, Glimmer u. a.) wahr. Daß die Farbe von der Dicke der betreffenden Schicht abhängt, zeigt das Newtonsche Farbenglas. Eine Plankonvexlinse von sehr großem Krümmungsradius liegt auf einer ebenen Glasplatte auf (Fig. 587). Im reflektierten (weißen) Lichte erscheint die Berührungsstelle der Gläser dunkel; sie ist umgeben von mehreren, immer dichter aneinanderrückenden, farbigen Ringen. Bei Beleuchtung mit homogenem Lichte zeigen sich statt der mehrfarbigen Ringe schwarze Ringe, und zwar in größerer Zahl; der Durchmesser dieser Ringe ist bei rotem Lichte größer als bei blauem. Die vorhin

Fig. 587.

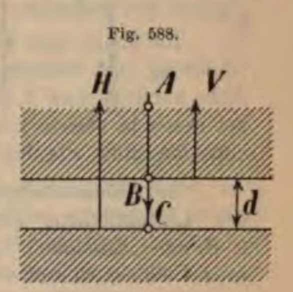


*) Nach der Emanationshypothese sollte die Körpermaterie auf den Lichtstoff entweder anziehend oder abstoßend wirken und hierdurch die Brechung zum, beziehungsweise vom Lote hervorrufen. In der Tat ließe sich durch diese Voraussetzung das Snelliussche Brechungsgesetz erlangen; es müßte jedoch dann die Geschwindigkeit des Lichtes im optisch dichteren Mittel, z. B. im Wasser, die größere sein, während Foucaults Versuche das direkte Gegenteil feststellten (Art. **222**).

erwähnten farbigen Ringe entstehen somit offenbar durch Übereinanderlagerung von einfarbigen Ringen.

Zur Erklärung dieser Beobachtungen ist zuerst festzuhalten, daß die (geringe) Dicke des eingeschlossenen „Luftblättchens“ längs eines um den Berührungspunkt der Gläser beschriebenen Kreises dieselbe ist, also auch die optische Erscheinung längs Kreisen die gleiche sein muß. Um aber die Art dieser Erscheinung einzusehen, stelle in Fig. 588 der nicht schraffierte Teil eine Luftschicht von der Dicke BC vor. Fällt auf dieselbe ein Lichtstrahl AB normal auf, so wird ein Teil desselben von der Vorderfläche der Luftschicht in der Richtung BA zurückgeworfen, ein anderer Teil dringt in die Schicht ein, durchsetzt sie bis C und wird von der Rückfläche auf dem Wege CBA zurückgeworfen. In der Figur sind diese mit H und V bezeichneten Strahlen gegenüber AB seitwärts gerückt. Ist nun das Licht eine Wellenbewegung, so stellen V und H zwei Wellenstrahlen vor, deren Gangunterschied offenbar die doppelte Dicke der Luftschicht $2\,d$ ist. Nach Art. **120** müßte somit Auslöschung eintreten, wenn derselbe einem ungeraden Vielfachen halber Wellenlängen, also $\lambda/_2$, $3\,\lambda/_2$, $5\,\lambda/_2 \ldots (2\,n - 1)\,\lambda/_2$ gleich wäre, dagegen Verstärkung, wenn er einem geraden Vielfachen halber Wellenlängen, also $0\,\lambda/_2$, $2\,\lambda/_2$, $4\,\lambda/_2 \ldots 2\,n\,\lambda/_2$ gleich ist. Es ist dabei jedoch wohl zu beachten, daß die Reflexion an der Vorderfläche vom optisch dünneren, jene an der Hinterfläche vom optisch dichteren Mittel erfolgt; während im ersten Falle „Wellenberg als Wellenberg“ reflektiert wird, kommt im zweiten Falle „Wellenberg als Wellental“ zurück, wodurch also gleichsam eine halbe Wellenlänge verloren geht. Es erfolgt demnach gerade umgekehrt gegen oben

Fig. 588.



Auslöschung, wenn $2\,d = 0,\ 2\,\lambda/_2,\ 4\,\lambda/_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2\,n\,\lambda/_2$,
Verstärkung, wenn $2\,d = \lambda/_2,\ 3\,\lambda/_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2\,n - 1)\,\lambda/_2$.

Deshalb ist das Zentrum der Ringe dunkel; der Abstand zweier dunkler Ringe wird rasch immer kleiner und kleiner, denn es wächst die Blättchendicke rascher als der Radius der Ringe (Fig. 587). Bildet sich nun der erste dunkle Ring bei homogenem Licht im Abstande ρ aus, so ist dort $2\,d = 2\,\lambda/_2$ oder $d = \lambda/_2$ und $\lambda = 2\,d$; die Wellenlänge der betreffenden Lichtart wäre also gleich der doppelten Dicke des Luftblättchens an der betreffenden Stelle. Um dieselbe zu finden, beachten wir, daß $d : \rho = \rho : (2\,R - d)$ oder — weil d gegenüber von $2\,R$ vernachlässigt werden darf — daß $d : \rho = \rho : 2\,R$, also $d = \frac{\rho^2}{2R}$ und $\lambda = \frac{\rho^2}{R}$ ist. Die Ausmessung des Ringradius ρ sowie des Krümmungsradius R der Linse liefert also ein erstes, freilich ziemlich ungenaues Mittel, die Wellenlänge einer bestimmten Lichtart zu messen.

Aus dem Versuche geht als erste wichtige Tatsache hervor, daß die Wellenlänge der roten Lichtstrahlen (weil ρ sich größer ergibt) eine größere ist als jene der blauen (violetten) Strahlen.

Man fand aus genaueren derartigen Versuchen, daß die Wellenlänge des Lichtes beträgt für die Fraunhoferschen Linien

	B	D	E	F	G	H	
Wellenlänge	= 0,687	0,589	0,527	0,486	0,431	0,397	Mikrons, also*) die
Schwingungszahl	= 437	509	569	617	696	756	Billionen Schwingungen pro Sekunde.

Es bleibt nun noch zu erklären: 1. warum ein dünnes Blättchen bei Beleuchtung mit weißem Lichte farbig erscheint und die Farbe von der Blättchendicke abhängt und 2. warum dicke Blättchen dabei keine Farbe zeigen, wiewohl bei ihnen ja ebenso eine Interferenz der nach Fig. 588 zurückgeworfenen Strahlen eintreten muß wie bei dünnen Blättchen.

Zur Beantwortung der ersten Frage nehmen wir an, die doppelte Dicke des Luftblättchens sei ein kleines Vielfache einer bestimmten Wellenlänge, z. B. das „Einfache" von 0,650 μ, also von der Wellenlänge einer bestimmten Sorte roten Lichtes; es muß sodann diese Lichtsorte ausgelöscht werden, ebenso werden aber auch die benachbarten übrigen roten Lichtsorten, da ihre Wellenlänge von 0,650 μ nicht zu sehr verschieden ist, mindestens teilweise ausgelöscht. Da aber $0{,}650 = 3 \cdot {}^{0{,}423}/_{2}$ ist, kommt dieselbe doppelte Blättchendicke auch 3 halben Wellenlängen einer bestimmten blauen Lichtsorte gleich, welche somit verstärkt wird. Das Gesamtergebnis ist also eine Mischfarbe, welche aus allen Spektralfarben entsteht, wenn Rot unterdrückt, dagegen Blau verstärkt wird; es gibt dies eine lebhafte blaue Farbe, in welcher das Blättchen erscheint. Ähnlich wird zu jeder bestimmten Blättchendicke immer eine gewisse Mischfarbe gehören, die das Gesamtresultat nach Schwächung bestimmter Lichtsorten und gleichzeitiger Verstärkung anderer Lichtsorten ist.

Ganz anders stehen die Verhältnisse, wenn die doppelte Blättchendicke ein größeres Vielfache einer bestimmten Lichtwellenlänge, z. B. $50 \cdot 0{,}650\ \mu$ ist. Sie ist dann gleichzeitig auch $51 \cdot 0{,}637\ \mu$, $52 \cdot 0{,}625\ \mu$, $53 \cdot 0{,}613\ \mu$, $54 \cdot 0{,}602\ \mu$ u. s. w.; das heißt: es wird Licht der verschiedensten Farbensorten ausgelöscht und gleichsam das Spektrum in seiner ganzen Längenausdehnung durch feine schwarze Striche senkrecht zu dieser Längsrichtung unterbrochen; das Gesamtresultat der Mischung aller restlichen Teile wird dann trotz der vorhandenen Interferenz wieder Weiß geben müssen. Das Vorhandensein der Interferenz kann wieder durch Anwendung einer bestimmten homogenen Lichtsorte auch an dickeren Blättchen gezeigt werden: bei Beleuchtung mit Natriumlicht ist das Newtonsche Farbenglas bis zum Rande mit immer feiner werdenden und enger aneinander rückenden Ringen bedeckt.

253. Beugung des Lichtes durch eine Spalte. Durch einen (vertikal zu denkenden) Spalt *I* (Fig. 589) eines Fensterladens läßt man mit dem Heliostaten Sonnenlicht in das verdunkelte Zimmer eintreten und auf einen zweiten, parallel zum ersten gestellten Spalt *II* auffallen. Auf einem dahinter befindlichen Schirme *S* sieht man einen hellen Lichtstreifen. Wird

*) Nach $n = \frac{c}{\lambda}$ für $c = 300\,000\ km$ pro Sekunde.

nun aber der Spalt *II* enger gemacht, so treten rechts und links von diesem Streifen weitere **farbige** Streifen von nach außen abnehmender Lichtstärke auf. Bedeckt man den Spalt *II* zur Hälfte mit rotem, zur Hälfte mit blauem Glase, so zeigen sich dunkle Streifen, welche für das rote Licht unter sich und von der Mitte weiter abstehen als beim blauen Lichte.

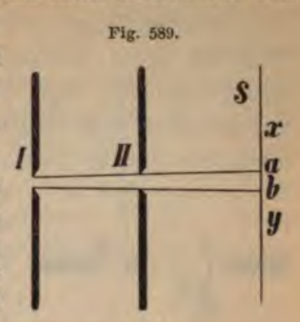


Fig. 589.

Statt diese Erscheinung auf einem Schirme *S* aufzufangen, kann man sie direkt auf der Netzhaut des Auges zu stande kommen lassen, wenn man sein Auge an die Stelle des auffangenden Schirmes bringt. Man **sieht** den hellen Spalt *I* rechts und links von den Streifen umgeben. Bewaffnet man das Auge mit einer Lupe (einem Fernrohre), so sieht man dieselbe Erscheinung in vergrößertem Maßstabe. — Statt der brechenden Mittel des Auges kann aber auch eine Sammellinse, statt der Netzhaut wieder ein Schirm verwendet werden und so die früher subjektiv beobachtete Erscheinung nun objektiv im vergrößerten Maßstabe projiziert werden. Die Linse wird hierzu so zwischen *II* und *S* aufgestellt, daß sie von dem vorläufig noch ziemlich breiten Spalte *I* auf *S* ein scharfes Bild entwirft; darauf wird der Spalt *II* verengt, wonach die beschriebene Erscheinung auf *S* sichtbar wird.

Die hiermit geschilderte Erscheinung wird als **Beugung** oder als **Diffraktion des Lichtes** durch eine enge Spalte bezeichnet. Sie zeigt uns nämlich, daß bei Verwendung einer engen Spalte die von der Spalte *I* ausgehenden Strahlen nicht bloß geradlinig fortschreiten — nach *a b* in Fig. 589 —, sondern auch seitlich in den dunklen Raum — gegen *x* und *y* hin — ausgebreitet oder **gebeugt** erscheinen. Die farbigen (hellen und dunklen) Streifen sind dabei Interferenzerscheinungen der von der engen Spalte *II* ausgehenden, verschieden stark seitlich gebeugten Strahlen.

Die Beugung ist eine jeder Wellenbewegung eigentümliche Erscheinung. Denken wir uns von *O* (Fig. 590) aus eine Wasserwellenbewegung ausgehend, welche bei *ab* eine Holzwand mit nicht zu weiter Spalte *ab* trifft, so werden die Wasserwellen hinter der Wand nicht bloß innerhalb des Winkels *AOB* verbleiben; da jedes der zwischen *a* und *b* befindlichen Wasserteilchen selbst ein neues Wellenzentrum wird (Huygenssches Prinzip), wird die Wellenbewegung auch in den Raum *xy* eindringen.

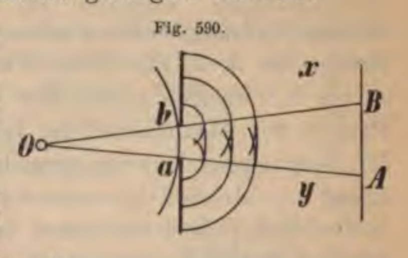


Fig. 590.

Ist der beugende Spalt sehr eng und der die Beugungserscheinung auffangende Schirm von ihm sehr weit entfernt, so ist es gestattet, das von der ganzen **Spaltbreite** *b* nach einem Punkte des Schirmes hinzielende **Strahlenbündel** als **parallelstrahlig** zu betrachten. Die von den Spalträndern *AB* (Fig. 591) ausgehenden Strahlen mögen die **Randstrahlen**, der Winkel, welchen die

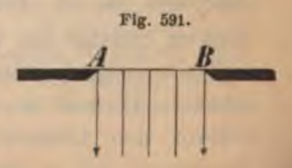


Fig. 591.

Strahlenrichtung mit der Normalen auf die Ebene des Spaltes bildet, soll der Beugungswinkel heißen.

Ist der Beugungswinkel α gleich 0^0, so treffen alle homogen gedachten Strahlen, deren Erregungspunkte zwischen A und B liegen, ohne einen Gangunterschied (mit dem Gangunterschiede „Null") auf die dem Spalte gegenüberstehende Schirmfläche auf und erzeugen daselbst die hellbeleuchtete Stelle bei 0 (Fig. 594). Ist $\sphericalangle \alpha$ so groß geworden, daß der Gangunterschied $\varepsilon = AC$ (Fig. 592) der Randstrahlen gerade eine halbe Wellenlänge beträgt, welcher Wert von α aus der Gleichung $b \sin \alpha_1 = \lambda/_2$ folgt, so werden sich die Randstrahlen aufheben; die übrigbleibenden Strahlen haben gegeneinander einen kleineren Gangunterschied und geben eine verminderte Lichtintensität (bei 1, 1 in Fig. 594).

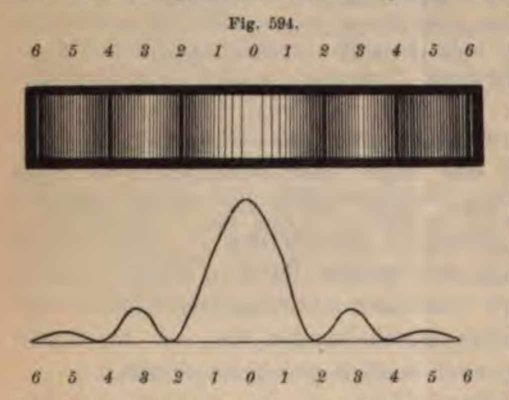
Fig. 592.



Fig. 593.



Fig. 594.



Ist $\varepsilon = AC = 2\lambda/_2$ (Fig. 593) — also $b \sin \alpha_2 = \lambda$ —, so kann man das ganze Strahlenbündel in zwei Hälften zerlegen. Zu jedem Strahle des ersten Bündels (z. B. zu jenem durch X) läßt sich ein zugeordneter des zweiten Bündels (jener durch Y) finden, so daß der Gangunterschied beider $\lambda/_2$ ist und völlige Auslöschung erfolgt. Die Stellen des Schirmes, welche von diesen Strahlenbündeln getroffen werden, zeigen also völlige Dunkelheit (erster dunkler Streifen bei 2, 2, Fig. 594). Für alle Strahlen, deren Beugungswinkel von 0^0 bis $\alpha_2{}^0$ wächst, nimmt also die Helligkeit der am Schirme getroffenen Strahlen vom Maximalwert zur vollen Dunkelheit ab, wie die unter dem Bilde der Beugungserscheinung gezeichnete Intensitätskurve darstellt. Ist nun analog $\varepsilon = AC = 3\lambda/_2$ — also $b \sin \alpha_3 = 3\lambda/_2$ —, so zerlegt man das Bündel in drei Teile; jene des ersten und zweiten Drittels löschen sich völlig aus, jene des dritten verhalten sich so wie im Falle Fig. 592. Das Ergebnis ist also (bei 3 3, Fig. 594) wieder Helligkeit, doch von weit geringerer Intensität wie bei 0. Für $\varepsilon = 4\lambda/_2$ tritt wieder völlige Auslöschung (zweiter dunkler Streifen bei 4 4), für $\varepsilon = 5\lambda/_2$ abermals geschwächte Helligkeit (bei 5 5) ein (weil $^4/_5$ des Bündels sich auslöschen, $^1/_5$ wie im Falle Fig. 592 interferiert) u. s. w. Kennt man also die Entfernung a des Spaltes vom Schirm, den Abstand x des ersten dunklen Streifens von der Mitte (halbe Entfernung $\overline{2\,2}$ in Fig. 594), so ist durch $x : a = \text{tang}\ \alpha$ der Winkel α und

durch $\lambda = b \sin \alpha$ die Wellenlänge λ der betreffenden Lichtsorte bestimmt.

Weit genauer und schöner ist das Beugungsbild — und gestattet daher auch präzisere Ausmessung —, wenn man statt einer Spalte ein Beugungsgitter, bestehend aus einer sehr großen Anzahl parallel zueinander gestellter Spalte, anwendet, wie man ein solches unter anderem erhält, wenn man mittels einer Teilmaschine mit einem Diamantstifte feine Parallellinien dicht nebeneinander in eine Glasplatte ritzt.*) Die geritzten und daher nicht lichtdurchlässigen Linien bilden die Zwischenräume, die durchsichtig gebliebenen Stellen die Spalten des Gitters. Derartige Gitter geben eine der vorbeschriebenen ähnliche, jedoch viel ausgedehntere Beugungserscheinung; an einen hellen Mittelteil schließen sich rechts und links bei homogenem Lichte eine Reihe einfarbiger Streifen (Spaltbilder), bei weißem Lichte eine Reihe von Beugungsspektren an, in welchen sogar bei enger Spaltstellung die Fraunhoferschen Linien auftreten. Die entfernteren dieser Beugungsspektren (vom dritten angefangen) überdecken sich teilweise, so daß sie nicht die Spektralfarben, sondern Mischfarben derselben enthalten. Die Methode, Spektren zu spektralanalytischen Untersuchungen nicht durch prismatische Zerlegung, sondern durch Beugung herzustellen, bietet den Vorteil, weit ausgedehntere Spektren zu erzeugen, in welchen außerdem die einzelnen Strahlensorten (auch die ultravioletten und infraroten) in gleichmäßigerer Verteilung aufgerollt sind, während bei den durch Prismen erzeugten Spektren der blau-violette Teil der wachsenden Dispersion zufolge einen viel größeren Teil einnimmt als der rot-gelbe. — Die Erklärung der Beugungserscheinung an einem Gitter kann hier nur in den Hauptpunkten angedeutet werden. In Fig. 595 sind einige Spalte dargestellt. Durch jeden derselben möge ein Bündel paralleler Strahlen austreten. Als „einander entsprechende Strahlen" bezeichnen wir unter denselben solche, welche nach derselben Seite hin in jedem Bündel gleich weit von einem begrenzenden Gitterstriche entfernt sind. Die Figur zeigt uns also eine Serie solcher Strahlen. Sicherlich werden sich diejenigen „entsprechenden" Strahlen verstärken, für welche der Gangunterschied zweier Strahlen in benachbarten Bündeln ein ganzes Vielfache einer Lichtwellenlänge bildet. Für jeden anderen Gangunterschied tritt jedoch, wenn die Zahl der Spalte sehr groß ist, völlige Auslöschung ein. Denn wäre z. B. dieser Gangunterschied $^1/_{10}$ Wellenlänge, so würden sich die entsprechenden Strahlen des 1. und 6., des 2. und 7., 3. und 8. u. s. w. Bündels auslöschen; für dieselben ist nämlich jedesmal der Gangunterschied $5 \cdot \lambda/10$ oder $\lambda/2$. So erklärt sich das Auftreten der hellen Spaltbilder und der dunklen Zwischenräume bei monochromatischem Lichte, der Beugungsspektra bei weißem Lichte. Die Wellenlänge einer Strahlensorte findet sich daher bei Anwendung eines Gitters nach der Formel

Fig. 595.

$$\lambda = \gamma \sin \omega \ldots\ldots\ldots\ldots (88),$$

worin γ die Gitterbreite, d. i. den Abstand zweier entsprechender Stellen in zwei benachbarten Spalten, und ω den Beugungswinkel des ersten gebeugten Spaltbildes bedeutet. Diese Methode ist die allergenaueste zur Bestimmung von Wellenlängen.

*) Zuerst hat Beugungsgitter zu Spektralzwecken Fraunhofer (1822) verwendet.

Auch die Wellenlängen (daher auch die Schwingungszahlen) der unsichtbaren Strahlengattungen ließen sich auf diesem Wege bestimmen. Man fand, daß die Wellenlängen der dunklen Wärmestrahlen von ca. 60 μ (entsprechend 5 Billionen Schwingungen pro Sekunde) abnehmen. Diesen „längsten“ Wellen stehen die kürzesten des ultravioletten Spektrums mit 0,100 μ (also zirka 3000 Billionen Schwingungen) gegenüber. — Für die Strahlen elektrischer Kraft sind nach den Messungen von Hertz (Art. **218**) Wellenlängen von 3000—300 *mm* entsprechend Schwingungszahlen von 100—1000 Millionen Schwingungen pro Sekunde, von neueren Forschern sogar Wellenlängen bis herunter zu 5 *mm* Wellenlänge beobachtet worden. Zwischen diesen und den uns als Wärme-, Licht- und chemisch wirksamen Strahlen bekannten ist der Unterschied nur ein gradueller, indem nur die Wellenlänge (Schwingungszahl) der bei ihnen allen auftretenden Schwingungen entscheidet, in welcher Form der betreffende Schwingungszustand in Erscheinung tritt. —

Gitter mit eingeritzten konzentrischen Kreisen geben von einem hellen Punkte aus konzentrisch angeordnete Beugungsspektren. — Eine ähnliche Erscheinung bringt eine mit Bärlappsamen bestreute Glastafel hervor, durch welche man nach der Flamme einer Kerze sieht; dieselbe erscheint von farbigen Ringen umgeben. Sehr schöne derartige Beugungsringe zeigen sich auch an kalten Wintertagen um die Flammen der Straßenlaternen, nach denen man durch mit feinen Eiskristallen bedeckte Fensterscheiben sieht. Auf ähnliche Art entsteht auch durch Beugung an den kleinen Wassertröpfchen der Atmosphäre die Erscheinung der sogenannten kleinen Höfe (Halo) um Sonne und Mond.

Die bekannte Erscheinung der Morgen- und Abendröte, welche man wiederholt versuchte, als eine Beugungserscheinung hinzustellen, wird gegenwärtig erklärt durch eine Diffusion des Lichtes an kleinen, in der Atmosphäre schwebenden Körperchen (Wassertröpfchen, Eisnadeln, Staubteilchen, letztere insbesondere nach großen Vulkanausbrüchen — Krakatau, 1883 — massenhaft vorhanden). Träufelt man alkoholische Mastixlösung in Wasser, so entsteht eine milchartige Trübung, hervorgerufen durch äußerst kleine (selbst mit stärkster Mikroskopvergrößerung unsichtbar bleibende) Mastixteilchen. Das erhaltene „trübe Mittel“ erscheint im auffallenden Lichte vor dunklem Hintergrunde bläulich, im durchgelassenen Lichte dagegen gelbrot. (Objektive Darstellung des letzteren Teiles der Erscheinung, indem man einen Lichtkegel weißen Lichtes das trübe Mittel passieren läßt und ihn dann auf einem weißen Schirme auffängt. Ähnliche Erscheinungen an verdünnter Milch, Milchglas, Opal, trockenem Rauche etc.) Der Versuch zeigt das — auch auf dem Wege der Rechnung gewinnbare — Resultat, daß von den trübenden Teilchen die kurzwelligen (blauen, violetten) Strahlen ausgiebiger diffundiert werden als die langwelligen (roten, gelben); im durchgelassenen Lichte müssen also naturgemäß die gelbroten Strahlen überwiegen. Die Erklärung dieser Tatsache liegt darin, daß die langwelligen Strahlen — wie schon aus ihrer Wärmewirkung gefolgert werden kann — Schwingungen von großer Amplitude, die kurzwelligen aber Schwingungen von kleiner Amplitude sind. Jedes der kleinen störenden Teilchen bildet nun, ähnlich wie bei der Beugung, den Ausgangspunkt einer Wellenbewegung nach allen Richtungen. Wenn hierbei von jeder Lichtsorte derselbe Betrag diffundiert wird, so gibt dies bei den blauen Strahlen mit ihren kleineren Amplituden verhältnismäßig mehr aus als bei den roten; das ursprüngliche Verhältnis der Lichtstärken, aus denen das weiße Licht zusammengesetzt ist, ist gestört und es überwiegen im durchgehenden Lichte die gelben Farbentöne, während im reflektierten Blau vorherrscht. (Vergleich mit großen Wasserwellen, die durch eine Reihe kleiner Felsenriffe nicht wesentlich aufgehalten werden, während kleine Wasserwellen an den Riffen zerschellen.) Daß die Rötung des Himmels nur bei tiefem Sonnenstande (Morgens und Abends) auftritt, erklärt sich dadurch, daß das Licht dabei einen längeren Weg durchlaufen muß, und daß dabei der Weg durch die untersten und am meisten getrübten Schichten am längsten ist (vgl. Aufgabe Nr. 48 auf S. 456).

Die besprochenen Diffusionserscheinungen erklären nun auch die verschiedenartige Färbung ferner Berge sowie wahrscheinlich auch das Blau des Himmels. Auch die verschiedene Farbe tieferer Gewässer (Seen, Meer) ist auf Absorption (Art. 235) im Vereine mit Diffusion an schwebenden Teilchen zurückzuführen.

254. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und Brechung. Wenn die Erscheinungen der Interferenz uns darüber belehren, daß das Licht eine Wellenbewegung ist, so lassen sie dabei die Frage offen, ob diese Wellenbewegung eine longitudinale oder eine transversale sei. Daß die letztere Annahme zu machen ist, entscheidet eine Gruppe von Erscheinungen, welche man als Erscheinungen der Polarisation des Lichtes bezeichnet.

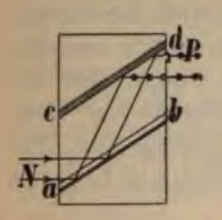
Läßt man einen Lichtstrahl auf einen Spiegel schief auffallen und dreht den Spiegel um den auffallenden Strahl als Achse, so beschreibt der reflektierte Strahl einen Kegelmantel, wobei seine Intensität in jeder seiner Lagen eine und dieselbe ist. Anders aber ist es, wenn man einen Lichtstrahl unter einem Einfallswinkel von 57^0 auf einen Spiegel aus gewöhnlichem Glase mit geschwärzter Rückfläche (Art. 225) auffallen läßt und den zurückgeworfenen Strahl mit einem zweiten derartigen Spiegel so auffängt, daß sein Neigungswinkel mit dem Strahle wieder $(90 - 57)^0 = 33^0$ beträgt (Fig. 596). Dreht man diesen zweiten Spiegel um den Lichtstrahl als Achse, so reflektiert er den auffallenden Strahl nur dann mit größter Intensität, wenn die Einfallsebenen beider Spiegel zusammenfallen (wenn also die Spiegel parallel oder antiparallel — punktierte Lage in Fig. 596 — sind), dagegen gar nicht (oder fast gar nicht), also mit einer geringsten Intensität, wenn die Einfallsebenen aufeinander normal stehen. In jeder Zwischenlage ist die Intensität um so geringer, je näher die Einfallsebenen der „gekreuzten" Lage kommen. Der vom ersten Spiegel reflektierte Strahl verhält sich also nicht mehr wie ein natürlicher Lichtstrahl nach allen Seiten gleich; er besitzt vielmehr eine gewisse „Seitlichkeit" und wird daher als polarisierter Lichtstrahl bezeichnet. Nur bei Anwendung eines bestimmten Einfallswinkels (in unserem Falle 57^0), welchen man als Polarisationswinkel bezeichnet, ist das reflektierte Licht vollkommen polarisiert; bei anderen Einfallswinkeln ist dasselbe gleichsam ein Gemisch von natürlichem und polarisiertem; man sagt, es sei teilweise polarisiert. Brewster fand, daß der Polarisationswinkel vom Brechungsexponenten der zum Spiegel benützten Glassorte abhängig und dadurch bestimmt ist, daß für einen unter demselben Winkel einfallenden Strahl der reflektierte Strahl normal steht auf dem zugehörigen gebrochenen Strahle. Wird der

Fig. 596.



Polarisationswinkel mit p bezeichnet, so ist $\frac{\sin p}{\sin(90-p)} = \operatorname{tang} p = n$, woraus der Wert von p gefunden werden kann.

Fig. 597.



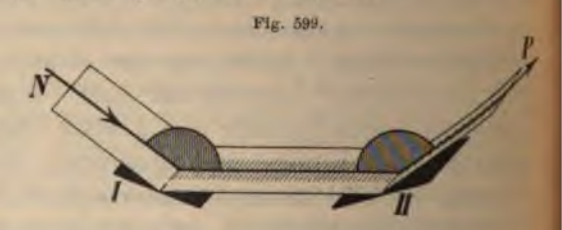
Um den Versuch bequemer als in der beschriebenen Form auszuführen, kann man statt des ersten Spiegels einen Holzrahmen verwenden, welcher, unter einem Winkel von 33° gegen die horizontale Richtung geneigt, einen Amalgamspiegel ab (Fig. 597) und einen hierzu parallelen geschwärzten Spiegel cd enthält. Dadurch wird ein wagerecht eintretendes Strahlenbündel natürlichen Lichtes N in ein wagerecht austretendes Bündel polarisierten Lichtes P umgewandelt.

Nach der Undulationshypothese erfolgen in einem polarisierten Lichtstrahle transversale Schwingungen des Lichtäthers nur in einer bestimmten Ebene, welche die Schwingungsebene heißt, während für einen natürlichen Lichtstrahl diese Schwingungsebene äußerst rasch sich ändert (vielleicht millionenmal in der Sekunde), indem sie sich gleichsam rasch um den Lichtstrahl als Achse dreht, so daß sich derselbe ringsherum völlig gleich verhält, also keine „Seitlichkeit" zeigt. Bei longitudinaler Schwingung des Äthers in einem Lichtstrahle müßten immer nach allen Seiten dieselben Verhältnisse vorhanden sein, eine Polarisation wäre unmöglich.

Experimentell läßt sich die obige Vorstellung dadurch befestigen, daß man einen polarisierten Lichtstrahl rasch um seine Fortpflanzungsrichtung als Achse rotieren läßt; er verhält sich dann ähnlich wie ein natürlicher Lichtstrahl. — Denkt man sich die in einem natürlichen Lichtstrahl in jedem Augenblicke schnell und gleichmäßig ihre Richtung wechselnden Schwingungen in zwei zueinander normale Komponenten zerlegt, so erkennt man (Fig. 598), daß man sich das natürliche Licht ersetzt denken kann durch zwei gleich starke, senkrecht zueinander polarisierte Strahlenbündel, als deren Schwingungsebenen irgend zwei zueinander normale Ebenen durch den Strahl gelegt werden können.

Fig. 598.

Fig. 599.



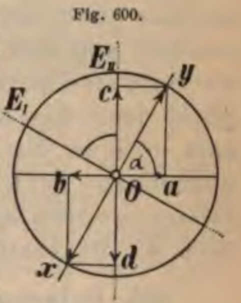
Auf Grund verschiedener theoretischen Studien nimmt man an, daß das durch Reflexion an nichtmetallischen Substanzen erhaltene Licht vorwiegend oder gänzlich normal zur Einfallsebene schwingt. Fig. 599 deutet an, wie man sich bei dem Versuche in Fig. 596 die Schwingungsrichtung der Ätherteilchen normal zur Einfallsebene zu denken hat; in der Fig. 596 u. 597 ist die Zeichnungsebene die Einfallsebene und soll durch

Punkte auf dem polarisierten Strahle angedeutet sein, daß die Schwingungen normal zur Einfallsebene erfolgen.

Bei dem in Fig. 596 dargestellten Versuche vermag der zweite Spiegel einen polarisierten Lichtstrahl nur dann mit größter Intensität zu reflektieren, wenn die Schwingungsebene auch zu seiner Einfallsebene senkrecht steht (Fig. 599), was nur in der parallelen und in der antiparallelen Lage der Fall ist. Wenn demnach ein natürlicher Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel auf einen Spiegel auffällt, so kann man sich den Strahl nach dem vorigen als zusammengesetzt aus zwei aufeinander normal stehenden polarisierten Strahlen denken, wobei man die Schwingungsebene des einen derselben normal zur Einfallsebene des Strahles annehmen darf. Nur von diesem Anteile des Lichtstrahls, dessen Intensität somit die Hälfte von derjenigen des natürlichen Lichtstrahls beträgt, wird ein bestimmter Bruchteil (etwa $^1/_7$, also $^1/_{14}$ des gesamten auffallenden Lichtes) als „polarisierter Lichtstrahl" reflektiert, dessen Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene erfolgen.

Nun läßt sich auch erklären, wieso der zweite Spiegel das auf ihn fallende polarisierte Licht nur teilweise reflektiert, wenn die Einfallsebenen der Spiegel einen spitzen Winkel bilden. Wäre xy (Fig. 600) die Richtung der Schwingungsebene eines normal zur Zeichnungsebene in O einfallenden Strahles und erfolgen die Schwingungen in demselben mit der Amplitude Oy, deren Größe die Intensität des Lichtstrahles vorstellt, so können dieselben durch zwei aufeinander normale Einzelschwingungen ab und cd ersetzt werden, von welchen die längs ab erfolgenden parallel zur Ebene des Spiegels II erfolgen sollen; nur dieser Teil der längs xy erfolgenden Schwingungen wird reflektiert, seine Intensität wird also um so größer sein, je kleiner der Winkel α, je kleiner also auch jener Winkel ist, den die Einfallsebenen E_1 und E_2 der beiden Spiegel miteinander bilden.

Fig. 600.



Jede Vorrichtung, mit welcher man natürliches Licht in polarisiertes Licht verwandeln kann, heißt ein Polarisator. Der Spiegel I in Fig. 596 (sowie das Spiegelsystem Fig. 597) dient somit als Polarisator. Will man untersuchen, ob ein Lichtstrahl natürliches oder polarisiertes Licht enthält, so braucht man denselben nur unter dem Polarisationswinkel auf einen ähnlichen Spiegel auffallen zu lassen und denselben um den Lichtstrahl als Achse zu drehen. Man erfährt im Falle, als das Licht polarisiertes wäre, hierdurch auch seine Schwingungsebene; denn dieselbe ist normal zu jener Lage der Einfallsebene, bei welcher der reflektierte Strahl die größte Intensität besitzt, oder parallel zu jener Lage der Einfallsebene, bei welcher der reflektierte Strahl die geringste Intensität besitzt. In dieser Weise benützt, dient der zweite Spiegel als lichtanalysierender Apparat oder als Analysator.

Ein Strahl polarisierten Lichtes möge unter dem Polarisationswinkel p auf eine durchsichtige, planparallele Platte (Fig. 601) auffallen, wobei die Schwingungen in diesem Strahle senkrecht zur Einfallsebene erfolgen mögen. Es wird dann etwa $^1/_7$ des einfallenden Lichtes zurückgeworfen, der Rest dringt in die Platte ein. Fällt dagegen ein Strahl polarisierten Lichtes unter dem Winkel p auf eine ebensolche Platte ein und erfolgen die Schwingungen in dem Strahle in der Einfallsebene (Fig. 602), so wird — da gar kein Licht reflektiert wird — alles Licht in die Platte eindringen.

Fig. 601.

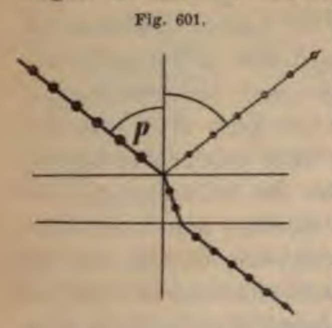
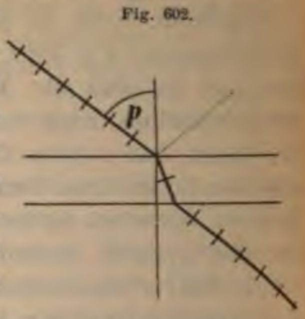


Fig. 602.



Fällt also unter dem Winkel p natürliches Licht auf die planparallele Platte, welches aus zwei Teilen von gleicher Intensität, und zwar aus einem senkrecht zur Einfallsebene und aus einem in der Einfallsebene schwingenden Teile zusammengesetzt gedacht werden darf, so muß der gebrochene Strahl mehr von dem in der Einfallsebene schwingenden Teile als von dem senkrecht zur Einfallsebene schwingenden enthalten; er kann also als teilweise polarisiert gelten. Läßt man daher diesen gebrochenen Strahl durch eine Reihe paralleler Glasplatten — durch einen Glasplattensatz — in der besprochenen Weise hindurchgehen, so enthält das austretende gebrochene Licht zum allergrößten Teile solches, welches in der Einfallsebene schwingt. Glasplattensätze können also gleichfalls als Polarisatoren wie als Analysatoren verwendet werden.

255. Polarisation durch Doppelbrechung. Alle durchsichtigen Kristalle, die nicht dem regulären Kristallsysteme angehören, besitzen die Eigenschaft, einen hindurchgehenden Lichtstrahl im allgemeinen in zwei Teile zu spalten, also einen hindurch betrachteten Lichtpunkt doppelt erscheinen zu lassen. Am deutlichsten zeigen diese unter dem Namen „Doppelbrechung des Lichtes" bekannte Erscheinung die wasserhellen Spaltungsrhomboeder des isländischen Doppelspates.

Macht man auf einem Papierblatte einen Punkt, legt einen Doppelspatkristall darauf und dreht denselben um eine vertikale Achse, so erblickt man zwei Punkte, von denen der eine bei der Drehung für ein vertikal oberhalb befindliches Auge seine Stellung nicht ändert, während der andere um den ersteren einen Kreis beschreibt. Objektiv wird die Erscheinung sichtbar gemacht, wenn man eine Kristallfläche durch eine Blechplatte mit kreisrunder Öffnung bedeckt und parallele Lichtstrahlen auf dieselbe in normaler Richtung auffallen

läßt. Mittels einer in den Gang der Strahlen eingeschalteten Sammellinse erhält man sodann auf einem Schirme zwei helle Bilder der Öffnung, von welchen das eine bei Drehung des Kristalls fix bleibt, während das andere um das erstere einen Kreis beschreibt.

Nur in einer Richtung zeigt der Doppelspat die Erscheinung der Doppelbrechung nicht. Man bezeichnet diese Richtung als die Richtung der optischen Achse. Geometrisch ist dies jene Richtung, welche durch eine Kristallecke, an der drei gleiche (stumpfe) Kantenwinkel zusammenstoßen, derartig hindurchgeht, daß sie mit den daselbst zusammenlaufenden Kanten (und Flächen) gleiche Neigungswinkel bildet. An einem regelmäßig ausgebildeten Kalkspatrhomboeder (begrenzt von sechs kongruenten Rhomben) fällt somit die Richtung der optischen Achse mit der kristallographischen Hauptachse zusammen (Fig. 603); jedoch muß auch jede zur letzteren parallele Gerade als optische Achse gelten, während eine einzige kristallographische Hauptachse vorhanden ist.

Fig. 603.

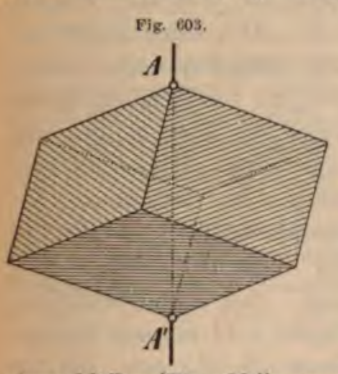
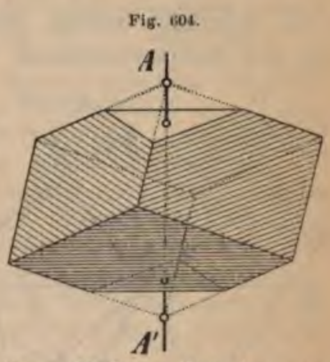


Fig. 604.



Sind an einem Doppelspatkristall normal zur optischen Achse die Ecken $A A'$ plan abgeschliffen (Fig. 604), so zeigt der Kristall in dieser Richtung bei den vorbeschriebenen Versuchen keine Ablenkung und keine Doppelbrechung.

Jede Ebene, welche parallel zur Richtung der optischen Achse und normal auf eine Fläche des Kristalles gelegt wird, heißt ein Hauptschnitt.

Von den beiden Strahlen, in welche der Doppelspat im allgemeinen einen auffallenden Strahl zerlegt, weicht einer von dem Snelliusschen Brechungsgesetze ab; denn nach demselben dürfte er ja durch die planparallele Kristallplatte keine seitliche Ablenkung erfahren. Man bezeichnet denselben als den außerordentlichen oder extraordinären, den anderen als den ordentlichen oder ordinären Strahl. Eine Untersuchung mit einem Analysator zeigt, daß die Schwingungen des ordentlichen Strahles senkrecht zum Hauptschnitte, jene des außerordentlichen Strahles im Hauptschnitte erfolgen.

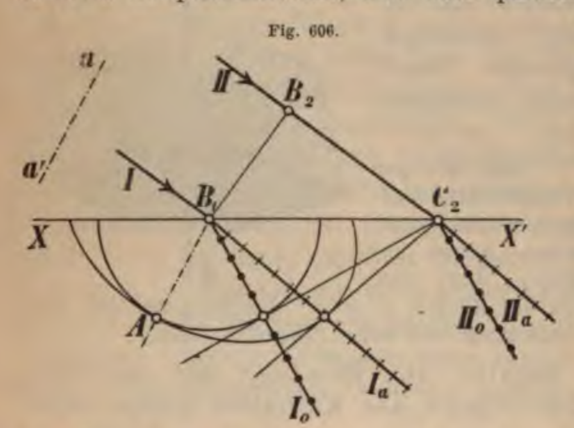
Die Erklärung der Doppelbrechung beruht darauf, daß alle Kristalle mit Ausnahme derjenigen des regulären Systemes anisotrope Medien sind. Die Kristalle des quadratischen und des hexagonalen Systemes, welche eine kristallographische Hauptachse und zwei, beziehungsweise drei dazu normale,

unter sich gleich lange Nebenachsen besitzen, zeigen in der Richtung der Hauptachse andere Eigenschaften (Dichtigkeit) des Äthers als in der Richtung der darauf senkrechten Nebenachsen. Entsteht daher in einem Punkte eines solchen Kristalles eine Wellenbewegung, so besteht ihre Wellenfläche aus einer Kugelfläche, welche dem ordentlichen Strahle und aus einem Rotationsellipsoide, welches dem außerordentlichen Strahle angehört (Fig. 605). Da in der Richtung der optischen Achse keine Doppelbrechung eintritt, müssen beide Flächen sich in Punkten $A A'$ einer Geraden berühren, welche parallel ist zur optischen Achse.

Fig. 605.

In Fig. 606 stelle nun $X X'$ eine zur Zeichnungsebene senkrechte Kristallfläche vor, oberhalb welcher Luft, unterhalb welcher Doppelspat zu denken ist. Die Zeichnungsebene sei eine Hauptschnittebene, also auch parallel zur optischen Achse, deren Neigung zur Trennungsebene durch die Neigung der Geraden $a\,a'$ dargestellt sein möge. In der Ebene des Hauptschnittes — also in der Ebene der Zeichnung — falle das Parallelstrahlenbündel $I\ II$ mit der Wellenfläche $B_1\ B_2$ ein. Bis im Strahle II die Wellenbewegung bis an die Trennungsebene XX' (also bis C_2) vorgerückt ist, hat sich um B_1 bereits eine Elementarwellenfläche ausgebildet, welche aus einer Kugelfläche und aus einer sie im Pole A ($B_1\,A \,//\, a\,a'$) berührenden Ellipsoidfläche besteht. Analog den Betrachtungen des Art. **124** werden alle Elementarkugelflächen und ebenso alle Elementarellipsoidflächen zwischen B_1 und C_2 von zwei Tangentialebenen eingehüllt, welche beziehungsweise die Wellenfläche des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles bilden. Das einfallende Strahlenbündel spaltet sich daher in ein ordentliches ($I_0\,II_0$) und in ein außerordentliches ($I_a\,II_a$) Strahlenbündel, von welchen das erstere das Snelliussche Brechungsgesetz befolgt. Auf Grund der oben bereits festgestellten Schwingungsrichtungen muß man sich im ordentlichen Strahle die Schwingungen normal zur Hauptschnittebene, im außerordentlichen Strahle in der Hauptschnittebene erfolgend denken. Der außerordentliche Strahl liegt hierbei nur dann in der Einfallsebene, wenn diese ein Hauptschnitt ist, sonst tritt er aus derselben heraus; auch befolgt er im allgemeinen das Sinusgesetz nicht.

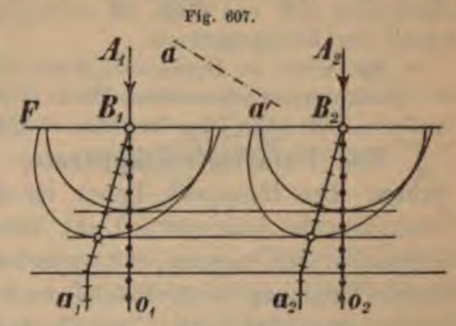
Fig. 606.



Als besondere Fälle der vorstehenden, von Huygens herrührenden Konuktion seien noch die beiden folgenden betrachtet:

1. Der einfallende Strahl trifft normal auf eine natürliche Kalkatfläche, wie es in dem zu Eingang des Art. beschriebenen Experimente Fall war. Es sei $A_1 B_1$ (Fig. 607) die Richtung des auf die Kristallfläche F fallenden Strahlenbündels, die Zeichigsebene sei wieder vorläufig als eine uptschnittebene betrachtet und die htung der optischen Achse durch ' angedeutet. Die Fläche F bildet n selbst eine Wellenfläche des aufenden Bündels, von deren Punkten 1 die zweischaligen Elementarwellenthen gleichzeitig auszubilden benen; sowohl die Kugelflächen wie Ellipsoidflächen derselben werden jedem beliebigen Zeitpunkte durch je

Fig. 607.



e gemeinsame zu F parallele Wellenfläche berührt. Deshalb wird auch eine zweite F parallele Kristallfläche für beide gebrochenen Strahlenbündel eine Wellenthe werden. Es spaltet sich also jeder auftreffende Strahl (wie $A_1 B_1$) in einem e Ablenkung durch den Kristall hindurchgehenden, ordentlichen Strahl (o_1) und einem parallel dazu verschobenen, außerordentlichen Strahl (a_1). Dreht man den stall um $A_1 B_1$ als Achse, so dreht sich auch das Ellipsoid um B_1 um diee Achse, der außerordentliche Strahl a_1 beschreibt somit um $A_1 B_1$ eine inderfläche. Dadurch erscheint der erste Fundamentalversuch über die Doppelchung in allen Teilen aufgeklärt. Durch Anwendung eines Analysators finden bei diesem Versuche wieder, daß die Schwingungen in o normal zum Hauptnitte, in a im Hauptschnitte erfolgen.

2. Die Einfallsebene stehe normal auf der optischen Achse. Dieser l tritt ein, wenn man aus Doppelspat ein Prisma schleift, dessen brechende Kante O die Richtung der optischen Achse hat (Fig. 608), und den Lichtstrahl in einer Normalebene zur Kante O einfallen läßt. Ist F (Fig. 609) die Trennungsebene, falle ferner die Einfallsne mit der Zeichnungsebene zusammen, so die Richtung der optischen Achse normal zu letzteren zu denken. Die Scheitel, in denen sich

Fig. 608.

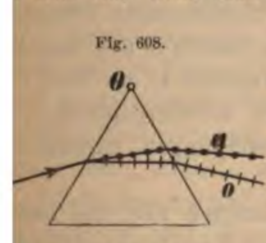
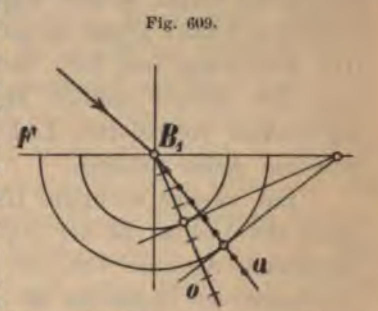


Fig. 609.



um den Punkt B_1 gebildeten Kugel- und Ellipsoidflächen berühren, liegen in der als Punkt B_1 sich abbildenden Normalen zur Zeichnungsebene; die risse beider Flächen erscheinen als konzentrische Kreise. In diesem Falle folgen le Strahlen dem Snelliusschen Brechungsgesetze, so daß sich das Brechungshältnis des Kalkspates — welches für diesen bestimmten Fall als das Hauptechungsverhältnis bezeichnet wird — nach der Methode des Art. **229** benmen läßt. Man erhält

für rotes Licht (B) .... $n_o = 1{,}653$ $n_a = 1{,}484$
„ violettes Licht (H) .... $n_o = 1{,}683$ $n_a = 1{,}498$

Mit einem derartigen Prisma erhält man natürlich zwei Spektren, die sich teilweise überdecken und beide polarisiertes Licht enthalten. Im ordentlichen erfolgen die Schwingungen normal zum Hauptschnitte, also in der Zeichnungsebene (Fig. 608 und 609), im außerordentlichen dagegen im Hauptschnitte, also normal zur Zeichnungsebene.

Man wende die Huygenssche Konstruktion für Strahlen an, welche auf eine normal zur optischen Achse angeschliffene Fläche (Fig. 604) auffallen, und erkläre hierdurch, wieso in diesem Falle keine Doppelbrechung eintritt!

256. Polarisationsapparate, die auf der Doppelbrechung beruhen. Der Doppelspat liefert im ordentlichen wie im außerordentlichen Strahlenbündel polarisiertes Licht. Beide Strahlenbündel liegen aber zu nahe aneinander, um bequem mit denselben experimentieren zu können. Eine stärkere Trennung beider Bündel erreicht man im achromatisierten Kalkspatprisma (Fig. 610). Dasselbe besteht aus einem rechtwinkligen Kalkspatprisma K, dessen brechende Kante O die Richtung der optischen Achse des Kalkspates hat, und einem hiermit ziemlich gleich gestalteten Crownglasprisma G. Beide Prismen sind mit Canadabalsam verkittet. Ein auf die Kalkspatfläche normal auffallender Strahl AB spaltet sich im Kristall in zwei Strahlen, welche denselben Weg mit verschiedener Geschwindigkeit durcheilen. Der außerordentliche Strahl, dessen Brechungsexponent (zwischen 1,484 und 1,498) mit jenem des Canadabalsams und des Crownglases (beide zwischen 1,5258 und 1,5466) annähernd übereinstimmt, geht beinahe ohne Ablenkung und ohne Farbenzerstreuung hindurch. Der ordentliche Strahl erfährt dagegen, da sein Brechungsexponent (zwischen 1,653 und 1,683) größer ist als jener des Crownglases, bereits in dem letzteren eine Ablenkung vom Lote und eine zweite beim Austritte in die Luft; er wird also stärker seitlich abgelenkt, während der außerordentliche unabgelenktes polarisiertes Licht liefert, dessen Schwingungen parallel zur optischen Achse erfolgen.

Fig. 610.

Ein zweites wichtiges Hilfsmittel zu Untersuchungen über die Polarisation des Lichtes ist der (nach seinem Erfinder) als Nicolsches Prisma bezeichnete Apparat. Von dem in Fig. 611 dargestellten länglichen Spaltungsrhomboeder aus Doppelspat sei die vertikale Diagonalebene $ABCD$ die Hauptschnittebene, so daß also die an den Kristallenden liegenden Begrenzungsflächen Rhomben sein müssen. Statt dieser natürlichen Endflächen AC und BD, welche mit den Längskanten AB und CD Winkel von 71° bilden, werden neue AC' und $B'D$ angeschliffen, welche 68° Neigung zu den Längskanten haben (in der Figur also übertrieben geneigt gezeichnet). Den hierdurch gewonnenen neuen Umriß $AC'B'D$ zeigt Fig. 612 in der

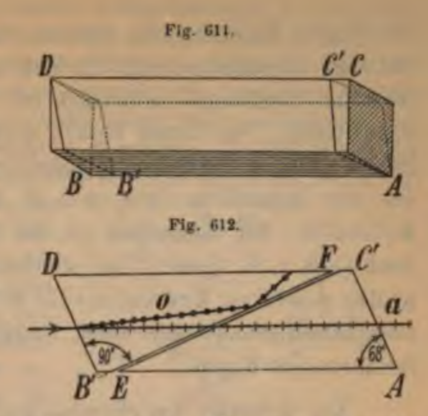


Fig. 611.

Fig. 612.

Zeichnungsebene liegend. Das Prisma wird nun senkrecht zu diesem Hauptschnitte durch eine auf den Endflächen $A\,C'$ und $B'\,D$ normal stehende Ebene EF in zwei Stücke zerschnitten, welche hierauf durch Canadabalsam wieder aneinander gekittet werden. Natürliches Licht, welches parallel (oder nahezu parallel) zu den Längskanten einfällt, wird in die zwei Strahlen o und a getrennt. Der stärker abgelenkte ordentliche Strahl o erleidet unter den künstlich hergestellten Bedingungen an der optisch dünneren Canadabalsamschichte eine Totalreflexion und an der geschwärzten Außenfläche des Prismas eine Absorption. Der außerordentliche verläßt dagegen das Prisma nahezu parallel zur Einfallsrichtung; da in demselben das Licht immer im Hauptschnitte schwingt, erfolgen diese Schwingungen (im Hinblick auf Fig. 611) in der Richtung der kürzeren Diagonalebene des Nicolschen Prismas (Fig. 613).



Fig. 613.

Zwei Nicolsche Prismen, in entsprechenden Fassungen drehbar, bilden einen übersichtlichen Polarisationsapparat. Bei „parallelen" Nicolschen Prismen erscheint das Gesichtsfeld am hellsten, bei „gekreuzten" am dunkelsten; in einer Zwischenstellung geht nur eine Komponente des vom „Polarisator" polarisierten Lichtes durch den „Analysator", ähnlich der in Fig. 600 angedeuteten Überlegung.

257. Die Turmalinzange. Einen einfachen Polarisationsapparat bildet die Turmalinzange, welche, in zwei Fassungen übereinander drehbar, zwei nicht zu dünne Turmalinplatten enthält, die parallel zur optischen Achse (und kristallographischen Hauptachse) einer Turmalinsäule aus dieser geschnitten werden. Ein Lichtstrahl, welcher auf die eine der Platten fällt, welche als „Polarisator" dient, erfährt eine Doppelbrechung; der ordentliche Strahl, in welchem die Teilchen normal zum Hauptschnitte schwingen, wird jedoch in der Turmalinschichte absorbiert und nur der außerordentliche, dessen Schwingungen im Hauptschnitte erfolgen, verläßt dieselbe, wobei er aber je nach der verwendeten Turmalinsorte mehr oder weniger (grün, braun oder rötlich) gefärbt wird. Die zweite Turmalinplatte dient als Analysator; bei gekreuzten Turmalinen ist somit das Gerichtsfeld dunkel, bei parallelen am hellsten; im ersten Falle wird nämlich das im Hauptschnitte der ersten Platte schwingende Licht von der zweiten Platte absorbiert, im zweiten dagegen hindurchgelassen.

258. Optisch einachsige und zweiachsige Kristalle. In den Kristallen des quadratischen und des hexagonalen Systemes gibt es nur eine

bevorzugte Richtung, in welcher eine einzige Fortpflanzungsgeschwindigkeit für den ordentlichen wie für den außerordentlichen Strahl, daher nur eine einfache Brechung vorhanden ist; diese Kristalle heißen daher optisch einachsig. Von ihnen heißen diejenigen, in welchen der außerordentliche Strahl größere Fortpflanzungsgeschwindigkeit und kleinere Brechbarkeit hat wie der ordentliche (wie es z. B. im Doppelspat der Fall war), negative Kristalle; bei denselben ist die Hauptachse kürzer als die Nebenachse. Jene (wie z. B. Quarz), bei welchen die umgekehrten Verhältnisse bestehen, heißen positive Kristalle; die Wellenfläche besteht für dieselben aus einem Rotationsellipsoide und einer dasselbe in den Scheiteln der großen Achse berührenden Kugel.

Die Kristalle des rhombischen und der klinischen Systeme werden als optisch zweiachsig bezeichnet, da sie zwei bevorzugte Richtungen besitzen, in denen nur einfache Brechung stattfindet. Bei denselben folgt im allgemeinen keiner der beiden Strahlen dem Brechungsgesetz. Der Winkel der beiden optischen Achsen — der optische Achsenwinkel — hat für verschiedene Substanzen immer auch verschiedene Werte (z. B. für Kalisalpeter 7° 12′, für Aragonit 17° 50′ — beide rhombisch; für Zucker 48°, für Gips 58° 8′ — beide monoklin).

259. Einige Erscheinungen der chromatischen Polarisation. Bringt man ein dünnes, aus einem Gipskristall gespaltenes Blättchen zwischen gekreuzte Nicols (Spiegel, Turmalinplatten), so wird das dunkle Gesichtsfeld derselben, wenn auf den Polarisator weißes Licht auffällt, im allgemeinen aufgehellt und erscheint in einer Farbe, welche von der Dicke der Blättchenschichte abhängt. Wird nun das Blättchen in seiner Ebene gedreht, so findet man vier Stellungen desselben, welche um je 90° auseinanderliegen, bei denen das Gesichtsfeld dunkel bleibt, also das Gipsblättchen keine Einwirkung ausübt. In den Mittelstellungen ist die Aufhellung am intensivsten. Bei parallelen Nicols finden sich nach Einschaltung des Blättchens wieder die vier wirkungslosen Stellungen; in der Zwischenlage erscheint die Färbung des Gesichtsfeldes in komplementärer Farbe. Ein dünner Gipskeil zeigt bei diesen Versuchen in homogenem Lichte helle und dunkle der Kante parallele Streifen, im weißen Lichte farbige Streifen, welche mit den Farben am Newtonschen Farbenglase sehr nahe übereinstimmen.

Die geschilderten Erscheinungen sind Interferenzerscheinungen. Sie entstehen dadurch, daß in dem doppelbrechenden Kristallblättchen die vom Polarisator kommenden Schwingungen zunächst homogen gedachten Lichtes in zwei zueinander rechtwinklige Komponenten zerlegt werden, welche den Kristall mit verschiedener Geschwindigkeit durcheilen und infolgedessen mit einer Phasendifferenz austreten, deren Größe von der Dicke des Blättchens abhängt. Der Analysator läßt von diesen in zwei zueinander normal stehenden Ebenen wirkenden Komponenten abermals nur Komponenten hindurch, die nun, da ihre Schwingungen wieder in derselben Ebene geschehen, interferieren. Bei Anwendung

weißen Lichtes werden — ähnlich wie bei den Farben dünner Blättchen — je nach der Dicke der Kristallschichte gewisse Lichtsorten ausgelöscht, andere verstärkt; welche es sind, zeigt eine spektrale Untersuchung des austretenden farbigen Lichtes, das die Mischfarbe aller übrigbleibenden Strahlen bildet. Wird die Stellung des Analysators um 90° geändert, so werden gerade jene Lichtsorten ausgelöscht, welche früher verstärkt wurden, und umgekehrt; das Ergebnis ist die komplementäre Mischfarbe. Die Richtigkeit der letzteren Behauptung erhellt aus den Fig. 614 und 615, in denen der Strahl normal zur Zeichnungsebene in O einfällt. Oa gibt die Richtung des Hauptschnittes des polarisierenden, OA diejenige des analysierenden Nicols an, I und II sind die beiden Schwingungsrichtungen im Kristallblättchen. Os_1 und Os_2 stellen die Schwingungskomponenten vor, in welche eine Schwingung von der Amplitude Oa des vom Polarisator durchgelassenen Lichtes im Kristallblättchen zerlegt wird, $O\sigma_1$ und $O\sigma_2$ die Komponenten jener Komponenten Os_1 und Os_2, welche der Analysator hindurchläßt. Während im Falle der gekreuzten Nicols diese Komponenten $O\sigma_1$ und $O\sigma_2$ auf entgegengesetzte Seiten von O (Fig. 614) fallen, also sich subtrahieren, fallen sie bei parallelen Nicols auf dieselben Seiten von O (Fig. 615), so daß sie sich addieren.

Fig. 614.

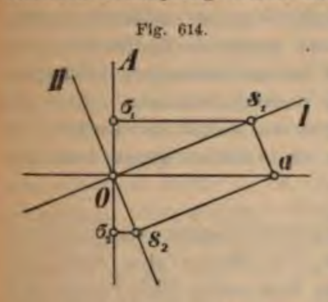
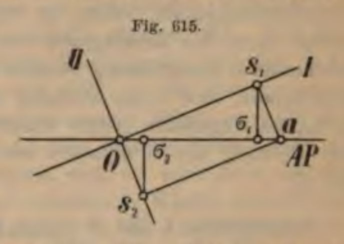


Fig. 615.



260. Drehung der Schwingungsebene. Manche Körper (Quarz in Platten senkrecht zur optischen Achse, Zucker, Weinsäure, letztere Stoffe auch in wäßriger Lösung) bewirken, zwischen gekreuzte Nicols gebracht, bei Verwendung homogenen Lichtes auch in dickeren Schichten eine Aufhellung des Gesichtsfeldes; dieselbe verschwindet, wenn man den Analysator in einer bestimmten Richtung um einen gewissen Winkel ω dreht. Hieraus folgt, daß das Licht nach dem Verlassen der eingeschalteten Schichte allerdings noch polarisiert geblieben ist, daß aber die Schwingungsebene desselben um einen Winkel ω gedreht wurde. Die Größe dieses Winkels ist unter sonst gleichen Umständen proportional der Dicke des Körpers und von der Farbe des verwendeten Lichtes abhängig.

Eine normal zur optischen Achse geschliffene Quarzplatte von 1 *mm* Dicke dreht die Schwingungsebene bei rotem Lichte (B) um 15,75°, bei Natriumlicht um 21,3°, bei violettem Licht um 51,19°. Läßt man daher auf diese Quarzplatte weißes polarisiertes Licht auffallen, so werden für seine einzelnen Lichtsorten die Schwingungsebenen ein fächerförmig ausgebreitetes Ebenenbüschel ergeben. Je nach der Stellung des Analysators werden dann nur verschiedene Komponenten der einzelnen Farbensorten austreten; das Ergebnis ist also eine Mischfarbe, die sich ändert, wenn der Analysator gedreht wird, und welche in die komplementäre Färbung übergeht, wenn diese Drehung 90° beträgt. Bei diesen Versuchen muß man — bei Anwendung von homogenem Lichte — für manche Quarze, die auch bereits äußerlich durch gewisse Abstumpfungsflächen erkennbar sind, den Analysator in der Uhrzeigerbewegung drehen, bei anderen in entgegengesetzter Richtung; die ersteren heißen „rechtsdrehende“, die letzteren „linksdrehende“ Quarze. Die Soleilsche Doppelplatte besteht aus zwei nebeneinandergekitteten Quarzplatten von je 3,75 *mm*

Dicke, von welchen die eine nach rechts, die andere nach links dreht. Bei Verwendung von weißem Lichte und bei Parallelstellung von Analysator und Polarisator zeigen beide eine und dieselbe purpurviolette Farbe. Dieselbe wird als „empfindliche Farbe" (teinte sensible) bezeichnet, weil die kleinste Drehung des Analysators bewirkt, daß das eine Feld mehr rötlich, das andere mehr violett ist.

Rohrzuckerlösung dreht rechts und ist die Größe des Drehungswinkels dem Zuckergehalte proportional. Hierauf beruht die Einrichtung der Saccharimeter; es sind dies Polarisationsapparate, welche die Drehung der Schwingungsebene genau bestimmen lassen, woraus dann der Zuckergehalt der in einer Glasröhre mit parallelen Endflächen eingeschlossenen Zuckerlösung berechnet werden kann. In den Saccharimetern mit Soleilscher Doppelplatte wird diese Drehung der Schwingungsebene dadurch erkennbar, daß die anfänglich eingestellte „teinte sensible" abgeändet wird; um sie wieder herzustellen, ist eine Drehung des Analysators auszuführen, deren Größe am Apparate genau bestimmbar ist.

Aufgaben. 1. Bei Fizeaus Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit war die Entfernung AB (Fig. 494) 8633 m, das Zahnrad R hatte 720 Zähne (also auch 720 Lücken) und machte im Falle des Unsichtbarwerdens der Lichtquelle 12,6 Touren pro Sekunde. Wie groß ist danach c? — **2.** Wie viel Hefner-Einheiten muß die Lichtstärke einer Lichtquelle betragen, wenn die Beleuchtung in 5 m Entfernung noch 15 Metereinheiten betragen soll? — **3.** Eine Normalkerze befindet sich in 2,4 m Entfernung von einer Gasflamme, deren Leuchtkraft neunmal so groß ist. In welcher Entfernung wird ein zwischen beiden Lichtquellen aufgestellter Papierschirm von beiden Seiten gleich stark beleuchtet? — **4.** Wenn der scheinbare Durchmesser der Sonne 32′ beträgt, wie groß ist das in einer Lochkamera von s cm Länge und d cm Öffnungsdurchmesser erzeugte Sonnenbild? — **5.** Wie groß muß ein Planspiegel sein und wie hoch muß derselbe aufgehängt werden, damit man sich in demselben in ganzer Figur sehen kann? — **6.** Zwei Planspiegel stoßen genau unter 90° Neigung in einer horizontalen Kante so zusammen, daß der eine um 45° oberhalb, der andere um 45° unterhalb einer horizontalen Ebene liegt. Wenn wir unsere Kopfmitte ungefähr in die Höhe der erwähnten Horizontalebene bringen, sehen wir hinter den Spiegeln unser Bild umgekehrt. Wie kommt dies? — **7.** Nennt man die Entfernung des Gegenstandes vom Brennpunkte eines Kugelspiegels*) x, jene des Bildes von demselben y, so gilt immer $xy = f^2$. (In Worten?) Warum ist dies der Fall? — **8.** Wo liegt der Gegenstand vor einem Hohlspiegel von $f = 20\,cm$, wenn sein scheinbares Bild fünfmal vergrößert ist? — **9.** Wie groß war der Durchmesser des Sonnenbildes, das Herschel mit seinem Konkavspiegel von 8 m Brennweite erhielt? (Der scheinbare Sonnendurchmesser ist mit 32′ anzunehmen.) — **10.** Das Bild eines in 9 [22] cm Entfernung von einem sphärischen Konkavspiegel, dessen Brennweite 6 [18] cm beträgt, befindlichen Gegenstandes ist um 10 [7] cm höher als der Gegenstand. Wie hoch ist der letztere? — **11.** Konvergente Strahlen fallen auf einen Hohlspiegel von $f = 50\,cm$ so auf, daß sie nach einem in 1 m Entfernung hinter dem Spiegel gelegenen Konvergenzpunkte zusammenlaufen. Wo vereinigen sie sich wirklich? — **12.** Wenn ein konvergentes Strahlenbündel auf einen sphärischen Konvexspiegel auffällt, welche drei Fälle ergeben sich für $g \lesseqgtr f$? — **13.** Vom Heliostaten fällt ein zylindrisches Parallelstrahlenbündel vom Durchmesser $2r$ in der Richtung der optischen Achse auf einen Konvexspiegel auf und erzeugt auf der vom Scheitel des Spiegels um a entfernten Heliostatenwand einen hellen Lichtkreis vom Durchmesser $2R$. Wie läßt sich hieraus die Zerstreuungsweite des Konvexspiegels**) bestimmen? — **14.** Man bestimme den Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang des Lichtes aus Glyzerin

*) Ebenso auch für eine sphärische Linse gültig.

**) Auch anwendbar für eine Konkavlinse.

in Luft ($n = 1{,}4705$). — **15.** Man berechne die Größe der Parallelverschiebung, welche ein unter dem Winkel α auf eine planparallele Platte von der Dicke d und dem Brechungsverhältnis n auffallender Strahl erfährt. (Speziell für $d = 3$ *mm*, $\alpha = 30^0$, $n = 1{,}53$.) — **16.** Wie groß ist für ein optisches Prisma vom Brechungsverhältnis n der brechende Winkel, wenn ein auf eine Seitenfläche normal auffallender Strahl an der zweiten Prismenfläche entlang verläuft? — **17.** Wenn ein Lichtstrahl auf die eine Seitenfläche eines Prismas vom brechenden Winkel ω normal auffällt und die zweite unter einem Austrittswinkel α verläßt, wie groß ist das Brechungsverhältnis der betreffenden Glassorte? — **18.** In einem gleichseitigen Steinsalzprisma ist die Minimaldeviation $42^0\,10'$. Wie groß ist das Brechungsverhältnis des Steinsalzes? — **19.** Welches Minimum der Deviation liefert ein Prisma vom brechenden Winkel $\omega = 60^0$, wenn $n = {}^3/_2$ ist? — **20.** Unter welchem Einfallswinkel muß ein Lichtstrahl auf ein Prisma vom brechenden Winkel $\omega = 60^0$ und vom Brechungsverhältnis $n = {}^3/_2$ auffallen, damit er an der zweiten Fläche desselben total reflektiert werde? — **21.** Unter welchem Einfallswinkel trifft ein Lichtstrahl die eine Seitenfläche eines gleichschenkligen Prismas mit einem brechenden Winkel von 40^0 und dem Brechungsverhältnis 1,525, wenn er nach totaler Reflexion an der zweiten Seitenfläche senkrecht auf die Basisfläche des Prismas auffällt? — **22.** Ein gleichseitiges Prisma wird von einem Lichtstrahle unter dem Einfallswinkel von 15^0 getroffen. Man verfolge diesen Lichtstrahl und entscheide die Frage, ob eine farbige Dispersion des Strahles eintritt. — **23.** Welche Deviation erfährt ein Lichtstrahl, welcher parallel zur Hypotenusenfläche auf eine Kathetenfläche eines rechtwinkligen und gleichschenkligen Crownglasprismas auffällt? Erfährt derselbe eine spektrale Zerlegung? ($n = 1{,}54$.) — **24.** Ein Lichtstrahl fällt auf die Hypotenusenfläche eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Prismas normal derartig auf, daß er im weiteren Verlaufe im Innern des Prismas die eine Kathetenfläche trifft; welche Ablenkung erfährt er beim Verlassen des Prismas? — **25.** Wie kann man die Brennweite einer Sammellinse bestimmen? — **26.** Welchen Durchmesser hat das Sonnenbild bei einer Linse von 1 *m* Brennweite? (Vgl. Aufgabe **9.**) — **27.** In welcher Entfernung von einer Sammellinse mit der Brennweite f *cm* ist ein leuchtender Körper aufzustellen, damit sein Bild doppelt so groß werde? — **28.** Welche Brennweite hat eine bikonvexe Linse aus Glas von $n = 1{,}6$, wenn beide Krümmungshalbmesser je 50 *cm* betragen? Welche Brennweite nimmt sie an, wenn man eine ihrer Begrenzungsflächen eben schleift? Welche, wenn man sie hohl mit dem Krümmungsradius 80 *cm* einschleift? — **29.** Wohin muß eine Sammellinse von der Brennweite f gestellt werden, damit auf einem Schirme, der um d von einem Lichtpunkte entfernt ist, von dem letzteren ein deutliches Bild entstehe? (Allgemein zu lösen und zu diskutieren; besondere Werte: $d = 180$ *cm*, $f = 40$ *cm*.) — **30.** Für eine Plankonvexlinse ($n = {}^3/_2$) ist das Bild um 105 *cm* näher an der Linse als der leuchtende Punkt. Wie groß ist die Bildweite, wenn der Krümmungsradius 14 *cm* ist? — **31.** Auf eine Zerstreuungslinse fallen konvergente Strahlen so auf, daß sie nach einem um die doppelte Zerstreuungsweite hinter der Linse befindlichen Punkte der Achse zusammenlaufen. Welchen Weg schlagen sie ein? — **32.** Welche optische Wirkung haben mit Luft gefüllte, ringsum von Wasser umgebene Hohllinsen *a*) von bikonvexer, *b*) von bikonkaver Form? — **33.** Eine Sammellinse hat in der Luft eine Brennweite von $f = 30$ *cm*. Welche Brennweite hat sie im Wasser, wenn als Werte der Brechungsverhältnisse ${}^4/_3$ und ${}^3/_2$ benützt werden? — **34.** Welche Brennweite erzeugen zwei Konvexlinsen von $f_1 = 30$ *cm* und $f_2 = 20$ *cm*, wenn sie *a*) im Abstande von 10 *cm* aufgestellt, *b*) dicht aneinander geschoben werden? — **35.** Was ergibt sich, wenn man eine Konvexlinse mit einer Konkavlinse gleicher Brennweite im Abstande d kombiniert? — **36.** Man bestimme die Brennweite einer Linsenkombination, welche man erhält, wenn man *a*) eine bikonvexe Linse mit einer plankonkaven von gleicher Krümmung und aus derselben Glassorte zusammenlegt, *b*) eine bikonkave Linse mit einer plankonvexen von gleicher Krümmung und aus

derselben Glassorte zusammenlegt? — **37.** Zwei Konvexlinsen von gleicher Brennweite f sind im Abstande ihrer doppelten Brennweite so aufgestellt, daß ihre Achsen zusammenfallen. Welche Gleichung besteht zwischen den Abständen des Gegenstandes und Bildes von den optischen Mittelpunkten beider Linsen? (Diskussion.) — **38.** Welche Fokusdifferenz für rote und für violette Strahlen zeigt eine bikonvexe Flintglaslinse von 40 *cm* Krümmungsradius hinsichtlich eines 50 *cm* weit entfernten weißen Lichtpunktes? ($n_r = 1{,}53$, $n_v = 1{,}55$.) — **39.** Welche Brennweite muß das Projektionslinsensystem eines Skioptikons erhalten, wenn auf 5 *m* Distanz die Bilder 20fache Linearvergrößerung zeigen sollen? — **40.** Welche Vergrößerung gibt eine Linse von 3 *cm* Brennweite *a*) für ein normales ($s = 25$ *cm*), *b*) für ein kurzsichtiges ($s = 12$ *cm*), *c*) für ein weitsichtiges ($s = 36$ *cm*) Auge? — **41.** Die Brennweite des Objektivs eines zusammengesetzten Mikroskopes ist 4 *mm*, jene des Okulars 80 *mm*; die Entfernung des Objektes vom Objektiv beträgt 6 *mm*. Wie groß muß man den Abstand beider Linsen für eine deutliche Sehweite von 240 *mm* wählen? Wie groß ist die Linearvergrößerung? — **42.** Vergrößerung, Instrumentenlänge und Gesichtsfeldwinkel eines astronomischen Fernrohrs ist für ein „auf Unendlich“ eingestelltes Auge aus den Brennweiten des Objektivs und Okulars ($F = 2$ *m*, $f = 2{,}5$ *cm*) und aus dem Okulardurchmesser $d = 3{,}2$ *cm* zu berechnen. — **43.** In welche Entfernung muß man das Okular ($f = 6$ *cm*) zum Objektiv ($F = 100$ *cm*) eines astronomischen Fernrohres bringen, um mit normalem Auge ($s = 24$ *cm*) ein weitentferntes Objekt deutlich sehen zu können? Welche Vergrößerungszahl hat das Instrument? — **44.** Das Objektiv eines astronomischen Fernrohrs hat 1,8 *m*, sein Okular 6 *cm* Brennweite. In welche Entfernung sind beide Linsen zu bringen, damit man einen 18 *m* weit entfernten Gegenstand sehen kann, und welche Vergrößerung erhält man dabei? ($s = 24$ *cm*.) — **45.** Vergrößerungszahl, Instrumentenlänge und Gesichtfeldwinkel eines Galileischen Fernrohres für ein „auf Unendlich“ akkommodiertes Auge aus den Brennweiten des Objektivs und Okulars ($F = 30$ *cm*, $f = -6$ *cm*) und einem Pupillendurchmesser von 3 *mm* zu berechnen. — **46.** Welche Entfernung vom Objektiv muß man dem Okular eines Galileischen Fernrohres geben, um einen weitentfernten Gegenstand deutlich zu sehen? (Brennweiten $F = 40$ *cm*, $f = -8$ *cm*; deutliche Sehweite $s = 24$ *cm*.) Welche Vergrößerungszahl hat das Instrument? — **47.** Wie groß ergibt sich die Wellenlänge für rotes und für violettes Licht, wenn bei einem 0,5 *mm* breiten Spalt und 1,5 *m* Schirmabstand die ersten dunklen Streifen rechts und links bei rotem Lichte 4 *mm*, bei violettem 2,8 *mm* voneinander abstanden? — **48.** Zur Erklärung der Schlußbemerkungen in Art. **253** berechne man, welchen Weg die Strahlen der untergehenden Sonne in einer dem Erdboden anliegenden Schicht von 1 *km* (2 *km*) [h *km*] Höhe zu durchlaufen haben.

ANHANG.

Die Grundlehren der Chemie.

261. Aufgabe der Chemie. Synthese. Analyse. Elemente. Die Chemie ist die Wissenschaft vom Stoffe und seinen Änderungen. (Vgl. Art. 1.)

Änderungen des Stoffes können eintreten, wenn zwei oder mehrere Körper unter bestimmten Bedingungen zusammenkommen. In diesem Falle können sie entweder ihre Eigenschaften unverändert beibehalten und ein (mechanisches) Gemenge bilden oder es können neue Körper mit wesentlich verschiedenen Eigenschaften entstehen. Man sagt im letzteren Falle, es hat eine chemische Verbindung (Synthese) stattgefunden.

Schwefelpulver und Eisenpulver, im Gewichtsverhältnisse 4 : 7 miteinander innig gemischt, bilden ein grünlichgraues Gemenge, in welchem die Bestandteile noch immer voneinander getrennt werden können. Das Eisen kann mit dem Magnete entfernt oder durch Schlämmen abgesondert werden; der Schwefel läßt sich durch Schwefelkohlenstoff auflösen und so vom Eisen trennen. Erwärmt man aber das Gemenge an einer Stelle, so beginnt es nach einiger Zeit zu erglühen; das Glühen setzt sich — auch nach Entfernung der erwärmenden Flamme — durch die ganze Masse fort und es entsteht ein neuer Stoff (Schwefeleisen), welcher weder die Eigenschaften des Eisens noch jene des Schwefels mehr besitzt; denn dieser Stoff wird weder vom Magnete angezogen, noch läßt sich aus demselben der Schwefel durch Behandlung mit Schwefelkohlenstoff ausscheiden.

Bei dem eben beschriebenen Versuche wurde das Eintreten der Synthese durch die physikalische Ursache der Erwärmung veranlaßt. In vielen Fällen genügt die bloße Berührung der sich verbindenden Stoffe (z. B. bei der Änderung, welche die unedlen Metalle an der Luft erfahren). Andere physikalische Veranlassungen der Synthese sind die Berührung in fein verteiltem Zustande (z. B. beim Einstreuen von Antimonpulver in Chlorgas, wobei die erglühenden Antimonteilchen einen dicken, weißen Rauch von Antimonpentachlorid bilden), welche Berührung auch bei einer Vereinigung der Körper im gelösten Zustande eintritt (durch Mischen einer wässerigen Quecksilberchloridlösung mit einer ebensolchen tropfenweise zugefügten Jodkaliumlösung fällt rotes Quecksilberjodid heraus); ferner kann die Synthese veranlaßt werden durch Schlag und Stoß (Explosion eines Gemenges von gepulvertem, chlorsaurem Kali und Schwefel), durch Belichtung (aus einem Gemenge von 1 Raumteil Chlorgas und 1 Raumteil Wasserstoff entstehen unter Explosion 2 Raumteile Chlorwasserstoff), durch Hindurchschlagen

eines elektrischen Funkens (aus einem Knallgasgemenge von 1 Raumteil Sauerstoff mit 2 Raumteilen Wasserstoff entstehen dabei unter Explosion 2 Raumteile Wasserdampf) u. s. w.

Die Ursache der Synthese von Stoffen sucht man in einer diesen Stoffen innewohnenden, uns weiter völlig unbekannten Kraft, welche man Affinität oder auch chemische Anziehungskraft nennt.

Umgekehrt können aber viele Stoffe in andere zerlegt werden, welche voneinander und von dem ursprünglichen Stoffe wesentlich verschieden sind. Man nennt diesen Vorgang eine chemische Zerlegung (Analyse).

Wird rotes Quecksilberoxyd in einer schwer schmelzbaren Proberöhre erhitzt, so zerfällt es in Quecksilber, das sich als metallischer Spiegel an den kalten Stellen der Röhre verdichtet, und in Sauerstoff, der aus der Röhre entweicht und durch die Entflammung eines in die Röhre eingeführten, glimmenden Holzspanes nachgewiesen werden kann.

Sowie die Synthese kann auch die Analyse infolge einer physikalischen Veranlassung eintreten; sie kann z. B. durch Erwärmung (im obigen Falle) durch Belichtung (Schwärzung der Haloidsalze des Silbers durch ausgeschiedenes Silber), durch den elektrischen Funken (aus 2 Raumteilen Ammoniakgas entstehen beim länger dauernden Durchschlagen von Funken 3 Raumteile Wasserstoff und 1 Raumteil Stickstoff, also im ganzen 4 Raumteile des Gasgemenges), durch den galvanischen Strom (bei der Elektrolyse, Art. **191**) veranlaßt werden u. s. w.

Stoffe, deren Zerlegung in andere, voneinander verschiedene Bestandteile bisher nicht gelungen ist, werden als Grundstoffe oder Elemente (auch einfache Radikale) bezeichnet. Man kennt deren bisher ungefähr 70, welche Zahl sich mit der Zeit noch vergrößern dürfte. Eine Überführung eines dieser Stoffe in einen anderen gelingt nicht; sie sind auch in dieser Hinsicht „Grundstoffe", aus welchen sich alle anderen Stoffe aufbauen und in welche sich alle Stoffe zerlegen lassen.

262. Grundgesetze der chemischen Verbindungen. Bei allen Vorgängen der Natur, welche Gegenstand naturwissenschaftlicher Betrachtung sein können, hat sich stets ergeben, daß die gesamte Masse aller bei diesen Vorgängen beteiligten Körper unverändert bleibt. Dieses Gesetz von der Konstanz der Masse spricht sich auch hinsichtlich aller chemischen Synthesen und Analysen in den Worten aus: Bei jedem chemischen Prozesse bleibt das Gesamtgewicht aller dabei beteiligten Stoffe unverändert. (Gesetz von der Erhaltung des Stoffes oder der Materie. Erstes chemisches Grundgesetz.) Es ist uns Menschen also ebenso unmöglich, Stoff zu zerstören, wie es uns unmöglich ist, solchen aus Nichts zu schaffen. (Vgl. Art. **99**.)

Beim Brennen einer Kerze verschwindet wohl ihre Materie; dagegen entstehen aber gasförmige Produkte (Wasserdampf, Kohlendioxyd), deren gesamte Gewichtsmenge genau dem Gewichte der verbrauchten Kerzensubstanz und des aus der Luft zur Verbrennung benötigten Sauerstoffes entspricht. — Das Gesetz der Erhaltung der Materie beherrscht alle chemischen Erscheinungen in

ähnlicher Weise, wie dies bei dem Gesetz der Erhaltung der Energie hinsichtlich der physikalischen Erscheinungen der Fall ist.

Die Elemente verbinden sich in jeder chemischen Verbindung nur nach bestimmten, unveränderlichen Gewichtsverhältnissen. (Gesetz der konstanten Proportionen. Zweites chemisches Grundgesetz.)

Mengt man Schwefel und Eisen bei dem im Art. **261** beschriebenen Versuche in einem anderen Verhältnisse als 4 : 7, so ist der betreffende Überschuß des einen Stoffes an dem Verbindungsprozesse unbeteiligt und bleibt daher auch unverändert. Man hat die Gewichtsmengen verschiedener Elemente bestimmt, die sich mit einem Gewichtsteil Wasserstoff zu verbinden vermögen, und nennt diese Gewichtsmengen die Verbindungsgewichte der betreffenden Substanzen. So vereinigen sich z. B. immer 35,5 Gewichtsteile Chlor mit 1 Gewichtsteil Wasserstoff zu 36,5 Gewichtsteilen Chlorwasserstoff. Das Verbindungsgewicht des Chlorgases ist demnach 35,5. (Vgl. Art. **266**.)

Verbinden sich zwei Elemente in mehr als einem Gewichtsverhältnisse zu natürlich verschiedenen Verbindungen, so verbinden sie sich immer nur im Verhältnisse einfacher (rationaler) Vielfacher (Multipla) des kleinsten Gewichtsverhältnisses. (Gesetz der multiplen Proportionen. Drittes chemisches Grundgesetz.)

Im künstlich erzeugten Schwefeleisen (Art. **261**) sind mit je 7 *g* Eisen immer 4 *g* Schwefel verbunden. Im natürlich vorkommenden Schwefelkies oder Pyrit kommen dagegen auf je 7 *g* Eisen immer 8 *g* (also zweimal 4 *g*) Schwefel. Dieses Beispiel zeigt, daß sich Eisen und Schwefel in zwei verschiedenartigen Verbindungen (Sulfiden) vereinigen können, von welchen das erstere als Eisenmonosulfid, das letztere als Eisendisulfid bezeichnet wird.

Gasförmige Stoffe vereinigen sich immer nach einfachen Volumverhältnissen, wobei das Volumen des zusammengesetzten Gases im einfachen Verhältnisse zum Volumen seiner Bestandteile steht. (Gesetz der bestimmten Volumverhältnisse. Viertes chemisches Grundgesetz.)

So vereinigt sich immer 1 Volumteil Chlor mit 1 Volumteil Wasserstoff zu 2 Volumteilen Chlorwasserstoff, 1 Volumteil Sauerstoff mit 2 Volumteilen Wasserstoff zu 2 Volumteilen Wasserdampf, 1 Volumteil Stickstoff mit 3 Volumteilen Wasserstoff zu 2 Volumteilen Ammoniak etc.

263. Atome. Atomgewicht. Molekulargewicht. Die im vorigen Artikel besprochenen chemischen Grundgesetze finden eine recht einfache und zwanglose Erklärung durch die von Dalton*) zu Beginn des XIX. Jahrhunderts aufgestellte atomistische Hypothese.

Im Art. **60** wurden als Grenze der Teilbarkeit die kleinsten, in physikalischem Sinne unteilbaren Massenteilchen oder Moleküle eines Körpers an-

*) John **Dalton,** geb. 1766 zu Eaglesfield in Cumberland, gest. 1844 zu Manchester, war einige Zeit Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften in Manchester und hielt dann abwechselnd in den meisten größten Städten Großbritanniens Vorlesungen über Chemie.

genommen. Jedes Molekül eines chemisch zusammengesetzten Körpers muß dann aber selbst aus noch kleineren, voneinander stofflich verschiedenen Teilchen bestehen. Ein Molekül Quecksilberoxyd muß beispielsweise neben Quecksilberteilchen noch Sauerstoffteilchen enthalten, deren Trennung jedoch nicht mehr auf mechanischem, sondern nur auf chemischem Wege gelingt. Diese kleinsten Massenteilchen, welche weder in physikalischem noch in chemischem Sinne teilbar sind, heißen Atome (unteilbare Massenteilchen).

Mit der Anschauung, daß der Stoff aus Atomen besteht, verknüpft die atomistische Hypothese ferner die naheliegende Annahme, daß die Atome eines und desselben Elementes gleichartig sind, also für einen und denselben Stoff gleiche Größe und auch gleiches Gewicht besitzen, wogegen die Atome verschiedener Elemente verschiedene Größe und verschiedenes Gewicht besitzen können. Das ungemein kleine absolute Gewicht der Atome vermag man natürlich nicht zu bestimmen. Doch ist es möglich, aus den Verbindungsgewichten und aus der mutmaßlichen Anzahl der Atome, welche ein Molekül einer Verbindung bilden, das Verhältnis der Atomgewichte zueinander abzuleiten. So ergibt sich beispielsweise immer, daß in 9 Gewichtsteilen Wasser 8 Gewichtsteile Sauerstoff und 1 Gewichtsteil Wasserstoff enthalten ist. Da man ferner Grund hat, anzunehmen, daß in einem Molekül Wasser 1 Atom Sauerstoff und 2 Atome Wasserstoff enthalten sind, so müssen in n Molekülen Wasser n Sauerstoffatome und $2n$ Wasserstoffatome vorkommen. Nach obigem muß sich dann das Gewicht dieser n Sauerstoffatome zu jenem der $2n$ Wasserstoffatome wie $8:1$ verhalten; es muß also ein Sauerstoffatom 16mal so schwer sein als ein Wasserstoffatom. Weil nun von allen Elementen der Wasserstoff der spezifisch leichteste Körper ist, hat man sein Atomgewicht als Einheit eingeführt. In diesem Sinne ist daher das Atomgewicht des Sauerstoffes $= 16$ (genauer 15,96; vgl. Art. **265**).

Das Molekulargewicht eines Stoffes ergibt sich durch Addition der Atomgewichte der im betreffenden Stoffe enthaltenen Atome. Das Molekulargewicht des Wassers muß somit $16 + (2 \times 1) = 18$ betragen.

264. Chemische Symbole und Formeln. Nach dem Vorgange des großen schwedischen Chemikers Berzelius*) pflegt man jedes Element in der chemischen Zeichensprache durch ein Symbol auszudrücken. Als dasselbe benützt man die Anfangsbuchstaben der griechischen oder lateinischen Namen der Elemente; so erhält beispielsweise der Sauerstoff das Symbol O (von **O**xygenium), der Kohlenstoff das Symbol C (von Carbonium), das Calcium das Symbol Ca, das Chlor das Symbol Cl u. s. w.

Die folgende Tabelle gibt die Namen, Symbole und Atomgewichte der wichtigsten Grundstoffe an.

*) Johann Jakob Freih. v. **Berzelius**, geb. 1779 zu Wersterlösa in Ostgotland, gest. 1848 in Stockholm, ein berühmter Arzt und Chemiker, der unter anderem zahlreiche Grundstoffe darstellte.

Namen der Elemente	Zeichen	Atom-gewichte	Namen der Elemente	Zeichen	Atom-gewichte
Aluminium	*Al*	27	Natrium	*Na*	23
Antimon (Stibium)	*Sb*	120	Nickel	*Ni*	59
Arsen	*As*	75	Osmium	*Os*	190,3
Baryum	*Ba*	137,4	Palladium	*Pd*	106,4
Blei (Plumbum)	*Pb*	207	Phosphor	*P*	31
Bor	*B*	11	Platin	*Pt*	194,5
Brom	*Br*	80	Quecksilber (Hydrargyrum)	*Hg*	200
Caesium	*Cs*	133	Rubidium	*Rb*	85,2
Calcium	*Ca*	40	Sauerstoff (Oxygenium)	*O*	15,96 (rund 16)
Cer	*Ce*	139,1	Schwefel (Sulfur)	*S*	32
Chlor	*Cl*	35,5	Selen	*Se*	79
Chrom	*Cr*	52	Silber (Argentum)	*Ag*	108
Eisen (Ferrum)	*Fe*	56	Silicium	*Si*	28,3
Fluor	*F* u. *Fl*	19	Stickstoff (Nitrogenium)	*N*	14
Gold (Aurum)	*Au*	197	Strontium	*Sr*	87,4
Indium	*In*	114	Thallium	*Tl*	204
Iridium	*Ir*	192,5	Thor	*Th*	230,87
Jod	*J*	127	Uran	*U* u. *Ur*	239
Kalium	*K*	39	Wasserstoff (Hydrogenium)	*H*	1
Kobalt (Cobaltum)	*Co*	59,4	Wismut (Bismutum)	*Bi*	208,4
Kohlenstoff (Carbonium)	*C*	12	Zink	*Zn*	65
Kupfer (Cuprum)	*Cu*	63,5	Zinn (Stannum)	*Sn*	119
Lithium	*Li*	7			
Magnesium	*Mg*	24,3			
Mangan	*Mn*	55			

Jedes chemische Symbol bedeutet gleichzeitig auch ein Atom des betreffenden Elementes und auch sein Atomgewicht. — Jedes Molekül einer chemischen Verbindung wird durch eine Formel bestimmt. So bedeutet H_2SO_4 ein Molekül der Schwefelsäure; wir lesen aus dieser Formel heraus, daß das Molekül der Schwefelsäure 2 Atome Wasserstoff, 1 Atom Schwefel und 4 Atome Sauerstoff enthält. H_2SO_4 stellt zugleich auch das Molekulargewicht der Schwefelsäure ($2 \times 1 + 32 + 4 \times 16 = 98$) vor. Die Anzahl der Moleküle wird durch einen vorangeschriebenen Koeffizienten bezeichnet; $3\,H_2SO_4$ stellt also 3 Moleküle Schwefelsäure vor.

Die eben mitgeteilte Formel der Schwefelsäure wird als eine empirische bezeichnet, d. h. sie gibt uns nur an, wie viele und welche Atome in einem Molekül vereinigt sind. Im Gegensatze dazu deuten die theoretischen oder Konstitutionsformeln auch an, wie man sich die Gruppierung der Atome innerhalb eines Moleküls vorstellt. Die theoretische Formel der Schwefelsäure wird meist in der Form $SO_2 < {HO \atop HO}$ geschrieben, wodurch angedeutet werden soll, daß eine bestimmte charakteristische Atomgruppe

SO_2 sich mit anderen Atomgruppen HO (Hydroxylgruppen) nach einer bestimmten Gesetzmäßigkeit verbunden hat.

Als chemische Isomerie bezeichnet man die Erscheinung, daß Körper bei gleicher chemischer Zusammensetzung ungleiche chemische Eigenschaften zeigen. Ein Beispiel der Isomerie, von welcher die Chemie verschiedene Fälle unterscheidet, bildet der Traubenzucker, dessen empirische Formel $C_6 H_{12} O_6$ lautet, und die Essigsäure, deren empirische Formel $C_2 H_4 O_2$ ist. Trotzdem in beiden Stoffen die relative Zusammensetzung der vorkommenden Elemente C, H und O dieselbe ist, sind beide Stoffe völlig voneinander verschieden, was in diesem Falle auf die verschiedene Größe des Moleküls zurückzuführen ist. Man sieht zugleich, daß es nicht immer gestattet ist, arithmetische Operationen an chemischen Formeln vorzunehmen. Würde man z. B. statt $3\,C_2 H_4 O_2$ schreiben $C_6 H_{12} O_6$, so wäre dies falsch; denn 3 Moleküle Essigsäure können niemals ein Molekül Traubenzucker ergeben.

Jeden chemischen Prozeß drückt man in der Form einer Gleichung aus, welche man nach Art einer Addition anschreibt. Links vom Gleichheitszeichen werden die aufeinanderwirkenden Körper als Summanden in ihren notwendigen molekularen Mengen aufgeschrieben, während rechts vom Gleichheitszeichen die entstehenden Produkte wieder in ihren molekularen Mengen erscheinen. So bedeutet z. B. $Fe + S = FeS$ die Synthese des Eisens mit dem Schwefel zu Eisenmonosulfid (vgl. Art. **261**), wogegen die Formel $CaCO_3 = CaO + CO_2$ den Prozeß der Analyse des Calciumcarbonates in Calciumoxyd und Kohlendioxyd bedeutet; dieser letztere Prozeß tritt beim „Brennen des Kalkes" ein.

Die Kenntnis der Atomgewichte in Verbindung mit der chemischen Formel setzt uns in den Stand, die Gewichtsmengen der einzelnen Stoffe zu berechnen, welche einer gegebenen chemischen Formel entsprechen, oder auch umgekehrt aus den bekannten Gewichtsmengen der Bestandteile die chemische Formel zu ermitteln. (Stöchiometrie.)

Man kann z. B. auf Grund der obigen Formel berechnen, um wie viel 200 *kg* Calciumcarbonat (Kalkstein) beim „Brennen" leichter werden. Führt man in die Formel $CaCO_3 = CaO + CO_2$ die Atomgewichtszahlen ein, so ergibt sich $100 = 56 + 44$. Aus 100 Gewichtsteilen Kalkstein entweichen also 44 Gewichtsteile Kohlendioxyd, aus 200 *kg* Kalkstein also 88 *kg* Kohlendioxyd.

265. Das Gesetz von Avogadro. Die übereinstimmenden physikalischen Eigenschaften, welche alle Gase zeigen (vgl. Art. **81**, **93—95**, **98**, **101**) deuten auf eine gleiche innere Struktur aller Gase hin, welche der italienische Physiker Avogadro im Jahre 1811 in Form des folgenden Gesetzes aussprach: Gleiche Volumina verschiedener (einfacher und zusammengesetzter) Gase enthalten unter denselben Verhältnissen des Druckes und der Temperatur eine gleiche Anzahl Moleküle. (Gesetz von Avogadro.)

Dieser Satz ist nur eine logische Folgerung der mechanischen Gastheorie. Nach derselben müssen gleiche Volumina verschiedener Gase dann gleiche Temperatur besitzen, wenn die mittlere Wucht ihrer einzelnen Moleküle dieselbe ist (Art. **100**). Da nun aber in diesem Falle die beiden Gasvolumina auch

gleichen Druck auf die einschließenden Wände ausüben (Art. **95**), müssen in den beiden gleichen Gasvolumen gleich viele Moleküle vorhanden sein, von welchen ja jedes einzelne dieselbe Wucht besitzt.

Das Gesetz von Avogadro vermag nun in ungezwungener Weise das vierte chemische Grundgesetz, das Gesetz der bestimmten Volumverhältnisse, zu erklären. Dieser Erklärung möge der folgende Versuch vorangehen. In ein starkwandiges, an einem Ende zugeschmolzenes Glasrohr sind nahe dem zugeschmolzenen Ende zwei Platindrähte eingeschmolzen, um zwischen denselben den elektrischen Funken überspringen zu lassen. Ein so vorbereitetes Rohr soll in der Folge immer als Eudiometerrohr bezeichnet werden. Das Rohr wird mit Quecksilber gefüllt und ähnlich wie beim Torricellischen Versuche in ein Gefäß mit Quecksilber gestellt. Nachdem man etwas konzentrierte Schwefelsäure (etwa 1 cm^3) in das Eudiometer eingebracht hat*), leitet man zuerst ein Volumen Chlor und dann ein Volumen Wasserstoff in dasselbe ein, was bei gedämpftem Lichte geschehen muß (Art. **261**). Nachdem der Stand des Quecksilbers, welches etwa 20 cm unter dem geschlossenen Ende stehen mag, durch einen Gummiring markiert ist und die Gase sich gemischt haben, entzündet man durch einen elektrischen Funken das Gasgemisch. Unter Feuererscheinung verbinden sich die Gase zu Chlorwasserstoff, das Quecksilber sinkt einen Augenblick, steigt aber dann wieder genau bis an die Marke empor. Der Versuch beweist also, daß 1 Volumen Chlor und 1 Volumen Wasserstoff sich zu 2 Volumen Chlorwasserstoff vereinigen. Wenn also anfänglich n Moleküle Chlorgas und — nach dem Avogadroschen Gesetze — auch n Moleküle Wasserstoff vorhanden waren, so müssen nun — nach demselben Gesetze — auch im ganzen $2n$ Moleküle Chlorwasserstoff vorhanden sein. Es ist dies nur möglich, wenn sich bei dem Prozesse sowohl das Wasserstoff- als auch das Chlormolekül in je zwei Teile gespalten hat, von welchen Teilen je ein Paar miteinander vereinigt ein Molekül Chlorwasserstoff ergeben. Schematisch stellt sich dies in der Form dar:

$$\boxed{Cl \mid Cl} + \boxed{H \mid H} = \boxed{H \mid Cl} + \boxed{H \mid Cl}$$

Da nun kein chemischer Prozeß bekannt ist, bei welchem sich jene Moleküle in mehr als zwei Teile spalten, so wird ein solcher Teil als Atom angesehen und somit angenommen, daß jedes Molekül eines einfachen Gases aus zwei Atomen besteht. Nun ist es aber auch vollkommen erklärlich, wieso Chlor und Wasserstoff sich immer nur im Volumverhältnisse 1 : 1 verbinden.

Eine weitere Bestätigung der Annahme, daß das Molekül eines einfachen Gases aus (zwei) Atomen besteht, liegt in der oft zu beobachtenden Tatsache, daß ein Gas im

*) Das Einbringen von Schwefelsäure ist nötig, um das Quecksilber vor der direkten Berührung mit dem Chlorgase zu schützen (vgl. Art. **269**, 2).

Momente des Entstehens (in statu nascendi) viel kräftigere Wirkungen hervorbringt als das freie Gas. Im freien Gase sind nämlich die beiden Atome jedes Moleküls mit einer gewissen Kraft aneinandergebunden, welche, wenn diese Atome mit anderen zu den Molekülen einer Verbindung sich vereinigen sollen, erst überwunden werden muß. Im Momente dagegen, wo sich die Atome aus einer chemischen Verbindung loslösen (in statu nascendi), treten sie mit ihrer ganzen ungefesselten Affinität auf.

Da das Atomgewicht des Wasserstoffes mit 1 angenommen wird,*) so ist somit sein Molekulargewicht 2 und das Molekulargewicht jedes Gases gleich seiner doppelten auf Wasserstoff bezogenen Dichte, das Atomgewicht daher gleich der auf Wasserstoff bezogenen Dichte. Die Bestimmung des Atomgewichtes eines Gases fällt also zusammen mit der Bestimmung der Dampfdichte. (Vgl. die Tabelle in Art. **96** sowie den Schluß des Art. **106**.)

Ähnliche Betrachtungen lassen sich nun auch hinsichtlich anderer zusammengesetzter Gase aufstellen. Im folgenden mag noch ein derartiges Beispiel seiner besonderen Wichtigkeit halber besprochen werden.

Ein U-förmig gebogenes Eudiometerrohr, welches nahe der Krümmung einen Glashahn besitzt und dessen geschlossener Schenkel mit einem Mantelrohr zum Durchleiten von Wasserdampf (ähnlich wie in Fig. 198 a. S. 148) umgeben ist, wird zuerst mit Quecksilber gefüllt und dann elektrolytisch entwickeltes Knallgas (ein Gemenge aus zwei Volumteilen Wasserstoff und einem Volumteil Sauerstoff) in den geschlossenen Schenkel eingeleitet. Nachdem längere Zeit Wasserdampf durch das Mantelrohr hindurchgeleitet wurde und der Stand des Quecksilbers sich nicht mehr ändert, darf man annehmen, daß die eingeschlossene Knallgasatmosphäre genau die Temperatur von 100° C. angenommen hat. Durch Nachgießen, beziehungsweise Ablassen von Quecksilber kann das Quecksilber nun auch im offenen Schenkel auf gleiche Niveauhöhe gebracht werden, so daß das eingeschlossene Gas dann unter dem äußeren Luftdrucke steht. Durch Hindurchschlagen eines elektrischen Funkens vereinigen sich nun die Gase unter Feuererscheinung zu Wasserdampf, der ein kleineres Volumen als früher das Knallgas einnimmt. Stellt man durch Nachgießen von Quecksilber in den offenen Schenkel den ursprünglich vorhandenen Druck wieder her, so nimmt der entstandene Wasserdampf genau zwei Drittel des anfänglichen Knallgasvolumens ein. Im Hinblicke auf das Gesetz von Avogadro ist diese Volumsverminderung vollständig erklärlich, wenn wir annehmen, daß das Wasserdampfmolekül oder — was ja dasselbe ist — das Wassermolekül aus zwei Atomen Wasserstoff und einem Atome Sauerstoff besteht, also der Formel H_2O entspricht. Das folgende Schema macht dies sofort klar:

$$\boxed{H \quad H} + \boxed{H \quad H} + \boxed{O \quad O} = \boxed{\frac{H}{H} \quad O} + \boxed{\frac{H}{H} \quad O}$$

*) Nimmt man das Atomgewicht des Wasserstoffes mit 1 an, so beträgt das Atomgewicht des Sauerstoffes nicht genau 16, sondern 15,96. In neuerer Zeit wird jedoch häufig das Atomgewicht des Sauerstoffes mit genau 16 den übrigen Atomgewichten zu grunde gelegt; dann beträgt das Atomgewicht des Wasserstoffes 1,01. Der Grund, warum die neuere Chemie den Sauerstoff hinsichtlich der Atomgewichtsbestimmung als „Normalelement" annimmt, ist der, daß sich Sauerstoff mit allen Elementen vereinigt und die betreffenden Verbindungsgewichte sich dabei genau und direkt bestimmen lassen. Dagegen kann das Verbindungsgewicht eines Metalles mit dem Wasserstoffe, z. B. dasjenige des Kaliums, da sich dieses Element mit Wasserstoff nicht vereinigt, nur indirekt gefunden werden, indem man sein Verbindungsgewicht zum Chlor bestimmt, dessen Verbindungsgewicht zum Wasserstoff bekannt ist.

Durch ähnliche Versuche hat man gefunden, daß das Ammoniakgas die Formel NH_3, das Grubengas (Sumpfgas) die Formel CH_4 hat.

Man versuche, den Nachweis hinsichtlich des Ammoniaks aus der im Art. 261 erwähnten Analyse des Ammoniakgases durch den elektrischen Funken und hinsichtlich des Grubengases (Methan) aus der Tatsache zu folgern, daß im Eudiometer 1 Volumen Grubengas und 2 Volumina Sauerstoff zu 1 Volumen Kohlendioxyd und 2 Volumteilen Wasserdampf verbrennen, indem man für jeden Prozeß ein dem obigen ähnliches Schema aufstellt.

Das im Art. **97** und **98** mitgeteilte, von Dulong und Petit herrührende Gesetz gestattet eine wichtige Kontrolle der anderweitig bestimmten Atomgewichte.

266. Wertigkeit oder Valenz. Äquivalentgewicht. Von den Verbindungen, welche die Elemente Chlor, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenstoff mit dem Wasserstoff bilden, gibt es, wie die Erfahrung lehrte, keine, die mehr Wasserstoff enthalten würde als:

Chlorwasserstoff........ HCl,
Wasser............... H_2O,
Ammoniak .... NH_3,
Methan............... CH_4.

Man bezeichnet nun das Chlor als einwertig, den Sauerstoff als zweiwertig, den Stickstoff als dreiwertig, den Kohlenstoff als vierwertig, indem man von der Tatsache ausgeht, daß ein Atom jedes dieser Elemente maximal nur 1, beziehungsweise 2, 3, 4 Atome Wasserstoff an sich zu binden fähig sei. Die Wertigkeit oder Valenz eines Elementes ist also durch die größte Anzahl der Wasserstoffatome angegeben, welche ein Atom dieses Elementes zu binden vermag.

Da aber nicht alle Elemente die Fähigkeit haben, sich mit dem Wasserstoffe zu verbinden, bestimmt man in einem solchen Falle die Wertigkeit aus der Verbindung mit einem Elemente von bereits bekannter Wertigkeit.

So sind z. B. direkt durch ihre Verbindung mit Wasserstoff bestimmbar, und zwar als einwertig: *Cl*, *J*, *Br*, *F*; als zweiwertig: *O*, *S*; als dreiwertig: *N*, *P*, *As*; als vierwertig: *C*, *Si*. — Einwertige Elemente, die zwar nicht direkt mit dem Wasserstoff, wohl aber mit Chlor (und hierdurch indirekt mit dem Wasserstoff) verglichen werden können, sind, und zwar einwertige: *K*, *Na*, *Li*; zweiwertige: *Ca*, *Sr*, *Ba* u. s. w.

Als Äquivalentgewicht eines Stoffes bezeichnet man diejenige Gewichtsmenge eines Elementes, welche für einen Gewichtsteil Wasserstoff in eine Verbindung eintreten kann. Bei den einwertigen Elementen fällt dieses Äquivalentgewicht also mit dem Atomgewichte zusammen. Bei den zweiwertigen Elementen ist das Äquivalentgewicht die Hälfte des Atomgewichtes, bei dreiwertigen sein dritter Teil u. s. w. Allgemein wird also das Äquivalentgewicht immer gefunden, indem man das Atomgewicht durch die Wertigkeitszahl dividiert.

267. Einteilung der Chemie. Man pflegt die Chemie in zwei Hauptabschnitte zu teilen. Der erste von beiden behandelt sämtliche Elemente und ihre Verbindungen, mit Ausnahme des größten Teiles der Kohlenstoffverbindungen; da alle hierher gehörigen Stoffe entweder direkt aus dem Mineralreiche stammen oder aus solchen abgeleitet werden können, wird dieser Teil als Mineralchemie oder anorganische Chemie bezeichnet. Der zweite Hauptabschnitt hatte ursprünglich die Untersuchung der in den lebenden Organismen vorkommenden oder aus ihnen abgeleiteten Stoffe zur Aufgabe und wurde daher als organische Chemie bezeichnet. Da aber alle hierher gehörigen Stoffe sowie sehr viele seither künstlich dargestellte Körper immer den Kohlenstoff als wesentlichen Bestandteil enthalten, wurde die früher mitgeteilte Bezeichnung fallen gelassen und der betreffende Hauptabschnitt als Chemie der Kohlenstoffverbindungen bezeichnet; von den letzteren behandelt daher die anorganische Chemie nur eine sehr geringe Zahl.

268. Einteilung der Grundstoffe (Elemente). Mit Rücksicht auf ihr verschiedenes physikalisches und chemisches Verhalten teilt man die Elemente in die beiden Hauptgruppen der Metalloide und der Metalle. Die Metalloide, welche teils gasförmig, teils flüssig oder fest sind, zeigen im letzteren Falle wenig Glanz, ferner geringes Leitungsvermögen für Wärme und Elektrizität. In chemischer Hinsicht bilden sie mit Wasserstoff flüchtige, meist gasförmige Verbindungen; ihre Sauerstoffverbindungen bilden mit Wasser vorzugsweise Körper, welche man Säuren nennt. Sie werden als elektronegative Körper bezeichnet, weil sie durch den galvanischen Strom zumeist am positiven Pole ausgeschieden werden. Im Gegensatze dazu verbinden sich die Metalle mit Wasserstoff nicht oder mindestens nicht zu flüchtigen Verbindungen; ihre Sauerstoffverbindungen bilden mit Wasser vorzugsweise Körper, welche Basen heißen. Die Metalle sind elektropositiv, weil sie durch den galvanischen Strom am negativen Pole ausgeschieden werden. Eine scharfe Grenze zwischen beiden Gruppen läßt sich indessen nicht feststellen. So zeigt z. B. das Antimon äußerlich die Eigenschaften der Metalle, verhält sich aber in chemischer Beziehung wie ein Metalloid. Anderseits nähert sich der Wasserstoff, ein gasförmiges Element in seinem chemischen Verhalten den Metallen, insbesondere dadurch, daß er elektropositiv ist.

269. Die wichtigsten Metalloide und ihre Verbindungen.

1. Der Wasserstoff, H, ist ein farb- und geruchloses Gas von der Dichte 0,06925, kommt unter anderem frei in Vulkangasen, hauptsächlich aber an Sauerstoff gebunden im Wasser und in den organischen Verbindungen vor. Er kann aus dem Wasser gewonnen werden, indem man den Sauerstoff durch leicht oxydierbare Metalle vom Wasserstoff losreißt. In diesem Sinne zersetzen Kalium und Natrium durch Sauerstoffentzug das Wasser nach den Formeln: $2 H_2 O + K_2$

$= 2\,KOH + H_2$ und $2\,H_2O + Na_2 = 2\,NaOH + H_2$, wobei Kaliumhydroxyd, beziehungsweise Natriumhydroxyd in Lösung geht und der freiwerdende Wasserstoff infolge der bei der Oxydation freiwerdenden Wärme zur Entzündung kommt. Auch durch Überleiten von Wasserdampf über glühendes Eisen (Lavoisier,*) 1783) entsteht Wasserstoff nach der Formel $3\,Fe + 4\,H_2O = Fe_3O_4 + 4\,H_2$. Am gebräuchlichsten ist jedoch die Darstellung aus Zink oder Eisen mit verdünnter Schwefel- oder Salzsäure, wodurch Zinksulfat (Eisensulfat), beziehungsweise Zinkchlorid (Ferrochlorid) entsteht und Wasserstoff frei wird: $Zn + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2$; $Zn + 2\,HCl = ZnCl_2 + H_2$.

Der Wasserstoff verbrennt mit heißer, schwach leuchtender Flamme an der Luft zu Wasserdampf (chemische Harmonika, Art. **131**), unterhält aber das Brennen nicht; ein Gemenge von Luft mit Wasserstoff explodiert, wenn es angezündet wird. — Luftballone (Art. **86**); Döbereiners Zündmaschine (Art. **88**).

2. Chlor (Cl), Jod (J), Brom (Br) und Fluor (F) bilden die Gruppe der Halogene oder „Salzbildner", weil sie sich mit Metallen direkt zu Salzen vereinigen und ohne Sauerstoff Säuren bilden (Haloidsäuren). Das Chlor, ein grüngelbes Gas von der Dichte 2,45, ist ein Hauptbestandteil des Kochsalzes (Natriumchlorid, $NaCl$). Wird zumeist dargestellt durch mäßiges Erwärmen von Mangandioxyd (Braunstein, MnO_2) mit Salzsäure (HCl) nach der Formel: $MnO_2 + 4\,HCl = MnCl_4 + 2\,H_2O$; das unbeständige Mangantetrachlorid $MnCl_4$ zerfällt dabei in der Wärme in das beständigere Mangandichlorid $MnCl_2$ und in Chlor: $MnCl_4 = MnCl_2 + Cl_2$. Das durchdringlich stechend riechende Gas verursacht Hustenreiz, zerstört die Schleimhäute, überhaupt organische Stoffe. Desinfizieren mit Chlor, welches zu diesem Zwecke meist aus Chlorkalk durch Säuren vertrieben wird. Charakteristisch ist die hohe Affinität des Chlorgases zu Metallen (Blattgold, Antimonpulver gehen unter Feuererscheinung mit Chlorgas Verbindungen ein) sowie zum Wasserstoff. Letztere wird Veranlassung zur Bleichung mit Wasser benetzter, farbiger Stoffe durch Chlor; der freiwerdende Sauerstoff verübt die Bleichung. Chlorgas wird vom Wasser absorbiert, wodurch das (nicht beständige) Chlorwasser entsteht. — Der Chlorwasserstoff (HCl), auch Salzsäuregas genannt, entsteht durch Verbindung gleicher Raumteile Cl und H (Art. **261**), kann aber auch als Kochsalz und Schwefelsäure dargestellt werden, wobei sich bei schwacher Erwärmung außer HCl noch Natriumhydrosulfat ($NaHSO_4$), bei stärkerer Erhitzung Natriumsulfat (Na_2SO_4) bildet: $NaCl + H_2SO_4 = NaHSO_4 + HCl$; $2NaCl + H_2SO_4 = Na_2SO_4 + 2\,HCl$. Chlorwasserstoff ist ein stechend riechendes, farbloses Gas, das an der Luft weiße Nebel verbreitet, nicht brennbar ist, auch das Brennen nicht unterhält, etwas schwerer als Luft ist und vom Wasser begierig absorbiert wird (bei 15° C. absorbiert 1 Volumen H_2O 450 Volumen HCl). Die wässerige Lösung, welche Salzsäure heißt, reagiert ebenso wie das Gas selbst sauer, d. h. färbt violette Lackmustinktur (Lackmuspapier) rot. Die Verbindungen des Chlors mit anderen Elementen heißen Chloride; so ist der Chlorwasserstoff das Wasserstoffchlorid, das Kochsalz das Natriumchlorid etc. — Das Brom, welches gebunden an Metalle in Form von Bromsalzen im Meerwasser, in Mineralquellen u. s. w. vorkommt, ist eine braunrote, zu braunen, chlorähnlich riechenden Dämpfen verdunstende, giftige Flüssigkeit. — Das Jod kommt mit Metallen

*) Antoine Laurent **Lavoisier**, geb. 1743 zu Paris, gest. ebendaselbst im Jahre 1794 durch die Guillotine, studierte Naturwissenschaften und erwarb sich ein sehr vielseitiges Wissen. Er bekleidete seit 1776 verschiedene wichtige Staatsämter und betrieb gleichzeitig fortgesetzt naturwissenschaftliche Forschungen, welche ihn zum Begründer der neuen Chemie machen. Ungeachtet seiner wissenschaftlichen Verdienste wurde er der Erpressung angeklagt und hingerichtet.

verbunden in Form von Jodsalzen in Mineralquellen, im Meerwasser sowie in der Asche von Meeresorganismen vor und ist ein fester, kristallinischer, metallisch grau glänzender Körper, der bei ungefähr 113° C. schmilzt, bei 200° zu prachtvoll violetten Dämpfen (Dichte 8,71, das schwerste Gas!) verdampft und sublimierbar ist. Das Jod, welches sich schon bei gewöhnlicher Temperatur verflüchtigt (chlorähnlicher Geruch), löst sich in Weingeist zu brauner „Jodtinktur", in Schwefelkohlenstoff zu tief schwarzvioletter Lösung (Art. **242**). Freies Jod färbt kalte Stärkelösung blau. — Das Fluor ist ein wenig bekanntes, schwach gelblichgrünes Gas, welches unter allen Elementen die größte Affinität zu fast allen Körpern besitzt. Der Fluorit oder Flußspat ist Calciumfluorid (CaF_2); durch Erhitzen von Flußspatpulver mit Schwefelsäure gewinnt man aus demselben den Fluorwasserstoff (auch Flußsäuregas genannt), der ebenso wie seine wäßrige Lösung Glas ätzt.

3. Der Sauerstoff O, ist ein farb- und geruchloses Gas, welches etwas schwerer ist als die atmosphärische Luft. Von letzterer macht er dem Gewichte nach 23%, dem Volumen nach 21% (also rund $^1/_5$) aus. Chemisch gebunden bildet er im Wasser $^8/_9$ des Gewichtes und vielleicht $^1/_3$ der ganzen Erdrinde. Er kann im kleinen aus dem roten Quecksilberoxyde ($2\,HgO = 2\,Hg + O_2$; vgl. Art. **261**), ferner aus dem chlorsauren Kali (Kaliumchlorat, $KClO_3$) durch Erhitzen gewonnen werden. Im letzteren Falle entsteht neben Sauerstoff Kaliumchlorid, KCl, nach der Formel: $2\,KClO_3 = 2\,KCl + 3\,O_2$. Sauerstoff verbindet sich fast mit allen Stoffen in mehrfachen Verhältnissen; jede solche Verbindung heißt ein Oxyd und wird je nach der relativen Menge des darin enthaltenen Sauerstoffes als Monoxyd, Dioxyd, Trioxyd . . . ferner als Sesquioxyd oder Oxydul, Suboxyd, Oxyd, Superoxyd . . . bezeichnet. Wird einer Sauerstoffverbindung der Sauerstoff entzogen, so wird sie desoxydiert oder reduziert; als Reduktionsmittel dient häufig der Wasserstoff, welcher mit dem Sauerstoff sich zu Wasser vereinigt. — Die Verbindung mit Sauerstoff findet entweder schon bei gewöhnlicher Temperatur statt oder erfolgt erst bei höherer Temperatur; immer ist sie selbst mit einer Wärmeentwicklung verbunden, welche häufig auch eine Lichtentwicklung zur Folge hat. Die Oxydation wird auch als Verbrennung im engeren Sinne bezeichnet, im Gegensatze zur „Verbrennung im weiteren Sinne", worunter man jede unter Wärme- und Lichterscheinung erfolgende Synthese versteht. Bei langsam erfolgenden Oxydationen (z. B. beim Rosten des Eisens, bei der langsamen Oxydation organischer Stoffe, welche als Verwesung bezeichnet wird, bei der Oxydation des im Blute enthaltenen Kohlenstoffes durch die eingeatmete Luft etc.) wird genau dieselbe Wärmemenge erzeugt wie bei rascher Oxydation; nur wird sie im ersteren Falle leicht und unmerklich an die Umgebung abgegeben. (Lebenswärme Art. **115**.) Alle Verbrennungen erfolgen im Sauerstoffe mit gesteigerter Heftigkeit. Kohle, Schwefel und Phosphor verbrennen dabei mit gesteigertem Glanze zu im Wasser löslichen und dann sauer reagierenden Oxyden, Natrium ebenso zu einem basisch reagierenden — d. h. violette Lackmustinktur (Lackmuspapier) blau färbenden — Oxyde. Eisen verbrennt im Sauerstoff unter lebhaftem Funkensprühen, während es an der Luft nur oberflächlich oxydiert wird; das Verbrennungsprodukt kann, obwohl es basischer Natur ist, da es in Wasser unlöslich ist, keine Reaktion auf Lackmus zeigen. — Steigerung des Hitzegrades durch Zufuhr von Sauerstoff (oder sauerstoffhaltiger Luft) zur Verbrennungsstelle. Gebläsevorrichtungen. Das Knallgas, ein Gemenge von 1 Raumteil O mit 2 Raumteilen H explodiert angezündet heftig, indem der Wasserstoff zu Wasserdampf verbrennt. Die hohe

Hitze der Knallgasflamme wird beim Drummondschen Kalklichte verwendet. — Ozon ist gleichsam verdichteter Sauerstoff, welcher beim längeren Durchschlagen des elektrischen Funkens durch gewöhnlichen Sauerstoff (daher auch in der Atmosphäre nach Gewittern, in der Nähe von Elektrisiermaschinen etc.) entsteht. Die dabei auftretende Volumsverminderung weist darauf hin, daß das Ozonmolekül aus 3 Sauerstoffatomen besteht. Ozon wirkt noch stärker oxydierend als gewöhnlicher Sauerstoff; es bleibt daher auch Kaliumjodid (Jodkalium, KJ) durch gewöhnlichen Sauerstoff unzersetzt, während Ozon das Kalium oxydiert und das Jod freimacht. Darauf beruht es, daß Papier, welches mit Jodkaliumlösung und Stärkekleister bestrichen ist, an ozonhältiger Luft nach dem Befeuchten blau wird. — Das Wasser entsteht durch Synthese des Knallgases (vgl. Art. **265**). Es kommt in großen Mengen als Quell-, Fluß-, See- und Meerwasser, ferner in Dampfform und kondensiert in den atmosphärischen Niederschlägen (Art. **110**), in Mineralien und Salzen als Kristall- und Hydratwasser, endlich auch in den Organismen vor. Es ist auch ein Produkt des Verbrennungs- und des Atmungsprozesses. Vollkommen reines Wasser gewinnt man durch Destillation (Art. **104**). Auch das Regenwasser ist nach längerem Regen ziemlich rein, bis auf Spuren von Ammoniak und Salpetersäure. Im Flußwasser und insbesondere im Quellwasser sind aber auch mineralische Stoffe gelöst; das Quellwasser verdankt seinem Gehalte an Kohlendioxyd (CO_2) den erfrischenden Geschmack als Trinkwasser und auch die Fähigkeit, Mineralbestandteile reichlicher aufzulösen (hartes Wasser im Gegensatze zum weichen Wasser, z. B. Flußwasser, Regenwasser). Die gelösten Mineralbestandteile scheiden sich daher, wenn das Kohlendioxyd beim längeren Stehen, Fließen und insbesondere beim Kochen ausgetrieben wird, als fester Stoff aus (Kesselstein, Sprudelstein, Tropfsteinbildung). Mineralwässer enthalten außer Kohlendioxyd verschiedene Salze, und zwar die Bitterwässer Glaubersalz (Na_2SO_4) und Bittersalz ($MgSO_4$), die Schwefelquellen Schwefelwasserstoff (H_2S), die Salzwässer (Solen) Kochsalz ($NaCl$) u. s. w. Das Kristallwasser wird von gewissen Substanzen aufgenommen, um die Kristallgestalt zu erhalten. Geht dasselbe bereits bei gewöhnlicher Temperatur ganz oder teilweise verloren, so tritt ein Verwittern ein (Soda). Bei höherer Temperatur erfolgt beim Entweichen des Kristallwassers häufig Farbenänderung; blauer Kupfervitriol, $CuSO_4$, wird dabei weiß, rotes Kobaltchlorür, $CoCl_2$, wandelt seine Farbe in Blau (Art. **109**); die Wiederaufnahme des Kristallwassers ist dann immer mit Erwärmung (warum?) und der entgegengesetzten Farbenänderung verbunden.

4. Säuren, Basen, Salze. Durch Verbindung von Oxyden der Metalloide (wie z. B. des Schwefels, des Phosphors) mit Wasser entstanden sauer reagierende, durch derartige Verbindung metallischer Oxyde (wie z. B. des Natriums) dagegen basisch reagierende Stoffe. Oxyde, welche weder Säuren noch Basen bilden, heißen indifferente Oxyde (wie z. B. Kohlenoxyd Co, Stickoxyd NO, Eisenoxydoxydul Fe_3O_4 u. a.) im Gegensatz zu den vorhin angeführten „säurebildenden“ und „basenbildenden“ Oxyden. Im allgemeinen werden nun als Säuren Verbindungen einfacher Elemente oder zusammengesetzter Atomgruppen (Radikale) mit dem Wasserstoff bezeichnet, in welchen der Wasserstoff leicht ganz oder teilweise durch ein Metall ersetzt werden kann. Im flüssigen Zustande zeigen solche Säuren meist sauren Geschmack und saure Reaktion. Nach der Zahl der ersetzbaren Wasserstoffatome unterscheidet man einbasische, zweibasische etc. Säuren. So ist die Salzsäure, HCl, einbasisch, die Schwefelsäure, H_2SO_4, zweibasisch etc. Als Basen

werden dagegen jene wasserstoffhaltigen Verbindungen bezeichnet, deren Wasserstoff leicht durch säurebildende Radikale ersetzt werden kann. Viele derselben sind Metallverbindungen, andere (z. B. die Alkaloide, wie Morphium, Chinin u. a.) nicht. Je nach der Anzahl der ersetzbaren Wasserstoffatome unterscheidet man einsäurige, zweisäurige etc. Basen. Im flüssigen Zustande haben die Basen meist laugenhaften Geschmack und basische Reaktion.

Wird einer Säure oder Base der darin enthaltene Wasserstoff in Verbindung mit Sauerstoff als Wasser entzogen, so entstehen die Anhydride, z. B. $H_2SO_4 - H_2O = SO_3$ = Schwefelsäureanhydrid.

Wird in einer Säure oder in einer Base der Wasserstoff ganz oder teilweise, und zwar im ersteren Falle durch ein Metall oder ein metallisches Radikal, im zweiten Falle durch ein säurebildendes Radikal ersetzt, so entstehen Verbindungen, welche Salze genannt werden. Enthalten dieselben keinen ersetzbaren Wasserstoff mehr, so heißen sie neutrale oder normale Salze; es entsteht z. B.:

aus der Schwefelsäure H_2SO_4, das normale Kaliumsulfat, K_2SO_4;
aus dem Calciumhydroxyd, $Ca(OH)_2$ das normale Calciumnitrat $Ca(NO_3)_2$.

Enthalten dagegen die Salze noch substituierbaren Wasserstoff, so heißen sie, je nach der Art der Entstehung, saure Salze oder basische Salze; es entsteht z. B.:

aus der Schwefelsäure H_2SO_4, das saure Kaliumsulfat, $KHSO_4$;
aus dem Calciumhydroxyd, $Ca(OH)_2$, das basische Calciumnitrat, $Ca \cdot OH \cdot NO_3$.

Die Reaktion stimmt dabei häufig nicht mit der Bezeichnung der Salze überein; so reagiert das saure Kaliumcarbonat (oder Kaliumhydrocarbonat) $KHCO_3$ neutral, das neutrale Kaliumcarbonat K_2CO_3 dagegen basisch.

5. Der Schwefel, S, kommt frei, kristallisiert, teils rein, teils gemengt mit Mergel, Kalk etc. in großen Lagern unter anderem auf Sizilien vor; ferner verbunden mit Metallen in vielen Mineralien (Kiese, Glanze und Blenden, auch sulfidische Erze genannt), ferner in Form schwefelsaurer Salze oder Sulfate, z. B. im Gips (Calciumsulfat, $CaSO_4$), als Bestandteil des Schwefelwasserstoffes (s. u.) in den „Schwefelquellen", endlich, wenn auch in geringeren Mengen, als ein Bestandteil des tierischen und pflanzlichen Körpers (in allen Eiweißstoffen, in der Hornsubstanz, in den Haaren, in den Samenkörnern etc.). Er ist ein charakteristisch gelber, spröder, kristallisiert, kristallinisch und auch amorph vorkommender Körper, der im Wasser und Weingeist unlöslich, in Fetten, Ölen, Benzol und Schwefelkohlenstoff leicht löslich ist. Er schmilzt bei 114·5° C. zu einer dünnen, honigbraunen Flüssigkeit, aus welcher er beim Erstarren in Form biegsamer, langer und dünner Prismen auskristallisiert (monokliner Schwefel). Weiter erhitzt wird der Schwefel bei etwa 160° C. braun und zähflüssig, bei 250° C. schwarzbrann und so dickflüssig, daß er sich nicht mehr aus dem Gefäße ausgießen läßt. Bei etwa 400° C. wird der Schwefel wieder dünnflüssig; bei 448° siedet er und bildet braunrote Dämpfe, die sich beim Einleiten in eine kalte Vorlage zu einem zarten, gelben Pulver (Schwefelblumen) verdichten. Wenig weiter erwärmt, entzündet sich der Schwefel an der Luft und verbrennt mit blaßvioletter Flamme zu Schwefeldioxyd, SO_2. Wird der bei 400° wieder dünnflüssig gewordene Schwefel in kaltes Wasser gegossen, so bildet er eine zähe, plastische, gelbbraune bis schwarzbraune Masse — amorpher (plastischer) Schwefel — die nach einigen Tagen zu kristallinischem Gefüge unter Wiederannahme der schwefelgelben Farbe erstarrt. Der natürliche, kristallisierte Schwefel zeigt eine andere Gestalt als der beim Erkalten geschmolzenen Schwefels erhaltene monokline Schwefel; er bildet nämlich rhombische Pyramiden, die man

auch künstlich durch Verdunsten einer Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff erhalten kann (rhombischer Schwefel). Der rhombische Schwefel, dessen Dichte etwa 2,07 ist, behält seine Gestalt dauernd, während die monoklinen Schwefelkristalle (Dichte 1,96) schon bei gewöhnlicher Temperatur nach kurzer Zeit ihre honiggelbe Farbe in schwefelgelb ändern und trüb und undurchsichtig werden; die Nadeln sind jetzt aufgebaut aus winzigen Kristallen rhombischen Schwefels. Schwefel ist demnach — wie man sagt — dreigestaltig oder trimorph, er bildet drei allotrope Modifikationen. Anwendungen: Zur Erzeugung der ausgedehnte praktische Verwendung findenden Schwefelsäure (s. u.), zur Erzeugung des Schießpulvers und der Zündwaren, zum Vulkanisieren des Kautschuks, als fäulniswidriges Mittel (Antiseptikum) insbesondere zum „Ausschwefeln" der Fässer, zur Bekämpfung des Traubenpilzes (Oidium) etc. — Der Schwefelwasserstoff H_2S, ist im Wasser der Schwefelquellen absorbiert enthalten und bildet sich bei der Zersetzung faulender organischer Substanzen aus den darin enthaltenen, schwefelhaltigen Verbindungen, insbesondere aus den Eiweißstoffen. Er bildet sich daher auch in faulenden Eiern und verrät sich durch seinen widerwärtigen Geruch. Er ist giftig (giftige Wirkung von Kloakengasen), wird vom Wasser stark absorbiert (Schwefelwasserstoffwasser), reagiert sauer, verbrennt mit blauer Flamme zu SO_2 (feuchtes, blaues Lackmuspapier über die Flamme gehalten wird gerötet); bei mangelhaftem Luftzutritte scheidet sich aus der Flamme Schwefel aus (z. B. auf einer in die Flamme gehaltenen Porzellanschale). Die Darstellung erfolgt gewöhnlich durch Übergießen des Schwefeleisens mit verdünnter Schwefelsäure: $FeS + H_2SO_4 = FeSO_4 + H_2S$, wobei sich außer H_2S noch Eisensulfat (Eisenvitriol), $FeSO_4$, bildet. Schwefelwasserstoff bildet mit den meisten Metallen „Schwefelmetalle" oder Sulfide, die durch ihre charakteristische Färbung in der analytischen Chemie zur Erkennung der Metalle dienen. Versetzt man in vier Gläsern Kupfervitriollösung, Zinkchloridlösung, Brechweinsteinlösung, Arseniklösung mit H_2S, so erhält man im ersten Glase einen schwarzen, im zweiten einen weißen, im dritten einen orangefarbigen, im vierten einen kanariengelben Niederschlag der betreffenden Sulfide (Cuprisulfid, Zinksulfid, Antimontrisulfid, Arsentrisulfid). Anlaufen von Silbergegenständen durch Schwefelwasserstoff: z. B. bei Schmuckgegenständen durch Berührung mit dem schwefelwasserstoffhältigen Schweiße; Schwarzwerden von Türanstrichen, die mit Bleiweiß ausgeführt werden etc. — Das Schwefeldioxyd, SO_2, ein farbloses, leicht kondensierbares (Art. **107**) Gas von erstickendem Geruche und der Dichte 2,2, wird vom Wasser stark absorbiert, reagiert (in H_2O gelöst) sauer, bleicht Pflanzenfarben, zerstört Pilze. Daher angewendet zum Bleichen von Seide und Stroh, zur Desinfektion etc. Kann dargestellt werden durch Verbrennen von S in O oder durch Erhitzen von Cu-Spänen mit konzentrierter Schwefelsäure: $Cu_2 + 4\,H_2SO_4 = 2\,CuSO_4 + 4\,H_2O + 2\,SO_2$. Die wäßrige Lösung des Gases enthält wahrscheinlich die im freien Zustande nicht bekannte schweflige Säure, H_2SO_3, welche zwei Reihen von Salzen, die normalen und die sauren Sulfite gibt. — Die Schwefelsäure, H_2SO_4, ist in reinem Zustande eine farblose, ölartige Flüssigkeit von ziemlich großer Dichte (1,85), welche unter großer Wärmeentwicklung Wasser absorbiert; beim Mischen von Säure mit Wasser ist daher Vorsicht geboten. Die Säure darf nur in dünnem Strahle unter Umrühren in das Wasser gegossen werden, aber ja nicht umgekehrt! Durch die Wasserentziehung erklärt es sich, daß organische Stoffe, wie Holz, Zucker u. a. durch Übergießen mit H_2SO_4 verkohlt werden. Das Erkennungsmittel für Schwefelsäure ist Baryumchloridlösung; durch Schwefelsäure fällt ein weißer Nieder-

schlag von Baryumsulfat: $BaCl_2 + H_2SO_4 = BaSO_4 + 2\,HCl$. Nach der Art der Darstellung und Zusammensetzung unterscheidet man die englische Schwefelsäure und die rauchende Schwefelsäure (auch Nordhauser Vitriolöl genannt). Die erstere wird im „Bleikammerprozesse" dadurch gewonnen, daß SO_2 durch Verbrennen von Schwefel oder durch Rösten von Pyrit erzeugt wird und dann in großen, mit Bleiwänden eingeschlossenen „Bleikammern" mit der sauerstoffreichen Salpetersäure (HNO_3), ferner mit Wasserdampf und Luft in Berührung tritt. Die Salpetersäure gibt einen Teil ihres Sauerstoffes an SO_2 ab, das nun im Vereine mit Wasser eine noch wäßrige „Kammersäure" gibt, die durch Destillation (in Platinretorten) konzentriert wird. Die Salpetersäure wird dabei immer wieder rückgebildet, so daß eine Art Kreislauf entsteht. (Versuch: In einem größeren Kolben wird S in einem Eisenlöffel verbrannt, dann letzterer herausgezogen, etwas rauchende Salpetersäure und darauf etwas Wasser in den Kolben eingegossen, letzterer verstöpselt und stark gerüttelt; die Flüssigkeit enthält nun Schwefelsäure, wie durch $BaCl_2$ nachgewiesen wird.) Das Vitriolöl kann als Schwefelsäure angesehen werden, welche Schwefeltrioxyd (Schwefelsäureanhydrid), SO_3, aufgelöst enthält; die Flüssigkeit raucht daher an der Luft (stößt SO_3-Dämpfe aus). Wurde früher vielfach aus dem Eisenvitriol, $FeSO_4$, durch Erhitzen in Retorten, mit denen mit etwas Wasser beschickte Vorlagen verbunden sind, dargestellt. (Versuch: $FeSO_4$ wird in einer horizontal gehaltenen Proberöhre stark erhitzt; die entweichenden Dämpfe von SO_3 reagieren sauer; läßt man einen Tropfen der an den kalten Stellen der Röhre kondensierten Flüssigkeit in Bariumchloridlösung fallen, so entsteht ein weißer Niederschlag.) — Die Salze der Schwefelsäure heißen Sulfate.

6. Der Stickstoff, N, ein farb- und geruchloses Gas von der Dichte 0,972 macht 79 Volumprozente und 77 Gewichtsprozente der Luft aus, welche der Hauptsache nach ein Gemenge dieses Gases mit dem Sauerstoffe ist, übrigens auch noch Wasserdampf, Kohlendioxyd, ferner noch einige erst neuerdings entdeckte gasförmige Elemente, wie Argon und Helium enthält. Stickstoff wird zumeist dadurch gewonnen, daß man unter einer durch Wasser abgesperrten Glocke Phosphor verbrennt; letzterer verbindet sich mit dem Sauerstoffe der eingeschlossenen Luft zu Phosphorpentoxyd, P_2O_5, das sich bald im Wasser löst; das Wasser ist dabei in der Glocke um $^1/_5$ gestiegen: die Glocke enthält nun im wesentlichen nur Stickstoff. Stickstoff unterhält weder das Brennen, noch das Atmen; er ist aber keineswegs giftig, denn wir atmen ihn ja mit Sauerstoff gemischt ein. Er ist ein charakteristischer Bestandteil der Eiweißstoffe des Pflanzen- und Tierkörpers, wird von uns in den „plastischen Nahrungsmitteln" (wie Fleisch, Milch, Eiern, Brot, Hülsenfrüchten u. s. w.) aufgenommen und teils zum Aufbau der eiweißhältigen Organe (Muskeln, Blut) verwendet, teils in Gestalt von Harnstoff und Harnsäure wieder vom Körper ausgeschieden. — Das Ammoniak, NH_3, ein farbloses, leicht kondensierbares (Art. **107**), basisch reagierendes Gas von der Dichte 0·59 wird durch Erwärmen von Salmiak (Ammoniumchlorid NH_4Cl) mit Calciumhydroxyd [gebrannter und gelöschter Kalk, $Ca(OH)_2$] dargestellt: $2\,NH_4Cl + Ca(OH)_2 = CaCl_2 + 2\,NH_3 + 2\,H_2O$. Das erstickend riechende Gas wird vom Wasser heftig absorsiert; 1 Volumen Wasser absorbiert bei 15° C. 727,2 Volumen Gas (vgl. Art. **88**). Die wäßrige Ammoniaklösung, welche als Ätzammoniak oder Salmiakgeist bekannt ist, ist als ein Hydroxyd von der Form $NH_4 \cdot OH$ zu betrachten, dessen Formel aus derjenigen des Wassers hervorgeht, wenn an Stelle eines Wasserstoffatomes die Atomgruppe — das zusammengesetzte Radikal — NH_4 tritt; letztere,

die sich wie ein einwertiges Metall verhält, führt den Namen Ammonium; das Ätzammoniak ist also das Ammonium-Hydroxyd. Es dient als starke Base, ferner zum Lösen (Verseifen) von Fettstoffen, daher auch als Fleckputzmittel. Ammoniak bildet sich auch bei der Verwesung stickstoffhaltiger, organischer Stoffe. Die beiden gasförmigen Körper Ammoniak, NH_3, und Chlorwasserstoff, HCl, bilden, wenn sie miteinander in Berührung treten, unter Freiwerden von Wärme einen festen Körper, und zwar ein weißes Salz, welches Ammoniumchlorid oder Salmiak, NH_4Cl, heißt: $NH_3 + HCl = NH_4Cl$. — Mit dem Sauerstoffe bildet der Stickstoff fünf Verbindungen: N_2O = Stickoxydul, N_2O_2 (= NO) = Stickoxyd, N_2O_3 = Stickstofftrioxyd, N_2O_4 (= NO_2) = Stickstoffdioxyd (Stickstoffperoxyd), N_2O_5 = Stickstoffpentoxyd. Die höchste dieser Stufen, das Stickstoffpentoxyd, kann auch als Anhydrid der Salpetersäure, HNO_3, gelten, welche daraus durch Aufnahme von Wasser entsteht: $N_2O_5 + H_2O = 2\,HNO_3$. Diese starke Säure wird durch Erhitzen des Kaliumnitrates (Kalisalpeter, KNO_3) oder des Natriumnitrates (Natron oder Chilisalpeter, $NaNO_3$) mit Schwefelsäure dargestellt. Bei niedriger Temperatur und wenig Salpeter erfolgt der Prozeß nach der Formel: $KNO_3 + H_2SO_4 = KHSO_4 + HNO_3$, wobei gewöhnliche, farblose Salpetersäure überdestilliert und saures Kaliumsulfat entsteht. Bei höherer Temperatur und einem Überschusse von Salpeter geht dagegen der Prozeß nach der Formel: $2\,KNO_3 + H_2SO_4 = K_2SO_4 + 2 \cdot HNO_3$ vonstatten, wobei aber ein Teil der entstehenden Salpetersäure nach der Gleichung $2\,HNO_3 = H_2O + O + 2\,NO_2$ in Wasser, Sauerstoff und Stickstoffdioxyd zerfällt. Während O entweicht, färben die braunen Dämpfe des Stickstoffdioxyds die Salpetersäure braunrot; da diese Säure an der Luft beständig braune Dämpfe von NO_2 ausstößt, heißt sie rote, rauchende Salpetersäure. Die Salpetersäure — insbesondere die rauchende — ist eines der kräftigsten Oxydationsmittel. So erklärt sich ihre zerstörende Wirkung auf organische Stoffe (Gelbfärben von stickstoffhaltigen Körpern, wie Seide, Horn, menschliche Haut u. dgl., Entfärbung von Indigo u. s. w.) sowie ihre Wirkung auf Metalle, indem sie alle Metalle, mit Ausnahme von Gold und Platin, auflöst.*) Es bildet sich dabei immer zunächst das Oxyd des Metalles, das sich mit der überschüssigen Salpetersäure zu dem betreffenden Salze oder Nitrate umsetzt und nun im Wasser löst, z. B.: $CuO + 2\,HNO_3 = Cu(NO_3)_2 + H_2O$.

7. Der Phosphor, P, ein Bestandteil vieler Mineralien [besonders Apatit und Phosphorit, Calciumphosphat $Ca_3(PO_4)_2$] sowie in den Eiweißstoffen der Pflanzen und Tiere, in den Knochen, im Gehirn, im Blut, im Guano u. s. w. enthalten, wird gegenwärtig ausschließlich aus Tierknochen gewonnen. Er kommt in Form wachsartig aussehender, gelblichweißer Stangen in den Handel. Im Wasser gar nicht, in Alkohol und Äther sehr schwer, in Ölen, Fetten und Schwefelkohlenstoff leicht löslich, verbindet er sich besonders leicht mit dem Sauerstoffe der Luft zu Phosphortrioxyd (P_2O_3), wobei er im Dunkeln leuchtet (Phosphoros = Lichtträger). Da auch sein Schmelzpunkt sehr niedrig ist (44° C.) und er sich bereits bei 60° (also daher sehr leicht durch Reibung) entzündet, wird er unter Wasser aufbewahrt. Anwendung in der Zündholzfabrikation. Wegen seiner Giftigkeit auch als Rattengift verwendet. Er zeigt, ähnlich wie der Schwefel, allotrope Zustände. Längere Zeit dem Lichte ausgesetzt oder in einer indifferenten Stickstoffatmosphäre (unter Luftabschluß) bis etwa 220—250° C. erhitzt, wandelt er sich in den roten Phosphor um, welcher erst bei 260° entzündlich und

*) Letztere werden in einer Mischung aus Salzsäure und Salpetersäure — dem sogenannten Königswasser — infolge der Einwirkung des freien Chlors zu den betreffenden Chloriden aufgelöst.

nicht giftig ist. In indifferenter Atmosphäre über 282° erhitzt, geht er wieder in gewöhnlichen Phosphor über. Der rote Phosphor bildet unter anderem die Reibfläche der sogenannten „giftfreien oder schwedischen Zündhölzer", deren Köpfchen vorzugsweise aus chlorsaurem Kali bestehen; beide Körper, miteinander zur Berührung gebracht, verpuffen leicht und heftig, wobei die Flamme der Explosion auf das Holz übertragen wird.

8. Der Kohlenstoff, C, kommt in drei allotropen Modifikationen vor, und zwar: *a*) Diamant, regulär kristallisierend, Dichte 3,5, Härte 10, durchsichtig, wasserhell, auch gefärbt, starker Glanz, hohes Lichtbrechungsvermögen, $n = 2{,}4$. Wertvollster Edelstein; Glasschneidediamanten; Gesteinbohrer. *b*) Graphit, hexagonal kristallisierend, Dichte 2,25, Härte etwa 1, undurchsichtig, eisengrau, Metallglanz. Zu Bleistiften, Schmelztiegeln (mit Ton vermengt); Ofenschwärze; Schmiermittel für Holz. *c*) Amorphe Kohle ist durchwegs der Überrest organischer Substanzen, und zwar; α) natürliche (fossile) Kohle: Anthrazit (96 bis 98% C), Steinkohle (85—90% C), Braunkohle (70% C), Torf (60% C); β) künstliche Kohle: Holzkohle, Ruß, Tierkohle (aus Blut Blutkohle, aus Knochen Knochenkohle oder Spodium), Zuckerkohle, Gaskohle und Coaks (Koks). Die Steinkohlen enthalten außer C und den Aschenbestandteilen der Pflanzen, aus denen sie stammen, noch H, O und N, welche Stoffe bei Erhitzung unter Luftabschluß oder bei der trockenen Destillation in Form von Leuchtgas, d. i. als ein Gemisch meist brennbarer Gase, ferner in Form von flüssigen, wäßrigen (unter anderem Ammoniumcarbonat) und teerartigen (Steinkohlenteer, der Ausgangspunkt zur Darstellung vieler Kohlenstoffverbindungen, unter anderem vieler prächtiger Farbstoffe) Bestandteilen ausgeschieden werden. Der in den Destillationsgefäßen übrigbleibende Rückstand besteht aus Kohlenstoff und den Mineral- (Aschen-) Substanzen. Außer als Brennmaterial dient die Kohle wegen ihres hohen Absorptionsvermögens (und zwar insbesondere die Holzkohle und die Knochenkohle) zum Entfärben, Klären und Desinfizieren von Flüssigkeiten (Zuckerindustrie, Kohlenfilter zum Trinkbarmachen schlechten Wassers). Kohlenstoff bildet zwei Oxyde: Kohlenmonoxyd oder Kohlenoxyd, CO, und Kohlendioxyd oder Kohlensäuregas, CO_2. Das Kohlenoxyd entsteht, wenn Kohlendioxyd über glühende Kohlen geleitet wird; $2\,CO_2 + C_2 = 4\,CO$, was z. B. der Fall ist, wenn im Ofen eine Schicht glühender Kohlen vorhanden ist, welche dort, wo sie am Ofenroste aufliegen, zu CO_2 verbrennen, das beim Aufsteigen durch die Kohlenschicht durch Aufnahme von C zu CO wird. Kohlenoxyd hat die Dichte 0,97, ist farb- und geruchlos, sehr giftig, da es das Blut reduziert; es verbrennt mit blauer Flamme zu CO_2. Im zuvor beschriebenen Falle wird daher das CO unschädlich sein, wenn es bei hinlänglichem Luftzutritte in blauen Flammen zu CO_2 verbrennt; bei mangelhaftem Zuge im Ofen kann aber das Gas in den Wohnraum treten und Kohlenoxydvergiftungen hervorrufen, welche um so gefährlicher sind, als das Gas seine Abwesenheit infolge seiner Geruchlosigkeit nicht verrät. — Das Kohlendioxyd, CO_2, entsteht beim Verbrennen von Kohlenstoff an der Luft (oder in O), wird aber zumeist aus kohlensauren Salzen oder Carbonaten, und zwar entweder durch Erhitzen (z. B. beim „Kalkbrennen": $CaCO_3 = CaO + CO_2$) oder durch Behandlung mit Säuren („die stärkere Säure vertreibt die schwächere Kohlensäure") ausgetrieben. Auf dem letzteren Wege pflegt man daher das Gas am häufigsten darzustellen, indem man Marmor mit Salzsäure behandelt: $CaCO_3 + 2\,HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2$. Kohlendioxyd ist das Anhydrid einer in Wirklichkeit nicht existierenden (hypothetischen) Kohlensäure von der Formel H_2CO_3, deren Salze die bereits genannten Car-

bonate sind. Kohlendioxyd ist ein farbloses und geruchloses, schwach sauer schmeckendes und in wäßriger Lösung auch sauer reagierendes, unbrennbares und das Brennen nicht unterhaltendes, schweres Gas (Dichte 1.53), das, eingeatmet, erstickend, in Flüssigkeiten absorbiert (Sodawasser, Säuerlinge), angenehm erfrischend wirkt. Durch Druck kondensierbar (Art. **107**); Kohlendioxyd ist zu erkennen, indem es beim Hindurchleiten durch Kalkwasser — d. i. eine wäßrige Lösung von Calciumhydroxyd, $Ca(OH)_2$ — eine Trübung durch ausgeschiedenes, weißes Calciumcarbonat veranlaßt. Das Gas entsteht unter anderem bei der Atmung, bei der Verbrennung und bei der geistigen Gärung. Die letztere ist eine Zersetzung des Traubenzuckers ($C_6H_{12}O_6$) unter Einfluß eines Fermentes (Hefe, ein durch Sprossung sich vermehrender Pilz), wobei sich Äthylalkohol ($C_2H_5 \cdot OH$) und Kohlendioxyd bilden: $C_6H_{12}O_6 = 2\,C_2H_5 \cdot OH + 2\,CO_2$. Auf diesem Prozesse, der eine Temperatur von etwa 5° C. bis 45° C. verlangt, beruht die Gewinnung des Weingeistes selbst (Spiritusbrennerei) sowie auch die Bereitung geistiger Getränke (unter anderem Wein, Bier, Met). — Mit dem Wasserstoff bildet der Kohlenstoff eine große Anzahl von Kohlenwasserstoffen. Von denselben mögen hier nur drei genannt sein, und zwar: *a*) das Methan, Grubengas oder Sumpfgas, CH_4, auf dem Boden von Sümpfen sowie in Steinkohlenbergwerken vorkommend; mit Luft gemischt, bildet es hier die explosiblen Grubengase (schlagende Wetter); farb- und geruchloses Gas, mit schwach leuchtender Flamme brennend; *b*) das Äthylen, C_2H_4, ein farbloses Gas von eigentümlichem Geruche, welches mit leuchtender Flamme brennt, da es in der Hitze sich in Methan und Kohlenstoff zersetzt $[C_2H_4 = CH_4 + C]$ und letzterer, in feiner Verteilung ausgeschieden, ins Glühen kommt; *c*) das Acetylen, C_2H_2, welches aus dem Calciumcarbide, CaC_2 (dargestellt durch Zusammenschmelzen von Ätzkalk und Kohle mittels des elektrischen Flammbogens; $CaO + 3\,C = CaC_2 + CO$) durch einfaches Übergießen mit Wasser erhalten wird: $CaC_2 + 2\,H_2O = C_2H_2 + Ca(OH)_2$. Das Acetylen ist ein farbloses, eigentümlich riechendes Gas, welches mit sehr grell weiß leuchtender und rußender Flamme verbrennt. — Die genannten drei Gase sind Bestandteile des Leuchtgases, das im übrigen noch eine Reihe anderer brennbarer (H, CO, H_2S u. a.) und nicht brennbarer (CO_2, SO_2 u. a.) Gase enthält, von welchen ein Teil (unter anderem H_2S, CO_2, SO_2) mittels besonderer Reinigungsapparate entfernt werden muß. Das Gas wird entweder offen in einfachen „Schmetterlingsbrennern" verbrannt oder die Flamme durch Mischung mit Luft „entleuchtet", wobei eine vollkommenere Verbrennung des Kohlenstoffes und daher ein höherer Hitzegrad erzielt wird (Bunsenbrenner). Im letzteren Falle können durch die heiße, nicht leuchtende und nicht rußende Flamme feine Gewebe von Thoroxyd mit Ceroxyd (Glühstrümpfe) in helle Weißglut versetzt werden (Auersches Gasglühlicht). — Die Flamme ist ein Strom brennenden Gases. Die brennende Kerze gleicht einer Leuchtgasfabrik im kleinen, indem durch die Flammenwärme die im Dochte aufgesogenen Fettstoffe einer trockenen Destillation unterworfen werden. Das hierdurch erzeugte Leuchtgas ist im dunklen Kerne der Flamme in kaltem Zustande angesammelt und kann daher durch ein passend gehaltenes Röhrchen abgeleitet und entzündet werden. Über dem dunklen Kegel der Flamme baut sich ein leuchtender Kegel auf, von welchem das eigentliche Licht der Flamme ausgeht; in demselben zerfällt das Äthylen in Methan und Kohlenstoff; ersteres verbrennt und bringt den ausgeschiedenen Kohlenstoff des unvollkommenen Luftzutrittes wegen nur in Weißglut, weshalb sich kalte Gegenstände in diesem Teile der Flamme berußen. Am Grunde der Flamme verbrennt das Leuchtgas, der geringen Hitze halber, zum Teil zu Kohlenoxyd (blauer Saum),

im Mantel der Flamme dagegen, bei hoher Hitze und reichlichem Luftzutritte, zu Kohlendioxyd.

270. Die Metalle und ihre Gewinnung im allgemeinen.

Die Metalle deren Anzahl größer ist als jene der Metalloide, werden teils in freiem Zustande oder gediegen, teils in Verbindung mit anderen Elementen in Form sogenannter Erze gefunden. Die gediegen vorkommenden Metalle werden, wenn ihr Gewicht ein hohes ist — wie z. B. Gold und Platin — durch Waschen und Schlämmen (kräftige Wasserstrahlen spülen aus dem zerkleinerten Material die leichten Bestandteile fort), ferner durch Amalgamieren (durch Behandlung mit Quecksilber löst sich das Metall zu einem Amalgame auf, dessen Bestandteile durch Erhitzen leicht trennbar sind), endlich durch Aussaigern gewonnen; die letztere Methode ist nur bei leicht schmelzbaren Metallen (z. B. bei Wismut) verwendbar; das metallführende Material wird in schief liegenden Röhren erhitzt, wobei das geschmolzene Metall abfließt und aufgefangen wird.

Für die Metallgewinnung aus Erzen kommen besonders in Betracht die oxydischen und die sulfidischen Erze. Aus den ersteren erfolgt die Abscheidung des Metalles durch Reduktion mit Kohle, z. B. bei der Zinngewinnung aus dem Zinnstein, SnO_2 : $SnO_2 + C_2 = 2\,CO + Sn$; ähnlich verläuft auch der Hochofenprozeß Aus den sulfidischen Erzen kann die Gewinnung entweder durch Niederschlagarbeit oder durch Röstreduktionsarbeit geschehen. Nach dem ersteren Verfahren schmilzt man die Erze (z. B. Bleiglanz PbS) mit Eisen zusammen, welches mit dem Schwefel sich zu Schwefeleisen vereinigt: $PbS + Fe = FeS + Pb$; bei der Röstreduktionsarbeit wird dagegen das Erz (z. B. Zinkblende, ZnS) zuerst bei Luftzutritt erhitzt, wobei S zu SO_2 verbrennt, und das oxydierte Metall dann durch Kohle reduziert: $ZnS + O_3 = SO_2 + ZnO$; $ZnO + C = CO + Zn$. — Ein in neuerer Zeit immer mehr Raum gewinnendes Verfahren ist jenes der Elektrometallurgie (Art. **193** u. **200**).

Die Metalle sind feste Körper, mit Ausnahme des flüssigen Quecksilbers, sowie einer gleichfalls flüssigen Legierung aus Kalium und Natrium. Nur in dünnsten Schichten durchscheinend (unter anderem Gold, Platin, Silber, Aluminium in dünnen Folien), zeigen die Metalle in zusammenhängenden Massen lebhaften Metallglanz, während sie in Pulverform meist dunkel und glanzlos sind. Die Dichte schwankt zwischen 0,6 (Lithium) und 22,5 (Osmium). Auch die Schmelzpunkte liegen in weiten Grenzen (*Hg*: — 40° C., *Pt*: 1775° C., *Os*: 2500° C.?). Die meisten Metalle, mit Ausnahme der edlen Metalle (*Hg*, *Ag*, *Au* und *Pt*, ferner einige seltene Metalle wie *Os*, *Ir*, *Pd* u. a.), oxydieren sich an der Luft und verändern daher ihr Aussehen schon bei gewöhnlicher Temperatur oder erst in der Hitze. Die Oxyde der Metalle zeigen vorherrschend basischen Charakter. Mit Wasserstoff gehen die Metalle keine flüchtigen Verbindungen ein. Durch Zusammenschmelzen lassen sich die Metalle nach beliebigen Mengenverhältnissen zu Legierungen vereinigen, welche bisweilen besonders wertvolle Eigenschaften (Farbe, Härte, Schmelzbarkeit) (Art. **103**), elektrisches Leitungsvermögen (Art. **189**) etc. zeigen. Die Legierungen des Quecksilbers heißen Amalgame.

Die Metalle werden eingeteilt in leichte ($\triangle < 5$) und schwere ($\triangle > 5$), die schweren Metalle in unedle und edle Metalle.

271. Die wichtigsten Metalle und ihre Verbindungen.

1. Das Kalium, K, Dichte 0,87, silberweißes Metall, schmilzt bei 62° C. Es oxydiert sich an der Luft fast augenblicklich zu K_2O, welches entweder Wasser anzieht und zu KHO wird oder sich mit CO_2 zu K_2CO_3 (Kaliumcarbonat) vereinigt. Zersetzt das Wasser (Art. **269**, 1). Zum Schutze vor der Oxydation wird es unter Steinöl aufbewahrt. — Das Kaliumhydroxyd (Ätzkali), KHO, eine weiße, kristallinische, in Silbergefäßen schmelzbare Masse, in Wasser leicht löslich zu Kalilauge; es bildet die stärkste Base. KHO zieht aus der Luft H_2O und CO_2 an. — Das Kaliumcarbonat, K_2CO_3, bildet den Hauptbestandteil der Asche von Landpflanzen (Pottasche); es wird gegenwärtig hauptsächlich aus den Staßfurter „Abraumsalzen“ (aus KCl und K_2SO_4, s. u.) gewonnen. Hygroskopisch; basische Reaktion, obwohl es ein „neutrales“ Salz ist. Dient zur Fabrikation von Seifen sowie zur Glasbereitung. Das Kaliumchlorid, KCl, und das Kaliumsulfat, K_2SO_4, kommen als Bestandteile von Mineralien in der Nähe von Steinsalzlagern vor und bilden den wichtigen Ausgangspunkt zur Darstellung anderer Kaliumverbindungen, insbesondere des Kaliumcarbonates. — Das Kaliumnitrat (Kalisalpeter), KNO_3, und das Kaliumchlorat, $KClO_3$, sind wegen ihres Sauerstoffgehaltes zur Erzeugung explodierbarer Mischungen (Feuerwerk, Zündwaren) sehr wichtig. Das erstere bildet mit Schwefel und Kohle etwa im Verhältnis 75 : 12 : 13 gemischt und gekörnt das Schießpulver (Schwarzpulver), dessen Wirkung darauf beruht, daß es sich im Momente des Abbrennens in ein Gasgemisch (vorzugsweise aus Stickstoff und Kohlendioxyd) verwandelt, welches ungefähr das 1000fache Volumen des Pulvers einnimmt. Kalisalpeter findet sich als Bodenauswitterung (Ägypten, Ostindien) vor, wird aber gegenwärtig durch Behandlung des Natronsalpeters mit Kaliumchlorid oder durch sogenannte „Konversion des Natronsalpeters“ künstlich dargestellt: $NaNO_3 + KCl = NaCl + KNO_3$.

2. Das Natrium, Na, zeigt dasselbe Aussehen und Verhalten gegenüber dem Sauerstoff wie das Kalium, besitzt jedoch eine etwas geringere Affinität zum Sauerstoff. Die verbreitetste und bekannteste Verbindung ist das Natriumchlorid (Chlornatrium, Kochsalz), $NaCl$. Andere Verbindungen sind: das Natriumhydroxyd (Ätznatron), $NaOH$, das Natriumcarbonat, $Na_2CO_3 + 10\,H_2O$, auch Soda genannt, teils in „Sodaseen“ natürlich vorkommend oder aus der Asche von Meerpflanzen auslaugbar, teils künstlich aus dem Kochsalze durch das Leblancsche Verfahren oder durch den Ammoniaksodaprozeß darstellbar; wird zur Glasfabrikation, in der Seifensiederei, in der Wäscherei und Färberei benützt. Das Natriumhydrocarbonat (Natriumbicarbonat, doppeltkohlensaures Natron), $NaHCO_3$, in der Medizin viel verwendet, das Natriumnitrat (Natronsalpeter, Chilisalpeter), $NaNO_3$, in großen Lagern in Chili vorhanden, hygroskopisch und daher in der Feuerwerkerei nicht brauchbar, das Natriumhyposulfit oder das unterschwefligsaure Natron oder Natriumthiosulfat, $Na_2S_2O_3$, als Fixiermittel in der Photographie wichtig (Art. **239**; vgl. auch Art. **103**).

3. Das Calcium, Ca, hellgelbes, leicht oxydierbares und daher ebenso wie K und Na das Wasser zersetzendes Metall, ist der Bestandteil vieler, sehr verbreiteter Mineralien, insbesondere des Kalksteines, welcher Calciumcarbonat, $CaCO_3$, ist. Durch „Brennen“ desselben entsteht das Calciumoxyd, CaO nach der Formel $CaCO_3 = CaO + CO_2$; beim „Löschen des gebrannten Kalkes“ nimmt das CaO unter beträchtlicher Wärmeentwicklung H_2O auf und

wird zu Calciumhydroxyd: $CaO + H_2O = Ca(OH)_2$, welches, mit Sand angemacht, den Mörtel bildet. Letzterer erhärtet, indem er zuerst das mechanisch gebundene, dann — infolge von CO_2-Aufnahme — auch das chemisch gebundene Wasser abgibt (Schwitzen der Wände von neugebauten Häusern) zu Calciumcarbonat: $Ca(OH)_2 + CO_2 = CaCO_3 + H_2O$. — Eine zweite wichtige Verbindung ist das Calciumsulfat, $CaSO_4$, welches als mineralischer Gips mit 2 Molekülen Kristallwasser gleichfalls in der Natur im großen vorkommt. Beim „Brennen des Gipses" verliert der Gips sein Kristallwasser größtenteils; gebrannter Gips, mit Wasser angerührt, erstarrt dann zu einer harten, porösen Masse (Gipsgießerei); bei zu starker Erhitzung geht das Kristallwasser vollständig verloren; derartig totgebrannter Gips ist zu Gipsabgüssen ungeeignet.

4. Das Magnesium, *Mg*, welches als Magnesiumcarbonat, $MgCO_3$, im Magnesit, als Magnesiumchlorid, $MgCl_2$, im Meerwasser, als Magnesiumsulfat (Bittersalz), $MgSO_4$, in den „Bitterwässern" viel verbreitet ist, ist ein sehr leichtes (Dichte 1,7) silberweißes Metall, das, an der Luft angezündet, zu Magnesiumoxyd, MgO, mit grellem, unter anderem zu photographischen Zwecken benütztem Lichte verbrennt.

5. Das Aluminium, *Al*, bildet in seinen Verbindungen einen großen Teil der festen Erdrinde. Das Aluminiumoxyd, Al_2O_3, kommt kristallisiert als Korund, Rubin, Saphir und Schmirgel (Härte = 9), ferner auch amorph vor. Aluminiumsilikate verschiedener Zusammensetzung bilden die Feldspate, Glimmer, ferner den Granat, Turmalin, Topas etc. Durch Verwitterung derartiger Mineralien ensteht der Ton, dessen vielfache Verwendung bekannt ist. Das Aluminium zeichnet sich durch seine luftbeständige, silberweiße Farbe und durch ein geringes spezifisches Gewicht (2,67) aus und wird, da es auch wertvolle Legierungen zuläßt — Aluminiumbronze — in neuerer Zeit in großem Maßstabe hergestellt (Art. **200**). (Vgl. auch Art. **115**.)

6. Das Eisen, *Fe*, das wichtigste und verbreitetste Metall, kommt selten gediegen (Meteoreisen), dagegen sehr häufig in oxydischen Erzen vor, und zwar: Magneteisenerz (Fe_3O_4), Roteisenerz (Fe_2O_3), Brauneisenerz ($Fe_4O_3(OH)_6$) und Spateisenstein ($FeCO_3$). Aus diesen Erzen wird im „Hochofenprozeß" durch Reduktion mit Kohle in ununterbrochenem Betriebe das kohlenstoffreiche, harte und spröde „Roheisen" gewonnen, welches (mit etwa 5—6 % Kohlenstoffgehalt) seines niedrigen Schmelzpunktes (1100—1200° C.) wegen auch als „Gußeisen" bereits vielfache Verwendung findet. Durch Zähigkeit und Dehnbarkeit zeichnet sich das „Schmiede- oder Stabeisen" aus, welches durch „Entkohlung" des Gußeisens nach verschiedenen Verfahren, insbesondere nach dem „Bessemerprozesse" gewonnen wird, nur mehr 0,2—0,6 % *C* enthält und einen hohen Schmelzpunkt (1500°—1600° C.) besitzt. Die wertvollste Eisensorte erhält man jedoch durch Zusammenschmelzen kohlenstoffarmer Sorten mit solchen von größerem Kohlenstoffgehalte; es ist dies der „Stahl" mit 0,9—2 % *C* und 1300°—1400° C. Schmelzpunkt; er ist schmied- und schweißbar, fester als alle anderen Eisensorten und kann, je nach der Behandlung, verschieden hart, spröde und elastisch hergestellt werden.

7. Von den übrigen unedlen Schwermetallen mögen nur genannt werden das Blei, *Pb*, das Kupfer, *Cu*, das Zink, *Zn*, und das Zinn, *Sn*, und auf die bekannte Verwendung dieser Metalle sowie auf jene der Edelmetalle Quecksilber, *Hg*, Silber, *Ag*, Gold, *Au*, und Platin, *Pt*, hingewiesen werden.

Aufgaben: **1.** Wieviel Kilogramm Eisen und Schwefel muß man zur Darstellung von 1 *kg* Schwefeleisen nehmen? — **2.** In welchem Gewichtsverhältnisse steht Sauerstoff und Kohlenstoff im Kohlendioxyd, CO_2? — **3.** Wieviel Sauerstoff ist in 100 *g* Salpetersäure, HNO_3, dem Gewichte nach enthalten? Welches Volumen würde dieses Gas im freien Zustande einnehmen, wenn 1 *l* O 1,435 *g* wiegt? — **4.** Wieviel Prozent Sauerstoff enthält das Kaliumchlorat, $KClO_3$? — **5.** Wieviel Gewichtsprozente macht das Kohlendioxyd, CO_2, im Kalksteine, $CaCO_3$, aus? — **6.** Wieviel Liter Sauerstoff kann man aus 100 *g* roten Quecksilberoxyds und wieviel aus 100 *g* Kaliumchlorat gewinnen (1 *l* O wiegt 1,435 *g*)? — **7.** Wieviel Chlorgas (1 *l* davon wiegt 3,17 *g*) sind in 50 *g* Kochsalz enthalten, die ein Salzfaß füllen? — **8.** Wieviel Gramm fester Kohlenstoff sind in 1 m^3 Kohlensäuregas enthalten (1 *l* CO_2 wiegt 1,977 *g*)? — **9.** Wieviel Kohlendioxyd bildet sich beim Verbrennen von 100 *kg* Kohlenstoff? Welchen Raum würde dieses Gas einnehmen, wenn 1 *l* rund 2 *g* wiegt? — **10.** Wenn ein Erwachsener täglich 950 *g* CO_2 ausatmet, wieviel Gramm Kohlenstoff muß er in den Nahrungsmitteln als Ersatz hiefür täglich einnehmen? — **11.** Wieviel Wasserstoff kann man aus 1 *kg* Zn und der nötigen Schwefelsäuremenge erzeugen? Wieviel Liter wären dies, wenn 1 *l* H 0,08995 *g* wiegt? — **12.** Wieviel Salpetersäure kann man maximal aus 100 *kg* Natronsalpeter darstellen und wieviel Schwefelsäure ist dazu notwendig? — **13.** Wieviel Calciumhydroxyd muß man mit 100 *g* Salmiak mischen, um das Ammoniak aus letzterem vollständig zu vertreiben? — **14.** Wieviel wiegt 1 *kg* Soda ($Na_2CO_3 + 10\,H_2O$) nach dem Entwässern (Kalzinieren)? — **15.** Wenn man 1 *kg* der ersteren mit 16 h, 1 *kg* der letzteren mit 24 h kauft, was ist vorteilhafter? — **16.** Wie viel *g* H kann man aus 1 *g* H_2O erhalten? Welchen Raum nehmen dieselben unter Normalverhältnissen ein, wenn 1 *l* H dann 0,09 *g* wiegt? — **17.** Um wieviel werden 10 *g* Eisenpulver schwerer, wenn sie durch Erhitzen auf Asbestpappe vollständig zu Eisenoxyduloxyd, Fe_3O_4, umgewandelt werden? — **18.** Wenn sich 1 Teil Gips in 380 Teilen Wasser löst, wieviel gipshaltiges Wasser mußte eine Pflanze aufgenommen haben, wenn sie 2,4 *g* Gips enthält? — **19.** Wieviel Gramm wiegen 100 cm^3 CO_2 bei 20° C. und 757 *mm* Druck in feuchtem Zustande gemessen? (Vgl. Art. **96** und **105**.) — **20.** Wenn man 100 *g* Münzsilber vom Feingehalte 0,900 in Salpetersäure löst, wieviel Kupfernitrat und wieviel Silbernitrat erhält man? Wieviel Gramm Salpetersäure sind dazu nötig? — **21.** Wieviel Weingeist und wieviel Kohlensäuregas liefert 1 *kg* Traubenzucker bei der geistigen Gärung? Welches Volumen wird dieses Gas einnehmen, wenn 1 *l* rund 2 *g* wiegt? — **22.** In einer Flasche von 1 *l* Inhalt läßt man 25 *g* Zucker gären. Welchen Atmosphärendruck hat die Flasche auszuhalten, wenn 1 *l* CO_2 bei 0° und 760 *mm* Druck 1,978 *g* wiegt? —

Sachregister.

Sachregister des Anhanges.

Erklärung der Spektraltafel:

Emissionsspektra:

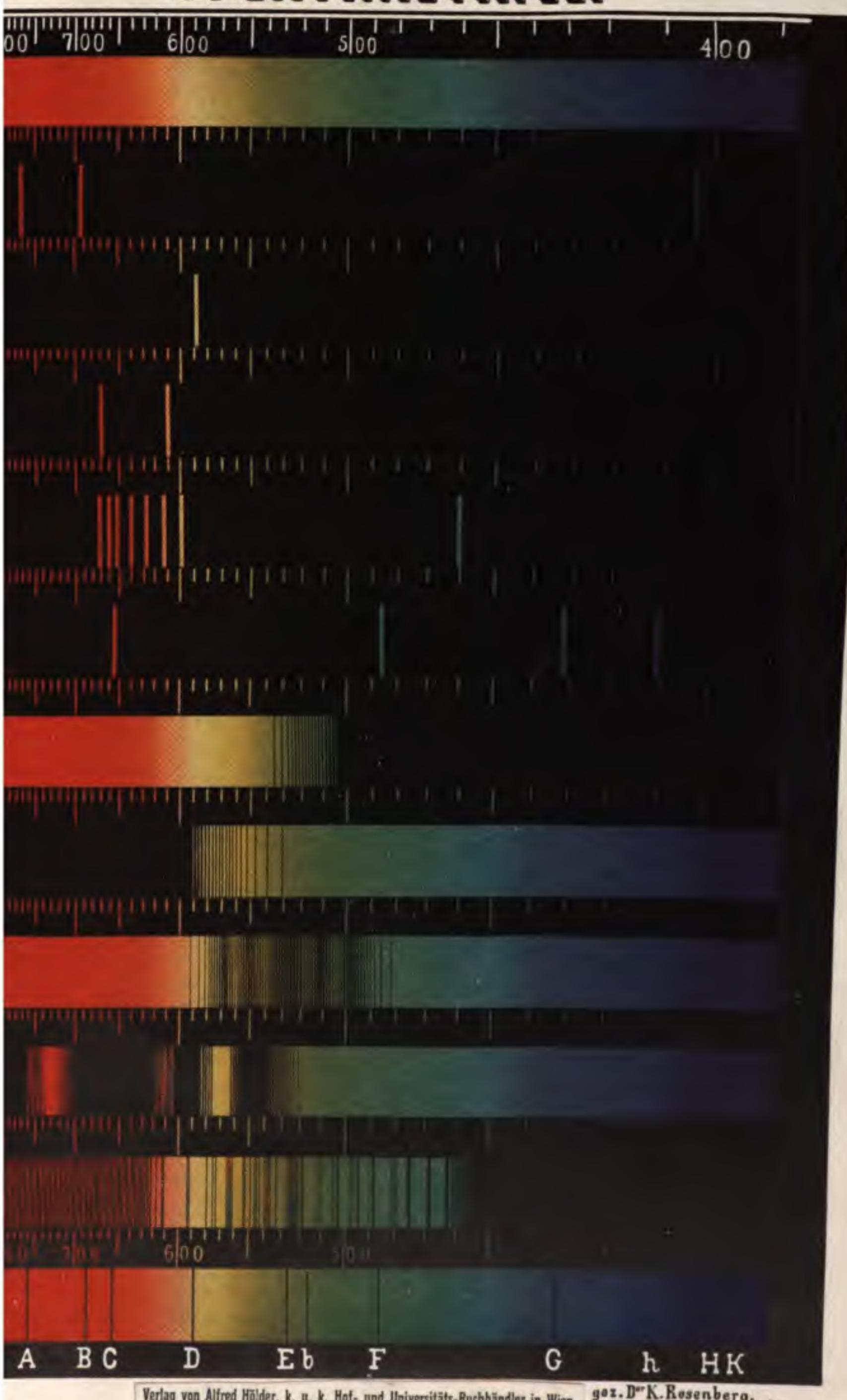
1. Kontinuierliches Spektrum einer weißglühenden Lichtquelle.
2. Linienspektrum des Kaliums.
3. » » Natriums.
4. » » Lithiums.
5. » » Strontiums.
6. » » Wasserstoffes.

Absorptionsspektra:

7. Absorptionsspektrum einer Lösung von Kaliumdichromat.
8. » » » » Kupferoxydammoniak.
9. » » » » hypermangansaurem Kali.
10. » des Kobaltglases.
11. » » Stickstoffdioxyds.
12. Sonnenspektrum.

(Die Zahlen geben die Wellenlänge in Millimikrons [μμ] an.)

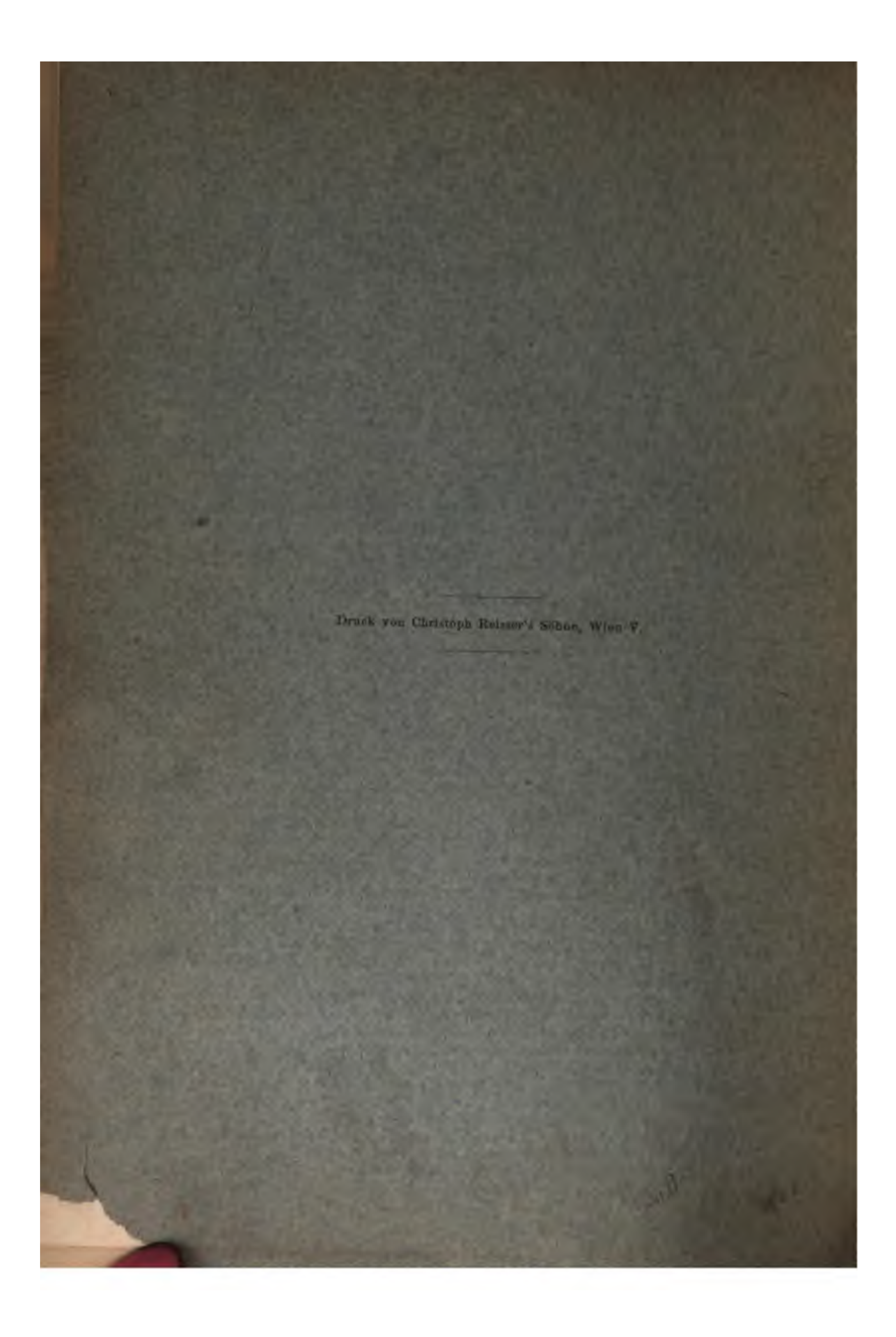
SPEKTRALTAFEL.



Verlag von Alfred Hölder, k. u. k. Hof- und Universitäts-Buchhändler in Wien.

gez. Dr K. Rosenberg.





Druck von Christoph Reisser's Söhne, Wien V.





